Εργαστήριο Κατεύθυνσης Συμπυκνωμένης Ύλης

HELLENIC REPUBLIC

National and Kapodistrian University of Athens

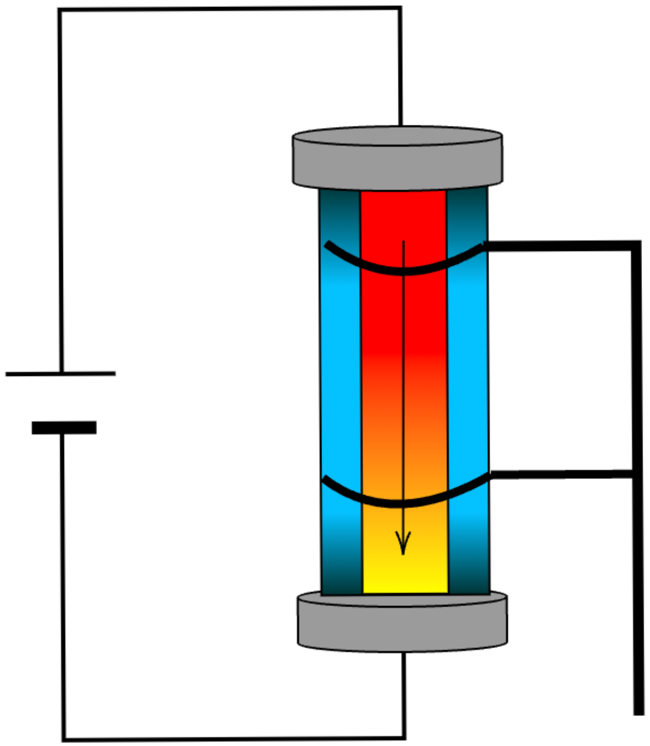
EST. 1837

Βαγγέλης Θάνος | Ευριπίδης Καλλή | Ιάσων Καζάζης

Πείραμα 2β
Σχέση Ηλεκτρικής και Θερμικής Αγωγιμότητας στα Μέταλλα

$$\boxed{\frac{K}{\sigma T} = \frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{mv_d} = \frac{ne^2\lambda}{\sqrt{3mk_BT}}$$



$$K = \frac{n\lambda k_B}{2}\sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$$

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Εισαγωγή

Θεωρία
❖ Θερμική αγωγιμότητα
❖ Ηλεκτρική αγωγιμότητα

Σκοπός

Διάταξη
❖ Θερμική
❖ Ηλεκτρική

Πειραματικά Δεδομένα

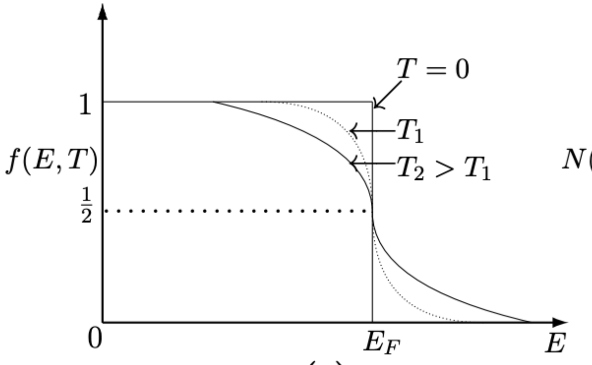
Ανάλυση
❖ Αποτελέσματα
❖ Σφάλματα

Σχολιασμός

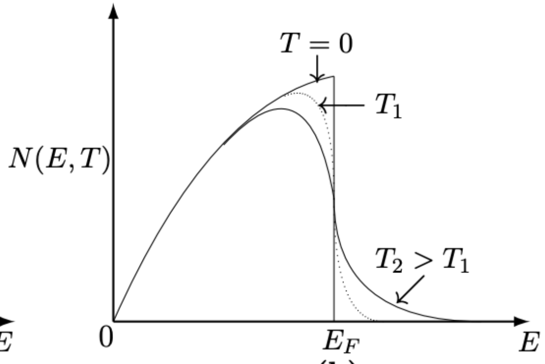
Κατά την διάρκεια αυτής της άσκησης θα ερευνήσουμε με ποιο τρόπο συμπεριφέρονται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια στα μέταλλα όταν υπάρχει κάποια διαφορά θερμοκρασίας ή μια κίνηση φορτίου (ηλεκτρικό ρεύμα) κατά μήκος του υλικού. Στα μέταλλα οι κινήσεις των ηλεκτρονίων μεταφράζονται από το μοντέλο του Sommerfeld το οποίο περιγράφεται μέσω στατιστικής Fermi-Dirac.

Metal	Density of metal ρ (Kg/m^3)	Atomic weight M_A	No. of atoms per m^3 ($\rho N_A/M_A$)	Valency	Valence Electron density (n per m^3)	Fermi energy (E_F in eV)
Sodium	0.97×10^3	22.99	2.54×10^{28}	1	2.54×10^{28}	3.15
Copper	8.96×10^3	63.54	8.49×10^{28}	1	8.49×10^{28}	7.05
Silver	10.49×10^3	107.87	5.85×10^{28}	1	5.85×10^{28}	5.50
Gold	19.32×10^3	196.97	5.90×10^{28}	1	5.90×10^{28}	5.53
Magnesium	1.74×10^3	24.32	4.30×10^{28}	2	8.60×10^{28}	7.11
Aluminium	2.70×10^3	26.98	6.02×10^{28}	3	18.06×10^{28}	11.63

Metal	Crystal structure	Lattice constant in n.m.	Atomic density per m^3	Valency	Valence Electron density per m^3	Fermi energy in eV
Sodium	*bcc*	$a = 0.4281$	2.65×10^{28}	1	2.65×10^{28}	3.23
Copper	*fcc*	$a = 0.3615$	8.50×10^{28}	1	8.50×10^{28}	7.05
Silver	*fcc*	$a = 0.4086$	5.85×10^{28}	1	5.85×10^{28}	5.50
Gold	*fcc*	$a = 0.4080$	5.89×10^{28}	1	5.89×10^{28}	5.52
Magnesium	*hcp*	$\begin{cases} a = 0.3209 \\ c = 0.5210 \end{cases}$	4.30×10^{28}	2	8.60×10^{28}	7.12
Aluminium	*fcc*	$a = 0.4049$	6.02×10^{28}	3	18.06×10^{28}	11.63



(a)



(b)

Θερμική αγωγιμότητα

Όταν ένα μέταλλο είναι προσαρμοσμένο ώστε να έχει μια μορφή δίπολου θερμοκρασίας, τα ηλεκτρόνια μεταφέρονται από την περιοχή ψηλών στην περιοχή χαμηλών θερμοκρασιών μέχρι να υπάρξει σταθερή ροή ενέργειας μεταξύ δυο σημείων με διαφορετικές θερμοκρασίες (μόνιμη κατάσταση).

Τα ηλεκτρόνια καθώς συγκρούονται με το πλέγμα αποκτούν ενέργεια ανάλογη με το πόσο θερμή είναι η περιοχή του πλέγματος που συγκρούονται ,

Άρα τα ηλεκτρόνια στη θερμή περιοχή
- Έχουν μεγαλύτερη ενέργεια από αυτά στην ψυχρή
- Έτσι δημιουργείται μια ροή ενέργειας από την ψυχρή προς την θερμή περιοχή.

Νόμο Fourier: Πυκνότητα θερμικού ρεύματος $\vec{W}$ και λ:συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας

Διάνυσμα παράλληλο προς την ροή θερμότητας (από ψηλές σε χαμηλές θερμοκρασίες),
Ίσου μέτρου με τη θερμική ενέργεια που περνάει από μια επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου :

$$\boxed{\vec{W} = -\lambda \nabla \mathrm{T}}$$

Πείραμα 2β
6/6/2024

Θερμική αγωγιμότητα

Εισαγωγή

Θεωρία
- Θερμική αγωγιμότητα
- Ηλεκτρική αγωγιμότητα

Σκοπός

Διάταξη
- Θερμική
- Ηλεκτρική

Πειραματικά Δεδομένα

Ανάλυση
- Αποτελέσματα
- Σφάλματα

Σχολιασμός

Μετά από μια αρκετά λεπτομερή ανάλυση στατιστική και μέσω της στατιστικής Fermi-Dirac παίρνουμε τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας (n:συγκέντρωση ηλεκτρονίων τ: χρόνος αποκατάστασης):

$$\lambda = \frac{n\pi^2 k_B^2 T\tau}{3m} \text{ (Watts/m/K)}$$

Λύνοντας το πρόβλημα αυτό για μια μονοδιάστατή ράβδο μήκους L η εξίσωση διάχυσης για χρονικά σταθερό ρεύμα δίνει:

$$\frac{\partial \boldsymbol{T}}{\partial \boldsymbol{z}} = \text{const}$$

Αν στα όρια της ράβδου έχουμε θέσει θερμοκρασίες T_1 στο άνω άκρο και T_2 στο κάτω με $T_1 > T_2$ τότε:

$$\frac{\partial \boldsymbol{T}}{\partial \boldsymbol{z}} = \frac{T_2 - T_1}{\mathrm{L}}$$

