



**Universidade Estadual de Londrina**  
Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

---

**Ian Lucas Fiaux Harfuch**

**SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES  
EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

---

Londrina  
2024



**Universidade Estadual de Londrina**

Centro de Tecnologia e Urbanismo

Departamento de Engenharia Elétrica

---

**Ian Lucas Fiaux Harfuch**

**SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM  
SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Ph.D Luis Alfonso Gallego Pareja intitulado “SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA” e apresentado à Universidade Estadual de Londrina, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ph.D Luis Alfonso Gallego Pareja

---

Londrina

2024

### **Ficha Catalográfica**

Ian Lucas Fiaux Harfuch

SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - Londrina, 2024 - 69 p., 30 cm.

Orientador: Prof. Ph.D Luis Alfonso Gallego Pareja

1. Distribuição de energia elétrica. 2. Seleção ótima de condutores. 3. Modelagem de programação linear. 4. Geração distribuída.

I. Universidade Estadual de Londrina. Curso de Engenharia Elétrica. II. SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.

**Ian Lucas Fiaux Harfuch**

# **SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

**Comissão Examinadora**

---

Prof. Ph.D Luis Alfonso Gallego Pareja  
Universidade Estadual de Londrina  
Orientador

---

Prof. Dr. Daniel Strufaldi Batista  
Universidade Estadual de Londrina

---

Prof. Dr. Juliani Piai  
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 4 de maio de 2024



Dedico este trabalho a todos aqueles que, de alguma forma,  
auxiliaram para a concretização desta etapa.





# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus. Agradeço aos professores do DEEL e aos colegas que de alguma forma me ajudaram a concluir essa etapa.







Ian Lucas Fiaux Harfuch. **SELEÇÃO ÓTIMA DE CONDUTORES EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**. 2024. 69 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

## Resumo

Os sistemas de distribuição de energia elétrica (PDS) desempenham um papel fundamental em nossa sociedade contemporânea, onde indústrias, residências e comércios dependem da energia elétrica. Contudo, os PDS enfrentam desafios significativos, incluindo perdas de energia e variações nos níveis de tensão. Nos últimos anos, vimos uma crescente aceleração da geração distribuída, aumentando a nossa matriz energética e corroborando com a ideia de sustentabilidade, mas também trazendo problemas como as sobretensões nos sistemas de distribuição. Para lidar com esses desafios, têm sido exploradas diversas estratégias de planejamento, incluindo a seleção ótima de condutores (OCS). Este trabalho propõe uma abordagem que integra o OCS em um modelo de programação linear inteira mista, garantindo soluções globalmente ótimas. Os resultados obtidos foram detalhadamente apresentados, incluindo análises da eficiência do modelo proposto em sistemas de 69 e 85 barras, considerando a presença e a ausência de geração distribuída. Além disso, o estudo conclui com recomendações para futuras pesquisas, ressaltando a importância de aplicar o modelo em sistemas reais de distribuição de energia, como os operados pela Copel.

**Palavras-Chave:** 1. Distribuição de energia elétrica. 2. Seleção ótima de condutores. 3. Modelagem de programação linear. 4. Geração distribuída.



Ian Lucas Fiaux Harfuch. **Optimal Selection of Conductors in Electric Power Distribution Systems**. 2024. 69 p. Monograph in Electrical Engineering - Londrina State University, Londrina.

## Abstract

The electric power distribution systems (PDS) play a fundamental role in our contemporary society, where industries, residences, and businesses rely on electrical energy. However, PDS face significant challenges, including energy losses and voltage fluctuations. In recent years, we have seen a rapid increase in distributed generation, expanding our energy matrix and aligning with the sustainability concept, but also bringing issues such as over-voltages in distribution systems. To address these challenges, various planning strategies have been explored, including optimal conductor selection (OCS). This paper proposes an approach that integrates OCS into a mixed-integer linear programming model, ensuring globally optimal solutions. The obtained results have been extensively presented, including analyses of the efficiency of the proposed model in 69 and 85 bus systems, considering the presence and absence of distributed generation. Additionally, the study concludes with recommendations for future research, emphasizing the importance of applying the model to real energy distribution systems, such as those operated by Copel.

**Key-words:** 1. Electric power distribution. 2. Optimal conductor selection. 3. Linear programming modeling. 4. Distributed generation.





# Lista de ilustrações

Figura 1 – Setores do sistema eletrico . . . . .	25
Figura 2 – Sistema de 3 barras. . . . .	37
Figura 3 – Sistema de 3 barras. . . . .	43
Figura 4 – Sistema de 3 barras com geração distribuída. . . . .	48
Figura 5 – Sistema radial de 69 barras . . . . .	54
Figura 6 – Sistema radial de 85 barras . . . . .	54
Figura 7 – Seleção ótima de condutores para 69 barras . . . . .	56
Figura 8 – Perfil de tensão sistema de 69 barras . . . . .	57
Figura 9 – Perfil de tensão sistema de 69 barras com geração distribuida . . . . .	58
Figura 10 – Seleção ótima de condutores para 85 barras . . . . .	59
Figura 11 – Perfil de tensão sistema de 85 barras . . . . .	60
Figura 12 – Perfil de tensão sistema de 85 barras com geração distribuida . . . . .	61



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Tipo de condutor . . . . .	53
Tabela 2 – Parâmetros da função objetivo para o sistema de 69 barras . . . . .	55
Tabela 3 – Condutores sistema de 69 barras . . . . .	55
Tabela 4 – Condutores sistema de 69 barras . . . . .	56
Tabela 5 – Resultdos sistema de 69 barras . . . . .	57
Tabela 6 – Parâmetros da função objetivo para o sistema de 85 barras . . . . .	58
Tabela 7 – Condutores sistema de 85 barras . . . . .	59
Tabela 8 – Condutores sistema de 85 barras . . . . .	59
Tabela 9 – Resultdos sistema de 85 barras . . . . .	60



# Lista de quadros



# Lista de Siglas e Abreviaturas

$\Omega_b$	<i>Conjunto de barras</i>
$\Omega_c$	<i>Conjunto de condutores</i>
$\Omega_l$	<i>Conjunto de linhas</i>
VNOM	<i>Tensão nominal</i>
T	<i>Número de horas por ano</i>
$K_P$	<i>Demanda anual de custo</i>
$K_C$	<i>Demanda anual de energia</i>
LSF	<i>Fatro de perda do sistema</i>
$l_{ij}$	<i>Comprimento do condutor</i>
$R_C$	<i>Resistência do condutor</i>
$W_{ijc}$	<i>Decisão do condutor</i>
$I_{ij}^{sqr}$	<i>Raiz ao quadrada da corrente de i até j</i>
$X_c$	<i>Reatância do condutor</i>
$Z_{ij}$	<i>Impedância da linha ij</i>
$P_i^d$	<i>Demanda de potência ativa no barramento i</i>
$Q_i^d$	<i>Demanda de potência reativa no barramento i</i>
$\overline{I_{ij}}$	<i>Magnitude máxima da corrente da linha ij</i>
$\underline{I_{ij}}$	<i>Magnitude mínima da corrente da linha ij</i>
$\overline{V_{ij}}$	<i>Magnitude máxima da tensão do barramento i</i>
$\underline{V_{ij}}$	<i>Magnitude mínima da tensão no barramento i</i>
S	<i>Número de discretizações do <math>V_{ij}^{SQR}</math></i>
$\Delta V$	<i>Passo de discretizações do <math>V_{ij}^{SQR}</math></i>
$m_{ij,y}^S$	<i>Inclinação do y-ésimo bloco do fluxo de potência da linha ij</i>
$\overline{\Delta S_{ij}}$	<i>Limite superior de cada bloco do fluxo de potência na linha</i>
N	<i>Número de barramentos</i>
GD	<i>Geração Distribuída</i>
$\overline{P}_{i,g}^{GD}$	<i>Limite superior da potência ativa com GD</i>
$\underline{P}_{i,g}^{GD}$	<i>Limite inferior da potência ativa com GD</i>
$\overline{Q}_{i,g}^{GD}$	<i>Limite superior da potência reativa com GD</i>
$\underline{Q}_{i,g}^{GD}$	<i>Limite inferior da potência reativa com GD</i>
$N_{sist}^{GD}$	<i>Número máximo de GDs que podem ser instalados no sistema.</i>
$P_{ij}$	<i>Fluxo de potência ativa da linha i j</i>
$Q_{ij}$	<i>Fluxo de potência reativa da linha i j</i>
$I_{ij}$	<i>Magnitude da corrente na linha i j.</i>
$V_i$	<i>Magnitude da tensão no barramento i.</i>

$x_{js}$	<i>Variável binária usada na discretização</i>
$P_{ij,y}^c$	<i>Correção de potência usada na discretização</i>
$\Delta P_{ij,y}$	<i>Valor do y-ésimo bloco de <math> P_{IJ} </math></i>
$\Delta Q_{ij,y}$	<i>Valor do y-ésimo bloco de <math> Q_{IJ} </math></i>
$P_{i,g}^{GD}$	<i>Potência ativa fornecida pela DG do tipo <math>g</math> no barramento candidato <math>i</math></i>
$Q_{i,g}^{GD}$	<i>Potência reativa fornecida pela DG do tipo <math>g</math> no barramento candidato <math>i</math></i>
$S_{i,g}^{GD}$	<i>Potência aparente fornecida pela DG do tipo <math>g</math> no barramento candidato <math>i</math></i>



# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	25
1.1	Sistemas elétricos e o problema a ser resolvido . . . . .	25
1.2	Geração distribuída . . . . .	30
1.3	Seleção ótima de condutores na prática . . . . .	31
1.4	Motivação . . . . .	32
1.5	Justificativa . . . . .	32
1.6	Objetivos . . . . .	33
1.6.1	Objetivo Geral . . . . .	33
1.6.2	Objetivos Específicos . . . . .	33
1.7	Estrutura e distribuição dos capítulos do trabalho . . . . .	34
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .	37
2.1	Resumo capítulo . . . . .	37
2.2	Modelo de Fluxo de Potência Não Linear . . . . .	37
2.3	Modelo de Fluxo de Potência Modificado . . . . .	39
2.4	Modelo de Fluxo de Potência Linear . . . . .	40
2.5	Modelo de Seleção Ótima de Condutores . . . . .	43
2.5.1	Modelo não Linear . . . . .	43
2.5.2	Linearizações . . . . .	45
2.6	Modelo com geração distribuída no sistema . . . . .	47
2.7	Conclusão . . . . .	50
3	RESULTADOS . . . . .	53
3.1	Resumo . . . . .	53
3.2	Condutores . . . . .	53
3.3	Sistemas trabalhados . . . . .	54
3.4	Resultados . . . . .	55
3.4.1	Simulação do sistema de 69 barras . . . . .	55
3.4.2	Simulação do sistema de 85 barras . . . . .	58
3.4.3	Conclusão . . . . .	61
4	CONCLUSÃO . . . . .	63
5	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	65
	REFERÊNCIAS . . . . .	67



# 1 Introdução

---

## 1.1 Sistemas elétricos e o problema a ser resolvido

O sistema elétrico atual é uma rede composta por usinas, subestações, linhas de transmissão e outros equipamentos que facilitam a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, conforme ilustrado na figura 1. (imagem retirada da referência (SENAI, 2021))

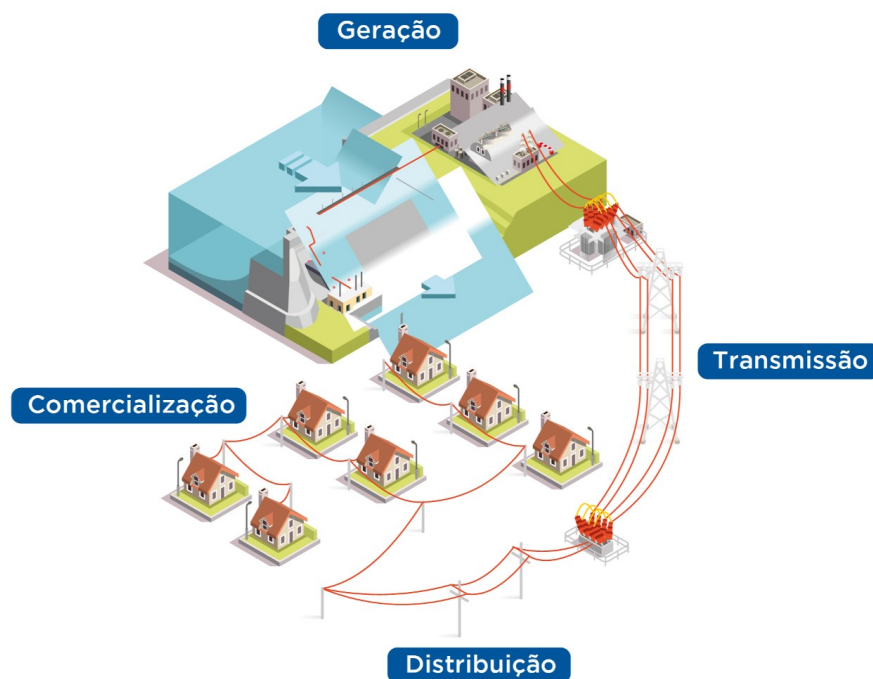


Figura 1 – Setores do sistema elétrico

A energia elétrica é gerada em usinas que utilizam diferentes recursos (hidroelétricas, termoeletricas, eólicas, nucleares, etc.) e é transmitida através de linhas de transmissão até subestações de empresas distribuidoras, onde a tensão é reduzida para níveis adequados ao consumo. O processo elétrico pode ser dividido em três etapas principais: geração, onde a energia é convertida em eletricidade; transmissão, onde a eletricidade é transportada em alta tensão; e distribuição, onde a energia é entregue aos consumidores finais em baixa tensão. (MARTINS et al., 2013)

Em relação aos sistemas elétricos, o sistema de distribuição é o que está presente na maior porção do sistema, nele há sub-sistemas de transmissão. As indústrias de grande porte são atendidas pelo sub-sistema de alta tensão, que varia de 69 kV a 138 kV, já as indústrias de médio porte se identificam nas distribuições primárias, onde a média tensão varia entre 13,8 kV a 34,5 kV, por fim, os estabelecimentos comerciais e residenciais operam no sub-sistema de transmissão de baixa tensão, sendo entre 127V a 380V. (ANEEL, 2022)

Já geração de energia elétrica vem crescendo de maneira acelerada no decorrer das últimas décadas, isso devido a ela ser um dos bem de consumos mais importantes na sociedade atual, tendo papel fundamental nas indústrias assim como no setor de comércio e no setor residencial. Dentre os modos de geração, a origem hidráulica é uma referência no âmbito de sustentabilidade.(FERREIRA, 2005)

De acordo com os dados fornecidos pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o Brasil se destaca globalmente como uma referência em energia sustentável. Dos 200 GW de capacidade instalada, 84,25% provêm de fontes renováveis, enquanto 15,75% são provenientes de fontes não renováveis, incluindo uma parcela de 1% de energia nuclear. As três principais fontes renováveis que compõem a matriz energética brasileira são a energia hídrica (55%), eólica (14,8%) e de biomassa (8,4%). Quanto às fontes não renováveis, as maiores contribuições vêm do gás natural (9%), petróleo (4%) e carvão mineral (1,75%). Esses números evidenciam o compromisso do Brasil com a expansão e diversificação de suas fontes de energia, visando uma transição para um futuro mais sustentável e ambientalmente responsável (GOV, 2024).

