

# Πείραμα 2β - Σχέση ηλεκτρικής και θερμικής αγωγιμότητας στα μέταλλα.

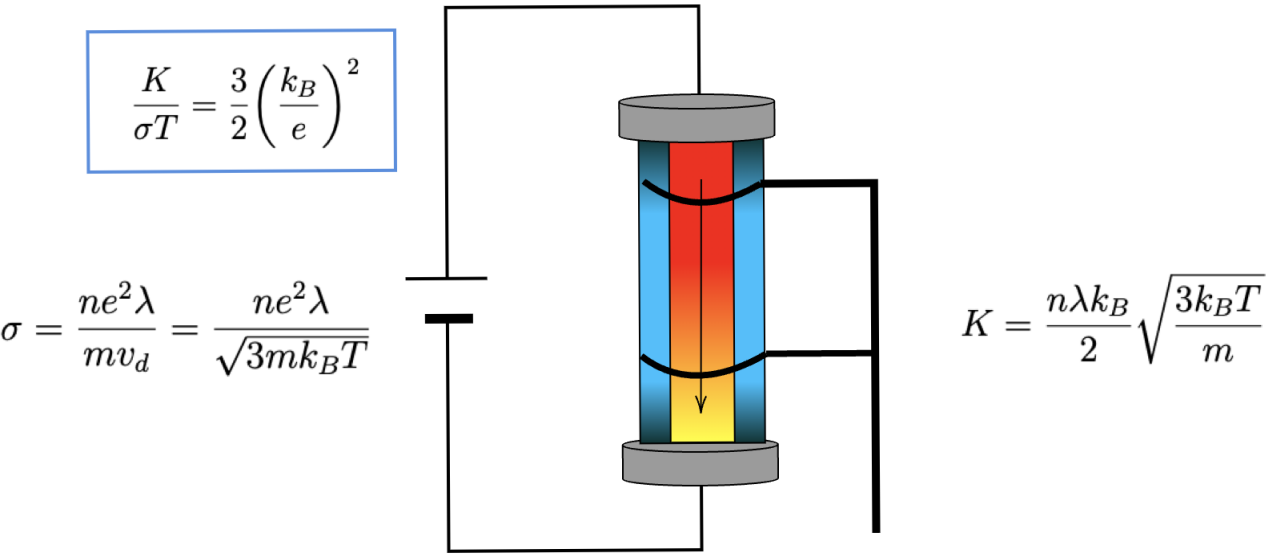
Ιάσων Καζάζης

Προς τον κύριο Σταμόπουλο.



HELLENIC REPUBLIC  
National and Kapodistrian  
University of Athens  
— EST. 1837 —

Προσωπικά στοιχεία | AM: 1110201900073 , email: sph1900073@uoa.gr  
Ομάδα 4: Θάνος-Τάνο Ευάγγελος, Καζάζης Ιάσων, Καλλη Ευριπίδης  
Εκτέλεση άσκησης Τετάρτη 9:00-12:00, 10/4/2024.



# Εργαστήριο Κατεύθυνσης Φυσικής Συμπυκνωμένης Ύλης.

Πείραμα 2β.

25 Απριλίου 2024

## Περιεχόμενα

<b>1 Θεωρία Πειράματος.</b>	<b>1</b>
1.1 Κλασσική Προσέγγιση. . . . .	1
1.2 Κβαντομηχανική Προσέγγιση. . . . .	2
1.3 Θερμική αγωγιμότητα στο πείραμα . . . . .	3
1.4 Ηλεκτρική αγωγιμότητα στο πείραμα . . . . .	4
<b>2 Πειραματική Διαδικασία.</b>	<b>4</b>
2.1 Οργανολογία και διάταξη. . . . .	4
<b>3 Πειραματικά αποτελέσματα.</b>	<b>7</b>
3.1 Δεδομένα πειράματος σε πίνακες. . . . .	7
<b>4 Ανάλυση πειράματος</b>	<b>8</b>
4.1 Συμπεράσματα, σφάλματα και περιθώρια βελτίωσης. . . . .	11
4.1.1 Μελλοντική μελέτη . . . . .	12
<b>5 Παράρτημα</b>	<b>12</b>
5.1 Σφάλματα . . . . .	12
5.2 Σφάλματα με την απόσταση. . . . .	13
5.3 Υπολογιστική προσέγγιση. . . . .	14
<b>6 Βιβλιογραφία.</b>	<b>15</b>
6.1 Βιβλιογραφία. . . . .	15
6.2 Αναφορές. . . . .	15
6.3 Μετρήσεις-Δεδομένα. . . . .	15



### Περίληψη

Το χαρακτηριστικό των μετάλλων να έχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια συνεπάγεται διαφόρων χρήσιμων ιδιοτήτων που τα καθιστούν πολύ χρήσιμα υλικά. Η **θερμική** και **ηλεκτρική** αγωγιμότητα είναι δυο πολύ βασικές ιδιότητες. Ο νόμος των *Wiedemann-Franz* μπορεί και εκφράζει την αναλογία μεταξύ αυτών των δύο ιδιοτήτων και ισχύει για τα περισσότερα μεταλλικά στοιχεία. Αυτή προκύπτει να είναι σταθερή σε συγκεκριμένη θερμοκρασία. Αυτή η αναλογία ονομάζεται και συντελεστής *Lorenz* και αποδεικνύεται ότι είναι **σταθερός** για πολλά μέταλλα για μια συγκεκριμένη θερμοκρασία. Στη παρούσα άσκηση θα αναπτυχθεί η θεωρία της ροής ηλεκτρικού και θερμικού ρεύματος εντός του υλικού και θα επιβεβαιωθεί πειραματικά ο νόμος για μια ράβδο Χαλκού (*Cu*) λαμβάνοντας υπόψη τα σφάλματα της διάταξης.

## 1 Θεωρία Πειράματος.

### 1.1 Κλασσική Προσέγγιση.

Γνωρίζουμε ότι ισχύει ο νόμος του *Ohm* για τα μέταλλα,

$$\vec{J} = -ne\vec{v} \quad (1.1)$$

Όπου  $n$  συμβολίζει την πυκνότητα των ηλεκτρονίων,  $e$  το φορτίο του ηλεκτρονίου και  $v$  την ταχύτητα του ηλεκτρονίου. Σε απουσία ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια κινούνται με τυχαίες ταχύτητες σε όλες τις κατευθύνσεις και έτσι το καθαρό ρεύμα θα είναι μηδέν. Με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια θα υποστούν επιτάχυνση και λόγω των δυνάμεων απόσβεσης που προκύπτουν από τις συγκρούσεις με τα σημεία του πλέγματος, τα ηλεκτρόνια θα φτάσουν σε μια σταθερή κατάσταση με ταχύτητα ολίσθησης  $v_d$  στην κατεύθυνση του εφαρμοσμένου πεδίου, σε χρόνο  $\tau$ , που είναι γνωστός ως χρόνος αποκατάστασης. Αν  $m$  είναι η μάζα του ηλεκτρονίου, τότε η επιτάχυνση  $a = \frac{dv}{dt}$  που θα βιώσει λόγω της εφαρμογής του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  μας οδηγεί στην σχέση για τον εφησυχασμό, από την (1.1) προκύπτει:

$$v_d = -\frac{eE\tau}{m} \Rightarrow j = -nev_d = \frac{ne^2\tau}{m}E$$

Για  $\sigma = J/E$  και για  $\mu$  ευκινησία,  $l$  μέση ελεύθερη διαδρομή ώστε  $v_d = l/\tau$ , θα έχουμε:

$$\sigma = ne\mu \Rightarrow \sigma = \frac{ne^2l}{mv_d}$$

Επειδή θα ισχύει για τα ηλεκτρονιακό αέριο:

$$\frac{1}{2}mv_d^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

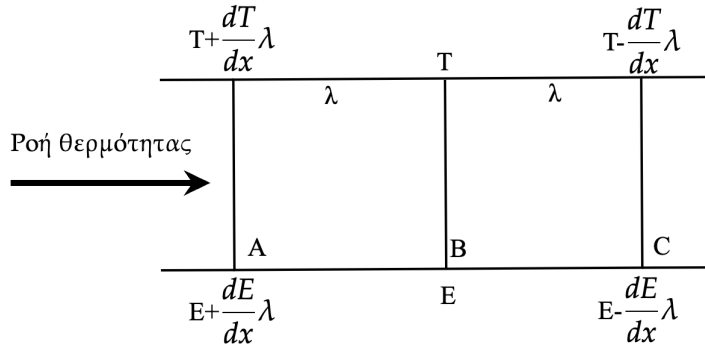
Προκύπτει η σχέση για την ηλεκτρική αγωγιμότητα:

$$\sigma = \frac{ne^2l}{\sqrt{3mk_B T}} \quad (1.2)$$

Θεωρούμε ότι τα ηλεκτρόνια εντός του υλικού μπορούν να πάνε προς μια κατεύθυνση ισοπίθανα σε σχέση με τις άλλες. Άρα η πιθανότητα να πάνε δεξιά από ένα σημείο  $A$  σε ένα  $B$  είναι  $1/6$  και αντίστοιχα αριστερά για ένα σημείο  $C$ . Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε πως η μεταφορά ενέργειας δια μέσου του  $B$  θα είναι τώρα,



Δηλαδή στο σημείο  $B$  η μεταφορά ενέργειας θα είναι, αυτή που έχουμε από την θετική ενεργειακή συνεισφορά από το σημείο  $A$  μείον την αρνητική συνεισφορά του  $C$ .