Και έτσι στην μόνιμη κατάσταση έχουμε την σταθερή θερμοβαθμίδα: $T(z) = \frac{T_2 - T_1}{\mathrm{L}} z + T_1$

Εξισώνοντας με τον νόμο Fourier μπορούμε να εντοπίσουμε το ρεύμα θερμικής αγωγιμότητας :

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{\alpha\gamma\omega\gamma}}}{\partial \boldsymbol{t}} = -\lambda \mathrm{A} \frac{\partial \boldsymbol{T}}{\partial \boldsymbol{z}} = -\lambda \mathrm{A} \frac{T_2 - T_1}{\mathrm{L}}$$

Μεταβατικό Στάδιο

Σημειώνουμε ότι πειραματικά εμείς θέλουμε να υπολογίσουμε μόνο την θερμική αγωγιμότητα της ράβδου, έτσι από το ρεύμα αγωγιμότητας αφαιρούμε έναν όρο λόγο απώλειας ενέργειας από το περιβάλλον.

$$\frac{dQ_{\alpha\gamma\omega\gamma}}{dt} = \frac{\Delta Q_{o\lambda}}{\Delta t} - \frac{\Delta Q_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta}}{\Delta t}$$

Μέχρι να καταλήξει το σύστημα σε αυτή την μόνιμη κατάσταση πρέπει πρώτα να περάσει ένα μεταβατικό στάδιο το οποίο είναι εμφανές από την ολική εξίσωση διάχυσης (ρ:πυκνότητα υλικού, c: ειδική θερμότητα του υλικού)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Η πιο πάνω διαφορική έχει λύση: $T(\mathrm{z,t}) \cong \frac{T_2 - T_1}{L} z + e^{-m^2 t}\sin(mz)$

Παρατηρούμε ότι σε μεγάλους χρόνους ο δεύτερος όρος τείνει να μηδενιστεί και έτσι να έχουμε την μόνιμη κατάσταση

Από φυσικής άποψης οι μετατοπίσεις των ηλεκτρονίων από περιοχές ψηλής σε περιοχές χαμηλής συγκέντρωσης δημιουργούν μια κατανομή κατιόντων στο θερμό μέρος και μια κατανομή ηλεκτρονίων στο ψυχρό μέρος της ράβδου. Άρα έχουμε μια διαφορά τάσης ανάμεσα στα δυο άκρα.

Βασικοί Υπολογισμοί

- Το σταθερό ρεύμα θερμικής ενέργειας κατά τη μόνιμη κατάσταση:

$$\frac{dQ_{\alpha\gamma\omega\gamma}}{dt} = \lambda \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L}$$

- Ο ρυθμός ροής ολικής θερμικής ενέργειας που προσφέρεται στη ράβδο:

$$\frac{\Delta Q_{o\lambda}}{\Delta t} = (m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} + C_\theta)\frac{\Delta T_3(t)}{\Delta t}$$

Όπου m_{H_2O} η μάζα του νερού,
c_{H_2O} η ειδική θερμότητα του νερού
C_θ η θερμοχωρητικότητα του δοχείου.

- Η T_3 είναι η θερμοκρασία του τρίτου θερμοζεύγους της διάταξης.

- Ο ειδικός ρυθμός ροής θερμικής ενέργειας από το περιβάλλον:

$$\frac{\Delta Q_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta}}{\Delta t} = (m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} + C_\theta)\frac{\Delta\theta(t)}{\Delta t}$$

Όπου $\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta_0$,
$\theta(t)$ η μετρούμενη θερμοκρασία συναρτήσει του χρόνου
θ_0 η αρχική θερμοκρασία μόλις αφαιρέσω τον πάγο (t=0).

Πείραμα 2β
6/6/2024

Ηλεκτρική Αγωγιμότητα

Εφαρμόζοντας ένα εξωτερικό πεδίο, τα ηλεκτρόνια κινούνται προσανατολισμένα με την αντίθετη φορά του πεδίου και έτσι δημιουργείται ένα ρεύμα αγωγιμότητας όπου τα ηλεκτρόνια οδεύουν με μια μέση ταχύτητα $u_F = \ell/\tau$.
Μακροσκοπικά η ηλεκτρική αγωγιμότητα ενός μετάλλου ορίζεται από τον νόμο του Ohm: $J=\sigma E$

Όπου σ η αγωγιμότητα , J η πυκνότητα ρεύματος ως αποτέλεσμα εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου Ε.

Το μοντέλο του Sommerfeld προβλέπει την ηλεκτρική αγωγιμότητα με την παρομοίωση των ηλεκτρονίων ως ένα αέριο Fermi:

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}} \quad (1/\text{Ohm m})$$

Πειραματικά ο συντελεστής ηλεκτρικής αγωγιμότητας μέσω του συντελεστή ειδικής αντίστασης $\boldsymbol{\rho}$:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{RA}{\Delta l}}$$

Αντικαθιστώντας και από R=V/I ,καταλήγουμε στον τρόπο που θα κινηθούμε πειραματικά ο οποίος μεταφράζεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{\Delta l}{A}\frac{I_\rho}{V_\rho}}$$

Πείραμα 2β
6/6/2024

Νόμος Widemann-Franz

Από τον λόγο των δυο αγωγιμοτήτων που αναλύσαμε πιο πάνω, καταλήγουμε στον νόμο Widemann-Franz και στον αριθμό Lorentz , όπου κατά Sommerfeld :

$$\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\frac{n\pi^2 k_B^2 T\tau}{3m}}{\frac{ne^2\tau}{m}} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2}T = LT$$

Και τελικά ο αριθμός Lorentz: $$L = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2} = 2.45\times 10^{-8}\frac{Watts}{K^2}Ohm$$

Για να καταλήξουμε σε αυτή τη σχέση θεωρήσαμε τους χρόνους εφησυχασμού για την θερμική και ηλεκτρική αγωγιμότητα είναι ίσοι. Πράγμα που δεν ισχύει για κάθε θερμοκρασία , σε θερμοκρασίες μερικών δεκάδων Kelvin οι χρόνοι αυτοί φαίνονται διαφορετικοί .Εμάς όμως επειδή θα ασχοληθούμε με θερμοκρασίες από $0\text{-}100^0$C μας είναι αδιάφορο .

Πειραματικά ο τρόπος που θα καταλήξουμε στον αριθμό Lorentz είναι μέσω του παρακάτω λόγου:

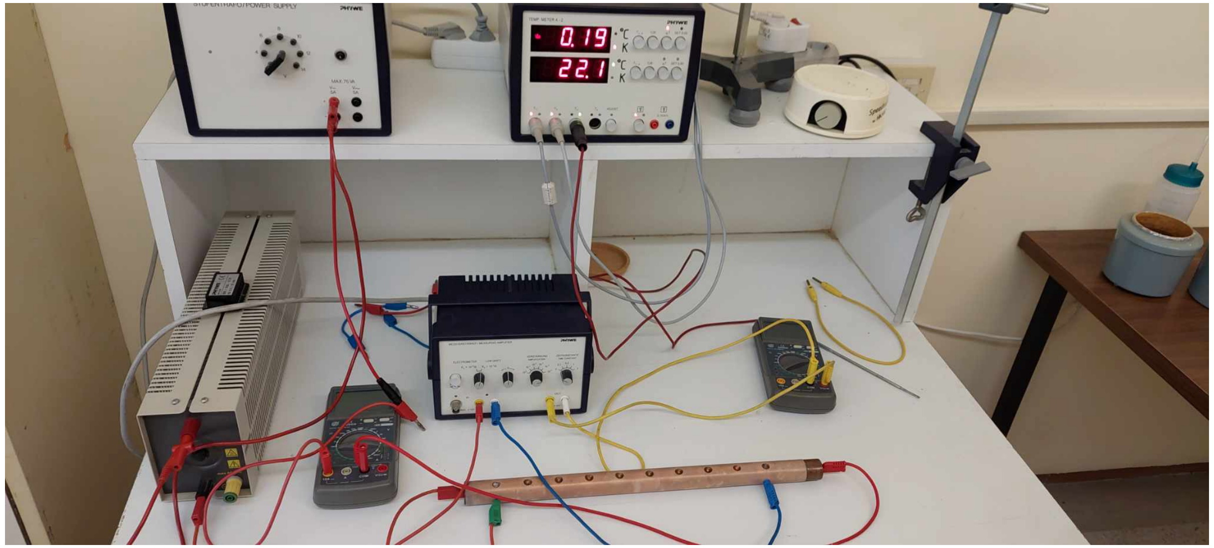
$$\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{T}} = \frac{\frac{\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{t}}}{A\,\frac{\mathrm{T_2-T_1}}{\mathrm{L}}}}{\frac{\Delta \mathrm{l\,I}}{\mathrm{A\,V}}\mathrm{T}} = \frac{\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{t}}\boldsymbol{V}}{IT(\mathrm{T_2-T_1})}$$