Com o crescimento da geração de energia a partir de fontes eólicas e solares, a ANEEL prevê que o país alcance um aumento de até 10,1 GW em sua matriz energética até 2024. Esse avanço não apenas contribui para a expansão da matriz energética brasileira, mas também fortalece a presença de fontes de energia limpa no país (GOV, 2024).

As energias limpas, também conhecidas como energia verde, são provenientes de recursos naturais renováveis, como sol, vento, água, biomassa e energia geotérmica. O principal critério para classificar uma fonte de energia como limpa é sua capacidade de gerar eletricidade ou calor sem causar poluição significativa do ar, da água ou do solo, e sem emitir gases de efeito estufa ou outros poluentes prejudiciais à saúde humana e ao meio ambiente. (SILVA; SANTOS, 2023)

Visto isso, também temos um papel importante na ajuda a um dos 17 objetivos de desenvolvimento sustentável (ODS), mais especificamente a ODS 7 que visa a energia limpa e acessível (KUNZ A.; OTENIO, 2018). Já que será tratado assuntos nos quais reduzem o desperdício de energia, reduzindo assim a necessidade da geração via fontes poluentes.

Já na Europa o cenário é o oposto, até o ano de 2017 41% de sua fonte energética era proveniente de combustível fóssil, em contrapartida apenas 9% representa a geração de energias renováveis (BRITO CÁTIA MENDONÇA, 2019). Portanto, a redução de fontes poluentes tem que ser tido como urgente, nesse âmbito, a Comissão Europeia propõe aumentar a meta para as energias renováveis para 45% até 2030 e aumentar a poupança de energia de 9% para 13% (EEA, 2023).

Em um relatório publicado pela ONU (Organização das Nações Unidas) a população mundial deve chegar a 9,7 bilhões de pessoas no ano de 2050 (SHEPARD, 2019). Isso implica que o aumentoda demanda de energia também crescerá na mesma proporção ou

até mesmo maior, portanto cada vez menos o desperdício de energia será aceito.

Para contribuir para a redução das perdas de energia elétrica, estão em curso pesquisas voltadas para o desenvolvimento de novas estratégias. A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) estabeleceu indicadores para avaliar a frequência e a duração das interrupções de energia nas unidades consumidoras. Esses indicadores, conhecidos como DEC e FEC, têm como objetivo fornecer métricas precisas sobre a qualidade do fornecimento de energia elétrica.

O DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) representa o tempo médio em que um grupo de consumidores fica sem energia elétrica, considerando interrupções que excedem 3 minutos. Por outro lado, o FEC (Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) indica o número médio de interrupções sofridas por um grupo de consumidores, considerando interrupções com duração igual ou superior a 3 minutos.(SILVA; SANTOS, 2022)

Esses indicadores são fundamentais para monitorar e melhorar a confiabilidade do fornecimento de energia elétrica, permitindo que as concessionárias identifiquem áreas de melhoria e implementem medidas para minimizar as interrupções e otimizar a qualidade do serviço prestado aos consumidores.

Nesse contexto, entram as estratégias de planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica, onde se consolida como um ciclo de previsão, análise e de soluções para a manutenção e desenvolvimento da rede. Manter uma rede confiável, segura e acessível é seu objetivo ao mesmo tempo em que opera as instalações elétricas existentes. Esse planejamento deve estar preparado para o futuro, incorporando esforços de modernização de rede inteligente como resposta a crescente demanda. Durante o processo do planejamento, a concessionária de energia elétrica irá localizar picos de tensão, previsões anuais de longo alcance e avaliará a inserção de novos alimentadores. Um software de análise de estado estacionário com perfis de carga nos permite determinar as tensões, correntes e fluxos de potência nas linhas.(MARTINS et al., 2024)

As estratégias de planejamento mais comuns, disponíveis na literatura, são: Alocação de bancos capacitivos, alocação e dimensionamento de geradores distribuídos, alocação ótima dos reguladores de tensão, alocação ótima de subestações, alocação ótima de unidades de armazenamento de energia, seleção ótima de condutores, balanceamento de carga e reconfiguração de redes primárias.

Nesse TCC, será abordado a estratégia da seleção ótima de condutores, onde tem sido considerada como uma alternativa desde o início do século. Essencialmente, é uma estratégia que visa modificar a bitola dos cabos para aumentar a capacidade em alguma parte da rede elétrica. A maioria dos sistemas de distribuição de energia é antiga e foi projetada para atender às necessidades da época. No entanto, ao longo dos anos, a demanda por energia tem crescido, tornando esses sistemas subdimensionados para a sociedade contemporânea.

Logo no início do século XXI o trabalho de (SIVANAGARAJU et al., 2002) propôs um algoritmo para solucionar o problema da seleção de condutores em sistemas radiais de distribuição, os autores determinaram a área do condutor levando em consideração o método do fluxo de potência com a distância radial do sistema. O seu algoritmo foi testado em um sistema real de 32 barras onde apresentou resultados positivos à respeito da tensão mínima aceitável e do custo do desperdício de energia.

No ano seguinte, o trabalho conduzido por (RANJAN et al., 2003), adotou-se uma abordagem que emprega programação evolutiva para a seleção do condutor mais eficiente em alimentadores de distribuição radial. O método proposto realiza a seleção otimizada do condutor ao minimizar a soma do custo capitalizado de perda e do custo operacional, enquanto simultaneamente mantém níveis adequados de tensão e corrente. Essa estratégia integrada busca otimizar a eficiência do sistema, considerando tanto os aspectos econômicos quanto os parâmetros elétricos essenciais. O trabalho desenvolvido pelos autores foi validado em um sistema rural de 16 barras da Índia.

No artigo de (VAHID et al., 2009), é introduzido um método inovador voltado para a seleção otimizada de condutores, bem como o posicionamento estratégico e dimensionamento eficaz de bancos de capacitores fixos. Nesse cenário, destaca-se o uso de um algoritmo genético como ferramenta fundamental para a resolução desse desafio complexo. Essa abordagem visa não apenas otimizar os custos de investimento, mas também minimizar as perdas de energia de maneira eficiente. A aplicação do algoritmo genético permite uma análise abrangente do problema, resultando em soluções mais eficazes e econômicas.

O foco principal desse método reside na otimização da infraestrutura elétrica, visando à redução dos custos operacionais e à maximização da eficiência energética. Ao integrar a seleção otimizada de condutores e a gestão estratégica de bancos de capacitores fixos, a metodologia proposta demonstra ser uma abordagem holística para aprimorar o desempenho de sistemas de distribuição de energia.

Para validar a eficácia do modelo proposto, foi realizado um teste em um sistema de 27 barras. Essa simulação prática proporciona percepções sobre a aplicabilidade e os benefícios potenciais em cenários do mundo real. Os resultados obtidos fornecem evidências foram de acordo com o propósito proposto, validando sua utilidade em contextos práticos de redes de distribuição elétrica.

No contexto da obra de (RAO; SATISH; NARASIMHAM, 2011), o autor se dedica de maneira exclusiva à análise do sistema de distribuição de energia na Índia, um país que enfrenta um déficit anual de 18% nesse recurso vital. A problemática central relacionada às perdas de energia reside no prolongamento das linhas de distribuição para além dos limites dos centros de carga, sem a devida consideração da capacidade de corrente dos condutores, resultando em um aumento anormal na carga. Assim, a seleção apropriada dos condutores assume extrema importância, uma vez que está intrinsecamente ligada à densidade de corrente na linha.

O autor estabelece uma função objetivo com o intuito de otimizar tanto os custos de investimento inicial quanto o custo capitalizado das perdas de energia. A metodologia empregada inclui o uso do algoritmo de busca de harmonia com um operador diferencial para resolver o desafio de selecionar o tamanho ótimo dos condutores e determinar tanto o tamanho quanto o tipo mais adequado. A eficácia dessa abordagem é evidenciada por meio de simulações realizadas em sistemas de 16 e 85 barramentos, proporcionando resultados satisfatórios.

Na obra de (FRANCO et al., 2012), é apresentado um modelo de programação linear inteira mista concebido para abordar a problemática da seleção ótima de condutores em sistemas de distribuição radial. No âmbito deste modelo proposto, expressões lineares são adotadas como representações da operação estável do referido sistema distributivo. O método de programação empregado garante convergências à optimalidade. O modelo, ao considerar duas funções objetivas distintas, propõe a sua aplicação conjuntamente com uma heurística visando a obtenção da frente de Pareto. Os resultados obtidos mediante a aplicação deste modelo em sistemas de distribuição reais são exibidos como meio de evidenciar a eficácia e precisão intrínsecas ao método.

O artigo (WASWA; CHIHOTA; BEKKER, 2023) nos oferece uma análise detalhada dos métodos de seleção de tamanho de condutores em redes de distribuição, com um enfoque na integração de recursos de energia distribuída (DERs) e nos desafios apresentados pelos requisitos modernos das redes. Os autores, Lewis Waswa, Munyaradzi Justice Chihota e Bernard Bekker, ressaltam a importância do planejamento ótimo para aprimorar o desempenho e a confiabilidade das redes. Eles discutem o impacto dos DERs no dimensionamento de condutores e as limitações das técnicas tradicionais para lidar com essas novas complexidades. A revisão destaca a necessidade de estratégias avançadas de planejamento para mitigar as incertezas relacionadas à integração de DERs e aprimorar a qualidade do fornecimento (QoS) nos sistemas de distribuição.

No estudo conduzido por (PAREJA; LÓPEZ-LEZAMA; CARMONA, 2023), os autores empregam um modelo avançado de programação linear inteira mista para abordar de maneira integral o desafio da seleção otimizada de condutores, associado ao posicionamento estratégico de bancos de capacitores. No âmbito de sua pesquisa os autores examinaram três sistemas distintos, sendo de 27, 69 e 85 barramentos, proporcionando resultados que evidenciam melhorias significativas no sistema proposto. A utilização desse modelo específico consolida a abordagem metodológica adotada, conferindo robustez e consistência aos resultados obtidos, os quais são cruciais para a compreensão e otimização dos sistemas de distribuição de energia elétrica.

Nas publicações mais recentes, destaca-se também o trabalho realizado por (VEGA-FORERO; RAMOS-CASTELLANOS; MONTTOYA, 2023), onde os autores solucionam o problema da seleção ótima de condutores em assimétricos de redes de distribuição trifásicas em uma perspectiva de otimização combinatória por meio de uma programação não

linear inteira mista. O artigo demonstrou sua eficácia em um sistema de 27 barras.

## 1.2 Geração distribuída

O que seria uma modernização dos sistemas elétricos atuais? Claramente a introdução de geração distribuída cumpre esse papel, surgindo como uma resposta para a necessidade de expansão do fornecimento de energia elétrica alinhado às políticas ambientais (GUIMARÃES, 2020).

A geração distribuída também pode ser definida como a descentralização das fontes geradoras de energia, em sua grande maioria são utilizadas fontes renováveis de energia, como a energia fotovoltaica e a energia eólica. Esse tipo de geração, segundo (MALFA, 2002), a geração distribuída é a geração que não é planejada de modo centralizado, nem despachada de forma centralizada, não havendo, portanto, um órgão que comande as ações das unidades de geração descentralizada.

A popularidade das energias renováveis se deve principalmente à sua evolução e ao consequente barateamento das tecnologias. Nos últimos anos, a geração fotovoltaica emergiu como a fonte mais proeminente, pois possibilitou a instalação em telhados, democratizando o acesso à energia solar. Além disso, o mercado de placas solares viu o surgimento de diversas concorrentes, com a China ganhando destaque ao competir com as potências tecnológicas tradicionais, como Alemanha e Estados Unidos.(EXAME, 2023)

Contudo, o feroz crescimento da geração distribuída também pôde gerar alguns problemas no sistema de distribuição de energia elétrica, como os problemas de sobretensão e de fluxo reverso, problemas de ilhamento e problemas de baixa resistência de isolamento. O erro de sobretensão, quando é do lado da concessionária, representa que o inversor está medindo, na sua entrada, um valor de tensão por fase maior do que o configurado. Mas um dos grandes problemas documentados pelas concessionárias é em relação a real elevação do nível de tensão, o que se dá muitas vezes por uma rede elétrica precária.(CAVALINI, 2021)

Uma matéria recente publicada pelo jornal Metrôpoles expôs a GD vem causando problemas no sistema elétrico de Goiás, muitos moradores relataram quedas constantes de energia. Constatado pelos especialistas que esse problema foi causado pela sobrecarga na rede, a capacidade de geração de energia e o superaquecimento de equipamentos.(BRAGA, 2023)

Vendo pelo lado positivo para o sistema dessa geração descentralizada ela pode produzir uma distorção harmônica na tensão da linha, incrementar carga reativa no alimentador e melhorar o nível de tensão, gerando assim menores perdas energéticas. E pelo lado do consumidor há também um grande ganho, onde seu custo investido será retornado em poucos anos, trazendo a ele uma maior confortabilidade (DIAS et al., 2005).