Δηλαδή τελικά,

$$(1/6 - (-1/6))nvl \frac{dE}{dx} = \frac{1}{3}nvl \frac{dE}{dx} = l \frac{dT}{dx}$$

Γνωρίζουμε ότι  $\frac{dE}{dt}$  θα είναι η ειδική θερμότητα για το ηλεκτρονιακό αέριο και θα ισούται με  $\frac{3}{2}k_B$ . Θεωρώντας πως οι χρόνοι κρούσης-εφησυχασμού είναι ίσοι και ίδιοι για τις δυο διαδικασίες αγωγής (θερμική-ηλεκτρική), προκύπτει

$$\lambda = \frac{nlk_B}{2} \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (1.3)$$

Και τελικά καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \quad (1.4)$$

Όμως η σχέση του φυλλαδίου είναι διαφορετική. Αυτό γιατί δε παίρνουμε την κλασσική προσέγγιση αλλά την κβαντομηχανική.

## 1.2 Κβαντομηχανική Προσέγγιση.

Γνωρίζουμε ότι η κατανομή Φέρμι για ηλεκτρόνιο ενέργειας  $E$  δίνεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(k_B T)} + 1} \quad (1.5)$$

Εφαρμόζοντας ένα ηλεκτρικό πεδίο προκύπτει νέα κατανομή  $f$ . Λόγω των συγκρούσεων με το πλέγμα αν το ηλεκτρικό πεδίο σταματήσει η κατανομή θα επανέλθει στην αρχική κατανομή  $f_0$  σε χρόνο  $\tau$ . Έτσι καταλαβαίνουμε ότι,

$$\frac{df}{dt} = - \left( \frac{df}{dt} \right)_{coll} = - \frac{f - f_0}{\tau}$$

Ο ρυθμός μεταβολής εδώ, για ηλεκτρικό πεδίο  $\mathbf{E}$  προκύπτει να είναι ίσος με,

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{df}{dE} \frac{dE}{dt} = v \frac{df}{dE} \frac{dp}{dt} = -ve\mathbf{E} \frac{df}{dE} \\ f &= f_0 + ev\mathbf{E}\tau \frac{df}{dE} \approx f_0 + ev\mathbf{E}\tau \frac{df_0}{dE} \end{aligned}$$



Η πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος  $J = \sigma \mathbf{E}$  θα οδηγήσει στη σχέση:

$$J = - \int e v n(E) f dE = - \int e v n(E) \left( f_0 + e v \mathbf{E} \tau \frac{df_0}{dE} \right) dE$$

Και από εδώ με κάποιες πράξεις προκύπτει,

$$\sigma = e^2 \tau \int \frac{1}{3} v^2 n(E) \left( - \frac{df_0}{dE} \right) dE = \frac{n e^2 \tau (E_F)}{m}$$

Όπου η  $n(E_F)$  συμβολίζει την πυκνότητα ηλεκτρονίων στη στάθμη Φέρμι και  $n$  τα ηλεκτρόνια σθένους.

Για την θερμική αγωγιμότητα στην κβαντομηχανική γνωρίζουμε ότι καθώς εφαρμόζουμε μια θερμοβαθμίδα, η κατανομή Φέρμι αλλάζει κατά το μήκος του αγωγού. Στη μόνιμη κατάσταση έχουμε

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dx} \frac{dx}{dt} = - \frac{f - f_0}{\tau}$$

Για ταχύτητα ολίσθησης  $v_d = \frac{dx}{dt}$ , προκύπτει η Φέρμι συναρτήσει του  $x$ .

$$f \approx f_0 - v_d \tau \frac{df_0}{dx}$$

Και από την  $dE/dt = C_v$  ηλεκτρονιακή ειδική θερμότητα προκύπτει,

$$\frac{df_0}{dx} = \frac{df_0}{dE} \frac{dE}{dT} \frac{dT}{dx} = \frac{df_0}{dE} C_v \frac{dT}{dx} = \frac{df_0}{dE} \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{k_B^2 T}{E_F} \right) \frac{dT}{dx}$$

Από τη σχέση  $Q = \lambda \frac{dT}{dx}$  θα έχουμε

$$Q = - \int E \frac{v^2}{3} C_v \tau \frac{df_0}{dE} \frac{dT}{dx} n(E) dE \Rightarrow \lambda = \int E \frac{v^2}{3} C_v \tau \frac{df_0}{dE} n(E) dE$$

Για  $v^2/3 = 2E/3m$  και  $-df_0/dE \approx \delta(E - E_F)$  σε χαμηλές  $T$ , τελικά καταλήγουμε στο ότι:

$$\lambda = \frac{\pi^2}{3} \frac{n \tau (E_F)}{m} k_B^2 T \quad (1.6)$$

Μια σχέση που μοιάζει με την προηγούμενη κλασσική, όμως μόνο για τα ηλεκτρόνια σθένους γύρω από την περιοχή της  $E_F$ .

Τελικά ο λόγος, ο οποίος είναι γνωστός και ως λόγος Lorenz, προκύπτει αυτή τη φορά διαφορετικός:

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2.445 \times 10^{-8} \text{ Watt} \times \text{ohm} / \text{K}^2 \quad (1.7)$$

### 1.3 Θερμική αγωγιμότητα στο πείραμα

Θεωρούμε μια μεταλλική ράβδο με σταθερή διατομή  $A$  και μήκος  $L$ , η οποία είναι θερμικά μονωμένη στις πλευρές της. Τα άκρα της ράβδου, στα σημεία  $x = 0$  και  $x = L$ , βρίσκονται σε θερμική επαφή με δύο σώματα που διατηρούν σταθερές τις θερμοκρασίες τους,  $T_1$  και  $T_2$  αντίστοιχα, με  $T_1 > T_2$ . Αρχικά, όταν η ράβδος συνδεθεί θερμικά με τα δύο σώματα, αρχίζει μια μεταβατική κατάσταση θερμικής μεταφοράς ενέργειας, προκαλώντας μεταβολές στη θερμοκρασία κατά μήκος και πέραν του χρόνου.

