

Семинар 2

Задачи:

1. Найти определители следующих матрицы

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad (b) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Посчитайте характеристический многочлен матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Найдите определители следующих матриц

$$(a) \begin{pmatrix} -t & & & & a_1 \\ a_2 & -t & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & a_{n-1} & -t \\ & & & a_n & -t \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad (b) \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \dots & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & \dots & \lambda & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

4. Пусть $X = (X_1 \mid \dots \mid X_n) \in M_n(\mathbb{R})$ и $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$. Найти $\det(\lambda_1 X_1 X_1^t + \dots + \lambda_n X_n X_n^t)$.
5. Пусть $A \in M_n(\mathbb{R})$ – произвольная матрица. Построим из нее матрицу $B \in M_n(\mathbb{R})$ следующим образом: сдвинем все столбцы матрицы A по циклу на два вправо и результат прибавим к A . Выразите определитель B через определитель A .
6. Пусть $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ при этом A обратимая. Покажите, что характеристические многочлены матриц AB и BA совпадают.