Apesar de trazer benefícios para um mundo mais sustentável, a GD gerá problemas também como visto anteriormente, por esse motivo que um bom planejamento elétrico é vital para o funcionamento adequado da rede. E a seleção ótima de condutores pode ter um papel fundamental nesse trabalho.

Visto que os sistemas de distribuição já estão causando problemas por conta de sua precariedade, a seleção ótima de condutores poderia contribuir com o nivelamento do nível de tensão, trazendo assim uma maior segurança para o problema das sobretensões.

O trabalho de (ISMAEL et al., 2018) propõe uma solução para a problemática da seleção ótima de condutores em um sistema de distribuição radial real no Egito. O estudo emprega um algoritmo meta-heurístico, especificamente a otimização de enxames de salpas. O aumento da penetração da geração distribuída (GD) na região tem ultrapassado os limites operacionais estabelecidos, resultando em impactos negativos.

Os resultados obtidos demonstram a eficácia do algoritmo na execução da função objetivo, proporcionando uma solução otimizada para o sistema. A crescente relevância da geração distribuída na região destaca a importância prática e operacional dessa proposta, contribuindo para a mitigação de desafios específicos enfrentados pelo sistema de distribuição elétrica.

Na referência (PAREJA; LÓPEZ-LEZAMA; CARMONA, 2022) foi utilizado a programação linear inteira mista a um modelo para otimizar redes de distribuição e a colocação de geração distribuída. O estudo tem como objetivo aprimorar a eficiência e a confiabilidade dos sistemas de energia, reconfigurando simultaneamente a distribuição da rede e determinando as localizações ótimas para as unidades de geração distribuída. O trabalho realizado pelos autores foi colocado à prova diante de vários sistemas radiais, como os de 14 barras, 33 barras, 69 barras, 83 barras, 119 barras, 136 barras, e de 202 barras, todos apresentaram resultados favoráveis ao experimento.

## 1.3 Seleção ótima de condutores ná prática

Após toda a análise teórica do problema, precisamos entender como funcionará a seleção de condutores na prática.

Os condutores elétricos são os materiais que possibilitam a movimentação de cargas elétricas em seu interior, nele existem as propriedades físicas da condutividade e da resistividade, os quais são inversamente proporcionais.

Na prática, serão selecionados  $n$  condutores, com áreas, resistividades e custos diferentes entre si, para serem testados nos sistemas de distribuição propostos. Por exemplo, em um sistema de 69 barras, tendo 13 condutores disponíveis, teríamos  $13^{68}$  possibilidades de combinações. (PAREJA; LÓPEZ-LEZAMA; CARMONA, 2022) o que é um número de casos possíveis totalmente impossível de se calcular manualmente. Por isso o modelo

matemático implementado em um software matemático nos trará a melhor solução global para o problema.

Em resumo, a seleção ótima dos condutores em sistemas de distribuição elétrica envolve a consideração metódica de variáveis, buscando encontrar um equilíbrio eficiente. Essa abordagem analítica é essencial para a tomada de decisões informadas e estratégicas no desenvolvimento e aprimoramento de sistemas elétricos eficazes e economicamente eficientes.(ANDERS et al., 1993)

## 1.4 Motivação

A eficiência energética tem se tornado uma prioridade cada vez mais premente na sociedade, à medida que o número de consumidores de energia elétrica continua a crescer ao longo dos anos. Como resultado, o desperdício de energia e os maus investimentos nas redes de transmissão tornam-se cada vez mais inaceitáveis. (JEREMIAS, 2022)

A escolha do condutor ideal desempenha um papel crucial na melhoria da qualidade da rede elétrica. Ela aprimora os níveis de tensão da rede e minimiza significativamente as perdas de energia, ao mesmo tempo em que busca a otimização dos custos de investimento e manutenção. Isso, por sua vez, contribui para uma estabilidade aprimorada no sistema, garantindo uma transmissão contínua e limpa de energia.

A finalidade aqui terá um impacto positivo nas finanças das concessionárias elétricas, e também reduz as emissões de gases poluentes. Isso, por sua vez, promove a criação de um sistema de distribuição de energia elétrica mais sustentável e alinhado com as preocupações globais em relação às mudanças climáticas e ao meio ambiente. Portanto, a seleção adequada de condutores desempenha um papel vital na busca por um futuro energético mais eficiente e ambientalmente responsável.

## 1.5 Justificativa

A seleção cuidadosa dos condutores desempenha um papel importante na busca pela eficiência e qualidade nas redes elétricas. A escolha do condutor ideal é o um tópico que auxilia nessa busca.

Essa seleção não é um processo fácil; requer uma análise minuciosa de vários fatores interdependentes. Elementos como a carga elétrica, a presença de recursos energéticos distribuídos, a qualidade do fornecimento de energia, as incertezas operacionais e as necessidades de capacidade da rede. (WASWA; CHIHOTA; BEKKER, 2023)

Através da aplicação de técnicas avançadas, como análise de fluxo de potência, algoritmos de otimização e simulação de condições operacionais, o modelo matemático busca identificar as combinações ideais de condutores que atendam aos requisitos de capacidade

de carga e eficiência energética ao mesmo tempo em que otimiza os custos associados ao projeto e manutenção da rede elétrica.

A implementação bem-sucedida desse modelo matemático resultará em uma rede elétrica mais eficaz e confiável, trazendo consigo benefícios como aprimoramento da infraestrutura elétrica e redução de custos operacionais. Além disso, contribuirá para uma abordagem mais sustentável às demandas ambientais globais. Portanto, a pesquisa e aplicação desse modelo representam uma estratégia inovadora e eficaz para lidar com os desafios complexos da seleção de condutores em redes elétricas modernas.

## 1.6 Objetivos

### 1.6.1 Objetivo Geral

A eletrotécnica é o ramo da engenharia elétrica que estuda uso de circuitos formados por componentes elétricos e eletrônicos, com o objetivo principal de gerar, transmitir, distribuir e armazenar energia elétrica (CEFET, 2019). No âmbito da distribuição da energia elétrica, estuda-se casos para melhorar a eficiência da distribuição. Nesse trabalho o objetivo é avaliar um método matemático para a seleção ideal de condutores com base a um modelo matemático de otimização linear. Sendo realizado por meio do software AMPL, que é uma linguagem de modelagem algébrica para descrever e resolver problemas de alta complexidade para computação matemática em larga escala.

### 1.6.2 Objetivos Específicos

O desenvolvimento deste projeto envolve uma abordagem sistemática e multifásica, compreendendo diversas etapas estratégicas para atingir seus objetivos propostos. Destacam-se as seguintes etapas:

- **Revisão Bibliográfica:** Realizar uma revisão bibliográfica abrangente. Este processo visa não apenas compreender as diversas abordagens existentes para a solução do problema em questão, mas também identificar lacunas no conhecimento existente. A finalidade é encontrar a abordagem mais eficaz e inovadora para enfrentar o desafio proposto.
- **Estudo da Programação Linear Mista:** Realizar uma análise aprofundada e compreensiva da programação linear mista. Esse estudo aprofundado permitirá uma aplicação mais eficiente dessa abordagem na resolução do problema em questão. A compreensão das nuances e aplicações específicas da programação linear mista será essencial para o sucesso desta pesquisa.

- **Desenvolvimento de Modelo Matemático:** Elaborar um método, com robustez e precisão, para que o modelo matemático seja validado. Este modelo será o cerne da pesquisa, refletindo uma representação fiel do problema e incorporando as melhores práticas identificadas na literatura.
- **Validação do Modelo:** Validar do modelo desenvolvido e aplicado para garantir sua confiabilidade e precisão. Essa etapa crítica envolverá a comparação dos resultados obtidos com dados conhecidos ou simulações de referência, ajustando o modelo conforme necessário para garantir sua eficácia.
- **Realização de Testes e Ajustes:** Executar testes extensivos, e refinar os resultados obtidos com base na análise crítica dos dados. Aperfeiçoamentos contínuos serão implementados, garantindo que o modelo esteja alinhado com os objetivos da pesquisa.
- **Elaboração do TCC:** Integrar os resultados e aprendizados na elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Este documento fornecerá uma narrativa coesa e aprofundada de todo o processo de pesquisa, desde o problema inicial até os resultados finais e conclusões.

Dessa forma, cada etapa delineada visa contribuir de maneira substancial para o sucesso do projeto, resultando em descobertas valiosas e avanços significativos na área de estudo.

## 1.7 Estrutura e distribuição dos capítulos do trabalho

No próximo capítulo, mergulharemos profundamente na fundamentação teórica que sustenta este trabalho, detalhando os modelos matemáticos que servem como base para nossas análises. A partir das referências já citadas, daremos continuidade à implementação computacional, onde nos dedicaremos à implementação do modelo de fluxo de potência e suas diversas adaptações, bem como ao desenvolvimento do modelo de seleção otimizada de condutores. Além disso, examinaremos minuciosamente o impacto da geração distribuída no sistema, integrando-a à seleção de condutores para uma abordagem mais abrangente e precisa.

No terceiro capítulo, os resultados obtidos serão minuciosamente apresentados, utilizando tabelas, gráficos e imagens que ilustrarão os sistemas de distribuição de forma representativa. Nesse contexto, realizaremos discussões detalhadas sobre a eficiência do modelo matemático proposto, contextualizando os resultados dentro do escopo do problema investigado.

No quarto capítulo, elaboraremos uma conclusão robusta que abarcará todos os aspectos tratados ao longo deste trabalho de graduação. Consolidaremos os principais achados, destacando suas implicações práticas e possíveis direções para pesquisas futuras.

No quinto capítulo, exploraremos as oportunidades de trabalhos futuros, identificando áreas que demandam maior investigação e propondo possíveis idéias para estudos posteriores. Finalmente, apresentaremos as referências bibliográficas e quaisquer anexos relevantes, encerrando o documento de forma completa e organizada.



## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Resumo capítulo

Nesse capítulo será apresentado os modelos matemáticos do fluxo de potência não linear e sua linearização, assim como também, o modelo para seleção ótima de condutores.

A finalidade aqui é que seja exposto todas as formulas matemáticas utilizadas nesse pesquisa e deixar claro o que significa cada variável e parâmetro utilizado.

### 2.2 Modelo de Fluxo de Potência Não Linear

Para entendermos melhor o sistema de distribuição, teremos o seguinte esquema de variáveis nas barras e linhas:

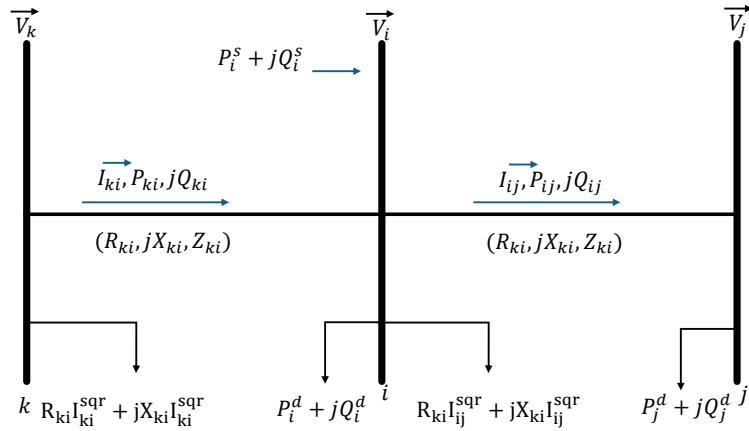


Figura 2 – Sistema de 3 barras.

O fluxo de potência pode ser formulado como um problema de otimização não linear, no qual uma função objetivo é definida sujeita a um conjunto de restrições. De acordo com a Figura 2, podemos expressá-lo da seguinte maneira:

$$\text{minimize} : F_{obj} = k_e \cdot \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} R_{ij} \cdot I_{ij}^2; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.1)$$

onde  $R_{ij}$  é a resistência da linha  $ij$ ,  $I_{ij}$  a corrente da barra i até a j e  $k_e$  é uma variável que relacionada ao custo com perdas de potência ativas. Uma vez definida a função objetivo,

podemos estabelecer as restrições do problema, as quais devem cumprir as duas Leis de Kirchhoff (MOK S. ELANGOAN, 2000): o equilíbrio de potência em cada nó e a queda de tensão em cada ramo do circuito. Podemos então expressar o balanço de potência ativa e reativa como:

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} \cdot I_{ij}) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.2)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} \cdot I_{ij}) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.3)$$

onde  $\Omega_l$  representa o conjunto de todas as linhas e  $\Omega_b$  o conjunto de todas as barras, as variáveis  $P_i^s$  e  $Q_i^s$  sendo as potências ativas e reativas fornecidas pela subestação de distribuição de energia elétrica, as variáveis  $P_{ij}$  potência ativa entre as barras  $i$  e  $j$ ,  $Q_{ij}$  potência reativa entre as barras  $i$  e  $j$ ,  $X_{ij}$  reatância indutiva entre as barras  $i$  e  $j$  e  $I_{ij}$  a corrente entre as barras  $i$  e  $j$ .

A queda de tensão nas barras  $i$  e  $j$  é dada pela equação 2.4

$$V_i^2 - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.4)$$

onde  $V_i^2$  é a tensão ao quadrado da barra  $i$ ,  $V_j^2$  é a tensão ao quadrado da barra  $j$  e  $Z_{ij}^2$  é o quadrado da impedância entre as barras  $i$  e  $j$ .

O fluxo de potência aparente em cada ramo está dado pela equação 2.5

$$I_{ij}^2 V_j^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.5)$$

Limite de corrente nas linhas de rede é dado pela equação 2.6

$$\underline{I}_{ij} < I_{ij} < \overline{I}_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.6)$$

onde  $\underline{I}_{ij}$  corresponde ao limite mínimo de corrente e  $\overline{I}_{ij}$  é limite da corrente máxima da linha  $ij$ .

Limite de tensão nas linhas de rede é dado pela equação 2.7

$$\underline{V}_{ij} < V_{ij} < \overline{V}_{ij}; \forall i \in \Omega_b \quad (2.7)$$

onde  $\underline{V}_{ij}$  corresponde ao limite mínimo de tensão e  $\overline{V}_{ij}$  ao limite máximo.