Αυτή η κατάσταση τελικά εξελίσσεται σε μια μόνιμη κατάσταση, όπου η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου γίνεται χρονικά σταθερή αλλά χωρικά μεταβαλλόμενη. Η θερμοκρασιακή κλίση



κατά μήκος της ράβδου είναι γραμμική, υποδεικνύοντας μια σταθερή μεταφορά θερμικής ενέργειας από τη θερμότερη πλευρά στη ψυχρότερη, λόγω της απουσίας πλευρικών απωλειών θερμότητας. Αυτή η διαδικασία περιγράφεται από μια εξίσωση διάχυσης που καθορίζει τη χρονική και χωρική κατανομή της θερμοκρασίας  $T(x, t)$  στη ράβδο, που περιλαμβάνει την πυκνότητα  $\rho$  και την ειδική θερμότητα  $c$  του υλικού, καθώς και τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας  $\lambda$  μετρούμενο σε  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Καθώς μας ενδιαφέρει η μόνιμη κατάσταση,  $T(x, t) \rightarrow T(x)$  και με δεδομένες συνοριακές συνθήκες  $T(0) = T_1$ ,  $T(L) = T_2$  προκύπτει,

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} \cdot x + T_1 \quad (1.8)$$

Όπου  $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{L}$  είναι η θερμοβαθμίδα, η οποία είναι σταθερή και επιπλέον,

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

Με  $dQ/dt = dQ_{αγωγ}/dt = \Delta Q_{ολ}/\Delta t - \Delta Q_{περ}/\Delta t$  άρα προκύπτει ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού,

$$\lambda = \frac{1}{A} \cdot \frac{L}{\Delta T} \left( \frac{\Delta Q_{ολ}}{\Delta t} - \frac{\Delta Q_{περ}}{\Delta t} \right) \quad (1.9)$$

## 1.4 Ηλεκτρική αγωγιμότητα στο πείραμα

Για το πείραμα θα χρειαστεί να κάνουμε χρήση του ενισχυτή για να αποφύγουμε τα υψηλά ρεύματα. Συγκεκριμένα η πραγματική τάση θα δίνεται από τη σχέση,  $V_{ρ,π} = V_{ρ}/Amp = V_{ρ} \cdot 10^{-5}$ . Ο συντελεστής ηλεκτρικής αγωγιμότητας προκύπτει ίσως με,

$$\sigma = \frac{\Delta l}{A} \cdot \frac{I_{ρ}}{V_{ρ}} = \frac{4\Delta l}{\pi d^2} \cdot \frac{1}{R_{ρ}} = \frac{4\Delta l}{\pi d^2} \cdot S_{ρ} \quad (1.10)$$

Εδώ μπορούμε να διακρίνουμε πως η διάμετρος θα επηρεάσει αρνητικά το πείραμα. Όμως δε γίνεται να μην έχουμε μια ράβδο μεγάλης διαμέτρου καθώς χρειάζεται για το πείραμα της θερμικής αγωγιμότητας, που γενικά είναι και πιο ευαίσθητο. Η μακροσκοπική ηλεκτρική αντίσταση είναι  $R = \rho \Delta l / A$ , από τη βιβλιογραφία προκύπτει περίπου  $11 \mu\Omega$ . Έτσι η ανάγκη για έναν ενισχυτή είναι εμφανής. Από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ράβδου μπορούμε να κάνουμε την μέτρηση του συντελεστή.

## 2 Πειραματική Διαδικασία.

### 2.1 Οργανολογία και διάταξη.

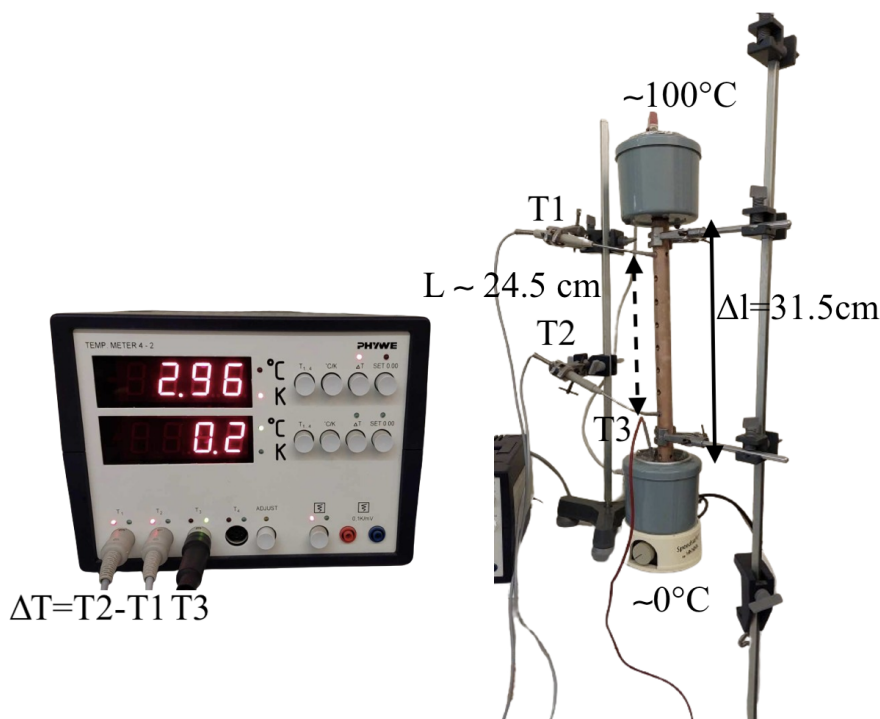
Η **διάταξη** περιλαμβάνει τη ράβδο από χαλκό με μονωτικό πλαστικό περίβλημα. Τα δύο θερμοδότερα. Τρία θερμοζεύγιοι συνδεδεμένα με τον μετρητή θερμοκρασίας ο οποίος έχει δύο ενδείξεις, μια για την διαφορά θερμοκρασίας των θερμοζευγίων της ράβδου και μια για την θερμοκρασία του κάτω θερμοδότερου. Η ράβδος έχει οπές με σταθερό βήμα ( $3.5cm$ ) που είναι υποδοχές των θερμοζευγίων. Στο άνω θερμοδότερο τοποθετούμε μια αντίσταση θέρμανσης, στο κάτω τοποθετούμε πάγο. Και στις δύο βάζουμε αρκετό νερό ώστε να υπάρχει καλή διάδοση.



Πριν την έναρξη του πειράματος, αφήνουμε το νερό να φτάσει στις κατάλληλες θερμοκρασίες. Το κάτω θερμιδόμετρο έφτασε στους  $0.3 - 0.4^{\circ}\text{C}$  και το άνω έβρασε στα 5 λεπτά. Η θερμοκρασία δωματίου ήταν στους  $21^{\circ}\text{C}$  την ώρα του πειράματος.

Στην αρχή του πειράματος αφήνουμε να επέλθει η στάσιμη κατάσταση, όσο παράλληλα φροντίζουμε να μην μειωθεί η στάθμη του νερού στο άνω θερμιδόμετρο. Μετά από περίπου 15 λεπτά αφαιρούμε τον πάγο και αρχίζουμε τις καταγραφές, για 10 λεπτά με βήμα μισό λεπτό. Αφού πάρουμε τις καταγραφές, βάζουμε ξανά τον πάγο και αφού αποκατασταθεί ξανά, αφαιρούμε τη ράβδο και κάνουμε τις ίδιες καταγραφές για το κάτω θερμιδόμετρο. Τέλος μετράμε τη μάζα του νερού από την διαφορά δοχείου με νερό και δοχείου,  $m_{\text{H}_2\text{O}} = (598 - 235)\text{g} = 363\text{g}$ .

Βλέπουμε ότι η διαφορά θερμοκρασίας είναι πολύ κάτω από τους  $100^{\circ}\text{C}$ . Αυτό οφείλεται στις θερμικές απώλειες από την παράπλευρη επιφάνεια και το κάτω θερμιδόμετρο που αγνοούμε, στην κακή επαφή με την επιφάνεια του αγωγού ειδικά του άνω θερμιδόμετρου το οποίο μεταφέρει ενέργεια μέσα από ένα καρφί που εφαρμόζει στη ράβδο, καθώς και στην επαφή του θερμόμετρου με την επιφάνεια του αγωγού. Τέλος μετράμε τις αποστάσεις των θερμόμετρων καθώς και την διάμετρο της ράβδου. Προσέχουμε πως η απόσταση είναι άλλη από την  $31.5\text{cm}$  που θα χρησιμοποιηθεί στο πείραμα 2.



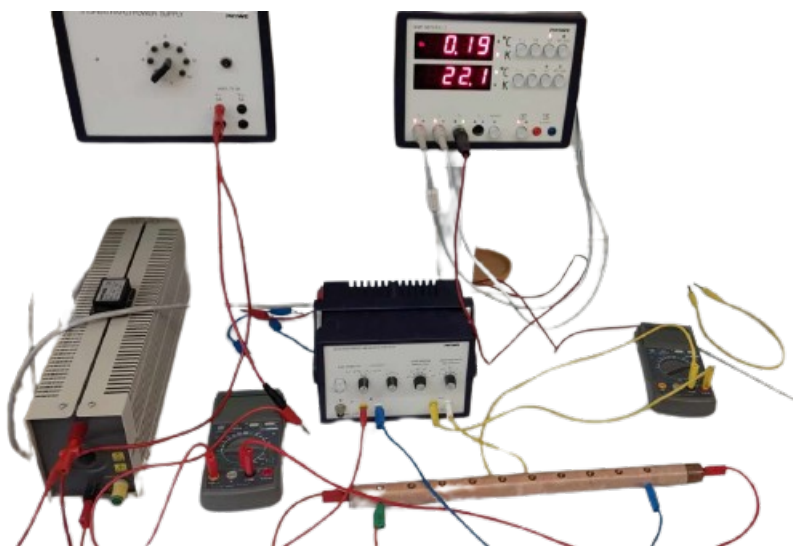
Εικόνα 1. Διάταξη του πρώτου πειράματος. Είναι σημειωμένα όλα τα βασικά στοιχεία της διάταξης.

