

Олимпиада для студентов и выпускников вузов -2013 г.
Демонстрационный вариант и методические рекомендации
по направлению «Прикладная математика»

Профиль
«Системы управления и обработки информации в инженерии»

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

Время выполнения задания – 240 мин.

Решите задачи.

- 1. (20 баллов)** Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -0.5x(t) + y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = -0.75x(t) - 2.5y(t) + 1 \end{cases}$$

при $x(t_0) = 1$, $y(t_0) = -0.5$, на интервале $t \in [t_0, t_f]$, $t_0 = 0$, $t_f = 5$.

Определить устойчиво ли решение и, если решение устойчиво, определить значения переменных x и y при $t \rightarrow \infty$.

- 2. (20 баллов)** Найти распределение случайной величины

$$\xi = \frac{\xi_1 + \xi_2 \times \xi_3}{\sqrt{1 + \xi_3^2}},$$

если ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 - независимы, причем ξ_1 и ξ_2 имеют стандартное нормальное распределение, ξ_3 - произвольное распределение.

- 3. (10 баллов)** Эквивалентны ли грамматики, заданные следующими продукциями ?

$$S \rightarrow AB \qquad S \rightarrow AS \mid SB \mid AB$$

$$A \rightarrow a \mid aA \qquad A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b \mid bB \qquad B \rightarrow b$$

- 4. (20 баллов)** В системе открытого шифрования RSA шифрование происходит по схеме:

$$E(m) = m^e \pmod{n},$$

где

$n = p * q$, (p и q - различные простые числа),

e - открытый ключ,

m - открытое сообщение, $m \in 0, 1, \dots, n-1$.

Сколько сообщений шифруются в себя для случая, когда $p = 127$, $q = 61$, $e = 17$?

- 5. (30 баллов)** Чему будут равны значения операндов a , b , c , d , n , k , m после выполнения нижеприведенного фрагмента программы на языке программирования C в UNIX – подобной операционной системе и почему?

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
```

```
#include <unistd.h>
```

```
#include <sys/types.h>
```

```
int main()
```

```
{ int a=0, b=1, c=2, d=3, n=4, k=5, m=6, p[2];
```

```

char buf[80];
pipe(p);
if( fork()==0)
{m= creat("a.txt", 0664);
a=write(4, "Привет участникам олимпиады\n", 17);
close( p[0]);
b=dup(3);
exit(0);
}
else
{wait(&c);
d=read(3, buf, 7);
n=read(p[0], buf, 9);
k=dup2(a, b);
}
return 0;
}

```

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Оценивание работ участников олимпиады осуществляется по столбальной шкале. Каждой задаче присвоен свой балл сложности.

Задачи в задании будут по следующим темам:

1. Теория управления.
2. Теория вероятности.
3. Теория графов и автоматов.
4. Криптография.
5. Системное программирование.

Список рекомендуемой литературы

Стивене Р.У., Раго С.А. UNIX. Профессиональное программирование. 2-е издание. – СПб.: Символ-Плюс, 2007 г.

к задаче № 2:

- Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1968 г.
- Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, T1, T2. – М.: Мир, 1984 г.
- Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей. – М.: НЦНМО, 2006 г.

к задаче № 3:

- Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. – М.: Вильямс, 2002 г.
- Рейуорд-Смит В.Д. Теория формальных языков. Вводный курс. – М.: «Радио и связь», 1988 г.

к задаче № 4:

- Алферов А.П., Зубов А.Ю., Кузьмин А.С., Черемушкин А.В. Основы криптографии. – М.: Гелиос АРВ, 2005 г.
- Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля, T1, T2. М.: Мир, 1988