

## Семинар 2

### С решениями

#### Задачи:

1. Найти определители следующих матрицы

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad (b) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Посчитайте характеристический многочлен матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

*Решение.* Посчитаем в лоб по формуле

$$\begin{aligned} \chi_A(\lambda) &= -\det \begin{pmatrix} -1-\lambda & 5 & 4 \\ 3 & -2-\lambda & 0 \\ -1 & 3 & 6-\lambda \end{pmatrix} = -((-1-\lambda) \cdot (-2-\lambda) \cdot (6-\lambda) + 5 \cdot 0 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 \cdot 3 - \\ &\quad -4 \cdot (-2-\lambda) \cdot (-1) - 5 \cdot 3 \cdot (6-\lambda) - (-1-\lambda) \cdot 0 \cdot 3) = \\ &= \lambda^3 - 3\lambda^2 - 27\lambda + 50 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\lambda^3 - 3\lambda^2 - 27\lambda + 50$ .

□

3. Найдите определители следующих матриц

$$(a) \begin{pmatrix} -t & & & & a_1 \\ a_2 & -t & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & a_{n-1} & -t & \\ & & & a_n & -t \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad (b) \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \dots & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & \dots & \lambda & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

*Решение.*

□

4. Пусть  $X = (X_1 \mid \dots \mid X_n) \in M_n(\mathbb{R})$  и  $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ . Найти  $\det(\lambda_1 X_1 X_1^t + \dots + \lambda_n X_n X_n^t)$ .

*Решение.*

□

5. Пусть  $A \in M_n(\mathbb{R})$  – произвольная матрица. Построим из нее матрицу  $B \in M_n(\mathbb{R})$  следующим образом: сдвинем все столбцы матрицы  $A$  по циклу на два вправо и результат прибавим к  $A$ . Выразите определитель  $B$  через определитель  $A$ .

*Решение.*

□

6. Пусть  $A, B \in M_n(\mathbb{R})$  при этом  $A$  обратимая. Покажите, что характеристические многочлены матриц  $AB$  и  $BA$  совпадают.

*Решение.*

□