Η κάτω βάση μπορεί και φθάνει θερμοκρασίες πολύ κοντά στο μηδέν. Οι θερμικές απώλειες λόγω του περιβάλλοντος και των υλικών επίσης παίζουν ρόλο. Για να ελέγξουμε την επίδραση των θερμικών απωλειών από την πλευρική επιφάνεια θα μπορούσαμε να πάρουμε μετρήσεις στα σημεία των υποδοχέων της ράβδου σε διάφορες αποστάσεις, δηλαδή να τοποθετήσουμε το θερμόμετρο εξωτερικά της πλευρικής επιφάνειας σε μικρή απόσταση και να πάρουμε διάφορες μετρήσεις της θερμοκρασίας στον χρόνο αντίστοιχα με τον τρόπο που μετρήσαμε το ρεύμα θερμικής ενέργειας από το περιβάλλον. Έτσι θα έχουμε ένα επιπλέον ρεύμα για τις απώλειες της πλευρικής επιφάνειας.

Σημαντικό είναι πως τοποθετούμε νερό στην κάτω πηγή, καθώς ο πάγος δεν κάνει καλή μηχανική επαφή με τη ράβδο. Επιπλέον μετράμε την θερμοκρασία της πηγής χωρίς να μας απασχολεί που ακουμπάει το θερμόμετρο.



Για το δεύτερο πείραμα, κατασκευάζουμε το παρακάτω κύκλωμα της εικόνας 2. Η διάταξη περιλαμβάνει ένα τροφοδοτικό, τον ροοστάτη, δύο πολύμετρα ρυθμισμένα σε αμπερόμετρο και βολτόμετρο, καλώδια, τον ενισχυτή και το τροφοδοτικό. Στην εικόνα είναι και ο μετρητής θερμοκρασίας αλλά δεν ανήκει στη διάταξη. Τώρα η απόσταση μεταξύ των σημείων που μετράμε είναι στα  $31.5\text{cm}$ . Θα δούμε αργότερα ότι η μεγαλύτερη απόσταση μειώνει το σφάλμα. Επιπλέον από τον τύπο  $R = \rho \Delta l / A$  αυξάνει την αντίσταση, κάτι που μας συμφέρει γιατί έχει πολύ χαμηλή τιμή. Ρυθμίζουμε τη διάταξη στα δοσμένα στοιχεία ώστε το βολτόμετρο να ναι σε λειτουργία  $20\text{V}$ , το Αμπερόμετρο σε  $10\text{A}$ , ο δρομέας του ροοστάτη στη μέση, ο ενισχυτής σε  $\text{time constant}=0$  στα  $\text{Amp} = 10^5$ . Μικραίνουμε την τιμή της ένδειξης του βολτομέτρου όπου αρχίζει να διακυμαίνεται μεταξύ αρνητικών και θετικών τιμών, δηλαδή γύρω από το μηδέν. Ο ενισχυτής παρουσίαζε μια μικρή βλάβη με το low drift και ήταν δύσκολο να μηδενιστεί καλά. Ξεκινούμε τις καταγραφές των  $I_\rho, V_\rho$  για τις διάφορες τιμές της τάσης του τροφοδοτικού, με βήμα 2 βόλτ από τα 14 μέχρι τα 2. Πήραμε μετρήσεις και με το πολυμετρο το οποίο όμως έδειξε βραχυκύκλωμα, ενδεικτικό του ότι έχουμε πολύ χαμηλή αντίσταση. Για διαφορετικές τιμές της τάσης τροφοδοσίας παρατηρούμε πως αντιστοιχεί ένα ζεύγος μετρήσεων της τάσης στα άκρα της ράβδου και του ρεύματος που την διαπερνά.



Εικόνα 2. Διάταξη του δεύτερου πειράματος. Η πάνω αριστερά συσκευή δεν ανήκει σε αυτή τη διάταξη.





### 3 Πειραματικά αποτελέσματα.

#### 3.1 Δεδομένα πειράματος σε πίνακες.

Τα πειράματα που διεξήχθησαν μας παρέχουν τα παρακάτω δεδομένα. Μαζί είναι και η βασική επεξεργασία τους.

Πειραματικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.						
t(s)	$\Delta T(t)$	$\Delta T(t) - \Delta T_0$	$T_3(t) (^{\circ}C)$	$T_3(t) (K)$	$\theta(t) (^{\circ}C)$	$\theta(t) (K)$
0	10,25	10,05	1	274,15	1,4	274,55
30	10,17	9,97	1,1	274,25	1,5	274,65
60	9,97	9,77	1,2	274,35	1,5	274,65
90	9,62	9,42	1,3	274,45	1,6	274,75
120	9,28	9,08	1,4	274,55	1,7	274,85
150	8,95	8,75	1,6	274,75	1,8	274,95
180	8,75	8,55	1,7	274,85	1,8	274,95
210	8,59	8,39	1,8	274,95	1,8	274,95
240	8,38	8,18	1,9	275,05	1,9	275,05
270	8,29	8,09	2	275,15	1,9	275,05
300	8,2	8	2,1	275,25	1,9	275,05
330	8,09	7,89	2,2	275,35	2	275,15
360	8,05	7,85	2,3	275,45	2	275,15
390	8,01	7,81	2,4	275,55	2,1	275,25
420	8,05	7,85	2,5	275,65	2,1	275,25
450	8,09	7,89	2,6	275,75	2,2	275,35
480	8,12	7,92	2,7	275,85	2,2	275,35
510	8,15	7,95	2,8	275,95	2,2	275,35
540	8,17	7,97	3	276,15	2,3	275,45
570	8,17	7,97	3,1	276,25	2,3	275,45
600	8,12	7,92	3,4	276,55	2,3	275,45

Πίνακας 1: Μετρήσεις και μετατροπές πρώτου πειράματος.

Πειραματικά Δεδομένα Δεύτερης Διάταξης.				
V(V)	$I_{\rho}(A)$	$V_{\rho}(V)$	$V_{\rho,\pi}(V)$	$\sigma (\Omega^{-1}m^{-1})$
2	0,13	0,14	$0,14 \cdot 10^{-5}$	$5,96 \cdot 10^7$
4	0,46	0,92	$0,92 \cdot 10^{-5}$	$3,21 \cdot 10^7$
6	0,8	0,95	$0,95 \cdot 10^{-5}$	$5,40 \cdot 10^7$
8	1,14	1,23	$1,23 \cdot 10^{-5}$	$5,95 \cdot 10^7$
10	1,47	1,67	$1,67 \cdot 10^{-5}$	$5,65 \cdot 10^7$
12	1,8	1,91	$1,91 \cdot 10^{-5}$	$6,05 \cdot 10^7$
14	2,12	2,41	$2,41 \cdot 10^{-5}$	$5,64 \cdot 10^7$

Πίνακας 2: Μετρήσεις, μετατροπές και υπολογισμοί του δεύτερου πειράματος.



## 4 Ανάλυση πειράματος

Ο παρακάτω πίνακας συγκεντρώνει όλες τις ποσότητες που μας ενδιαφέρουν για το πείραμα, υπολογισμένες από τα πειραματικά δεδομένα ή δοσμένες από την βιβλιογραφία, καθώς και τα σφάλματα ή τα ποσοστά απόκλισης θεωρίας πειράματος.