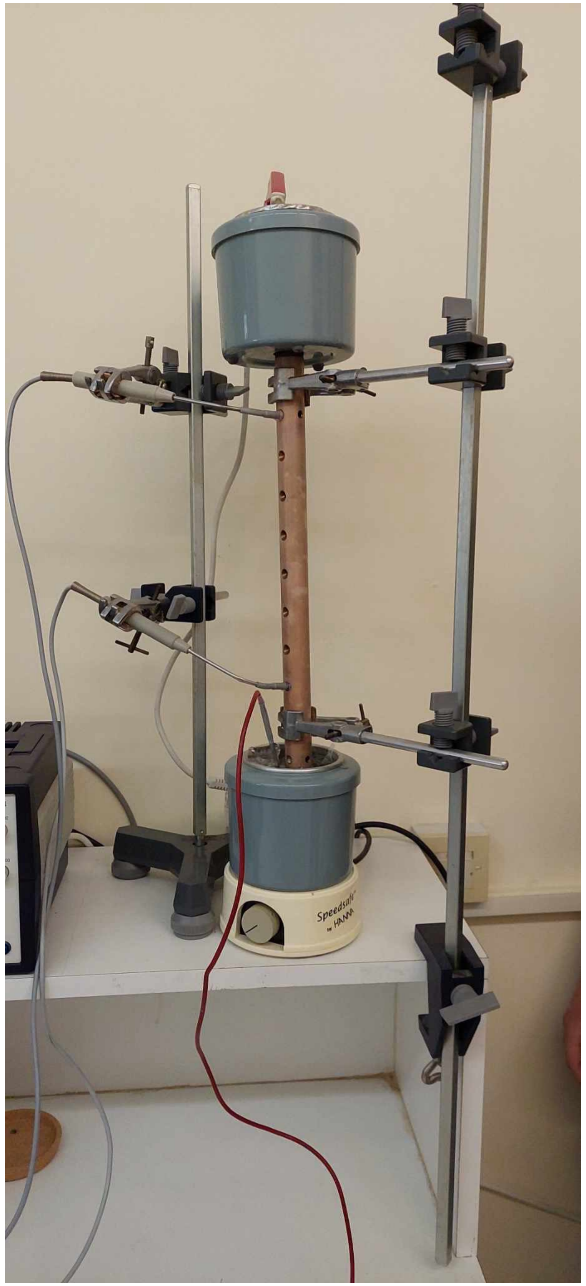
Για Τ θερμοκρασία δωματίου (Τ=293Κ).

Πείραμα 2β
6/6/2024

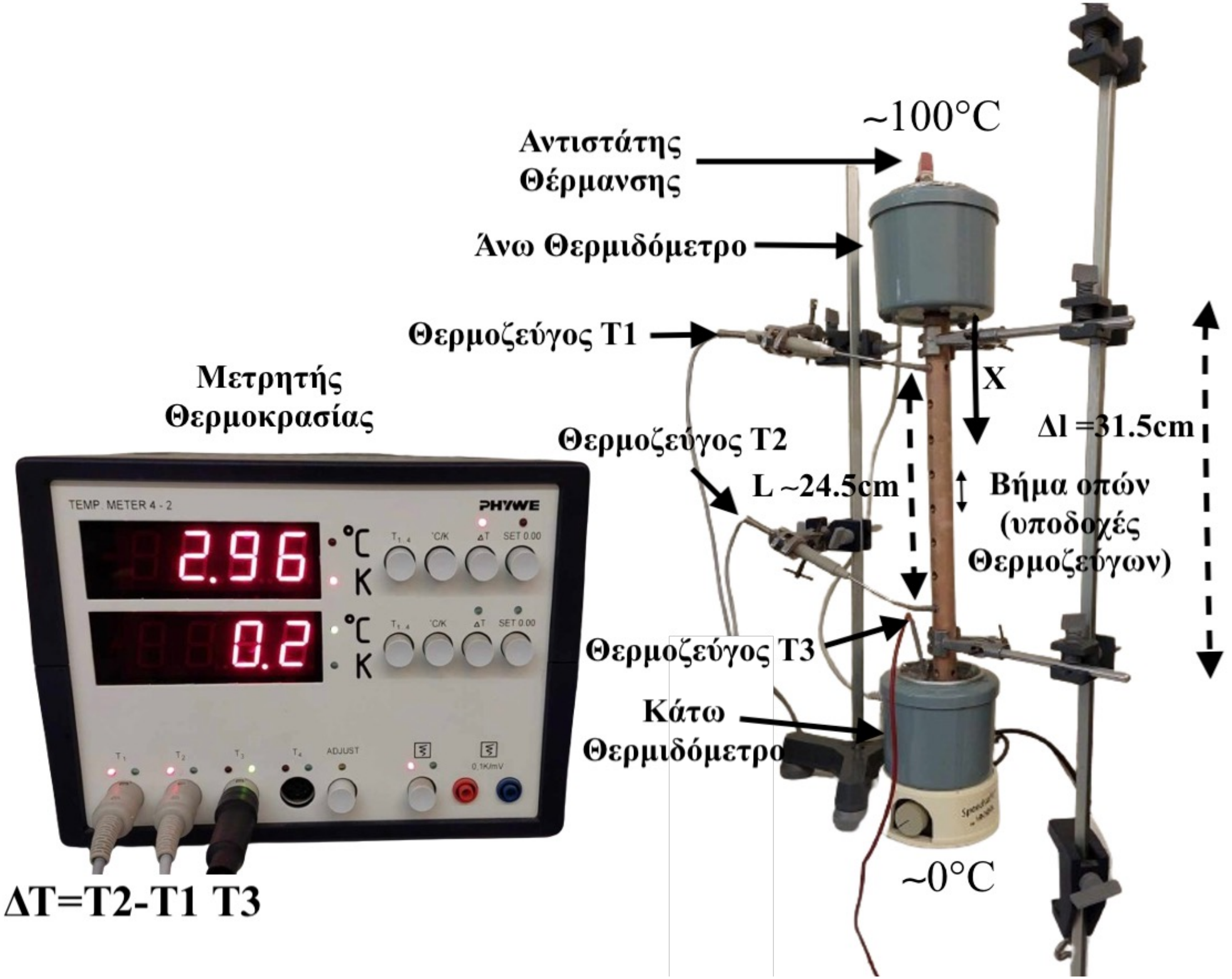
Σκοπός Πειράματος

Στο πείραμα θα μετρήσουμε τον συντελεστή λ και τον συντελεστή σ για μια ράβδο χαλκού (Cu), έτσι ώστε να υπολογίσουμε τον συντελεστή **Lorenz**. Θα χρησιμοποιήσουμε δύο διαφορετικές πειραματικές διατάξεις για τον υπολογισμό του λ και του σ, οι οποίες περιγράφονται παρακάτω.

