

Operaciones con proposiciones

Así como en aritmética se estudian las operaciones entre números, la lógica estudia las operaciones entre proposiciones, éstas constituye el cálculo proposicional.

Para simplificar la escritura llamemos a las proposiciones con las letras p y q (minúsculas).

p

q

Si te sacás un 10 en FIP, entonces te regalo una camiseta de argentina.

Dos es un número par y La Paz es la capital de Perú.

No es cierto que Gregory House es Doctor.

Dos es un número par o La Paz es la capital de Perú.

Operación NOT

Se llama negación de una proposición p a la proposición que se obtiene anteponiendo la palabra “no” a la proposición p . La negación de p se simboliza “ $\neg p$ ” y se lee “no p ”.

Ejemplo: $p = \text{enero es un mes caluroso}$

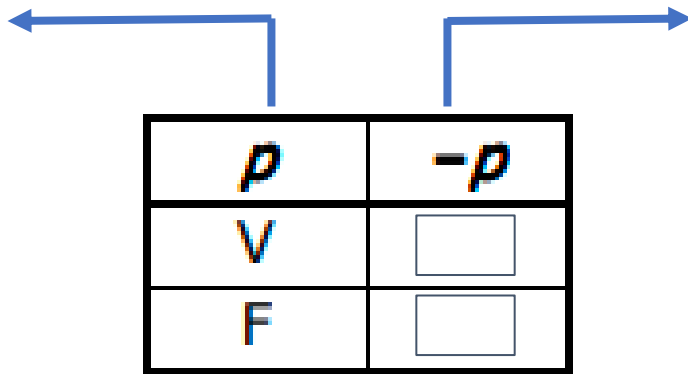
La negación será: $\neg p = \text{no enero es un mes caluroso}$, pero esto no nos “suena bien” en español, por lo que enunciamos la negación de la siguiente

forma: $\neg p = \text{enero no es un mes caluroso}$.

Tablas de verdad

Es una tabla que muestra el valor de verdad de una proposición compuesta, para cada combinación de valores de verdad que se pueda asignar a sus componentes.

Asumiendo que
el valor de
verdad sea:



The diagram shows a truth table with two columns and two rows. The first column is labeled p and the second column is labeled $\neg p$. The first row has V in the first column and an empty box in the second column. The second row has F in the first column and an empty box in the second column. A blue arrow points from the first column to a box on the left, and another blue arrow points from the second column to a box on the right.


p	$\neg p$
V	<input type="text"/>
F	<input type="text"/>

El valor de
verdad de esto
será:

Tablas de verdad

Es una tabla que muestra el valor de verdad de una proposición compuesta, para cada combinación de valores de verdad que se pueda asignar a sus componentes.

Asumiendo que
el valor de
verdad sea:



p	$\neg p$
V	F
F	V

El valor de
verdad de esto
será:

Operación NOT

Tarea:

Negar las siguientes proposiciones:

- a) $7 > 4$.
- b) La Luna es un planeta.
- c) Francia es un país asiático.

Operación AND

La *conjunción* o *producto lógico*, que resulta de *reunir* dos proposiciones para obtener una tercera.

Así, dadas las proposiciones simples:

$p = 2$ es un número par;

$q =$ Lima es la capital de Perú;

se puede formar la proposición compuesta:

$p \wedge q = 2$ es un número par y Lima es la capital de Perú.

La proposición $p \wedge q$ se lee “ p y q ”; y su valor de verdad es verdadero solamente si p y q son ambas verdaderas, siendo falso en los demás casos.

Operación AND

Tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$
V	V	<input type="checkbox"/>
F	V	<input type="checkbox"/>
V	F	<input type="checkbox"/>
F	F	<input type="checkbox"/>

Tarea:

Hallar el valor de verdad de las siguientes conjunciones:

a) Jueves es un mes del año y $3 + 3 = 2$.

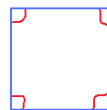
b) $5 - 9 = -4$ y todo paralelogramo tiene sus lados opuestos paralelos.

c) 4 es un número primo y $23 = 32$.



TIPOS DE PARALELOGRAMOS

CUADRADO



4 LADOS IGUALES

4 ÁNGULOS IGUALES

RECTÁNGULO



LADOS 2 A 2

4 ÁNGULOS IGUALES

ROMBO



4 LADOS IGUALES

ÁNGULOS IGUALES 2 A 2

ROMBOIDE



LADOS 2 A 2

ÁNGULOS IGUALES 2 A 2

Operación AND

Tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Tarea:

Hallar el valor de verdad de las siguientes conjunciones:

a) Jueves es un mes del año y $3 + 3 = 2$.