Πειραματικά και Βιβλιογραφικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.				
$C_{H_2O} (J/grK)$	$C_\theta (J/K)$	$m_{H_2O} (gr)$	$L(m)$	$\Delta T_{avg} (K)$
4.18	78	363	0.25	8,44
Σφάλματα ποσοτήτων.				
$\delta C_{H_2O} (J/grK)$	$\delta C_\theta (J/K)$	$\delta m_{H_2O} (gr)$	$\delta L(m)$	$\delta(\Delta T_{avg}) (K)$
1.05	19.5	0.5	0.02	0.05
Πειραματικά και Βιβλιογραφικά Δεδομένα Πρώτης Διάταξης.				
$d(m)$	$A(m^2)$	$\Delta T_0 (K)$	$dT_3/dt (K/s)$	$d\theta(t)/dt (K/s)$
0.025	0.000491	0.2	0.00375	0.00148
Υπολογισμός ειδικού ρεύματος θερμικής ενέργειας.				
$\Delta Q_{ολ}/\Delta t (W)$	$\Delta Q_{περ}/\Delta t (W)$	$dQ_{αγωγ}/dt (W)$	Π% αγωγού	Π% περιβ.
5.98	2.36	3.62	60.5	39.5
Υπολογισμός συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας Χαλκού.				
$\lambda_{Cu} (W/mK)$ Βιβλ.	$\lambda_{Cu} (W/mK)$ Πειρ.	$\delta \lambda (W/mK)$	Σχετικό Σφάλμα	$(\lambda_{the} - \lambda_{exp})/\lambda_{the}$
385-401	214	17.5	8.2%	44.4%
Υπολογισμός συντελεστή ηλεκτρικής αγωγιμότητας Χαλκού.				
$\rho_{Cu} (\Omega m)$ θεωρ.	$R (\Omega)$	$< \sigma_{Cu} > (\Omega^{-1}m^{-1})$	$\sigma_{Cu}, R \approx 11\mu\Omega$	$\sigma_{Cu} (\Omega^{-1}m^{-1})$ θεωρ.
$1.68 \cdot 10^{-8}$	$11 \cdot 10^{-6}$	$5.41 \cdot 10^7$	$5.83 \cdot 10^7$	$5.95 \cdot 10^7$
Σφάλματα και αποκλίσεις.				
STDEV	$\delta \sigma$	$(\sigma_{the} - \sigma_{exp})/\sigma_{the}$	$\rho_{Cu} (\Omega m)$ θεωρ.	$\delta \sigma_{rel}$
$1 \cdot 10^7$	$4.06 \cdot 10^6$	9%	$0.6 \cdot 10^{-8}$	7%
Υπολογισμός σταθεράς του Lorentz.				
$L_{the}(293K) (W\Omega/K^2)$	$L(293K) (W\Omega/K^2)$	$(L_{the} - L_{exp})/L_{the}$	$\delta L$	$\delta L_{rel}$
$2.45 \cdot 10^{-8}$	$1.35 \cdot 10^{-8}$	44.8 %	$0.27 \cdot 10^{-8}$	20%

Πίνακας 3: Συγκεντρωτικά όλα τα στοιχεία των πειραμάτων που υπολογίστηκαν.

**Στη θερμική αγωγιμότητα** βλέπουμε ότι οι απώλειες στο περιβάλλον είναι περίπου στο 40%, κάτι που δείχνει πως η διάταξη χρειάζεται ένα καπάκι στο κάτω θερμιδόμετρο. Επιπλέον η απόκλιση από την πραγματική τιμή είναι περίπου 44% , ενδεικτικό του ότι η μετάδοση θερμότητας από το άνω θερμιδόμετρο είναι πολύ αναποτελεσματική και οι πλευρική επιφάνεια έχει σημαντικές απώλειες οι οποίες δεν συνυπολογίζονται.

$$\lambda_{Cu} = 214 \pm 17.5 \cdot W/mK$$

**Στην ηλεκτρική αγωγιμότητα** βλέπουμε απόκλιση του 10%. Η πειραματική τιμή είναι ίση με την θεωρητική εντός του εύρους σφάλματος. Παρ' όλ' αυτά, το σχετικό σφάλμα είναι μεγάλο, το οποίο δείχνει ότι υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης.

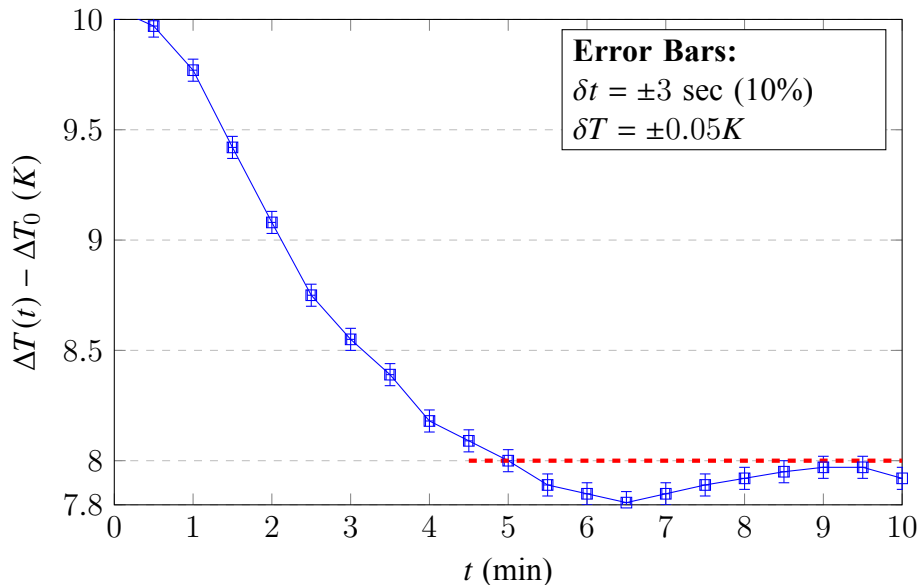
$$\sigma_{Cu} = 5.41 \pm 0.41 \cdot 10^7 \cdot \Omega^{-1}m^{-1}$$

**Στον συντελεστή Lorentz** βλέπουμε μια μεγάλη απόκλιση, παρόμοια με την θερμική αγωγιμότητα, στην οποία και οφείλεται κυρίως. ο Νόμος των Wiedemann-Franz εδώ δεν επιβεβαιώνεται.



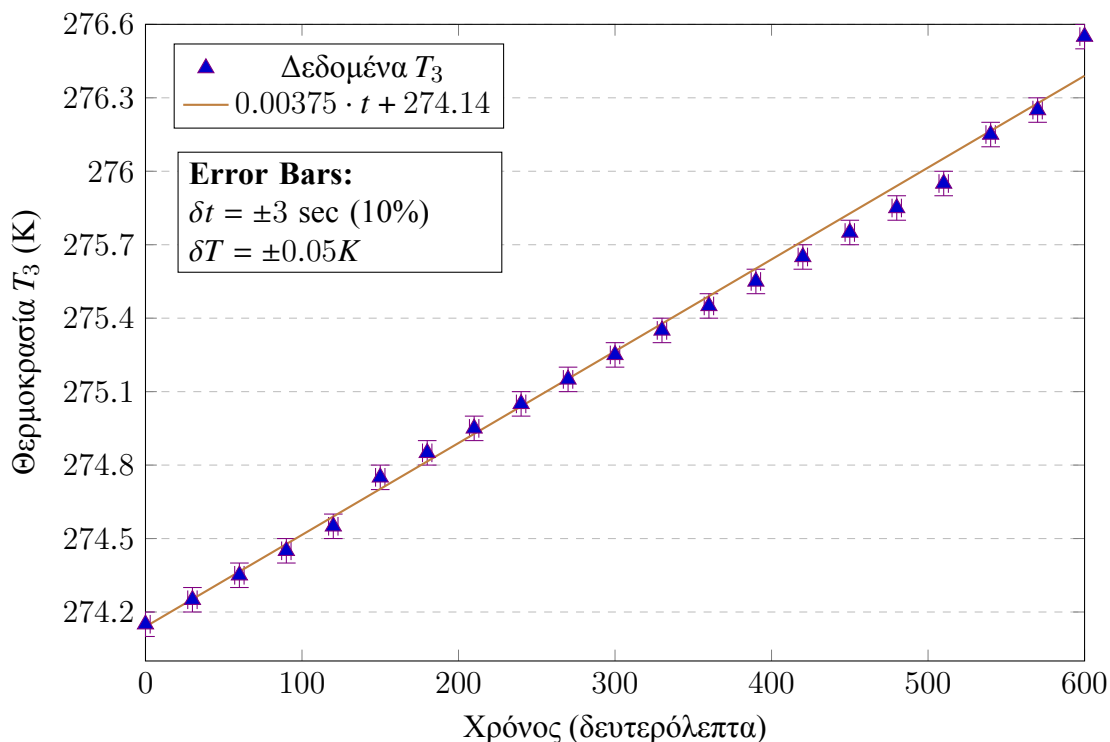
$$L = 1.35 \pm 0.27 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{W\Omega}{K^2}$$

### Γράφημα Μόνιμης Κατάστασης



Το γράφημα της μόνιμης κατάστασης περιλαμβάνει τις καταγραφές που πήραμε για δέκα λεπτά αφού αφαιρέθηκε ο πάγος από το κάτω θερμιδόμετρο. Οι τιμές που πήραμε για διαφορά θερμοκρασίας θερμοζεύγους είναι η μέση τιμή όλων των τιμών. Θα μπορούσαμε να έχουμε πάρει και τις τιμές στα σημεία που μοιάζει να υπάρχει μια εξομάλυνση/σταθεροποίηση των τιμών. Βέβαια αυτή η σταθερότητα είναι προσωρινή μέχρι εξωτερικοί παράγοντες να παρεμβαίνουν στο σύστημα.