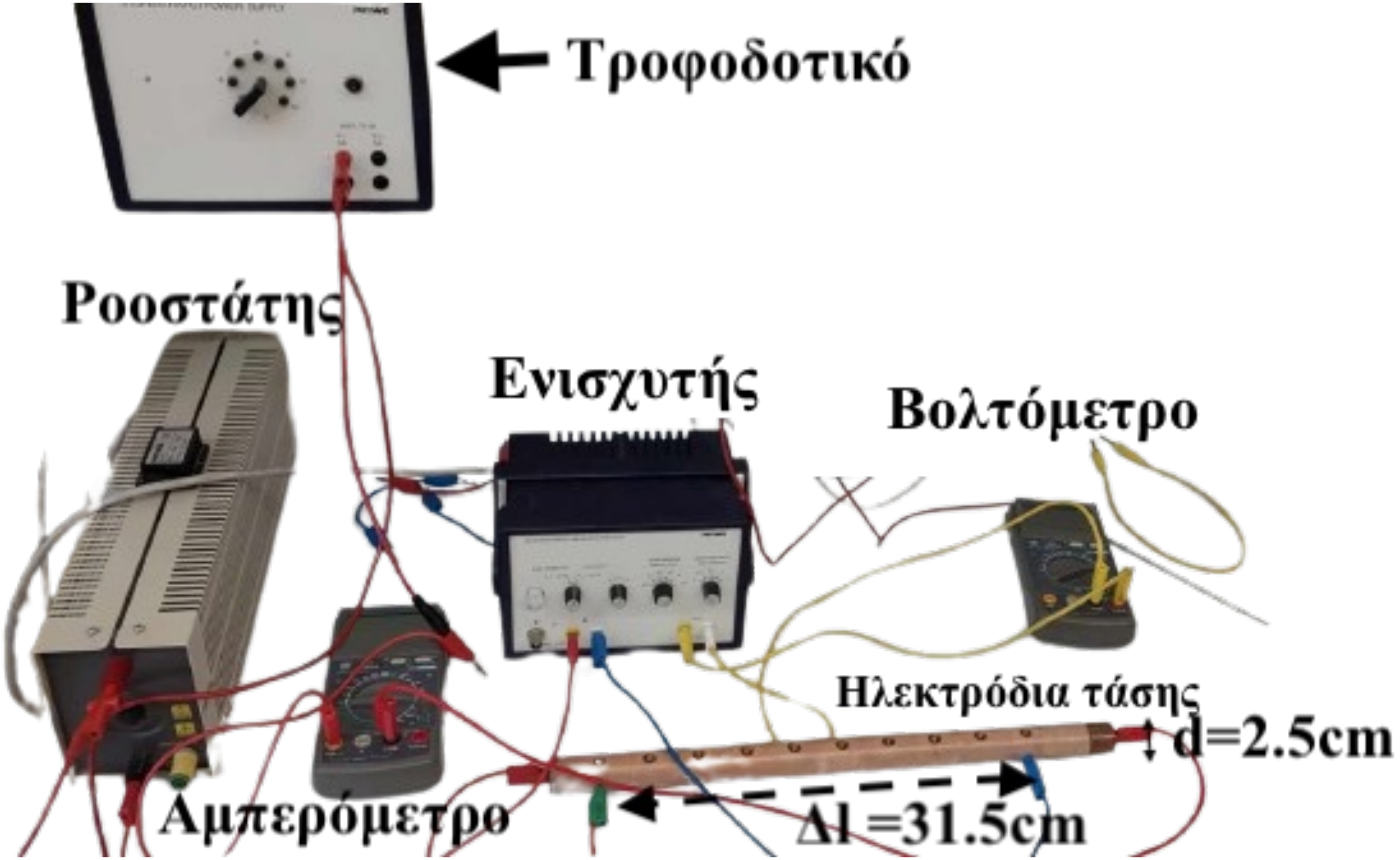




Πείραμα 1. Θερμική Αγωγιμότητα



Πείραμα 2. Ηλεκτρική Αγωγιμότητα



Πειραματικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.

Εισαγωγή

Θεωρία
- Θερμική αγωγιμότητα
- Ηλεκτρική αγωγιμότητα

Σκοπός

Διάταξη
- Θερμική
- Ηλεκτρική

Πειραματικά Δεδομένα

Ανάλυση
- Αποτελέσματα
- Σφάλματα

Σχολιασμός

Πειραματικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.						
t(s)	$\Delta T(t)$	$\Delta T(t) - \Delta T_0$	$T_3(t)$ (^oC)	$T_3(t)$ (K)	$\theta(t)$ (^oC)	$\theta(t)$ (K)
0	10,25	10,05	1	274,15	1,4	274,55
30	10,17	9,97	1,1	274,25	1,5	274,65
60	9,97	9,77	1,2	274,35	1,5	274,65
90	9,62	9,42	1,3	274,45	1,6	274,75
120	9,28	9,08	1,4	274,55	1,7	274,85
150	8,95	8,75	1,6	274,75	1,8	274,95
180	8,75	8,55	1,7	274,85	1,8	274,95
210	8,59	8,39	1,8	274,95	1,8	274,95
240	8,38	8,18	1,9	275,05	1,9	275,05
270	8,29	8,09	2	275,15	1,9	275,05
300	8,2	8	2,1	275,25	1,9	275,05
330	8,09	7,89	2,2	275,35	2	275,15
360	8,05	7,85	2,3	275,45	2	275,15
390	8,01	7,81	2,4	275,55	2,1	275,25
420	8,05	7,85	2,5	275,65	2,1	275,25
450	8,09	7,89	2,6	275,75	2,2	275,35
480	8,12	7,92	2,7	275,85	2,2	275,35
510	8,15	7,95	2,8	275,95	2,2	275,35
540	8,17	7,97	3	276,15	2,3	275,45
570	8,17	7,97	3,1	276,25	2,3	275,45
600	8,12	7,92	3,4	276,55	2,3	275,45

Πίνακας 1: Μετρήσεις και μετατροπές πρώτου πειράματος.

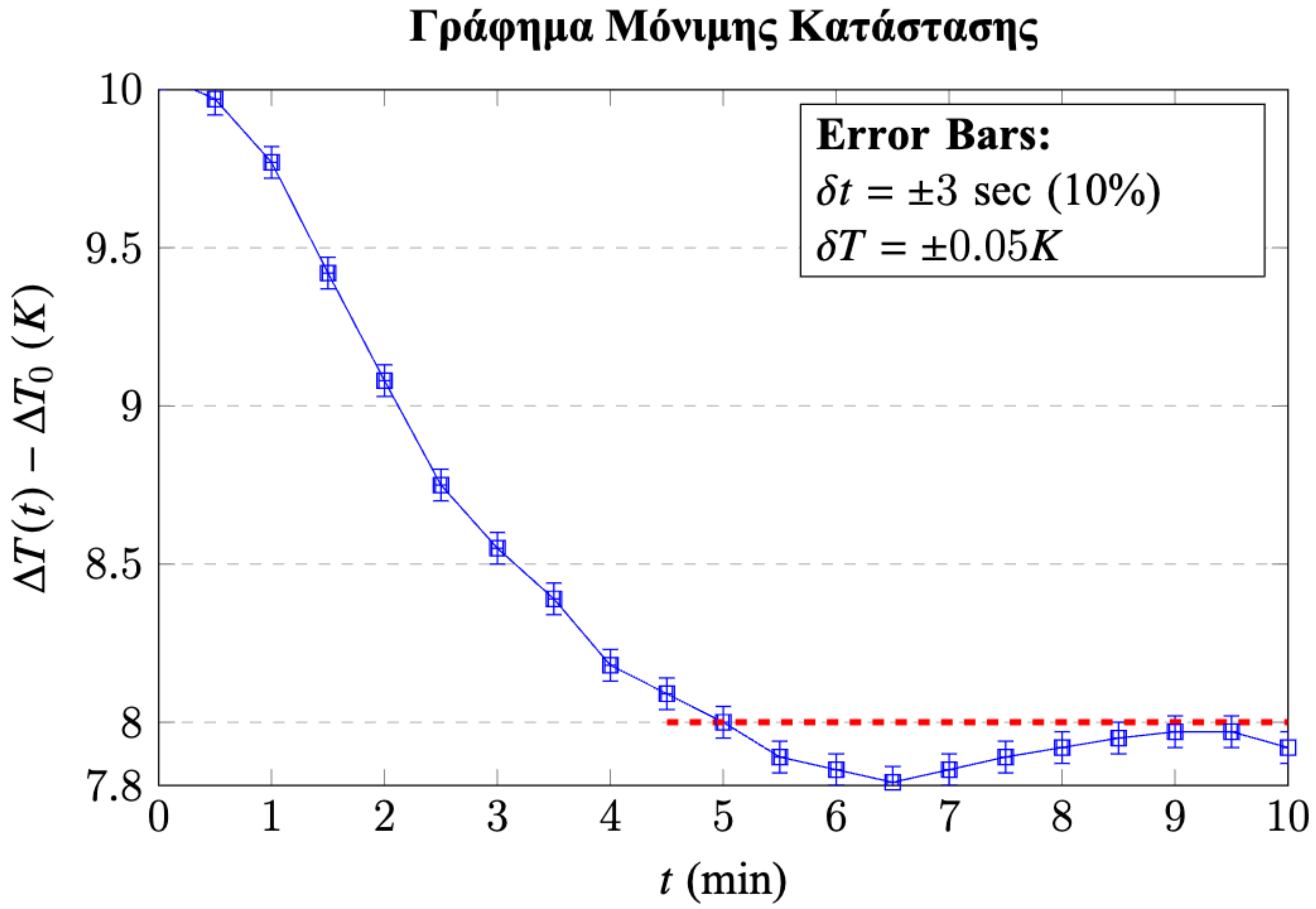
Πειραματικά Δεδομένα Δεύτερης Διάταξης.

Πειραματικά Δεδομένα Δεύτερης Διάταξης.				
V(V)	$I_\rho(A)$	$V_\rho(V)$	$V_{\rho,\pi}(V)$	$\sigma\ (\Omega^{-1}m^{-1})$
2	0,13	0,14	$0{,}14 \cdot 10^{-5}$	$5{,}96 \cdot 10^{7}$
4	0,46	0,92	$0{,}92 \cdot 10^{-5}$	$3{,}21 \cdot 10^{7}$
6	0,8	0,95	$0{,}95 \cdot 10^{-5}$	$5{,}40 \cdot 10^{7}$
8	1,14	1,23	$1{,}23 \cdot 10^{-5}$	$5{,}95 \cdot 10^{7}$
10	1,47	1,67	$1{,}67 \cdot 10^{-5}$	$5{,}65 \cdot 10^{7}$
12	1,8	1,91	$1{,}91 \cdot 10^{-5}$	$6{,}05 \cdot 10^{7}$
14	2,12	2,41	$2{,}41 \cdot 10^{-5}$	$5{,}64 \cdot 10^{7}$

Πίνακας 2: Μετρήσεις, μετατροπές και υπολογισμοί του δεύτερου πειράματος.