O modelo apresentado por meio das equações de (2.1 - 2.7) representa um modelo matemático de programação não linear do fluxo de potência pada SDEE.



## 2.3 Modelo de Fluxo de Potência Modificado

O modelo matemático definido pelas equações 2.1 a 2.7 caracteriza-se como um problema de otimização de programação não linear, onde as magnitudes das tensões e correntes estão elevadas ao quadrado, e não há nenhuma equação que as apresente como variáveis simples. Diante desse contexto, é viável efetuar uma substituição de variáveis:

$$V_i^{sqr} = V_i^2 \quad (2.8)$$

$$V_j^{sqr} = V_j^2 \quad (2.9)$$

$$V_{ij}^{sqr} = V_{ij}^2 \quad (2.10)$$

$$I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2 \quad (2.11)$$

Com as variáveis apontadas acima, todas as equações de 2.1 a 2.7 sofrerão alterações. Realizando as substituições, teremos o seguinte modelo matemático dado pelas equações 2.12 - 2.128. Nas equações de 2.12 até 2.17, todas continham a variável  $I_{ij}^2$ , mas agora passarão a ter a variável  $I_{ij}^{sqr}$ . Já as equações 2.15, 2.16 e 2.128 tinham a variável  $V_{ij}^2$ , que será substituída por  $V_{ij}^{sqr}$ :

$$\text{minimize} : F_{obj} = \sum_{\forall ij \in \Omega_l} R_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.12)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.13)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.14)$$

$$V_i^{sqr} - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.15)$$

$$V_{ij}^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.16)$$

$$\underline{I_{ij}^2} < I_{ij}^{sqr} < \overline{I_{ij}^2}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.17)$$

$$\underline{V_{ij}^2} < V_{ij}^{sqr} < \overline{V_{ij}^2}; \forall i \in \Omega_b \quad (2.18)$$

Como pode ser observado na equação 2.5 do fluxo aparente, anteriormente havia uma multiplicação de variáveis ao quadrado no lado esquerdo, representada por  $V_{ij}^2 \cdot I_{ij}^2$ . No entanto, após a aplicação das equações de 2.8 a 2.11, essa multiplicação foi alterada para  $V_{ij}^{sqr} \cdot I_{ij}^{sqr}$ , conforme apresentado na equação 2.16. Mas seu lado esquerdo ainda é composto pelos parâmetros  $P_{ij}^2$  e  $Q_{ij}^2$  e nas equações de limite de corrente 2.17 e limite de tensão 2.128, os quais serão tratados na seção seguinte. Ou seja, essas equações citadas acima sofrerão por linearizações na próxima seção.

## 2.4 Modelo de Fluxo de Potência Linear

Neste módulo, focaremos na linearização e discretização das variáveis elevadas ao quadrado, essenciais para análise e planejamento do sistema de fluxo de potência. Linearizar variáveis binárias com contínuas simplifica o modelo matemático para processamento computacional e estabiliza variáveis instáveis.

Podemos observar na equação 2.16 que ainda não foi linearizada, portanto seu lado esquerdo passará a ser escrito como:

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = (\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V) I_{ij}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.19)$$

onde S é o número de discretizações do quadrado da tensão. Nessa técnica de linearização utiliza-se o ponto médio do primeiro intervalo de discretização do quadrado da magnitude da tensão, o qual é multiplicado pelo quadrado da magnitude do fluxo de corrente.

Para definir os limites de tensões em cada nó:

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \Delta^{-V}) \leq V_j^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \Delta^{-V}) + \Delta^{-V}; \forall j \in \Omega_b \quad (2.20)$$

onde  $x_{j,s}$  é a variável binária utilizada na discretização de  $V_j^{sqr}$ , podendo selecionar quais segmentos dessa discretização serão ativados. Com isso, será necessário definir suas restrições:

$$x_{j,s} \leq x_{j,s-1}; \forall j \in \Omega_b, s = 2..S \quad (2.21)$$

$$x_{j,s} \in \{0, 1\}; \forall j \in \Omega_b, s = 1..S \quad (2.22)$$

garantindo assim que  $x_j^{s-1}$  será sempre maior que  $x_{j,s}$  devida a ordem sequencial de valores binários.

Já a variável  $P_{j,s}^c$  será restita como:

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} - P_{j,s}^c \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} (1 - x_{j,s}); \forall j \in \Omega_b, s = 1..S \quad (2.23)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} x_{j,s} \quad (2.24)$$

Após toda essa linearização para o lado esquerdo da equação 2.16, partiremos para o lado direito dela:

Portanto, para linearizarmos  $P_{ij}^2$ , seguiremos da seguinte forma:

$$P_{ij}^2 = \sum_{y=1}^Y m_{i,j,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.25)$$

$$P_{ij} = \sum_{y=1}^Y \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.26)$$

Onde as equações 2.25 - 2.26 demonstram que a potência ativa é a soma dos valores em cada bloco de discretização. E  $m_{i,j,y}^s$  é a pendente da linha reta.

Já para a linearização de  $Q_{ij}^2$ , seguiremos analogamente:

$$Q_{ij}^2 = \sum_{y=1}^Y m_{i,j,y}^s \cdot \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.27)$$

$$Q_{ij} = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.28)$$

O grupo de equações a seguir representa algumas restrições para a potência ativa e reativa linearizada. As primeiras equações (2.51) e (2.54) demonstram que a potência é a soma dos valores em cada bloco de discretização, e esse cálculo é feito com o auxílio de novas variáveis  $P_{ij}^+$ ,  $P_{ij}^-$ ,  $Q_{ij}^+$  e  $Q_{ij}^-$  que são variáveis não negativas, definidas pelas equações 2.57. Essas variáveis permitem a modelagem da potência em diferentes direções ao longo do conjunto de linhas  $\Omega_l$ . Além disso, as equações 2.55 e 2.56 trazem a variável  $S_{ij}$  como um limite superior para cada bloco do fluxo de potência ativa em cada ramo  $ij$ .

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.29)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.30)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.31)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.32)$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.33)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.34)$$

$$0 \leq P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^-; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.35)$$

Para a pendente da linha reta, utilizaremos:

$$m_{i,j,y}^s = (2y - 1) \cdot \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.36)$$

onde  $\overline{\Delta S_{ij}}$  é o valor máximo de cada um dos elementos discretos, descrito por:

$$\overline{\Delta S_{ij}} = \frac{P}{Y} \quad (2.37)$$

Por fim, a equação 2.16 linearizada do fluxo de potência aparente, será dada por:

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{\Delta V}{2}\right) \cdot I_{ij}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c = \sum_{y=1}^Y m_{i,j,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y} + \sum_{y=1}^Y m_{i,j,y}^s \cdot \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.38)$$

Após realizar as linearizações necessárias, o modelo de fluxo de potência linearizado pode ser escrito pelas equações 2.39 - 2.61:

$$\text{minimize} : F_{obj} = \sum R_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.39)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.40)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} \cdot I_{ij}^{sqr}) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.41)$$

$$V_i^{sqr} - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.42)$$

$$(\underline{V}^2 + \frac{\Delta V}{2}) \cdot I_{ij}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c = \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y} + \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.43)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \Delta^{-V}) \leq V_j^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \Delta^{-V}) + \Delta^{-V}; \forall j \in \Omega_b \quad (2.44)$$

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} - P_{j,s}^c \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} (1 - x_{j,s}); \forall j \in \Omega_b, s = 1..S \quad (2.45)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \overline{\Delta}^V I_{ij}^{sqr} x_{j,s} \quad (2.46)$$

$$P_{ij}^2 = \sum_{y=1}^Y m_{i,j,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.47)$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.48)$$

$$Q_{ij} = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.49)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.50)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.51)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.52)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.53)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.54)$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.55)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.56)$$

$$0 \leq P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^-; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.57)$$

$$m_{i,j,y}^s = (2y - 1) \cdot \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.58)$$

$$\overline{\Delta S_{ij}} = \frac{P}{Y} \quad (2.59)$$

$$\underline{I_{ij}^2} < I_{ij}^{sqr} < \overline{I_{ij}^2}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.60)$$

$$\underline{V_{ij}^2} < V_i^{sqr} < \overline{V_{ij}^2}; \forall i \in \Omega_b \quad (2.61)$$

$$x_{j,s} \leq x_{j,s} - 1; \forall j \in \Omega_b, s = 2..S \quad (2.62)$$

$$x_{j,s} \in (1, 0); \forall j \in \Omega_b, s = 1..S \quad (2.63)$$

## 2.5 Modelo de Seleção Ótima de Condutores

Para o modelo de seleção ótima de condutores (SOC), o modelo de três barras deverá ser alterado, a resistência das linhas  $R_{ij}$  não será mais uma constante, passará a ser agora uma variável que depende de uma tabela de condutores que contém a resistência do tipo de cabo, dependerá da distância entre duas barras e também de uma variável binária na qual definirá qual é o condutor escolhido. A resistência agora será representada por  $l_{ij} \cdot R_c \cdot W_{ij,c}$ .

A reatância das linhas  $X_{ij}$  passará pelo mesmo processo descrito anteriormente, onde dependerá da mesma tabela de condutores, da distância entre as barras e da mesma variável binária que decide qual o condutor utilizado, sendo representada por  $l_{ij} \cdot X_c \cdot W_{ij,c}$ .

Para exemplificar as mudanças, a figura 3, foi devidamente modificada com as novas variáveis no lugar dos parâmetros anteriormente mencionados.

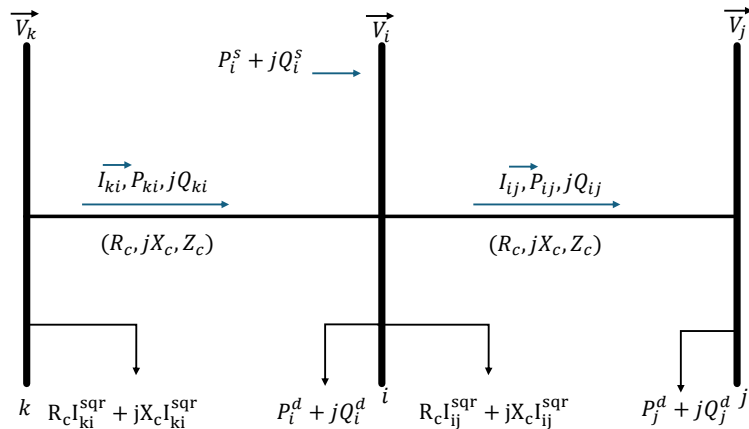


Figura 3 – Sistema de 3 barras.

### 2.5.1 Modelo não Linear

Nas equações seguintes será implementado o modelo matemático não linear para a solução ótima do condutor. A função objetivo terá agora uma proposta de redução de custos do sistema, portanto a equação 2.12 agora, será dada por:

$$f = f_1 + f_2 \quad (2.64)$$

onde  $f_1$  representa o custo da perda de energia anual e  $f_2$  o custo anual do condutor selecionado. A função  $f_1$  será representada por:

$$f_1 = (K_p + (K_e \cdot T \cdot LSF)) \cdot \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} l_{ij} \cdot R_c \cdot W_{ij,c} I_{ij}^{sqr}; \quad (2.65)$$

onde  $K_p$  e  $K_e$  representam a demanda anual de tensão e a demanda anual de custo,  $T$  o número de horas por ano,  $LSF$  o fator de perda do sistema,  $\Omega_l$  o conjunto de ramos,  $\Omega_c$  a lista de condutores disponíveis,  $l_{ij}$  a distância dos nós,  $R_c$  a resistência dos condutores,  $W_{ij}$  uma variável binária que contém a decisão do condutor e  $I_{ij}^{sqr}$  representa a magnitude da corrente ao quadrado.

Já a  $f_2$  é dada por:

$$f_2 = \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} IDF \cdot S_c \cdot C_c \cdot l_{ij} \cdot W_{ij,c}; \quad (2.66)$$

onde  $IDF$  é o fator de interesse associado a seleção do condutor,  $S_c$  a área do condutor em  $mm^2$ ,  $C_c$  o custo do condutor em relação a sua área e finalmente  $W_{ij,c}$  é a variável binária que indica o condutor escolhido.

Para a sequência do modelo, em toda equação onde se tinha a constante de resistência do condutor, agora será dada por uma variável determinada por outra variável binária, como está no balanço de potência ativa e reativa respectivamente:

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} (P_{ij} + l_{ij} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot W_{ij,c} \cdot I_{ij}^{sqr})) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.67)$$

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} (Q_{ij} + l_{ij} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (X_c \cdot W_{ij,c} \cdot I_{ij}^{sqr})) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.68)$$

Onde, agora, tanto a resistência quanto a reatância são representadas por uma multiplicação envolvendo a variável de decisão e a distância das barras.

A queda de tensão nas barras também precisará ser manipulada:

$$V_i^{sqr} - 2 \cdot l_{ij} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot W_{ij,c} \cdot P_{ij} + X_{ij} \cdot W_{ij,c} \cdot Q_{ij}) - \sum_{\forall c \in \Omega_c} l_{ij}^2 \cdot Z_c^2 \cdot W_{ij,c} \cdot I_{ij}^2 - V_j^2 = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.69)$$

As restrições, dadas pelas equações 2.23 e 2.24, de  $P_{j,s}^c$  também será manipulada da seguinte forma:

$$0 \leq \Delta V \cdot I_{ij}^{sqr} - P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I_c^2} \cdot W_{ij,c} \cdot (1 - x_{ij,s}); \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.70)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I_c^2} \cdot W_{ij,c} \cdot x_{ij,s}; \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.71)$$

Limite de corrente na linha  $i - j$  agora dependendo também da variável de decisão do condutor:

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \sum_{c \in \Omega_c} \bar{I}_c^2 \cdot W_{ij,c}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.72)$$

E finalmente, a restrição seguinte indica que apenas um condutor pode ser selecionado por linha:

$$\sum_{c \in \Omega_c} W_{ij,c} \leq 1; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.73)$$

Com esse modelo matemático apresentado acima, a seleção ótima de condutores pode ser implementada em um software matemático, como por exemplo o AMPL.