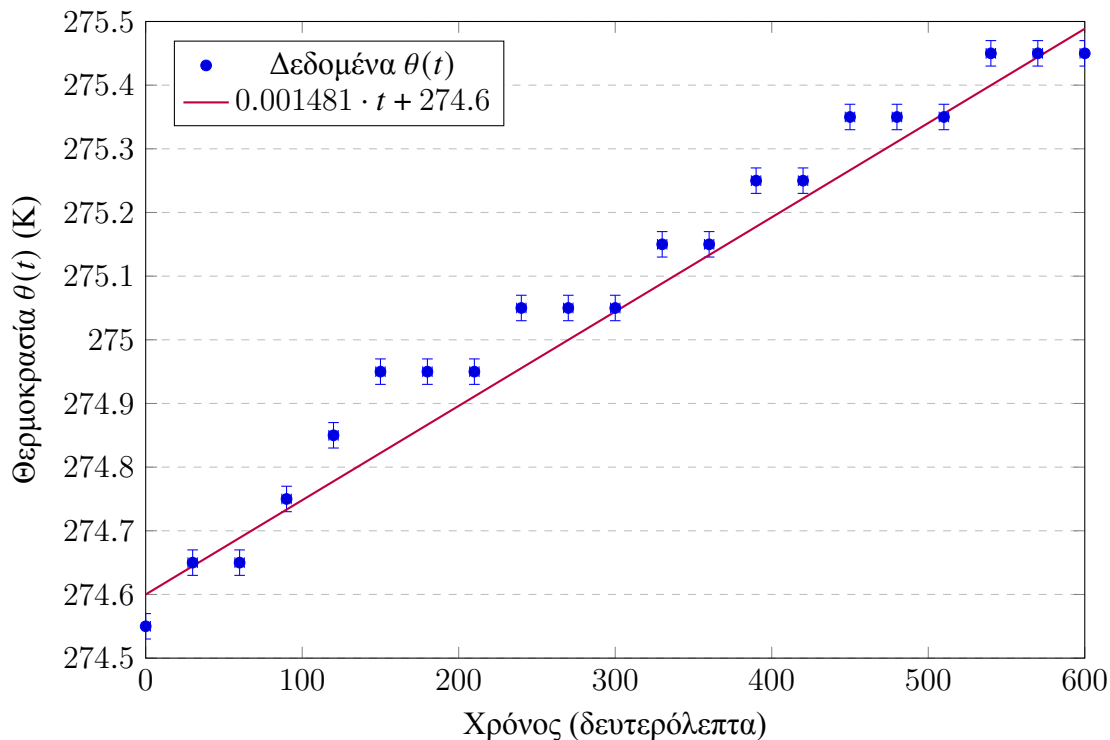
### Γραφική παράσταση κάτω θερμιδόμετρου στη μόνιμη.





Πράγματι επιβεβαιώνεται η γραμμική σχέση του φυλλαδίου. Εδώ θεωρούμε σφάλματα στον χρόνο, ως σφάλματα ανάγνωσης. Το σφάλμα στη θερμοκρασία θεωρούμε πως είναι το σφάλμα οργάνου και μη συστηματικά σφάλματα που μπορεί να προέκυψαν καθώς πλησιάζαμε κοντά στο θερμόμετρο.

**Γραφική παράσταση θερμιδόμετρου με πάγο χωρίς ράβδο.**



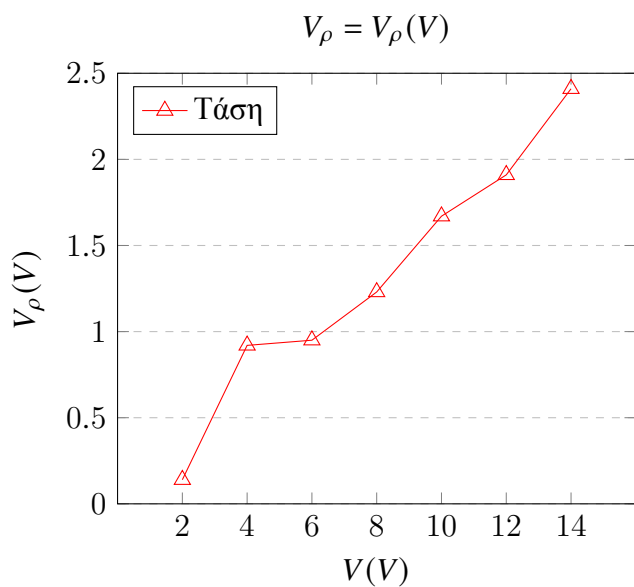
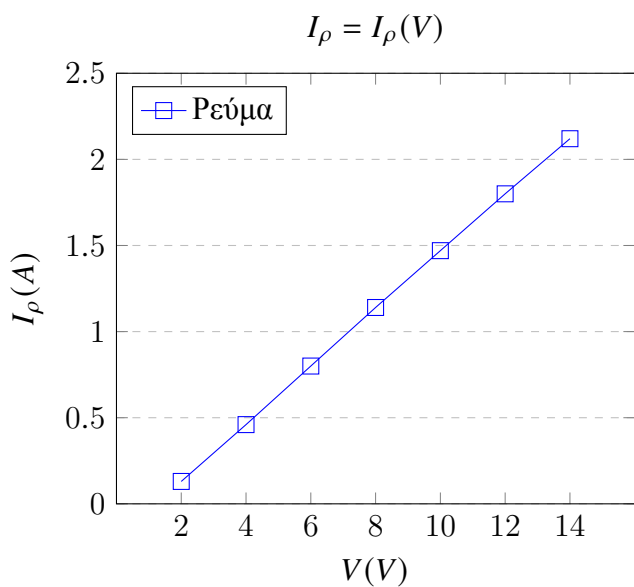
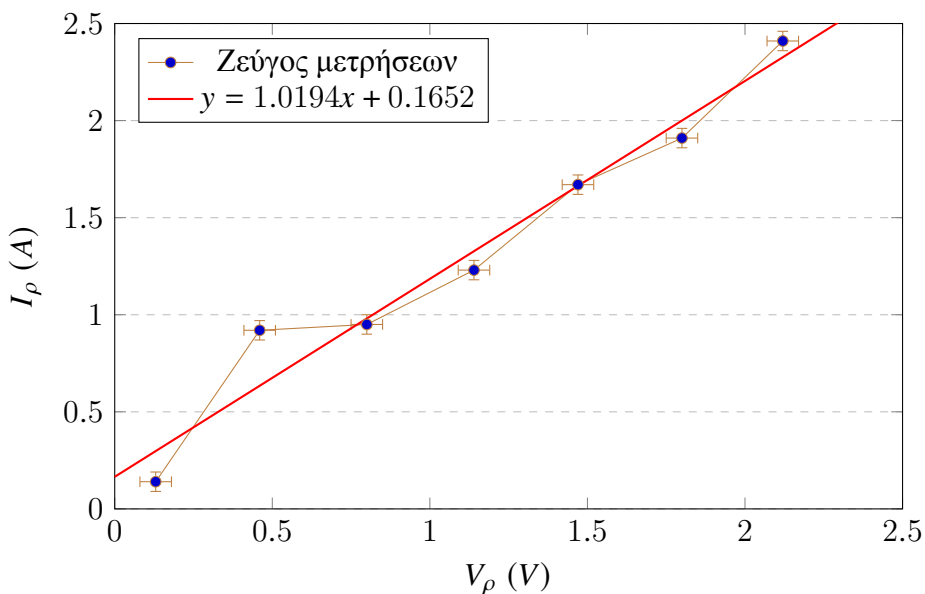
Αρχικά η διαφορά των αρχικών τιμών των θερμοκρασιών  $\Delta T_0$  δεν ήταν μηδέν αλλά περίπου  $0.2K$ . Οι λόγοι μπορεί να οφείλονται στο ύψος, καθώς η θερμοκρασία ανεβαίνει με το ύψος. Στην κατασκευή των θερμιδόμετρων όπου το καλιμπράρισμα δεν είναι ποτέ απόλυτα ίδιο. Έτσι θα χρειαστεί να αφαιρέσουμε αυτή την διαφορά από τα πραγματικά μας δεδομένα.