Πείραμα 2β
5/6/2024

Γράφημα Μόνιμης Κατάστασης



Πείραμα 2β
5/6/2024

Γράφημα Κάτω Θερμιδόμετρο στη Μόνιμη Κατάσταση

Εισαγωγή

Θεωρία
- Θερμική αγωγιμότητα
- Ηλεκτρική αγωγιμότητα

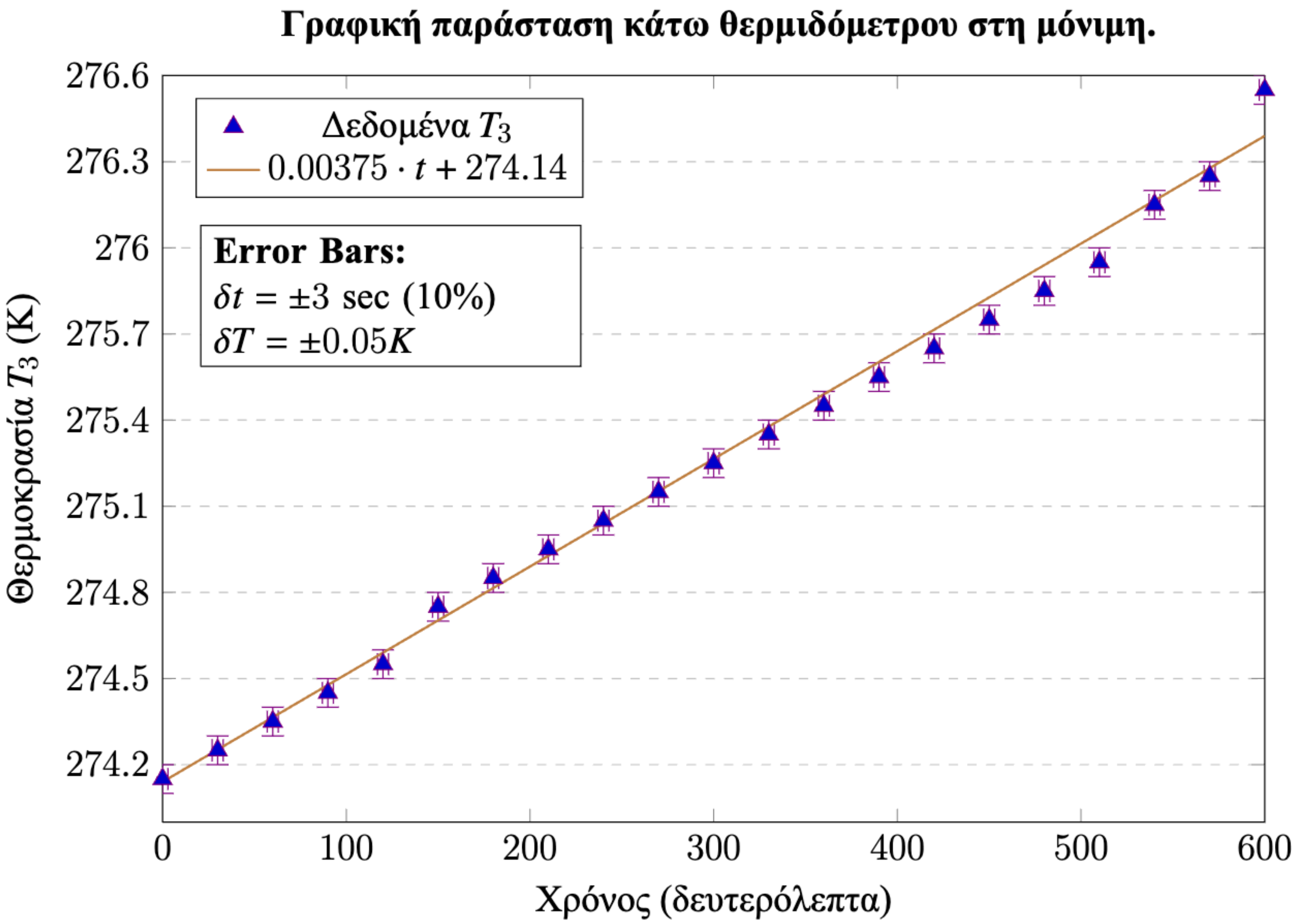
Σκοπός

Διάταξη
- Θερμική
- Ηλεκτρική

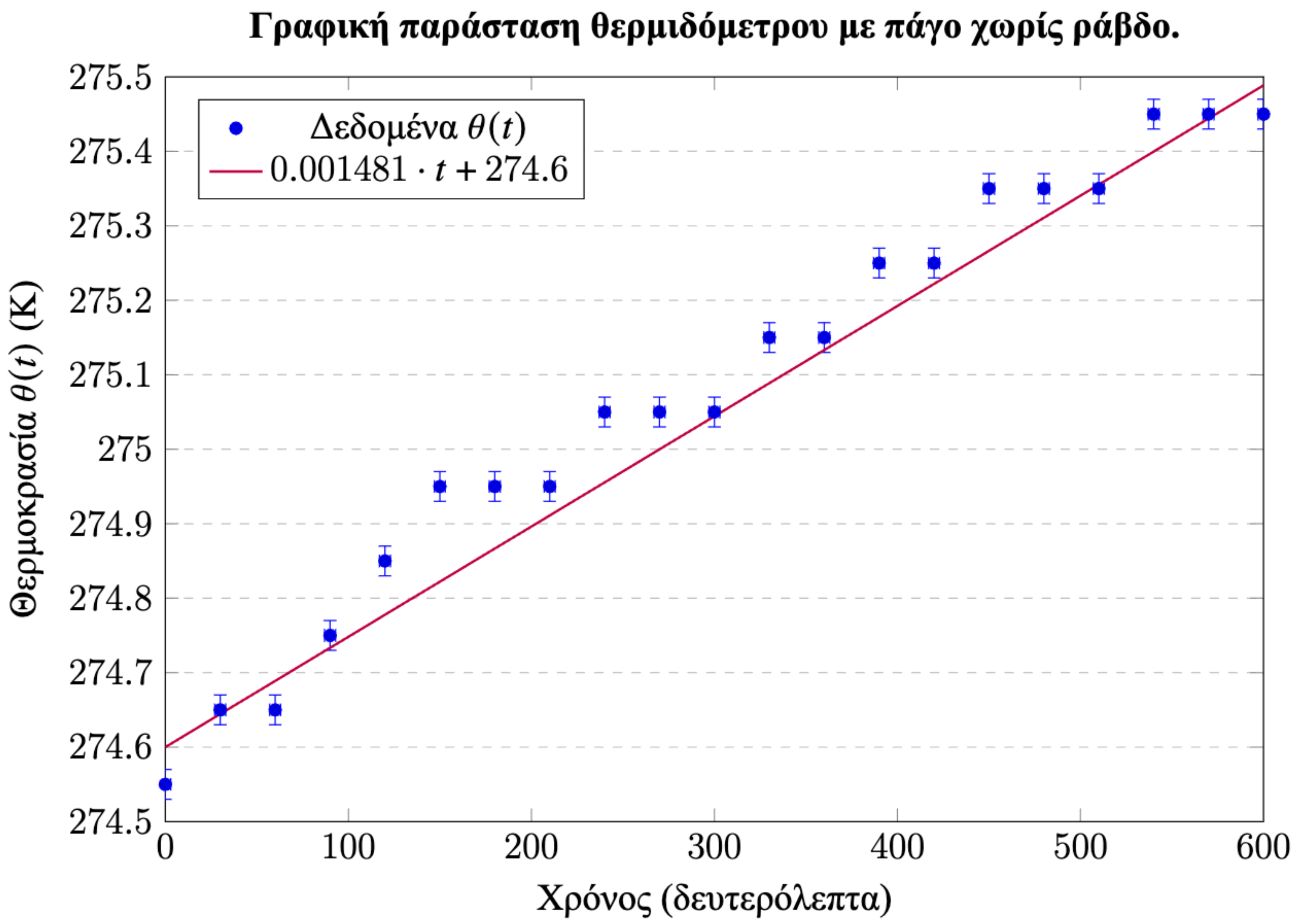
Πειραματικά Δεδομένα

Ανάλυση
- Αποτελέσματα
- Σφάλματα

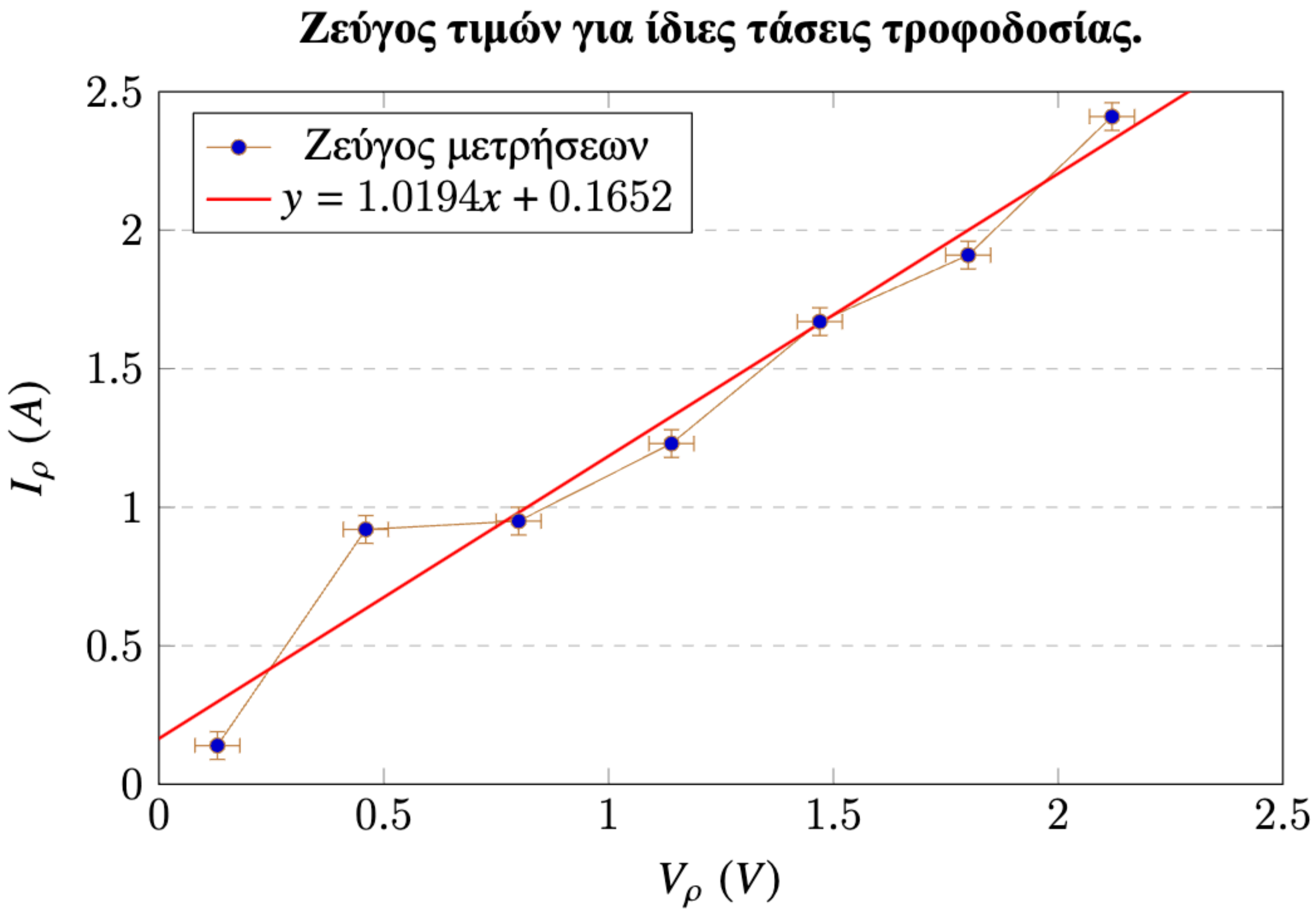
Σχολιασμός



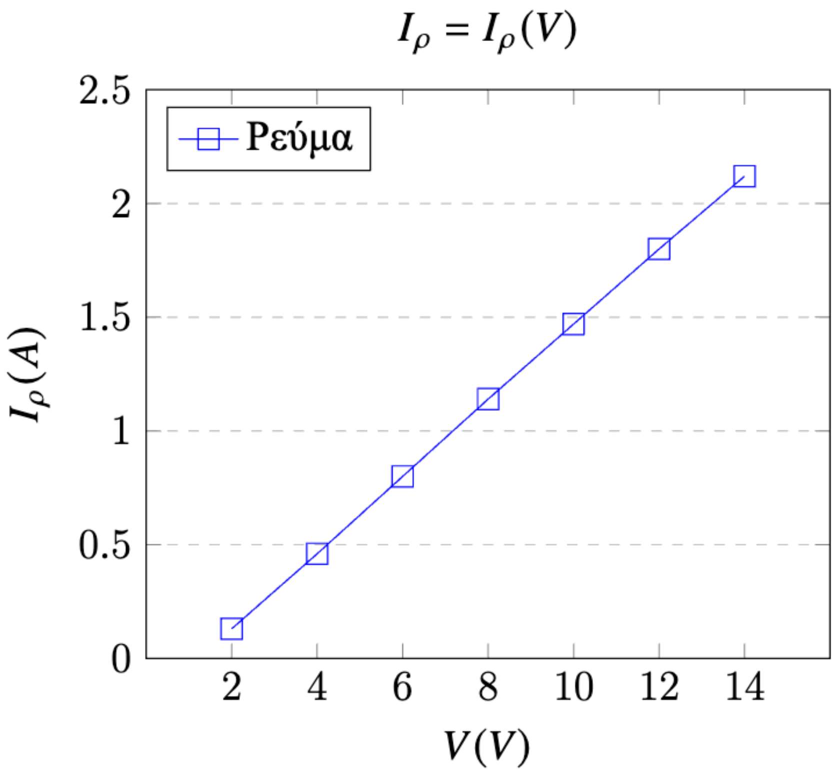
Γράφημα Θερμιδόμετρου με Πάγο χωρίς Ράβδο

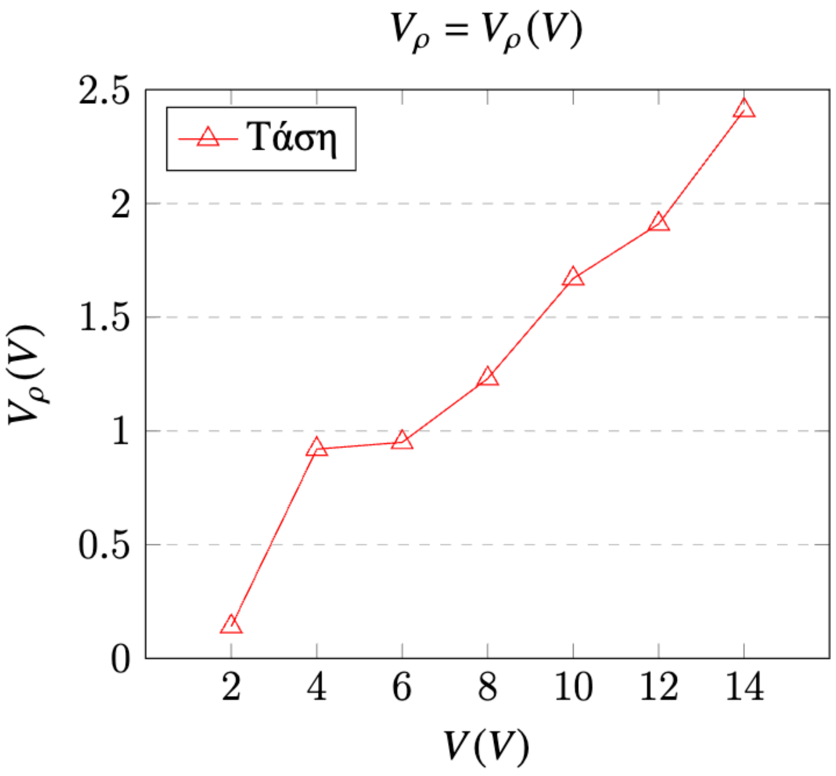


Γράφημα για ίδιες Τάσεις Τροφοδοσίας



Γραφήματα των $I_ρ(A)$ και $V_ρ(V)$





Μετρούμενες Ποσότητες

- Ολικό ρεύμα θερμικής ενέργειας δια της ράβδου: $\frac{dQ_{ολ}}{dt} = 5.98\times 10^7 \pm 1.422W$
- Ειδικός ρυθμός ροής θερμικής ενέργειας από το περιβάλλον: $\frac{dQ_{περ}}{dt} = 2.431\times 10^7 \pm 0.09W$
- Ρεύμα θερμικής ενέργειας δια μέσου της ράβδου: $\frac{dQ_{αγωγ}}{dt} = 3.503\times 10^7 \pm 10.07W$
- Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας: $\lambda = 267.8 \pm 17.5\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- Συντελεστής ηλεκτρικής αγωγιμότητας: $\sigma = 5.647\times 10^7 \pm 0.514\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
- Μέση τιμή συντελεστή ηλεκτρικής: $< \sigma >= 5.410\times 10^7 \pm 0.422\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
- Συντελεστής Lorenz: $L = 1.58 \times 10^{-8} \pm 0.27\ \frac{W}{K^2}\Omega$

Αριθμητική Προσομοίωση της Στάσιμης Κατάστασης

Θέλουμε να λύσουμε μια εξίσωση Laplace στο XY επίπεδο (σαν διατομή της ράβδου)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

Πάμε από μια διαφορική εξίσωση σε μια εξίσωση πεπερασμένων διαφορών:

$$\frac{\mathrm{T}_{i+1,j} - 2\mathrm{T}_{i,j} + \mathrm{T}_{i-1,j}}{(\Delta \mathrm{x})^2} + \frac{\mathrm{T}_{i,j+1} - 2\mathrm{T}_{i,j} + \mathrm{T}_{i,j-1}}{(\Delta \mathrm{y})^2} = 0$$

