



Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej

Praca inżynierska

Rafał Szęszół

kierunek studiów: **Informatyka Stosowana**

Wykorzystanie równania adwekcji w symulacji mieszania kolorów.

Opiekun: **dr hab. inż. Tomasz Chwiej**

Kraków, styczeń 2017

Oświadczam, świadomy odpowiedzialności karnej za poświadczenie nieprawdy, że niniejszą pracę dyplomową wykonałem osobiście i samodzielnie i nie korzystałem ze źródeł innych niż wymienione w pracy.

.....
(czytelny podpis)

Na kolejnych dwóch stronach proszę dołączyć kolejno recenzje pracy popołnione przez Opiekuna oraz Recenzenta (wydrukowane z systemu MISIO i podpisane przez odpowiednio Opiekuna i Recenzenta pracy). Papierową wersję pracy (zawierającą podpisane recenzje) proszę złożyć w dziekanacie celem rejestracji.

Spis treści

1	Wstęp	7
1.1	Problem szybkiego mieszania	7
2	Wprowadzenie teoretyczne	9
2.1	Adwekcja	9
2.2	Równanie Naviera Stokesa	9
3	Równanie adwekcji metodą Cranka-Nicholson	11
3.1	Crank-Nicholson	11
3.2	Analiza Von Neumanna	11
3.3	Bicgstab	11
3.4	Wyniki z ujemną gęstością	11
4	Problem dyfuzji numerycznej	13
4.1	Analiza problemu	13
4.2	FCT	13
5	Schemat square-root	15
5.1	Omówienie metody	15
5.2	Wady metody square-root	15
5.3	FCT	15
6	Problem prędkości na brzegach	17
6.1	Modelowanie funkcji wirowości	17
6.2	Niezerowa prędkość na brzegach	17
7	Statyczne mieszanie kolorów	19
7.1	Wprowadzenie	19
7.2	Mieszanie	19
7.3	Stała mieszania	19
7.4	Schematy mieszania	19

8	Dynamiczne mieszanie kolorów	21
8.1	Wprowadzenie	21
8.2	Mieszanie	21
8.3	Stała mieszania	21
9	Bibliografia	23

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Problem szybkiego mieszania

Rozdział 2

Wprowadzenie teoretyczne

2.1 Adwekcja

2.2 Równanie Naviera Stokesa

Rozdział 3

Równanie adwekcji metodą Cranka-Nicholson

3.1 Crank-Nicholson

3.2 Analiza Von Neumanna

3.3 Bicgstab

3.4 Wyniki z ujemną gęstością

Rozdział 4

Problem dyfuzji numerycznej

4.1 Analiza problemu

4.2 FCT

Rozdział 5

Schemat square-root

5.1 Omówienie metody

Metoda jako lekarstwo.

5.2 Wady metody square-root

5.3 FCT

Boris Brook Zalesak

Rozdział 6

Problem prędkości na brzegach

6.1 Modelowanie funkcji wirowości

6.2 Niezerowa prędkość na brzegach

Niezerowa prędkość na brzegach powoduje znikanie pakietu.

Rozdział 7

Statyczne mieszanie kolorów

7.1 Wprowadzenie

7.2 Mieszanie

7.3 Stała mieszania

Badanie homogeniczności mieszaniny

7.4 Schematy mieszania

Rozdział 8

Dynamiczne mieszanie kolorów

8.1 Wprowadzenie

8.2 Mieszanie

8.3 Stała mieszania

Rozdział 9

Bibliografia

Wzory do wyprowadzające równanie różnicowe, Crank-Nicholson. Równanie adwekcji:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(uV) = 0 \quad (9.1)$$

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = -\nabla \left[\frac{u^{n+1}V^{n+1} + u^nV^n}{2} \right] \quad (9.2)$$

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = -\frac{1}{2} [u^{n+1}V^{n+1} + u^nV^n] \quad (9.3)$$

$$u^{n+1} = u^n - \frac{\Delta t}{2} [\nabla u^{n+1}V^{n+1} + \nabla u^nV^n] \quad (9.4)$$

$$u^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} \nabla u^{n+1}V^{n+1} = u^n - \frac{\Delta t}{2} \nabla u^nV^n \quad (9.5)$$

$$\begin{aligned} u_{ij}^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} \left[V_x^{n+1} \frac{u_{i+1j}^{n+1} - 2u_{ij}^{n+1} + u_{i-1j}^{n+1}}{\Delta x^2} + V_y^{n+1} \frac{u_{ij+1}^{n+1} - 2u_{ij}^{n+1} + u_{ij-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right] \\ = u_{ij}^n - \frac{\Delta t}{2} \left[V_x^n \frac{u_{i+1j}^n - 2u_{ij}^n + u_{i-1j}^n}{\Delta x^2} + V_y^n \frac{u_{ij+1}^n - 2u_{ij}^n + u_{ij-1}^n}{\Delta y^2} \right] \end{aligned} \quad (9.6)$$

$$\begin{aligned} \alpha^{n+1}u_{ij}^{n+1} + \beta^{n+1}u_{i+1j}^{n+1} + \beta^{n+1}u_{i-1j}^{n+1} + \gamma^{n+1}u_{ij+1}^{n+1} + \gamma^{n+1}u_{ij-1}^{n+1} \\ = \alpha^n u_{ij}^n - \beta^n u_{i+1j}^n - \beta^n u_{i-1j}^n - \gamma^n u_{ij+1}^n - \gamma^n u_{ij-1}^n \end{aligned} \quad (9.7)$$

$$\alpha^{n+1} = 1 - \frac{\Delta t V_x^{n+1}}{\Delta t x^2} - \frac{\Delta t V_y^{n+1}}{\Delta t y^2}, \alpha^n = 1 - \frac{\Delta t V_x^n}{\Delta t x^2} - \frac{\Delta t V_y^n}{\Delta t y^2} \quad (9.8)$$

$$\beta^{n+1} = \frac{\Delta t V_x^{n+1}}{\Delta t x^2}, \beta^n = -\frac{\Delta t V_x^n}{\Delta t x^2} \quad (9.9)$$

$$\gamma^{n+1} = \frac{\Delta t V_y^{n+1}}{\Delta t y^2}, \gamma^n = -\frac{\Delta t V_y^n}{\Delta t y^2} \quad (9.10)$$

$$(9.11)$$