Αφού επήλθε η θερμική ισορροπία βλέπουμε πως συνεχίζουν και υπάρχουν κάποιες διακυμάνσεις. Ο λόγος είναι πως δε κρατάμε απόλυτα σε σταθερή θερμοκρασία τις πηγές για να έχουμε σταθερή ροή. Το ειδικό ρεύμα θερμικής ενέργειας που αποδίδεται στο κάτω θερμιδόμετρο από το περιβάλλον υπολογίζουμε πως είναι στο 40%. Για να μειωθεί περαιτέρω, η ράβδος θα πρέπει να κάνει καλή μηχανική επαφή και το δοχείο να είναι καλά κλειστό. Η πρόταση του φυλλαδίου για ένα θερμομονωτικό καπάκι από φελλό θα ήταν μια πολύ καλή βελτίωση μελλοντικά. Μια άλλη συνεισφορά είναι οι θερμικές απώλειες λόγω του άνω θερμιδόμετρου. Θα μπορούσαμε να πάρουμε επιπλέον μετρήσεις για να την αφαιρέσουμε.

Στη συνέχεια στο δεύτερο πείραμα κάνοντας τις απαραίτητες μετατροπές στην πραγματική τάση, υπολογίζουμε τον συντελεστή ηλεκτρικής αγωγιμότητας, ο οποίος αποκλίνει λιγότερο σε σχέση με τον θερμικής. Αυτό δείχνει ότι η προσέγγιση πως οι τιμές τάσης και ρεύματος αναφέρονται αποκλειστικά στη ράβδο. Θα μπορούσαμε να εξετάσουμε την περίπτωση να υπάρχουν κι' άλλες συνεισφορές, όμως αυτές θα ήταν ελάχιστες. Επίσης ο συντελεστής αγωγιμότητας δεν πρέπει να εξαρτάται από την τιμή της τάσης του τροφοδοτικού καθώς είναι χαρακτηριστικό του υλικού και όχι της διάταξης. Στο γράφημα των ζευγών τιμών κάνουμε γραμμική παρεμβολή, βλέπουμε ότι όντως υπάρχει μια γραμμικότητα μεταξύ του ζεύγους τιμών. Ο συντελεστής αγωγιμότητας επιβεβαιώνεται μετά από αντικατάσταση και από την κλίση του γραφήματος. Η επιλογή του ενισχυτή ήταν στα  $amp = 10^5$  για να μπορέσουμε να έχουμε αρκετά καλή ακρίβεια, καθώς σε χαμηλότερη ενίσχυση υπήρχε μεγάλη διακύμανση και χαμηλότερη ακρίβεια. Η χρήση πολυμέτρου για την μέτρηση ηλεκτρικής αντίστασης δεν είναι δυνατή, καθώς το πολύμετρο έδειχνε βραχυκύκλωμα λόγω της πολύ μικρής αντίστασης.



Ζεύγος τιμών για ίδιες τάσεις τροφοδοσίας.



Παραπάνω είναι και το γράφημα ρεύματος που διαπερνά τη ράβδο, συνάρτηση του τάσης τροφοδοσίας και γράφημα τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα της ράβδου συνάρτηση του τάσης τροφοδοσίας.

#### 4.1 Συμπεράσματα, σφάλματα και περιθώρια βελτίωσης.

Η διαφορά πειραματικής και θεωρητικής τιμής θερμικής αγωγιμότητας για τη ράβδο χαλκού οφείλεται αρχικά στις παραδοχές που έχουν γίνει, όπως για παράδειγμα ότι όλη η θερμική ενέργεια ρέει μέσω της ράβδου από το άνω θερμιδόμετρο στο κάτω. Αναπόφευκτα θα υπάρχουν απώλειες. Η διαφυγή θερμότητας στον περιβάλλοντα χώρο θα γίνεται από τα θερμιδόμετρα και από την πλευρική επιφάνεια, η οποία είναι ατελώς μονωμένη από το περιβάλλον με πλαστικό. Επιπλέον ξεκινώντας το πείραμα παρατηρούμε ότι η διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta T$  στη στάσιμη κατάσταση είναι πολύ μικρότερη από αυτή που θα θέλαμε. Αυτό οφείλεται και στην μεταφορά της θερμότητας από την πάνω πηγή στη ράβδο, η οποία γίνεται μέσα από



ένα μικρό αγωγίμο καρφί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να έχουμε συστηματικά σφάλματα στη μεταφορά θερμότητας από την πηγή στη ράβδο. Άλλα δευτερεύοντα αίτια είναι τα μη συστηματικά σφάλματα κατά την εκτέλεση του πειράματος, όπως για παράδειγμα τυχαία σφάλματα, με βασικότερα να ήταν οι μικρές μετακινήσεις της διάταξης και η κοντινή επαφή με τα θερμόμετρα καθώς υπήρχε ένα άτομο δίπλα για να βάζει νερό με τον υδροβολέα.

Τα σφάλματα στην περίπτωση του υπολογισμού του συντελεστή ηλεκτρικής αγωγιμότητας έχουν να κάνουν με την οργανολογία. Μικρά σφάλματα υπεισέλθαν από την ανάγνωση των οθονών καθώς οι τιμές είχαν μια μικρή διακύμανση, η ελαχιστοποίηση της επίδρασης της ενίσχυσης μέσω του Low Drift δεν επαρκεί για τον μηδενισμό αυτής. Όμως ο βασικός παράγοντας είναι η ευαισθησία των οργάνων. Εναλλακτικά θα έπρεπε να πάμε σε όργανα υψηλότερης ευαισθησίας, είτε σε υψηλότερο ρεύμα.

**Συντελεστής Λορέντζ.** Η απόκλιση του συντελεστή κατά 44% είναι κάτι που περιμέναμε λόγω των αποκλίσεων των άλλων δύο μεγεθών. Το σφάλμα που προέκυψε από διάδοση δε μπορεί να αιτιολογήσει αυτή την διαφορά. Το πείραμα χρειάζεται να βελτιωθεί στον υπολογισμό της θερμικής αγωγιμότητας κυρίως καθώς και να ληφθούν υπ' όψιν και άλλες παράμετροι που δημιουργούν θερμικές απώλειες.

**Συνοψίζοντας,** τα δύο πειράματα φανερώνουν ότι η θεωρητική περιγραφή μπορεί να επιβεβαιωθεί αλλά όχι με ικανοποιητική ακρίβεια. Οι τιμές του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας και της σταθεράς Lorenz που προκύπτουν, αποκλίνουν κατά 40 – 50% από ό,τι θα επιθυμούσαμε βάση της βιβλιογραφίας. Τα γραφήματα παρουσιάζουν αναμενόμενη γραμμική συμπεριφορά όπου μπορούμε να υπολογίσουμε από τους ρυθμούς μεταβολής τις αντίστοιχες ισχύς. Γενικά το πείραμα έχει σημαντικά περιθώρια βελτίωσης ειδικά στο πρώτο μέρος. Ο περιορισμός των θερμικών απωλειών είναι το σημείο που θα πρέπει να εστιαστεί περισσότερο η μελλοντική μας μελέτη. Περιορίζοντας και συνυπολογίζοντας τις απώλειες από τα άκρα και τα πλαϊνά τοιχώματα της ράβδου.

#### 4.1.1 Μελλοντική μελέτη

Στα πλαίσια της παρουσίασης, θα επιχειρήσουμε να αναπτύξουμε μια απλή υπολογιστική προσομοίωση για την στάσιμη κατάσταση, για να εξετάσουμε περαιτέρω την διάχυση της θερμότητας και τις απώλειες στη ράβδο από τα άκρα. Στο παράρτημα είναι ένας απλός κώδικας πεπερασμένων διαφορών στο matlab στην περίπτωση ενός 2D σχήματος.