Η εξίσωση μπορεί να αναδιαταχθεί για να απομονώσουμε το $\mathrm{T}_{i,j}$

$$\mathrm{T}_{i,j} = \frac{\mathrm{T}_{i+1,j} + \mathrm{T}_{i-1,j} + \mathrm{T}_{i,j+1} + \mathrm{T}_{i,j-1}}{4}$$

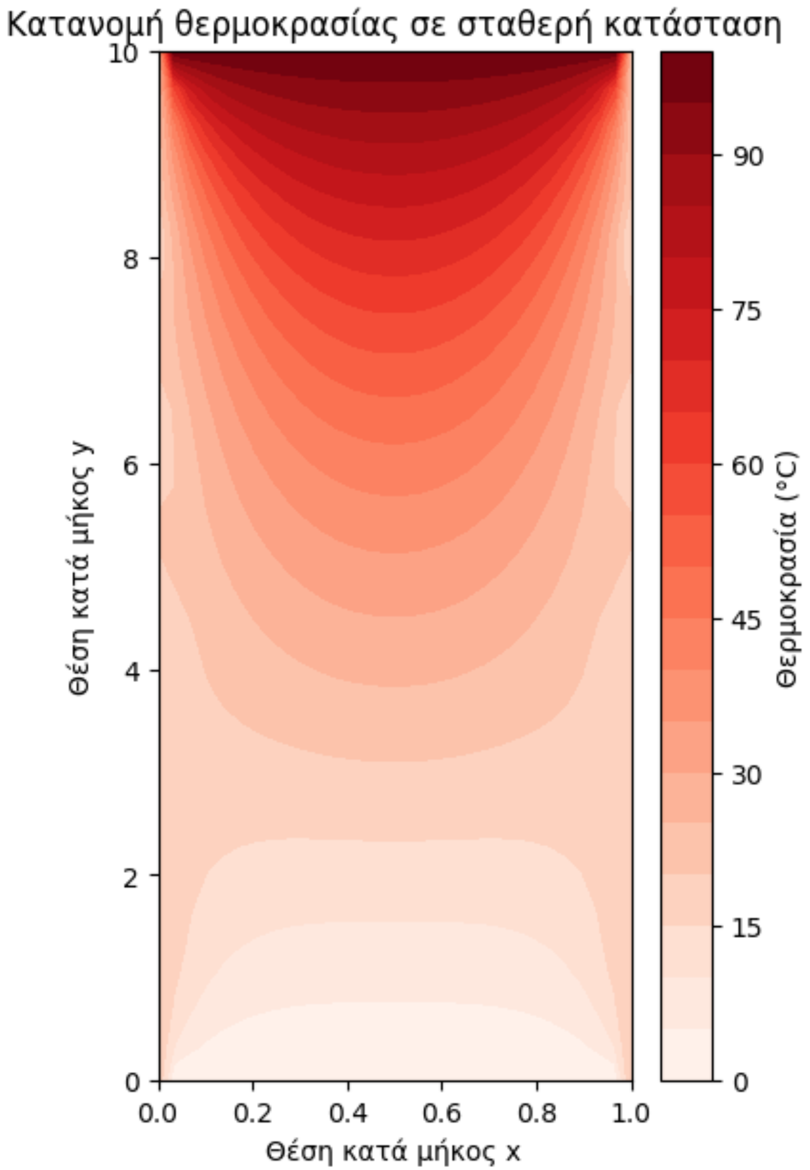
Χρησιμοποιούμε την επαναληπτική μέθοδο Jacobi για να ενημερώνουμε τις θερμοκρασίες σε κάθε σημείο του πλέγματος μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση:

$$\mathrm{T}_{i,j}^{(n+1)} = \frac{1}{4}\left(\mathrm{T}_{i+1,j}^{(n)} + \mathrm{T}_{i-1,j}^{(n)} + \mathrm{T}_{i,j+1}^{(n)} + \mathrm{T}_{i,j-1}^{(n)}\right)$$

Σταματάμε την αναδρομική ακολουθία όταν πετύχουμε ικανοποιητική σύγκλιση

$$\max\left|\mathrm{T}^{(n+1)} - \mathrm{T}^{(n)}\right| < \text{tolerance}$$

Αριθμητική Προσομοίωση της Στάσιμης Κατάστασης



$$T[:,0] = T_0 \quad \text{(αριστερό άκρο)}$$
$$T[:,-1] = T_L \quad \text{(δεξί άκρο)}$$
$$T[0,:] = T_{\text{side}} \quad \text{(κάτω άκρο)}$$
$$T[-1,:] = T_{\text{side}} \quad \text{(πάνω άκρο)}$$

$$j_{\text{start}} = \left\lfloor \frac{y_{\text{pos}} - \text{heat\_thickness}/2}{\Delta y} \right\rfloor$$
$$j_{\text{end}} = \left\lceil \frac{y_{\text{pos}} + \text{heat\_thickness}/2}{\Delta y} \right\rceil$$
$$T[0, j_{\text{start}} : j_{\text{end}}+1] = T_{\text{heat}} \quad \text{(κάτω άκρο)}$$
$$T[-1, j_{\text{start}} : j_{\text{end}}+1] = T_{\text{heat}} \quad \text{(πάνω άκρο)}$$

Σφάλματα σε σχέση με την απόσταση.

$$\lambda = \frac{1}{A} \cdot \frac{L}{\Delta T} \left(\frac{\Delta Q_{o\lambda}}{\Delta t} - \frac{\Delta Q_{\pi\epsilon\rho}}{\Delta t} \right)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial L} = \frac{\lambda}{L}$$

Η διάδοση σφάλματος του συντελεστή αγωγιμότητας:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta T} = -\frac{\lambda}{\Delta T}$$

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial L}\delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta T}\delta(\Delta T)\right)^2}$$

Προκύπτει το σφάλμα και το σχετικό σφάλμα:

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{L}\delta L\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\Delta T}\delta(\Delta T)\right)^2} \qquad \delta\lambda/\lambda = \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\Delta T)}{\Delta T}\right)^2}$$

Σφάλματα σε σχέση με την απόσταση.

$$\sigma = \frac{\Delta l}{A} \cdot \frac{I_\rho}{V_\rho} \qquad L = \frac{\lambda}{\sigma T}$$

Η διάδοση σφάλματος του συντελεστή σ και L δίνει:

$$\delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Delta l}\delta\right)\Delta l)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial I_\rho}\delta I_\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial V_\rho}\delta V_\rho\right)^2} = \sigma \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta I_\rho}{I_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta l}{\Delta l}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_\rho}{V_\rho}\right)^2}$$

$$\delta L = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial\lambda}\cdot\delta\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial\sigma}\cdot\delta\sigma\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial T}\cdot\delta T\right)^2} \approx L\sqrt{\left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\delta\sigma}{\sigma}\right)^2}$$

Η διάδοση σφάλματος σε σχέση με την απόσταση για αυτού του τύπου τις συναρτήσεις:

$$\delta(ax) = ax\sqrt{\frac{\gamma}{x^2} + \beta} = a\sqrt{\gamma + \beta\cdot x^2} \Rightarrow \delta(ax)_{rel} = \frac{\delta(ax)}{ax} = \sqrt{\frac{\gamma}{x^2} + \beta} \Rightarrow x \nearrow \Rightarrow \delta(ax)_{rel} \swarrow x$$

Σφάλματα σε σχέση με την απόσταση.

Αλλά εδώ και οι δύο ποσότητες που λαμβάνουμε υπ'όψιν έχουν εξάρτηση από το L.

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{exp} \cdot L_{min/max}}{L_{exp}} = 34.45 \ \cdot L$$

προκύπτει το σφάλμα να είναι η σταθερή συνάρτηση,

$$\delta\lambda = 873 \cdot \frac{x}{100}\sqrt{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{34.45 \ \cdot x}\right)^2}$$

Παράδειγμα για ακραία L $\delta\lambda(L_{min}) = 17.46(W/mK), \delta\lambda(L_{max}) = 17.5(W/mK)$

Για παράδειγμα αν είχαμε και άλλες ποσότητες στη ρίζα

$$V_\rho = \rho\frac{\Delta l}{A}I_\rho = 3.42 \cdot \Delta l \cdot I_\rho$$

$$\delta\sigma = \sigma \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta I_\rho}{I_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta l}{\Delta l}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_\rho}{V_\rho}\right)^2} = 595.7\sqrt{\left(\frac{0.01}{1.58}\right)^2 + \left(\frac{0.01 \cdot 0.315}{x \cdot 1.36}\right)^2 + \left(\frac{0.02 \cdot 1.58 \cdot 3.42}{x \cdot 1.36}\right)^2}$$

Παράδειγμα για ακραία Δl, προκύπτει η επιλογή μεγαλύτερων αποστάσεων οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα.

$$\delta\sigma(\Delta l_{min}) = 14.04 \cdot 10^8\Omega^{-1}m^{-1} \text{ και } \delta\sigma(\Delta l_{max}) = 4.06 \cdot 10^8\Omega^{-1}m^{-1}$$

Συμπεράσματα και Σχόλια

Ποσοστό του τελικού dQ/dt: $\Pi\%\left(\frac{dQ_{\pi\varepsilon\rho}}{dt}\right) = 39.5\%$ $\Pi\%\left(\frac{dQ_{\alpha\gamma\omega\gamma}}{dt}\right) = 60.5\%$

Απόκλιση από την τιμή της βιβλιογραφίας:

$\Pi\%(\lambda) = 44.4\%$

$\Pi\%(\sigma) = 9\%$

$\Pi\%(L) = 44.8\%$

Συντελεστής Λορέντζ. Η απόκλιση του συντελεστή κατά 44% είναι κάτι που περιμέναμε λόγω των αποκλίσεων των άλλων δύο μεγεθών.