Contudo, esse modelo não nos trará os resultados desejados, visto que suas equações não estão linearizadas, com muitas equações onde temos multiplicação de variáveis binárias com variáveis contínuas. Então para a solução do problema de seleção ótima de condutores, será apresentado sua linearização a seguir.

### 2.5.2 Linearizações

Na equação 2.65 da função objetivo, existe uma multiplicação de uma variável contínua por uma binária, dada por  $W_{ij,c} \cdot I_{ij}^{sqr}$ , a variável de decisão do condutor e a corrente na linha, portanto a nova  $f_1$  será reformulada como:

$$f_1 = (K_p + (K_e \cdot T \cdot LSF)) \cdot \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} l_{ij} \cdot R_c \cdot \phi_{ij,c} \quad (2.74)$$

onde aplicamos a substituição:

$$\phi_{ij,c} = W_{ij,c} \cdot I_{ij}^{sqr} \quad (2.75)$$

E, por conseguinte, a linearização da variável  $\phi_{ij,c}$  o método "big-M" será implementado, onde " $M_1$ " representa um número suficientemente grande:

$$0 \leq -\phi_{ij,c} + I_{ij}^{sqr} \leq M_1 \cdot (1 - W_{ij,c}) \quad (2.76)$$

$$0 \leq \phi_{ij,c} \leq M_1 \cdot W_{ij,c} \quad (2.77)$$

Nas equações de balanço de potencia ativa 2.67 e reativa 2.68 também trabalhamos com as mesmas linearizações, respectivamente:

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} ((P_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.78)$$

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \rightarrow \Omega_l} ((Q_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.79)$$

Ainda na equação do perfil de tensão existe a multiplicação da variável binária decisora do condutor selecionado com as variáveis contínuas que representam as potências ativas e reativas, as quais serão reformuladas para:

$$V_i^{sqr} - 2 \cdot l_{ij} \cdot \left( \sum_{\forall c \in \Omega_c} R_c \cdot \beta_{ij,c} + \sum_{\forall c \in \Omega_c} X_c \cdot \delta_{ij,c} \right) - \sum_{\forall c \in \Omega_c} Z_c^2 \cdot I_{ij}^2 \cdot \phi_{ij,c} - V_j^{sqr} = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.80)$$

portanto o método do "big-M" será utilizado também:

$$0 \leq -\beta_{ij,c} + P_{ij}^{sqr} \leq M_2 \cdot (1 - W_{ij,c}) \quad (2.81)$$

$$0 \leq -\beta_{ij,c} \leq M_2 \cdot W_{ij,c} \quad (2.82)$$

$$0 \leq -\delta_{ij,c} + Q_{ij}^{sqr} \leq M_3 \cdot (1 - W_{ij,c}) \quad (2.83)$$

$$0 \leq -\delta_{ij,c} \leq M_3 \cdot W_{ij,c} \quad (2.84)$$

Finalmente chegamos nas últimas equações do modelo que ainda são compostas pela multiplicação de variável binária por outra binária, as equações 2.70 e 2.71. Nesse caso iremos substituí-las por apenas uma variável binária:

$$A_{ij,c,s} = W_{ij,c} \cdot x_{j,c} \quad (2.85)$$

Sendo que ela será representada por:

$$0 \leq A_{ij,c,s} \leq W_{ij,c} \quad (2.86)$$

$$0 \leq A_{ij,c,s} \leq x_{j,c} \quad (2.87)$$

$$W_{ij,c} \cdot x_{j,c} - 1 \leq A_{ij,c,s} \leq 1 \quad (2.88)$$

Com isso, agora o modelo de fluxo de potência com a seleção ótima de condutores, é dado por:

$$f = f_1 + f_2 \quad (2.89)$$

$$f_1 = (K_p + (K_e \cdot T \cdot LSF)) \cdot \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} l_{ij} \cdot R_c \cdot \phi_{ij,c} \quad (2.90)$$

$$f_2 = \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} IDF \cdot S_c \cdot C_c \cdot l_{ij} \cdot W_{ij,c}; \quad (2.91)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} (P_{ij} + l_{ij} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + P_i^s = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.92)$$

$$\sum_{\forall ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + l_{ij} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (X_c \cdot \phi_{ij,c})) + Q_i^s = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.93)$$

$$V_i^{sqr} - 2 \cdot l_{ij} \cdot \left( \sum_{\forall c \in \Omega_c} R_c \cdot \beta_{ij,c} + \sum_{\forall c \in \Omega_c} X_c \cdot \delta_{ij,c} \right) - \sum_{\forall c \in \Omega_c} Z_c^2 \cdot I_{ij}^2 \cdot \phi_{ij,c} - V_j^{sqr} = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.94)$$



$$(\underline{V}^2 + \frac{\Delta V}{2}) \cdot I_{ij}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c = \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y} + \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.95)$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I}_c^2 \cdot W_{ij,c}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.96)$$

$$\underline{V}_{ij}^2 < V_i^{sqr} < \overline{V}_{ij}^2; \forall i \in \Omega_b \quad (2.97)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (\Delta V \cdot x_{ij,s}) \leq V_j^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (\Delta V \cdot x_{ij,s}) + \Delta V; \forall j \in \Omega_b \quad (2.98)$$

$$0 \leq \Delta V \cdot I_{ij}^{sqr} - P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I}_c^2 \cdot W_{ij,c} \cdot (1 - x_{ij,s}); \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.99)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I}_c^2 \cdot A_{ij,c,s}; \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.100)$$

$$x_{j,s} \leq x_{j,s-1} \forall i \in \Omega_b, \forall s \in 2..S \quad (2.101)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.102)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.103)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.104)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.105)$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y} \leq \overline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.106)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y} \leq \underline{\Delta S_{ij}}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.107)$$

$$0 \leq P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^-; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.108)$$

$$\sum_{c \in \Omega_c} W_{ij,c} \leq 1; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.109)$$

## 2.6 Modelo com geração distribuída no sistema

Para uma boa fidelidade aos sistemas de distribuição atuais, será adicionado a geração distribuída nesse modelo também. (PAREJA; LÓPEZ-LEZAMA; CARMONA, 2022)

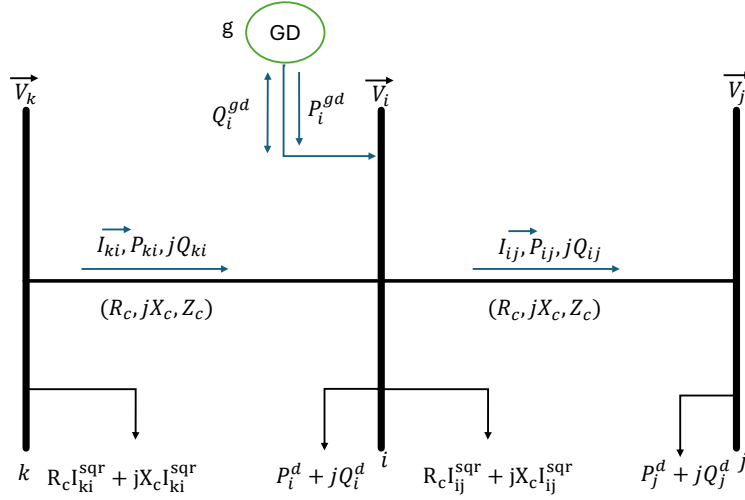


Figura 4 – Sistema de 3 barras com geração distribuída.

Para esse problema, nenhuma das variáveis ou parâmetros anteriormente serão alterados, o que acontecerá é que adicionaremos o custo para ser minimizado na função objetivo:

$$\text{minimize} : f = f_1 + f_2 + C_{gd} \quad (2.110)$$

onde  $C_{gd}$  representa o custo da instalação dos sistemas de geração distribuídas. Então, como visto na imagem 4, nos balanços de potência ativa e reativas as novas variáveis serão levadas em consideração:

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} ((P_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + P_i^s + P_{i,g}^{GD} = P_i^d, \forall i \in \Omega_b \quad (2.111)$$

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} ((Q_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + Q_i^s + Q_{i,g}^{gd} = Q_i^d, \forall i \in \Omega_b \quad (2.112)$$

Onde  $P_{i,g}^{GD}$  representa a inserção de potência ativa devida a geração distribuída.

$$\underline{P}_{i,g}^{GD} \cdot W_{i,g}^{GD} \leq P_{i,g}^{GD} \leq \overline{P}_{i,g}^{GD} \cdot W_{i,g}^{GD}, \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.113)$$

representando  $\Omega_g$  como o novo conjunto dos tipos de GD disponíveis. E também  $W_{i,g}^{GD}$  é a variável binária que indica se há a instalação de geração distribuída ou não.

Também são declarados os limites da potência reativa (em kVar) representados por esse grupo de equações a seguir. A equação 2.141 garante que a potência reativa injetada  $Q_{dg,i,g}$  não ultrapasse o limite definido pelo fator de potência  $\varphi_g$  da GD.

$$Q_{i,g}^{dg} \leq P_{i,g}^{dg} \cdot \tan(\arccos(\varphi_g)); \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.114)$$

$$\underline{Q}_{i,g}^{GD} \leq Q_{i,g}^{GD} \leq \overline{P}_{i,g}^{GD}; \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.115)$$

O limite para a potência aparente é então definido com base nas potências ativa e reativa já limitadas, garantindo que não ultrapasse a capacidade nominal da geração distribuída.

$$(P_{i,g}^{GD})^2 + (Q_{i,g}^{GD})^2 \leq (S_{i,g}^{GD})^2; \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.116)$$

Definiremos então um limite de barras que desejamos que aja a geração distribuída, dada pelo parâmetro  $N_{sist}^{gd}$ :

$$\sum_{\forall i \in \Omega_b} \sum_{\forall g \in \Omega_g} W_{i,g}^{gd} \leq N_{sist}^{gd} \quad (2.117)$$

restringindo também  $W_{i,g}^{gd}$ :

$$\sum_{\forall g \in \Omega_g} W_{i,g}^{gd} \leq 1; \quad (2.118)$$

$$W_{i,g}^{gd} \in [1, 0] \quad (2.119)$$

Por fim, reescrevendo o modelo matemático da seleção de condutores com a geração distribuída e adicionando o custo da geração distribuída na nossa função objetivo:

$$\text{minimize} : f = f_1 + f_2 + CGD \quad (2.120)$$

$$f_1 = (K_p + (K_e \cdot T \cdot LSF)) \cdot \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} l_{ij} \cdot R_c \cdot \phi_{ij,c} \quad (2.121)$$

$$f_2 = \sum_{\forall ij \in \Omega_l} \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} IDF \cdot S_c \cdot C_c \cdot l_{ij} \cdot W_{ij,c}; \quad (2.122)$$

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} P_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} ((P_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (R_c \cdot \phi_{ij,c})) + P_i^s + P_{ic,g}^{GD} = P_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.123)$$

$$\sum_{\forall ki \rightarrow \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{\forall ij \in \Omega_l} ((Q_{ij} + l_{ij}) \cdot \sum_{\forall c \in \Omega_c} (X_c \cdot \phi_{ij,c})) + Q_i^s + Q_{ic,g}^{GD} = Q_i^d; \forall i \in \Omega_b \quad (2.124)$$

$$(\underline{V}^2 + \frac{\Delta V}{2}) \cdot I_{ij}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c = \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta P_{ij,y} + \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s \cdot \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.125)$$

$$V_i^{sqr} - 2 \cdot l_{ij} \cdot (\sum_{\forall c \in \Omega_c} R_c \cdot \beta_{ij,c} + \sum_{\forall c \in \Omega_c} X_c \cdot \delta_{ij,c}) - \sum_{\forall c \in \Omega_c} Z_c^2 \cdot I_{ij}^2 \cdot \phi_{ij,c} - V_j^{sqr} = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.126)$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \sum_{c \in \Omega_c} \overline{I}_c^2 \cdot W_{ij,c}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.127)$$

$$\underline{V}_{ij}^2 < V_i^{sqr} < \overline{V}_{ij}^2; \forall i \in \Omega_b \quad (2.128)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (\Delta V \cdot x_{ij,s}) \leq V_j^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (\Delta V \cdot x_{ij,s}) + \Delta V; \forall j \in \Omega_b \quad (2.129)$$

$$0 \leq \Delta V \cdot I_{ij}^{sqr} - P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \bar{I}_c^2 \cdot W_{ij,c} \cdot (1 - x_{ij,s}); \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.130)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \Delta V \cdot \sum_{c \in \Omega_c} \bar{I}_c^2 \cdot W_{ij,c} \cdot x_{ij,s}; \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in 1..S \quad (2.131)$$

$$x_{j,s} \leq x_{j,s-1} \forall i \in \Omega_b, \forall s \in 2..S \quad (2.132)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.133)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.134)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta P_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.135)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta Q_{ij,y}; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.136)$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y} \leq \Delta \bar{S}_{ij}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.137)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y} \leq \Delta \underline{S}_{ij}; \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in 1..Y \quad (2.138)$$

$$0 \leq P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^-; \forall ij \in \Omega_l \quad (2.139)$$

$$\underline{P}_{i,g}^{GD} \cdot W_{i,g}^{GD} \leq P_{i,g}^{GD} \leq \bar{P}_{i,g}^{GD} \cdot W_{i,g}^{GD}; \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.140)$$

$$Q_{i,g}^{dg} \leq P_{i,g}^{dg} \cdot \tan(\arccos(\varphi_g)); \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.141)$$

$$\underline{Q}_{i,g}^{GD} \leq Q_{i,g}^{GD} \leq \bar{P}_{i,g}^{GD}; \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.142)$$

$$(P_{i,g}^{GD})^2 + (Q_{i,g}^{GD})^2 \leq (S_{i,g}^{GD})^2; \forall i \in \Omega_b, \forall g \in \Omega_g \quad (2.143)$$

$$\sum_{g \in \Omega_g} W_{i,g}^{gd} \leq 1; \quad (2.144)$$

$$W_{i,g}^{gd} \in [1, 0] \quad (2.145)$$

## 2.7 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados todos os modelos matemáticos utilizados. Primeiramente, o modelo de fluxo de potência foi introduzido como o ponto de partida, sendo um conceito discutido desde o século passado, conforme discutido em (CHEN et al., 1991), publicado em 1991. Após contextualizarmos com o modelo base, foram feitas algumas alterações em variáveis, como mostrado em 2.25 até 2.26. Para aprimorar ainda mais o modelo matemático, foram apresentadas linearizações, especialmente na equação 2.16, que inicialmente era composta exclusivamente por multiplicações de variáveis contínuas, otimizada e posteriormente discretizada.

