

高中统计学·第伍课练习

何濯羽

2024 年 2 月 16 日

1 降息 or 升息？

假设中国央行在下个月降息的概率为 70%。若我们用 X 表示下个月中国央行的决定：1 对应“降息”，0 对应“升息或不变”。请问， X 服从什么概率分布？（写明参数数值） X 的数学期望和方差分别是多少？

2 B 站的广告

Bilibili 上的某位 UP 主在他的一段视频简介下附上了广告商的网页链接。无论何时，当一位网友点击了该链接，这位 UP 主就会收到广告商的一笔小报酬。假设任何一位网友点击该链接的概率为 0.15，而且每一位网友的选择（即是否点击该链接）是相互独立的。

此时此刻，正有 8 位网友在观看这位 UP 主的视频。我们用 X 代表这 8 位网友中点击该链接的网友数量。

- 1) 请问 X 服从什么概率分布？请写明参数数值。
- 2) 请计算 X 的数学期望和标准差。
- 3) 在 8 位网友中，有 2 位以上网友点击链接的概率是多少？

3 刷子李和刷子张

刷子李和刷子张均是房屋粉刷匠。刷子李在一天内可以粉刷的面积（用 A_1 表示）服从正态分布 $N(500, 1600)$ ，刷子张在一天内可以粉刷的面积（用 A_2 表示）服从正态分布 $N(500, 2000)$ 。假设 A_1 与 A_2 是一对相互独立的随机变量。

- 1) 我们用 Y 表示刷子李和刷子张在一天内粉刷的面积之和。请问 Y 的数学期望和标准差分别是多少？
- 2) 刷子李和刷子张在一天内粉刷的面积之和小于 1000 单位的概率是多少？（不需要使用统计软件进行计算）

答案

降息 or 升息？

根据题意，我们有 $X \sim \text{Bernoulli}(0.7)$ 。于是，

$$E(X) = 0.7 \quad D(X) = 0.7 \times (1 - 0.7) = 0.21$$

B 站的广告

(1) $X \sim B(8, 0.15)$ 。

(2) $E(X) = 8 \times 0.15 = 1.2$, $D(X) = 8 \times 0.15 \times (1 - 0.15) = 1.02$ 。

(3)

$$\begin{aligned} Pr(X \geq 2) &= 1 - Pr(X = 0) - Pr(X = 1) \\ &= 1 - C_8^0(0.15)^0(1 - 0.15)^8 - C_8^1(0.15)^1(1 - 0.15)^7 \\ &\approx 0.3428 \end{aligned}$$

刷子李和刷子张

(1) 根据题意，我们有 $Y = A_1 + A_2$ 。因为 $A_1 \sim N(500, 1600)$ 与 $A_2 \sim N(500, 2000)$ 相互独立，所以

$$Y = A_1 + A_2 \sim N(500 + 500, 1600 + 2000) = N(1000, 3600)$$

即 Y 的数学期望为 1000，方差为 3600。故 Y 的标准差为 $\sigma_Y = \sqrt{3600} = 60$ 。

(2) 因为 $Y \sim N(1000, 3600)$ 且正态分布关于其数学期望呈轴对称，所以 $Pr(Y < 1000) = 0.5$ 。