- Τα γραφήματα παρουσιάζουν αναμενόμενη γραμμική συμπεριφορά όπου μπορούμε να υπολογίσουμε από τους ρυθμούς μεταβολής τις αντίστοιχες ισχύς.
- Το πείραμα έχει σημαντικά περιθώρια βελτίωσης ειδικά στο πρώτο μέρος. Ο περιορισμός των θερμικών απωλειών είναι το σημείο που θα πρέπει να εστιαστεί περισσότερο η μελλοντική μας μελέτη. Περιορίζοντας και συνυπολογίζοντας τις απώλειες από τα άκρα και τα πλαϊνά τοιχώματα της ράβδου.

Τα δύο πειράματα φανερώνουν ότι η θεωρητική περιγραφή μπορεί να επιβεβαιωθεί αλλά όχι με ικανοποιητική ακρίβεια.

Παράρτημα Α. Ανάλυση Δεδομένων

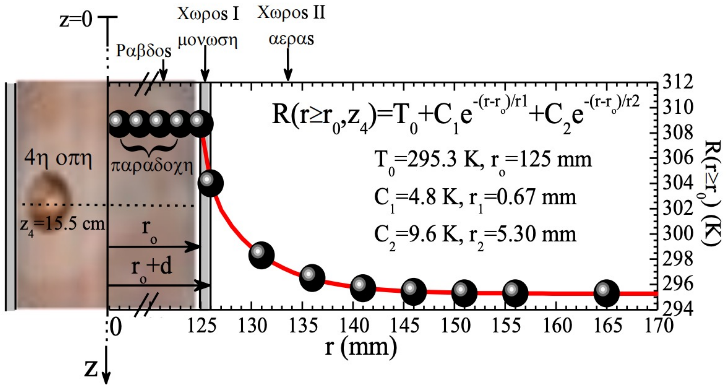
Πειραματικά και Βιβλιογραφικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.				
C_{H_2O} (J/grK)	C_θ (J/K)	m_{H_2O} (gr)	$L(m)$	ΔT_{avg} (K)
4.18	78	363	0.25	8,44
Σφάλματα ποσοτήτων.				
δC_{H_2O} (J/grK)	δC_θ (J/K)	δm_{H_2O} (gr)	$\delta L(m)$	$\delta(\Delta T_{avg})$ (K)
1.05	19.5	0.5	0.02	0.05
Πειραματικά και Βιβλιογραφικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.				
$d(m)$	$A(m^2)$	ΔT_0 (K)	dT_3/dt (K/s)	$d\theta(t)/dt$ (K/s)
0.025	0.000491	0.2	0.00375	0.00148
Υπολογισμός ειδικού ρεύματος θερμικής ενέργειας.				
$\Delta Q_{o\lambda}/\Delta t$ (W)	$\Delta Q_{\pi\epsilon\rho}/\Delta t$ (W)	$dQ_{\alpha\gamma\omega\gamma}/dt$ (W)	Π% αγωγού	Π% περιβ.
5.98	2.36	3.62	60.5	39.5
Υπολογισμός συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας Χαλκού.				
λ_{Cu} (W/mK) Βιβλ.	λ_{Cu} (W/mK) Πειρ.	$\delta\lambda$ (W/mK)	Σχετικό Σφάλμα	$(\lambda_{the}-\lambda_{exp})/\lambda_{the}$
385-401	214	17.5	8.2%	44.4%
Υπολογισμός συντελεστή ηλεκτρικής αγωγιμότητας Χαλκού.				
ρ_{Cu} (Ωm) θεωρ.	R (Ω)	$<\sigma_{Cu}>$ $(\Omega^{-1}m^{-1})$	σ_{Cu}, $R\approx 11\mu\Omega$	σ_{Cu} $(\Omega^{-1}m^{-1})$ θεωρ.
$1.68\cdot 10^{-8}$	$11\cdot 10^{-6}$	$5.41\cdot 10^{7}$	$5.83\cdot 10^{7}$	$5.95\cdot 10^{7}$
Σφάλματα και αποκλίσεις.				
STDEV	$\delta\sigma$	$(\sigma_{the}-\sigma_{exp})/\sigma_{the}$	ρ_{Cu} (Ωm) θεωρ.	$\delta\sigma_{rel}$
$1\cdot 10^{7}$	$4.06\cdot 10^{6}$	9%	$0.6\cdot 10^{-8}$	7%
Υπολογισμός σταθεράς του Lorentz.				
$L_{the}(293K)$ $(W\Omega/K^2)$	$L(293K)$ $(W\Omega/K^2)$	$(L_{the}-L_{exp})/L_{the}$	δL	δL_{rel}
$2.45\cdot 10^{-8}$	$1.35\cdot 10^{-8}$	44.8 %	$0.27\cdot 10^{-8}$	20%

Πίνακας 3: Συγκεντρωτικά όλα τα στοιχεία των πειραμάτων που υπολογίστηκαν.

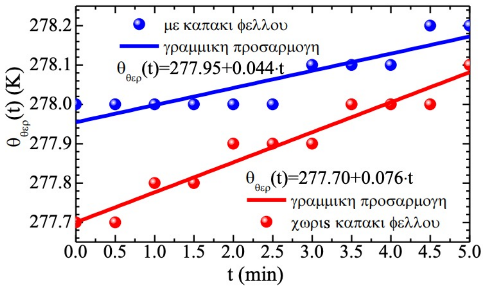
Παράρτημα Β. Ρεαλιστικότερη αντιμετώπιση

Η διαφορά της τιμής θερμικής αγωγιμότητας οφείλεται σε παράγοντες όπως

- Απώλειες που αγνοήσαμε και διαφυγή θερμότητας στον περιβάλλοντα χώρο Π.χ. από τα θερμιδόμετρα και από την πλευρική επιφάνεια.
- Η διαφορά θερμοκρασίας Δ στη στάσιμη κατάσταση είναι πολύ μικρότερη από αυτή που θα θέλαμε. Αυτό οφείλεται και στην μεταφορά της θερμότητας από την πάνω πηγή στη ράβδο (καρφί: συστηματικά σφάλματα στη μεταφορά θερμότητας από την πηγή στη ράβδο.)



Ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στη ράβδο και στο περιβάλλον μέσω της πλευρικής επιφάνειας, λόγω της ατελούς θερμικής μόνωσης



Ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στο κάτω θερμιδόμετρο και στο περιβάλλον, μέσω της ελεύθερης άνω επιφάνειάς του

Βιβλιογραφία.

Βιβλιογραφία.

[Βλ1] Εργαστηριακός Οδηγός Κατεύθυνσης Φυσικής Συμπυκνωμένης ύλης 2020.
[Βλ2] Εισαγωγή στη φυσική στερεάς κατάστασης. Kittel. Έκδοση 5, Πνευματικός.
[Βλ3] Φυσική στερεάς κατάστασης, Ashcroft, Mermin, Πνευματικός.
[Βλ4] Φυσική στερεάς κατάστασης, Ibach Harald, Lüch Hans, ΖΗΤΗ.

Αναφορές.

[1] Οδηγίες για το Πείραμα 2β εργαστηριακού οδηγού.
[2] Thermal conductivity and resistivity, άρθρο Wikipedia.
[3] Tuttle, J., Canavan, E. , & DiPirro, M. (2010). Thermal and electrical conductivity measurements of CDA 510 phosphor bronze. AIP Conference Proceedings, 1219, 55-62.
[4] Stojanovic, N., Maithripala, D. H. S., Berg, J. M., & Holtz, M. (2010). Thermal conductivity in metallic nanostructures at high temperature: Electrons, phonons, and the Wiedemann-Franz law. Physical Review B, 82(7), 075418.
[5] Devanathan, V. (2021). The Wiedemann-Franz Law for Electrical and Thermal Conduction in Metals. Journal of Chennai Academy of Sciences, 4, 1-26.

Μετρήσεις-Δεδομένα.

[Data-1]: Πρώτο σετ μετρήσεων set1.txt
[Data-2]: Δεύτερο σετ μετρήσεων set2.txt

Ευχαριστούμε για την προσοχή σας!