Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Computo

Materia:
Probabilidad y Estadística

Trabajo:
Análisis Combinatorio

Maestro:
Zarate Cárdenas Alejandro


Alumno:
Ian Axel Perez de la Torre


Grupo:
2CV12

Fecha de Elaboración:
19 de marzo de 2021

Fecha de Entrega:
19 de marzo de 2021

## Factorial de un número

Se define como factorial de un número natural n al producto de n por todos los números que le preceden. Se denota mediante n!:

n!=1(2)(3)(4)…(n-1)(n)

Por definición, el factorial de cero es uno: 0!≡1

El factorial de un número crece de forma muy considerable.

## Ordenaciones

Sea un conjunto de p elementos distintos. Si de ellos se toman grupos ordenados de elementos diferentes, a cada una de estas disposiciones se les llama ordenaciones de p elementos tomados de qen q. Esto significa que son las distintas agrupaciones que se pueden formar de manera que dos diferentes agrupaciones difieran de un elemento o en su orden.

$$O_q^p = \frac{p!}{(p-q)!}$$

## Muestra sin Orden y con Reemplazo

Finalmente, consideremos el caso de hacer $k$extracciones de una urna de $n$objetos con las condiciones que cada objeto extraído es regresado a la urna (y entonces puede ser elegido nuevamente), y en donde el orden de la muestra no es relevante. Para encontrar una fórmula para el total de muestras que pueden obtenerse con estas características, usaremos una modelación distinta pero equivalente. Consideremos el arreglo de $n$casillas, supongamos que la primera casilla tiene dos cruces, y eso indica que la bola uno fue seleccionado dos veces, la segunda casilla está vacía, y ello significa que la bola dos no fue seleccionada, etc. El número de cruces en la casilla $i$indica entonces el número de veces que la bola $i$fue seleccionada. En total debe haber $k$cruces pues es el total de extracciones. Deseamos entonces conocer el número de posibles arreglos que pueden obtenerse con estas características, y debe ser claro, después de algunos momentos de reflexión, que éste es el número de muestras de tamaño $k$, con reemplazo y sin orden, que se pueden obtener de un conjunto de $n$elementos distinguibles. Consideremos que las dos paredes en los extremos de este arreglo son fijas, estas paredes se encuentran ligeramente remarcadas. Consideremos, además, que las posiciones intermedias, cruz o línea vertical, pueden moverse. En total hay $n+k-1$objetos movibles y cambiar de posición estos objetos produce las distintas configuraciones posibles que nos interesan.

## Permutaciones

Muestras exhaustivas con orden y sin reemplazo: La pregunta básica acerca del total de formas en que podemos poner en orden lineal (uno detrás de otro, y por lo tanto no hay repetición) $n$objetos distintos tienen como respuesta el factorial de $n$, denotado por $n!$ y definido como sigue:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

A este número, también se le conoce como las permutaciones de $n$objetos, y se usa la notación $P(n)=n!$. Adicionalmente y por conveniencia, se define 0!=1. Observe que las permutaciones de $n$objetos es un caso particular de la situación mencionada en la sección anterior sobre ordenaciones sin repetición, pero ahora cuando la muestra es exhaustiva, es decir, cuando se extraen los $n$objetos de la urna.

## Combinaciones Muestras sin orden y sin reemplazo

Supongamos nuevamente que tenemos un conjunto de $n$objetos distinguibles y nos interesa obtener una muestra de tamaño$k$. Supongamos ahora, que las muestras deben ser sin orden y sin reemplazo. Es decir, en la muestra no debe haber elementos repetidos, pues no hay reemplazo, y además la muestra debe verse como un conjunto, pues no debe haber orden entre sus elementos. ¿Cuántas diferentes muestras podemos obtener de estas características? Para responder a esta pregunta seguiremos el siguiente razonamiento. Cuando el orden importa hemos encontrado antes la fórmula:

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

Ahora que no nos interesa el orden, observamos que cada uno de los arreglos de la fórmula anterior, ¡está siendo contado $k!$ veces, las veces en que los mismos $k$elementos pueden ser permutados unos con otros, siendo que el conjunto de elementos es el mismo. Para obtener arreglos en donde el orden no importa, ¡debemos entonces dividir por $k!$ la fórmula a la que hemos llegado se llama combinaciones de $n$en $k$, que denotaremos como sigue:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

## Probabilidad Condicional

Sean $A$y $B$ dos eventos, en donde $B$es tal que su probabilidad es estrictamente positiva. La probabilidad condicional del evento $A$dado el evento $B$, denotada por $P(A|B)$, se define como: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

La expresión $P(A|B)$ se lee probabilidad condicional del evento $A$ dado el evento $B$, o simplemente probabilidad de $A$ dado $B$. Es claro que para que la definición tenga sentido se necesita suponer que $P(B)$>0 y por otro lado, no existe definición para $P(A|B)$ cuando $P(B)$=0.

8.2Probabilidad Total sea $B1$,$B2$,...,$Bn$una partición de Ω tal que cada elemento de la partición tiene probabilidad estrictamente positiva. Para cualquier evento $A$,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

## Teorema de Bayes

Sea $B1$, $B2$,...,$Bn$una partición de Ω tal que cada elemento de la partición tiene probabilidad estrictamente positiva. Sea $A$un evento tal que $P(A)$>0. Entonces para cada $j$=1,2,...,$n$,

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}$$

Referencias:


- Centro-virtual.com. 2015. *Analisis Combinatorio*. [online] Available at: <https://www.centro-virtual.com/recursos/biblioteca/pdf/estadistica_i/unidad2_pdf4.pdf> [Accessed 20 March 2021].
- Becerra Espinosa, J. (2010). Matematicas Basicas Analisis Combinatorio. Retrieved 20 March 2021, from http://132.248.164.227/publicaciones/docs/apuntes_matematicas/37.%20Analisis%20Combinatorio.pdf