Em seguida, apresentamos o modelo de seleção ótima de condutores, o cerne deste trabalho de conclusão de curso (TCC). Neste capítulo, foram detalhadas todas as mudanças relacionadas às resistências e indutâncias do sistema de distribuição de energia, bem como a adição de linearizações de variáveis contínuas multiplicadas por variáveis binárias.

Por fim, introduzimos a geração distribuída no sistema, com injeções de potência ativa e reativa nas equações 2.78 e 2.79, respectivamente.

Resumindo, todos os modelos matemáticos abordados neste estudo sobre seleção ótima de condutores foram apresentados. Na próxima seção, serão discutidos os resultados da aplicação dos métodos matemáticos em vários sistemas de distribuição de energia elétrica.



## 3 Resultados

---

### 3.1 Resumo

No presente capítulo será apresenta todos os resultados obtidos com a aplicação do modelo matemático proposto. Nele apresentaremos os sistemas utilizados, tabelas de condutores e por fim seus resultaos, comparando seus perfis de tensão, perdas, entre outros resultados, assim tiraremos conclusoes sobre o trabalho feito nesse TCC.

Para solucionar o modelo proposto utilizaremos o software AMPL utilizando o oacote de software de otimização CPLEX. O computador que processará as simulações tem uma CPU Intel Core i7 de 2ª geração, memória de 5gb e HDD de 24 GB/SSD.

Serão apresentados resultados das simulações em três casos, o primeiro será o fluxo de potência, em seguida a seleção ótima de condutores e por fim a seleção ótima de condutores considerando a geração distribuída no sistema.

### 3.2 Condutores

Para a seleção ótima de condutores foram selecionados 13 condutores com resistências e custos distintos. Na primeira coluna está numerado o tipo de condutor para melhor análise nos resultados, logo após tem a resistência do material utilizado ( $R_c$ ), sua indutância ( $X_c$ ), sua corrente máxima ( $I_{max}$ ), o custo do condutor em relação sua área e o km e por fim a área da seção do condutor.

Tabela 1 – Tipo de condutor

<b>Tipo condutor</b>	<b>R</b> [ $\Omega/km$ ]	<b>X</b> [ $\Omega/km$ ]	<b>I<sub>max</sub></b> [A]	<b>Custo</b> [R\$ / ( $mm^2 \cdot km$ )]	<b>Area</b> [ $mm^2$ ]
1	0.2128	0.30747	760	692.2315	400.00
2	0.2128	0.30747	546	415.3389	240.00
3	0.5424	0.78370	440	271.5282	156.90
4	0.6803	0.98290	380	216.4967	125.10
5	0.7220	1.06880	330	171.8636	99.31
6	0.7741	1.10700	245	108.0582	62.44
7	0.8570	1.16640	215	85.62990	49.48
8	0.9361	1.25330	135	42.76160	24.71
9	0.9746	1.33220	105	105.0000	15.52
10	0.9920	1.35000	81	81.00000	13.44
11	1.1270	1.51740	70	70.00000	10.48
12	1.2620	1.73340	48	25.04710	9.71
13	1.4336	2.52260	31	26.85860	8.52

Com todos esses parâmetros, já é possível realizar os cálculos.

### 3.3 Sistemas trabalhados

O sistema de distribuição de energia elétrica composto de 69 barras é operado com uma tensão nominal de 12,66kV e uma demanda total de  $(3802,19 + j2694,6)\text{kVA}$ .

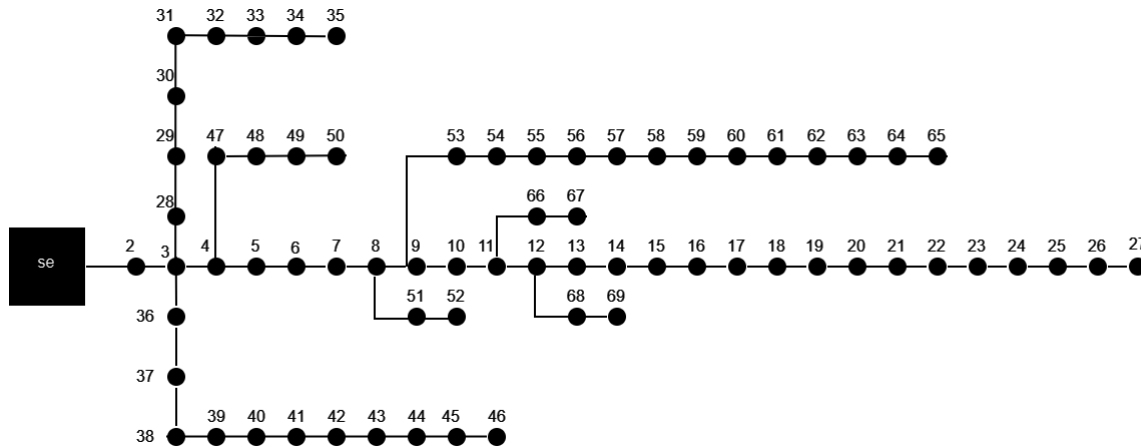


Figura 5 – Sistema radial de 69 barras

O sistema de distribuição de energia elétrica composto de 85 barras é operado com uma tensão nominal de 11kV e uma demanda total de  $(2570,28 + j2622,21)\text{kVA}$ .

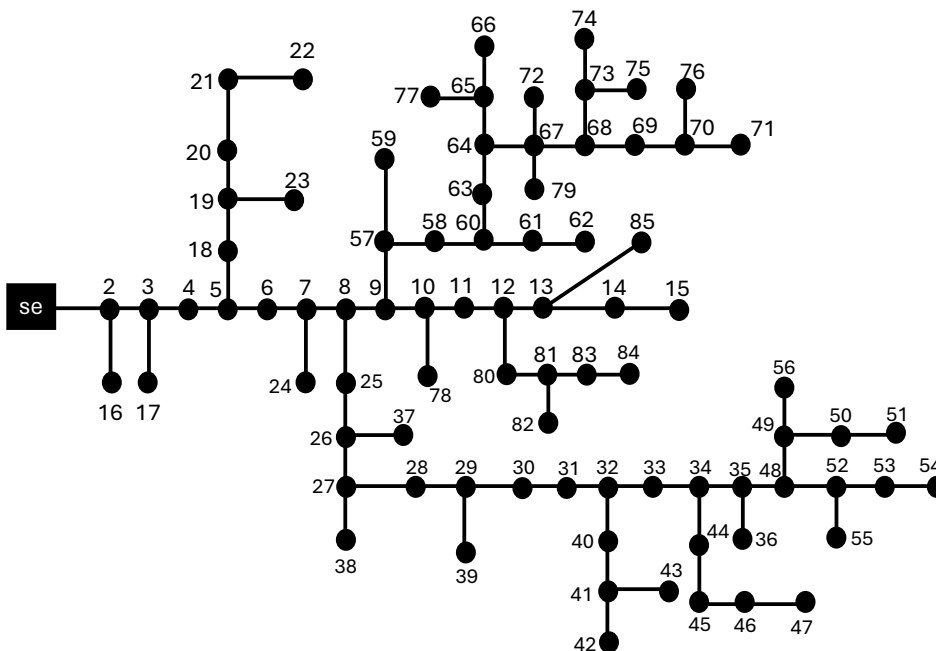


Figura 6 – Sistema radial de 85 barras



## 3.4 Resultados

### 3.4.1 Simulação do sistema de 69 barras

No sistema inicial, de 69 barras da figura 5, (antes da seleção ótima) havia uma perda de potência ativa de 237,99Kw e uma tensão mínima de 0,8266 Vpu, ou seja, podemos ver que tinham números relevantes na questão da perda e do perfil de tensão. Portanto, pretendemos melhorar esses valores, para isso usaremos a tabela abaixo como os parâmetros da função objetivo:

Tabela 2 – Parâmetros da função objetivo para o sistema de 69 barras

Parameter	Value
kp [\$ kW]	1.04
Ke [\$ kWh]	0.012
i [%]	8
n [anos]	20
LSF	0.2
T [hour]	8760
IDF	0.1

Definidos os parâmetros iniciais, agora vem o problema em si sendo resolvido. Nesse sistema, o modelo matemático selecionará os condutores da tabela 1 e testará todos em conjunto em cada ramo do sistema radial, obtendo assim a melhor solução que satisfaça a função objetivo.

Na tabela 3, são representados quais condutores são utilizados em quais ramos do sistema, pudemos ver uma predominância do condutor de número 8, isso porque ele tem um baixo custo e não tem uma resistência tão alta quanto os demais. Mas ainda assim dispondo de outros tipos de condutores, isso se dá pelo motivo que o modelo matemático leva vários parâmetros em consideração, e na simulação foram selecionados os que teriam uma menor perda junto com um menor custo.

Tabela 3 – Condutores sistema de 69 barras

Número da linha	Tipo do condutor no SOC
1-11, 47-49, 53-61	2
12-17, 50, 62-64	4
18	6
19-26, 28-34, 36-46, 51, 65-69	8
27, 35, 52	12

Já quando analisamos o sistema com a geração distribuída, vemos uma diversificação bem maior nos condutores, como está na tabela 4:

Tabela 4 – Condutores sistema de 69 barras

Número da linha	Tipo do condutor no SOC
1-5, 7-8, 54, 61	2
50, 53, 57, 59, 60	4
48	5
10, 18, 47, 49, 55, 58	6
6, 9, 12-13, 15, 19-24, 28, 29, 31, 33, 34, 36-41, 43-46, 51, 62, 64-69	8
17, 30	9
14, 16, 25, 26, 56	10
32, 42	11
27, 35, 52, 63	12

A figura 7 ilustra com cores como ficaram as disposições dos condutores no sistema, observamos uma boa heterogenia dos condutores em todo o sistema.

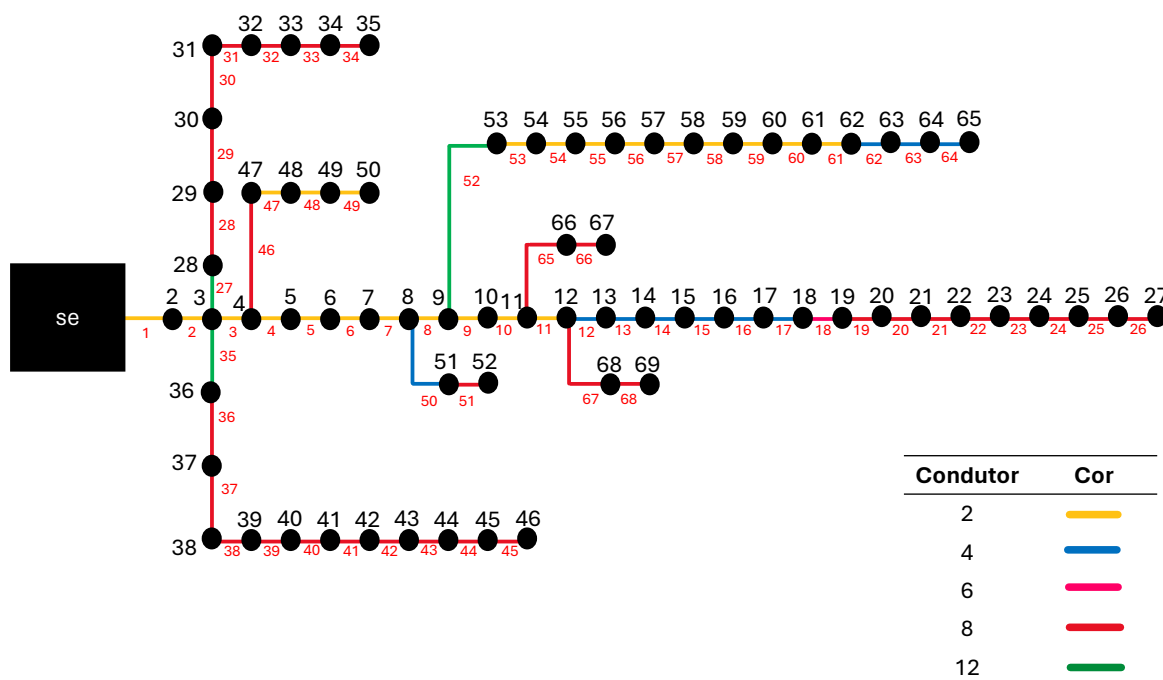


Figura 7 – Seleção ótima de condutores para 69 barras

Analisando a tabela 5, observamos uma redução significativa diminuição na perda de potência ativa à medida que os testes foram sendo conduzidos. Essa redução foi dada em 56% na simulação com SOC e alcançando uma redução ainda mais acentuada de 81% após a implementação da geração distribuída. Essa redução nas perdas também se refletiu diretamente nos custos associados, diminuindo na mesma proporção.

No entanto, em relação ao custo dos condutores, observamos um cenário inverso. Os custos aumentaram à medida que aumentamos a complexidade do sistema. No entanto, ao analisar o custo total do sistema, constatamos uma economia anual de 25%. Já no

sistema em que consideramos a geração distribuída temos um custo mais elevado devido as geradoras, porém seu nível de tensão é extremamente melhorado.

Tabela 5 – Resultdos sistema de 69 barras

Descrição	Sistema inicial	SOC	GD
Tensão mínima [p.u]	0,8266	0,9774	0,9882
Perda de potência ativa [Kw]	237,99	104,7402	47,0717
Custo da perda de potência ativa [R\$]	26.932,79	11.765,19	5.287,41
Custo do condutor [R\$/ano]	5476,32	12.612,02	18.286,12
Custo da GD [R\$]	-	-	15317,40
Custo total [R\$/ano]	32.409,11	24.377,23	38.890,93

A figura 8 apresenta os níveis de tensão ao longo do sistema, é nítido uma melhora após aplicada a SOC.