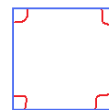
b) $5 - 9 = -4$ y todo paralelogramo tiene sus lados opuestos paralelos.

c) 4 es un número primo y $23 = 32$.



TIPOS DE PARALELOGRAMOS

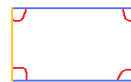
CUADRADO



4 LADOS IGUALES

4 ÁNGULOS IGUALES

RECTÁNGULO



LADOS 2 A 2

4 ÁNGULOS IGUALES

ROMBO



4 LADOS IGUALES

ÁNGULOS IGUALES 2 A 2

ROMBOIDE



LADOS 2 A 2

ÁNGULOS IGUALES 2 A 2

Operación OR

De la misma manera que antes pero relacionando las proposiciones con una “o”, se tiene la *disyunción inclusiva* o *suma lógica débil*, que se simboliza $p \vee q$, y que se lee “ p o q ”. La proposición $p \vee q$ es falsa solamente si las dos proposiciones p y q son falsas, siendo verdadera en todos los demás casos. Su tabla de verdad es:

p	q	$p \vee q$
V	V	<input type="checkbox"/>
F	V	<input type="checkbox"/>
V	F	<input type="checkbox"/>
F	F	<input type="checkbox"/>

Operación OR

De la misma manera que antes pero relacionando las proposiciones con una “o”, se tiene la *disyunción inclusiva* o *suma lógica débil*, que se simboliza $p \vee q$, y que se lee “ p o q ”. La proposición $p \vee q$ es falsa solamente si las dos proposiciones p y q son falsas, siendo verdadera en todos los demás casos. Su tabla de verdad es:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Operación OR

Por ejemplo, la proposición: $p \vee q = 2$ es un número par o Brasilia es la Capital de Perú es verdadera, porque la primera proposición lo es (aunque la segunda sea falsa); y la proposición: $p \vee q = "2 + 2 = 9 \text{ o } 4 > 7"$ es falsa porque ambas proposiciones son falsas.

Tarea: Hallar el valor de verdad de las siguientes disyunciones débiles:

- a) Jueves es un mes del año o $3 + 3 = 2$.
- b) $5 - 9 = -4$ o todo paralelogramo tiene sus lados opuestos paralelos.
- c) 4 es un número primo o $23 = 32$.

Implicación

Otra operación muy importante entre proposiciones es el condicional o implicación que se simboliza $p \Rightarrow q$. En el lenguaje hablado tiene la forma “si p, entonces q” o también “p implica q”. Ésta es falsa solamente cuando p es verdadera y q falsa.

En $p \Rightarrow q$, p se llama antecedente de la implicación y q consecuente.

Recuperemos este ejemplo:

p

q

Si te sacás un 10 en FIP, entonces te regalo un Camaro amarillo.

¿Cuándo va a ser falso y cuándo verdadero?

Implicación

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	<input type="checkbox"/>
F	V	<input type="checkbox"/>
V	F	<input type="checkbox"/>
F	F	<input type="checkbox"/>

p

q

Si te sacás un 10 en FIP, entonces te regalo un Camaro amarillo.

¿Cuándo va a ser falso y cuándo verdadero?

Implicación

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

Solo será falso si se saca un 10 y yo no le doy el camaro amarillo.

Si no se saca un 10, no importa lo que suceda.

¿Y si mañana anda alguno con un Camaro amarillo? ¿Qué pasó?

p

q

Si te sacás un 10 en FIP, entonces te regalo un Camaro amarillo.

¿Cuándo va a ser falso y cuándo verdadero?

Tautología

el término tautología para referirse a aquellos **enunciados autoevidentes, obvios o redundantes**, o sea, que resultan verdaderos desde cualquier posible interpretación, pues se explican y afirman a sí mismos. Este término proviene de las voces griegas *tauto* (“lo mismo”) y *logos* (“palabra” o “saber”)

Ejemplos de tautología :

- Un gato es un gato.
- Todo lo que está de más, sobra.
- Las cosas cayeron hacia abajo.
- Subí hacia arriba de la escalera.

Tautología

Ejemplo de tautología $(p \wedge q) \rightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Contradicción

Al contrario de las tautologías, que son ciertas en cualquier formulación posible, las contradicciones son falsas sean cuales sean los valores de sus premisas, ya que en su estructura argumental se niega la conclusión que se desea obtener.

Ejemplo:

- Caímos hacia las alturas
- La vida es larga y es corta.
- La amo y la odio al mismo tiempo
- Hoy es lunes y jueves

Contradicción

Ejemplo $(p \wedge \text{not } p)$

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	F
V	F	F
F	V	F
F	V	F

Tarea

Se crearan grupos de no mas de 5 personas y juntos resolverán el siguiente test.