CPE 728 - Atividade 2

Ian H. Andrade*
*Universidade Federal do Rio de Janeiro - PEE/COPPE/GTA, Rio de Janeiro, RJ, Brazil
Email: iandeandrade@hotmail.com

***Abstract*—Desenvolvimento do 2º Trabalho da Disciplina CPE728 - Otimização Aplicada às Redes de Computadores. Esta atvidade objetiva o estudo de problemas do tipo Facility Location. Será formulado um problema de otimização que minimize o maior atraso possível da infraestrutura, também conhecido como p-center.**

I. Formulação do Problema

Nesta seção será apresentado a formulação de um problema p-center onde o objetivo é escolher qual Ponto de Troca de Tráfego (PTT) escoará o tráfico de cada Data Center (DC) de uma empresa em que se busca minimizar o maior atraso possível da infraestrutura considerando as exigências apresentadas. Abaixo estão os significados de siglas ou variáveis e os Parâmetros que serão usadas nesse trabalho:

- δ_{ij}: o atraso de rede (em ms) entre o DC_i e o PTT_j;
- $\mathcal{D}$: Conjunto dos Data Centers (DCs);
- $\mathcal{P}$: Conjunto dos Pontos de Troca de Tráfego (PTTs);
- $x_{ij} \in \{0,1\}$: Indica se o DC_i é atendido pelo PTT_j;
- $y_j \in \{0,1\}$: Indica se o PTT_j vai ser "ativado";
- Número de Data Centers - i;
- Número de Pontos de Troca de Tráfego - j;
- d_i: Tráfego (em GB) que deverá ser escoado do DC_i;
- b_j: Capacidade (em GB) do PTT_j;
- f_j: Custo fixo, em Reais, para ativar o PTT_j;
- c_{ij}: Custo váriavel, em Reais, por GB de tráfego entre o DC_i e PTT_j;
- H: orçamento total, em Reais, disponível para o projeto.

Além disso, temos as seguintes exigências:

- Todo o tráfego d_i deverá ser escoado;
- As capacidades b_j dos PTTs deverão ser respeitadas;
- Um DC deve ser atendido por apenas um PTT;
- Um PTT pode receber tráfego de vários DCs;
- O custo total (isto é, considerando custos fixos e variáveis) não deverá exceder o orçamento total, representado por H.

O objetivo do problema é minimizar o máximo atraso da infraestrutura, como mostrado na equação 1:

$$minimizar \Delta = \max_{i \in \mathcal{D}, j \in \mathcal{P}} (\delta_{ij} * x_{ij}). \tag{1}$$

Reescrevendo Δ para um exemplo com 3 DCs e 2 PTTs, teríamos como mostrado abaixo na equação 2:

$$\Delta = \max\{\delta_{11}*x_{11}, \delta_{12}*x_{12}, \delta_{21}*x_{21}, \delta_{22}*x_{22}, \delta_{31}*x_{31}, \delta_{32}*x_{32}\}. \tag{2}$$

Entretanto, o operador $\max$ faz com que a equação 1 seja não linear. Para solucionar isso, propõe-se analizar o seguinte exemplo em que uma das soluções do problema proposto é a utlização do PTT_1 e supondo que $\delta_{11} = 50, \delta_{21} = 60$ e $\delta_{31} = 40$. Com os dados desse exemplo, teremos Δ mostrado na equação 3:

$$\Delta = \max\{50, 60, 40\} = 60. \tag{3}$$

Por meio desse exemplo númerico podemos inferir que caso a gente faça uma restrição para todos os casos possíveis, a única restrição que irá atender a todas as outras é a maior possível. Sendo assim, o primeiro conjunto de restrições será feito como mostrado na equação 4:

$$\Delta \geq \sum_{j \in \mathcal{P}} \delta_{ij} * x_{ij}, \forall i \in \mathcal{D}. \tag{4}$$

A próxima pêndencia a ser resolvida no nosso problema é definir como saberemos que um PTT_j será "ativado". Sabendo que x_{ij} indica se o DC_i é atendido pelo PTT_j, podemos utilizar isso para obter o y_j de maneira que caso algum x_{ij} referente a j for 1, teremos obrigatóriamente $y_j = 1$. Essa generalização é mostrada na equação 5:

$$y_j \geq x_{ij}, \forall i \in \mathcal{D}, \forall j \in \mathcal{P}. \tag{5}$$

Para atender à restrição de que cada DC é atendido por apenas um PTT é utilizada a equação 6:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} x_{ij} = 1, \forall i \in \mathcal{D}. \tag{6}$$

Além disso, é necessário criar uma restrição para garantir que as capacidades b_j serão respeitadas como mostrado na equação 7:

$$\sum_{i \in \mathcal{D}} (x_{ij} * d_i) \leq b_j, \forall j \in \mathcal{P}. \tag{7}$$

Por fim, é necessário criar uma restrição que garanta que o custo total da infraestrutura não ultrapasse o orçamento total (H) disponível para o projeto. Essa restrição é mostrada na equação 8:

$$\sum_{i \in \mathcal{D}} \sum_{j \in \mathcal{P}} c_{ij} * x_{ij} + \sum_{j \in \mathcal{P}} f_j * y_j \leq H. \tag{8}$$

Após toda a formulação, pode-se definir a classificação de todas as váriaveis do nosso problema:

$$\Delta \in \mathcal{Z}_+, x_{ij} \in \{0,1\}, y_j \in \{0,1\}, \forall i \in \mathcal{D}, \forall j \in \mathcal{P}. \tag{9}$$

II. Conclusions and Future Work

Diante do exposto na seção I, infere-se que temos um problema *Integer Linear Programming* (ILP) onde temos apenas váriaveis inteiras, como mostrado na equação 9. Além disso, demais comentários estão no arquivo ".py" com código elaborado para resolução desse problema de forma genérica no PuLP, o qual será anexado junto com este documento.