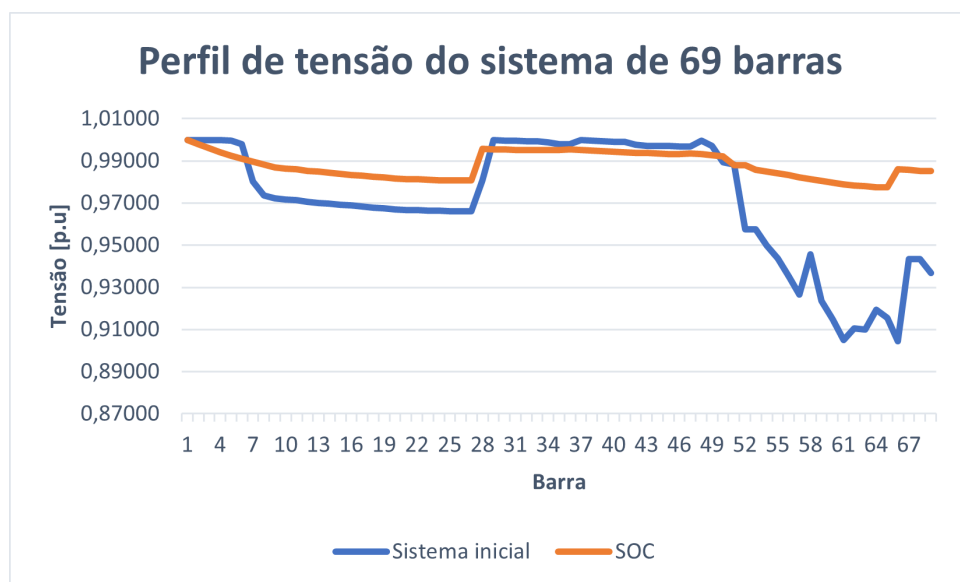


Figura 8 – Perfil de tensão sistema de 69 barras

No gráfico abaixo foi feita a simulação de sistema com a inserção de geração distribuída em 10% das barras do sistema aleatoriamente e também com 20% do sistema:

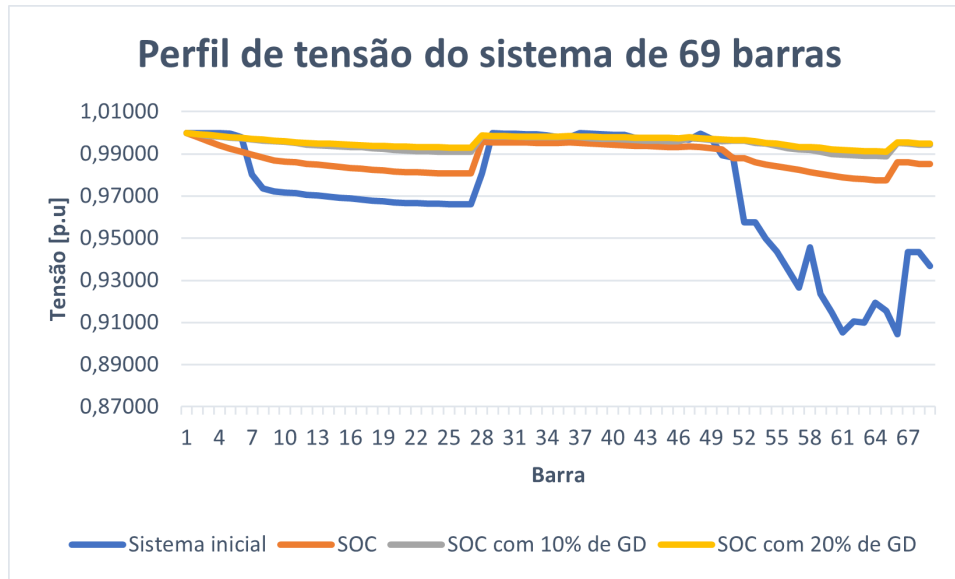


Figura 9 – Perfil de tensão sistema de 69 barras com geração distribuída

### 3.4.2 Simulação do sistema de 85 barras

No sistema inicial, de 85 barras da figura 6, (antes da seleção ótima) havia uma perda de potência ativa de 259,32Kw e uma tensão mínima de 0,8154 p.u., ou seja, podemos ver que tinham números relevantes na questão da perda e do perfil de tensão. Portanto, pretendemos melhorar esses valores, para isso usaremos a tabela abaixo como os parâmetros da função objetivo:

Tabela 6 – Parâmetros da função objetivo para o sistema de 85 barras

Parameter	Value
$k_p$ [Rs/kW]	4000
$K_e$ [Rs/kWh]	5
LSF	0.2
$T$ [hours]	8760
$i$ [%]	8
$n$ [year]	25
IDF	0.1
$K_f$	1000

Definidos os parâmetros iniciais, agora vem o problema em si sendo resolvido. Nesse sistema, o modelo matemático selecionará os condutores da tabela 1 e testará todos em conjunto em cada ramo do sistema radial, obtendo assim a melhor solução que satisfaça a função objetivo.

Na tabela 7, são representados quais condutores são utilizados em quais ramos do sistema, podemos ver novamente uma predominância do condutor de número 8, dados os mesmos motivos do sistema anterior.

Tabela 7 – Condutores sistema de 85 barras

Número da barra	Tipo do condutor
1-10, 25-34, 57-58, 60, 63-64, 67	2
11-12, 18-19, 35, 48, 68	4
13, 20, 40, 44, 49, 52, 61, 69, 80-81	6
14-16, 21-24, 36-39, 41-43, 45-47, 50-51, 53-56, 59, 62, 65-66, 70-79, 82-83	8
84	10

Quando analisamos a tabela 8 vimos que quando adicionada a geração distribuída no sistema de 85 barras, precisou-se de condutores com maior capacidade de corrente:

Tabela 8 – Condutores sistema de 85 barras

Número da barra	Tipo do condutor
1-10, 12-17, 20-25, 28, 30-33, 36-47, 50, 51, 53-56, 59, 61, 62, 65-67, 69-85	1
19, 26, 27, 34, 49, 52, 57, 64, 68	2
18, 29, 48, 60	3
11, 35, 58, 63	4

A figura 10 representa visualmente como ficou o sistema após aplicada a seleção ótima de condutores:

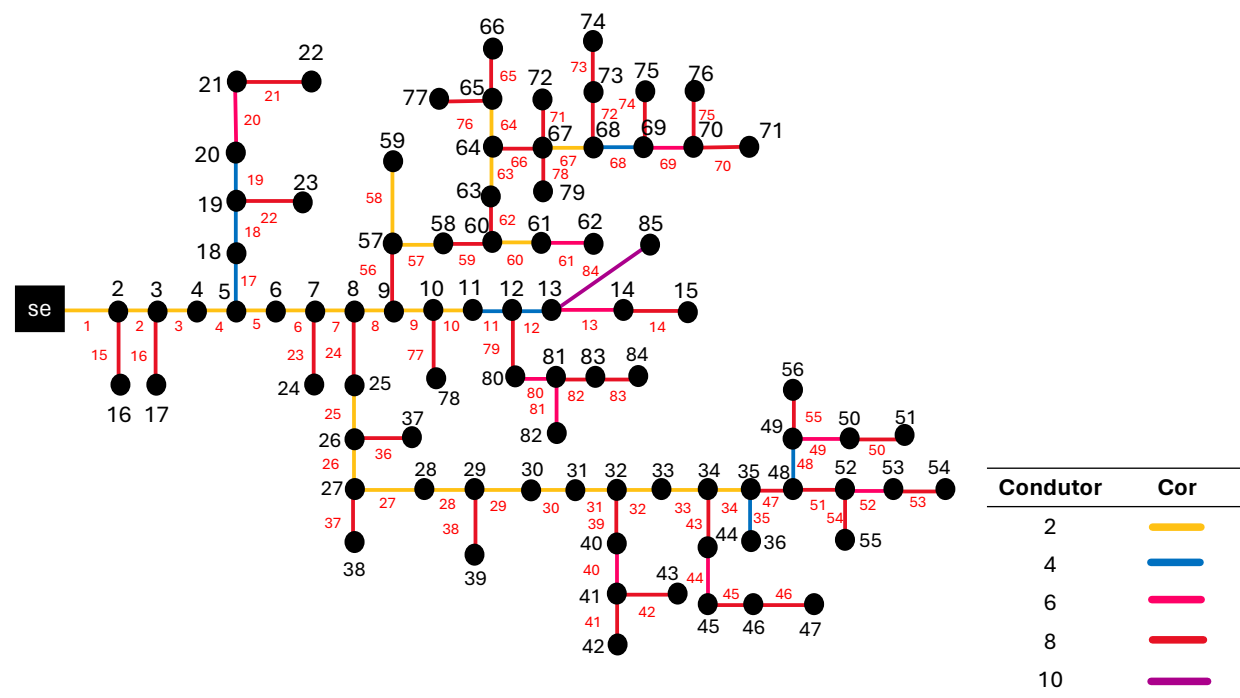


Figura 10 – Seleção ótima de condutores para 85 barras

Na tabela 9, notamos uma significativa diminuição na perda de potência ativa à medida que os testes foram sendo conduzidos. Dada em aproximadamente 70% de economia

no sistema com a seleção ótima de condutores e uma redução ainda mais acentuada de 95% após a implementação da geração distribuída. Essa redução nas perdas também se refletiu diretamente nos custos associados, diminuindo na mesma proporção. No entanto, em relação ao custo dos condutores, observamos um cenário um pouco diferente do sistema anterior, nesse sistema a melhor opção, financeiramente falando, seria manter o sistema apenas com a OCS, visto que tivemos uma redução de 30% nos custos anuais, enquanto após implementarmos a GD obtivemos um aumento no custo total. Porém visando melhorar a confiabilidade do sistema, implementar a GD seria interessante dado sua baixíssima perda de potência e ótimo nível de tensão.

Tabela 9 – Resultados sistema de 85 barras

Descrição	Sistema inicial	SOC	GD
Tensão mínima [p.u]	0.8154	0,8476	0,9528
Perda de potência ativa [Kw]	259,32	79,62	14,9248
Custo da perda de potência ativa [R\$]	16.894.699,52	5.187.243,47	972.350,77
Custo do condutor [R\$/ano]	4.603.253,47	9.666.832,28	17.271.060,48
Custo da GD [R\$]	-	-	15.317.399,49
Custo total [R\$/ano]	21.497.952,98	14.854.075,73	33.560.810,74

A figura 11 apresenta os níveis de tensão ao longo do sistema, é nítido uma melhora após aplicada a SOC.

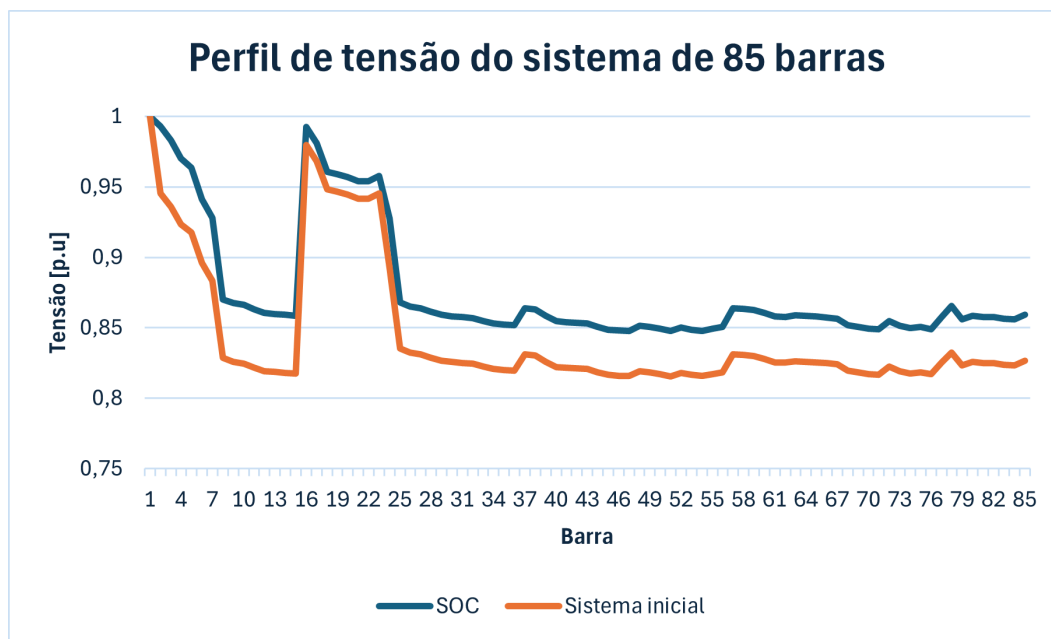


Figura 11 – Perfil de tensão sistema de 85 barras

No gráfico abaixo foi feita a simulação de sistema com a inserção de geração distribuída em 10% das barras do sistema aleatoriamente e também com 20% do sistema:

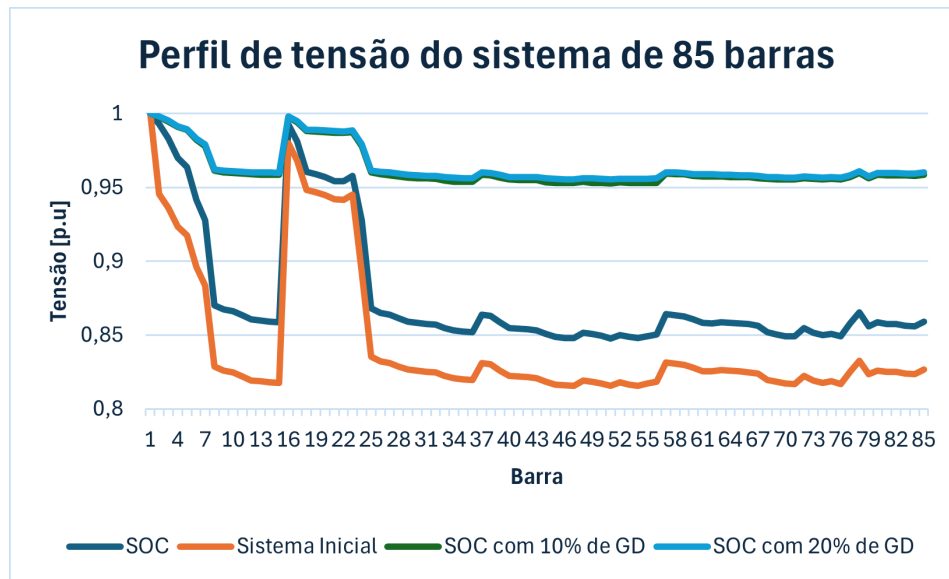


Figura 12 – Perfil de tensão sistema de 85 barras com geração distribuída

### 3.4.3 Conclusão

Nesse capítulo foi possível observar os resultados obtidos com os sistemas de 69 e 85 barras, tanto com quanto sem a geração distribuída instalada. Portanto, concluímos que a seleção ótima de condutores pode reduzir significativamente os custos de um sistema de distribuição de energia elétrica, e ao inserir a geração distribuída, seu custo pode aumentar um pouco mais, porém seu nível de confiabilidade em relação a tensão é exageradamente maior.