## 5 Παράρτημα

### 5.1 Σφάλματα

Η διάδοση σφάλματος του συντελεστή αγωγιμότητας  $\lambda = \frac{1}{A} \cdot \frac{L}{\Delta T} \left( \frac{\Delta Q_{ολ}}{\Delta t} - \frac{\Delta Q_{περ}}{\Delta t} \right)$  θα δίνεται από τη σχέση:

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial L}\delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\Delta T}\delta(\Delta T)\right)^2} \quad (5.1)$$

Από τις παραγωγίσεις παρατηρούμε πως θα εμφανιστούν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial L} = \frac{\lambda}{L}$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\Delta T} = -\frac{\lambda}{\Delta T}$$



Το σφάλμα του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας τελικά προκύπτει ίσος με:

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{L}\delta L\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\Delta T}\delta(\Delta T)\right)^2} \quad (5.2)$$

Το αντίστοιχο σχετικό σφάλμα θα είναι η ποσότητα στη ρίζα, δηλαδή,

$$\delta\lambda/\lambda = \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\Delta T)}{\Delta T}\right)^2} \quad (5.3)$$

Το σφάλμα της ηλεκτρικής αγωγιμότητας  $\sigma = \frac{\Delta I}{A} \cdot \frac{I_\rho}{V_\rho}$  με διάδοση σφάλματος και την παρατήρηση της γραμμικότητας στις δύο ποσότητες, προκύπτει να είναι:

$$\delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Delta I}\delta\Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial I_\rho}\delta I_\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial V_\rho}\delta V_\rho\right)^2} = \sigma \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta I_\rho}{I_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta I}{\Delta I}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_\rho}{V_\rho}\right)^2} \quad (5.4)$$

Το σφάλμα του συντελεστή Λορέντζ  $L = \frac{\lambda}{\sigma T}$  προκύπτει να είναι από διάδοση σφάλματος:

$$\delta L = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial\lambda} \cdot \delta\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial\sigma} \cdot \delta\sigma\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial T} \cdot \delta T\right)^2} \approx L \sqrt{\left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\delta\sigma}{\sigma}\right)^2} \quad (5.5)$$

## 5.2 Σφάλματα με την απόσταση.

Γενικά θα περιμέναμε πως αν έχουμε μια συνάρτηση γραμμική, το σφάλμα θα αυξάνει με την απόσταση, αλλά το σχετικό σφάλμα θα μειώνει υπερβολικά. Επομένως όσο πιο μεγάλη η μεταξύ απόσταση, τόσο μικρότερη βαρύτητα έχουν τα σφάλματα σε σχέση με το αποτέλεσμα.

$$\delta(ax) = ax\sqrt{\frac{\gamma}{x^2} + \beta} = a\sqrt{\gamma + \beta \cdot x^2} \Rightarrow \delta(ax)_{rel} = \frac{\delta(ax)}{ax} = \sqrt{\frac{\gamma}{x^2} + \beta} \Rightarrow x \nearrow \Rightarrow \delta(ax)_{rel} \searrow x$$

Αλλά εδώ και οι δύο ποσότητες που λαμβάνουμε υπ' όψιν έχουν εξάρτηση από το L.

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{exp} \cdot L_{min/max}}{L_{exp}} = 34.45 \cdot L$$

Για την ποσότητα της θερμικής αγωγιμότητας  $\lambda$ , το σφάλμα δεν αλλάζει γιατί καθορίζεται από το όργανο ή εμάς, οπότε προκύπτει το σφάλμα να είναι η σταθερή συνάρτηση,

$$\delta\lambda = 873 \cdot \frac{x}{100} \sqrt{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{34.45 \cdot x}\right)^2}$$

Για παράδειγμα αν είχαμε και άλλες ποσότητες στη ρίζα με μικρά σφάλματα θα είχαμε διαφορά τιμών  $\delta\lambda(L_{min}) = 17.46(W/mK)$ ,  $\delta\lambda(L_{max}) = 17.5(W/mK)$

$$V_\rho = \rho \frac{\Delta I}{A} I_\rho = 3.42 \cdot \Delta I \cdot I_\rho$$



Εδώ βέβαια χρειάζεται να υποθέσουμε τη μια τιμή. Κάνοντας το αυτό προκύπτει φθίνουσα συνάρτηση του της απόστασης.

$$\delta\sigma = \sigma \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta I_\rho}{I_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_\rho}{V_\rho}\right)^2} = 595.7 \sqrt{\left(\frac{0.01}{1.58}\right)^2 + \left(\frac{0.01 \cdot 0.315}{x \cdot 1.36}\right)^2 + \left(\frac{0.02 \cdot 1.58 \cdot 3.42}{x \cdot 1.36}\right)^2}$$

Για παράδειγμα  $\delta\sigma(\Delta l_{min}) = 14.04 \cdot 10^8 \Omega^{-1} m^{-1}$  και  $\delta\sigma(\Delta l_{max}) = 4.06 \cdot 10^8 \Omega^{-1} m^{-1}$ . Επομένως η επιλογή μεγαλύτερων αποστάσεων οδηγεί σε ακριβέστερα αποτελέσματα.

### 5.3 Υπολογιστική προσέγγιση.

Η βασική λούπα.

```

1
2 %-----main loop-----
3 %this loop keeps recalculating the temperature until the plate reach steady
4 %state, and caculate the time used to reach the steady state.
5
6 while counter_t > 0
7
8 %interior node
9 for i=2:M-1
10 for j=2:N-1
11 Tnew(i,j) = Fo*(T(i-1,j) +T(i+1,j)+ T(i,j-1)+T(i,j+1)) + (1-4*Fo)*T(i,j)+g*(dx)*(dx)/k*Fo ;
12 end
13 end
14
15 IfConverged = 1;
16 Tabs = abs(Tnew-T); %Tabs is used to check if steady state is reached.
17
18 for i=1:M %using absolute value of (Tnew-T)
19 for j=1:N
20 if Tabs(i,j)>EPS %if every element of Tabs is smaller than EPS,
21 then the temperature reach the steady state, else not.
22 IfConverged=0;
23 end
24 end
25 end
26
27 T = Tnew; %copy the newly caculated temp value to the old array
28
29 if IfConverged == 1% if the steady state is reached
30 % the minimum_t is euqual to total experiment time minus time left,
31 % the value of counter_t*delta_t is the time left.
32 minimum_t = experi_t - counter_t * delta_t;
33 counter_t = 0; %clear the counter then exit the experiment
34 else
35 counter_t = counter_t - 1 %show on screen
36 end
37 if ( mod(counter_t,100)==0 )
38 imove = imove + 1;
39 Tvstime(:,,imove) = Tnew(:,,:); %keep Tnew in memory (every 100 steps),
40 so that you can have intermediate temp profiles.
41 end
42
43 end

```





## 6 Βιβλιογραφία.

### 6.1 Βιβλιογραφία.

- [Bλ1] Εργαστηριακός Οδηγός Κατεύθυνσης Φυσικής Συμπυκνωμένης ύλης 2020.
- [Bλ2] Εισαγωγή στη φυσική στερεάς κατάστασης. Kittel. Έκδοση 5, Πνευματικός.
- [Bλ3] Φυσική στερεάς κατάστασης, Ashcroft, Mermin, Πνευματικός.
- [Bλ4] Φυσική στερεάς κατάστασης, Ibach Harald, Lüch Hans, ZHTH.

### 6.2 Αναφορές.

- [1] Οδηγίες για το Πείραμα 2β εργαστηριακού οδηγού.
- [2] Thermal conductivity and resistivity, άρθρο Wikipedia.
- [3] Tuttle, J., Canavan, E. , & DiPirro, M. (2010). Thermal and electrical conductivity measurements of CDA 510 phosphor bronze. AIP Conference Proceedings, 1219, 55-62.
- [4] Stojanovic, N., Maithripala, D. H. S., Berg, J. M., & Holtz, M. (2010). Thermal conductivity in metallic nanostructures at high temperature: Electrons, phonons, and the Wiedemann-Franz law. Physical Review B, 82(7), 075418.
- [5] Devanathan, V. (2021). The Wiedemann-Franz Law for Electrical and Thermal Conduction in Metals. Journal of Chennai Academy of Sciences, 4, 1-26.

### 6.3 Μετρήσεις-Δεδομένα.

- [Data-1]: Πρώτο σετ μετρήσεων set1.txt
- [Data-2]: Δεύτερο σετ μετρήσεων set2.txt