## 4 Conclusão

---

A seleção ótima de condutores apresentou resultados significativos neste estudo. No Brasil, muitos sistemas de distribuição estão sendo impactados pela introdução de geração distribuída, que atualmente representa cerca de 10% da energia elétrica gerada (EPBR, 2023).

Neste trabalho, foi possível integrar a seleção ótima de condutores em sistemas de distribuição de energia elétrica, tanto com quanto sem a presença de geração distribuída.

O problema foi resolvido utilizando programação linear inteira mista para modelagem matemática, seguindo exatamente o que foi proposto tanto no pré-projeto quanto no início deste documento.

Pudemos verificar a eficácia do modelo nos sistemas de distribuição de energia elétrica de 69 e 85 barras. Ao implementar apenas a SOC, observamos uma redução significativa nas perdas de potência do sistema, uma melhoria no nível de tensão e uma atratividade no custo de investimento. Adicionalmente, ao introduzir a Geração Distribuída (GD) no sistema, o nível de tensão foi ainda mais aprimorado e as perdas foram minimizadas. No entanto, neste último caso, o custo de investimento é maior devido às geradoras distribuídas.

Em resumo, concluímos que os resultados deste estudo destacam a importância da seleção ótima de condutores para aprimorar a eficiência e a viabilidade econômica dos sistemas de distribuição de energia elétrica. A utilização da programação linear inteira mista se mostrou uma abordagem eficaz, resultando em benefícios substanciais, como a redução das perdas de potência e melhorias nos níveis de tensão. Apesar das vantagens da geração distribuída na mitigação das perdas de energia, seus custos adicionais devem ser cuidadosamente considerados. Essas descobertas sublinham a importância de abordagens integradas no planejamento e gestão dos sistemas de distribuição de energia elétrica, visando garantir sua eficiência operacional e sustentabilidade econômica a longo prazo.



## 5 Trabalhos futuros

---

O trabalho realizado neste documento apresentou resultados esperados e satisfatórios, porém nos abre possibilidades para extensões de trabalho. Algumas das sugestões para trabalhos futuros são:

- **Utilizar sistemas locais:** Uma abordagem que se destaca como altamente promissora para futuras investigações consiste na completa execução dos procedimentos e cálculos utilizando um sistema operacional real fornecido pela Copel (visto que atualmente atende a 5.108.073 consumidores (COPEL, 2024)) , a principal empresa de energia do Paraná. Ao adotar essa metodologia, não apenas garantimos uma análise mais abrangente, mas também asseguramos resultados substanciais e aplicáveis. Esses resultados têm o potencial não apenas de fornecer insights valiosos, mas também de apresentar soluções concretas para os desafios enfrentados no âmbito das perdas no sistema de distribuição de energia elétrica na região paranaense.

Tais iniciativas não apenas proporcionam uma visão aprofundada do problema, mas também geram soluções concretas e eficazes para questões prementes no setor de energia elétrica. Ao integrar um sistema operacional real disponibilizado pela Copel, podemos alcançar uma análise robusta e resultados confiáveis, os quais podem ser apresentados como contribuições significativas para a mitigação das perdas no sistema de distribuição de energia elétrica do Paraná, promovendo assim a eficiência e a sustentabilidade energética na região.

- **Análise de Redes Inteligentes** Outra ideia seria explorar como a implementação de redes inteligentes (smart grids) influencia a seleção ótima de condutores. As redes inteligentes incorporam tecnologias avançadas de comunicação e controle para melhorar a eficiência e confiabilidade do sistema elétrico. Investigar como a seleção de condutores pode ser adaptada para atender às demandas de uma rede inteligente seria um tema relevante para pesquisas futuras.
- **Análise de Impacto Econômico:** Uma abordagem interessante para trabalhos futuros seria realizar uma análise detalhada do impacto econômico da seleção ótima de condutores em sistemas de distribuição de energia elétrica. Isso envolveria avaliar não apenas os custos de investimento inicial e as perdas de energia, mas também considerar os benefícios econômicos a longo prazo, como economias de custos operacionais e aumento da eficiência energética.
- **Otimização Multiobjetivo:** Explorar a otimização multiobjetivo na seleção de condutores poderia ser uma área promissora para pesquisas futuras. Em vez de

focar apenas em minimizar as perdas de energia, esse enfoque permitiria considerar múltiplos objetivos simultaneamente, como custos de investimento, qualidade do fornecimento de energia e impacto ambiental, buscando encontrar soluções que equilibrem esses diferentes aspectos de forma eficiente.

- **Estudo de Técnicas Avançadas de Otimização:** Investigar e comparar diferentes técnicas avançadas de otimização, como algoritmos genéticos, algoritmos de enxame de partículas ou otimização por colônia de formigas, para a seleção ótima de condutores em sistemas de distribuição de energia elétrica poderia ser uma área de pesquisa interessante. Avaliar a eficácia e eficiência dessas técnicas em comparação com abordagens tradicionais poderia fornecer insights valiosos para aplicações práticas.

# Referências

- ANDERS, G. et al. Parameters affecting economic selection of cable sizes. *IEEE Transactions on power delivery*, IEEE, v. 8, n. 4, p. 1661–1667, 1993. 32
- ANEEL. *Resolução Normativa ANEEL N° 1004*. Tese (Doutorado), Brasília, DF, 2 2022. Disponível em: <<https://www.gov.br/aneel/pt-br>>. 25
- BRAGA, L. Com quedas frequentes, goiás enfrenta crise no fornecimento de energia. *Metrópoles*, 2023. 30
- BRITO CÁTIA MENDONÇA, J. A. F. L. A. A energia na europa. *Público*, p. 2, 2019. 26
- CAVALINI, T. M. Sobretensão: principais problemas em instalações fotovoltaicas? *Canal solar*, v. 1, n. 1, p. 5, 2021. 30
- CEFET. *Eletrotécnica*. Tese (Doutorado), Belo Horizonte, MG, 1 2019. Disponível em: <<https://www.nepomuceno.cefetmg.br/eletrotecnica/>>. 33
- CHEN, T.-H. et al. Distribution system power flow analysis-a rigid approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 6, n. 3, p. 1146–1152, 1991. 50
- COPEL. *Copel Distribuição*. Tese (Doutorado), Curitiba, PR, 3 2024. Disponível em: <<https://www.copel.com/site/copel-distribuicao/>>. 65
- DIAS, M. V. X. et al. Geração distribuída no brasil: oportunidades e barreiras. Universidade Federal de Itajubá, 2005. 30
- EEA. *Situação atual: A energia está na base das ambições da Europa em matéria de clima*. 2023. Disponível em: <<https://www.eea.europa.eu/pt/sinais-da-aea/sinais-2022/artigos/situacao-atual-a-energia-esta#:~:text=A%20matriz%20energ%C3%A9tica%20da%20Europa%20atualmente&text=O%20g%C3%A1s%20natural%20representou%2040,da%20energia%20total%20na%20Su%C3%A9cia.>> Acesso em: 23 abr 2024. 26
- EPBR. *Geração própria de energia atinge 25 GW no Brasil*. Tese (Doutorado), Curitiba, PR, 12 2023. Disponível em: <[https://epbr.com.br/geracao-propria-de-energia-atinge-25-gw-no-brasil/#:~:text=Com%20um%20crescimento%20de%20mais,de%20Gera%C3%A7%C3%A3o%20Distribu%C3%ADda%20\(ABGD\).](https://epbr.com.br/geracao-propria-de-energia-atinge-25-gw-no-brasil/#:~:text=Com%20um%20crescimento%20de%20mais,de%20Gera%C3%A7%C3%A3o%20Distribu%C3%ADda%20(ABGD).)> 63
- EXAME. *Painéis solares chineses desafiam o mercado com queda de 42preços em 2023*. 2023. Disponível em: <<https://exame.com/mundo/paineis-solares-chineses-desafiam-o-mercado-com-queda-de-42-nos-precos-em-2023/>>. 30
- FERREIRA, M. *Pequena central hidrelétrica São Luiz*. [S.l.]: Brascan, 2005. 26
- FRANCO, J. F. et al. Optimal conductor size selection and reconductoring in radial distribution systems using a mixed-integer lp approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 28, n. 1, p. 10–20, 2012. 29

GOV. *Matriz elétrica brasileira alcança 200 GW*. 2024. Disponível em: <<https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/noticias/2024/matriz-eletrica-brasileira-alcanca-200-gw>>. Acesso em: 23 abr 2024. 26

GUIMARÃES, R. D. A geração distribuída no brasil e seus impactos sobre o setor de distribuição. *Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Econômicas)- Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro*, 2020. 30

ISMAEL, S. M. et al. Practical considerations for optimal conductor reinforcement and hosting capacity enhancement in radial distribution systems. *IEEE Access*, IEEE, v. 6, p. 27268–27277, 2018. 31

JEREMIAS, T. Desperdício elétrico no brasil equivale ao consumo de 20 milhões de residências. *Imprensa FIESC*, Federação das Indústrias do Estado de Santa Catarina - FIESC Gerência Executiva de Comunicação Institucional e Relações Públicas - GECOR, p. 1, 2022. 32

KUNZ A.; OTENIO, M. H. L. R. C. G. R. *Energia limpa e acessível: contribuições da Embrapa*. [S.l.]: Base de Dados da Pesquisa Agropecuária (BDPA), 2018. 26

MALFA, E. Abb on sustainable energy markets. *Università diBrescia*, 2002. 30

MARTINS, J. et al. Smart grid para o sistema elétrico motivação, implantação e desafios em ti, redes e telecomunicações. In: . [S.l.: s.n.], 2013. 25

MARTINS, J. et al. Fundamentos do planejamento do sistema de distribuição elétrica. In: . [S.l.: s.n.], 2024. p. 6. 27

MOK S. ELANGO VAN, C. L. M. S. S. A new approach for power flow analysis of balanced radial distribution systems. *Electric Machines & Power Systems*, Taylor & Francis, v. 28, n. 4, p. 325–340, 2000. 38

PAREJA, L. A. G.; LÓPEZ-LEZAMA, J. M.; CARMONA, O. G. A mixed-integer linear programming model for the simultaneous optimal distribution network reconfiguration and optimal placement of distributed generation. *Energies*, MDPI, v. 15, n. 9, p. 3063, 2022. 31, 47

PAREJA, L. A. G.; LÓPEZ-LEZAMA, J. M.; CARMONA, O. G. A milp model for optimal conductor selection and capacitor banks placement in primary distribution systems. *Energies*, MDPI, v. 16, n. 11, p. 4340, 2023. 29

RANJAN, R. et al. Optimal conductor selection of radial distribution feeders using evolutionary programming. In: IEEE. *TENCON 2003. Conference on Convergent Technologies for Asia-Pacific Region*. [S.l.], 2003. v. 1, p. 456–459. 28

RAO, R. S.; SATISH, K.; NARASIMHAM, S. Optimal conductor size selection in distribution systems using the harmony search algorithm with a differential operator. *Electric Power Components and Systems*, Taylor & Francis, v. 40, n. 1, p. 41–56, 2011. 28

SENAI. *Setor Elétrico Brasileiro*. Tese (Doutorado), Belo Horizonte, MG, 1 2021. Disponível em: <<https://noticias.portaldaindustria.com.br/noticias/inovacao-e-tecnologia/setor-eletrico-brasileiro/>>. 25

- SHEPARD, D. *População mundial deve chegar a 9,7 bilhões de pessoas em 2050, diz relatório da ONU*. Tese (Doutorado), 6 2019. Disponível em: <<https://brasil.un.org/pt-br/83427-popula%C3%A7%C3%A3o-mundial-deve-chegar-97-bilh%C3%B5es-de-pessoas-em-2050-diz-relat%C3%B3rio-da-onu>>. 26
- SILVA, J. A.; SANTOS, M. B. Duração equivalente de interrupção por unidade consumidora (dec) e frequência equivalente de interrupção por unidade consumidora (fec): Uma revisão da literatura. *Revista de Qualidade de Energia*, Editora Energia Sustentável, v. 12, n. 3, p. 45–58, 2022. 27
- SILVA, J. A.; SANTOS, M. B. Energia limpa: Conceitos, desenvolvimento e perspectivas. *Revista de Energias Renováveis*, Editora Renovação, v. 10, n. 2, p. 120–135, 2023. 26
- SIVANAGARAJU, S. et al. Optimal conductor selection for radial distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 63, n. 2, p. 95–103, 2002. 28
- VAHID, M. et al. Combination of optimal conductor selection and capacitor placement in radial distribution systems for maximum loss reduction. In: IEEE. *2009 IEEE International Conference on Industrial Technology*. [S.l.], 2009. p. 1–5. 28
- VEGA-FORERO, J. A.; RAMOS-CASTELLANOS, J. S.; MONTOYA, O. D. Application of the generalized normal distribution optimization algorithm to the optimal selection of conductors in three-phase asymmetric distribution networks. *Energies*, MDPI, v. 16, n. 3, p. 1311, 2023. 29
- WASWA, L.; CHIHOTA, M. J.; BEKKER, B. Towards optimal active distribution network planning: A critical review of conductor size selection methods. *IEEE Access*, IEEE, 2023. 29, 32