

PARIS-SACLAY - ÉCOLE POLYTECHNIQUE - ENSTA-PARIS



MASTER 2 MÉCANIQUE (PARIS-SACLAY) PARCOURS MODÉLISATION MULTIPHYSIQUE  
MULTIÉCHELLE DES MATÉRIAUX ET DES STRUCTURES

ANNÉE : 2019-2020

MÉMOIRE DE STAGE DE FIN D'ÉTUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE MASTER 2  
MÉCANIQUE PARIS-SACLAY

PRÉSENTÉ PAR :

IBRAHIMA TOURE

---

## **Modélisation éléments finis multi-échelles de la réponse mécanique des corpuscules de Pacini**

---

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE ET DE SÉCURITÉ DE NANCY (INRS)



ENCADRÉ PAR :

M. CHRISTOPHE NOEL (TUTEUR À L'INRS /RESPONSABLE D'ÉTUDES )  
M. MICHEL JABBOUR (TUTEUR RÉFÉRENT ÉCOLE POLYTECHNIQUE)

Mars 2020 — Septembre 2020

## **Remerciements**

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de mon stage.

Tout d'abord, j'adresse mes remerciements au chef du département d'Ingénierie des Équipements de Travail (IET) M. Jacques CHATILLON pour m'avoir accordé sa confiance.

Je tiens à remercier également M. Gérard FLEURY responsable du laboratoire Électromagnétisme Vibration Optique (EVO) pour m'avoir accordé sa confiance.

Je voudrais adresser toute ma gratitude à mon maître de stage, M. Christophe NOEL, pour sa confiance, pour m'avoir prodigué de précieux conseils tout au long de ce stage, sa disponibilité et l'autonomie qu'il m'a offert pendant ce stage, sans oublier sa participation au cheminement de ce rapport.

Je remercie toute l'équipe du département EVO pour leur accueil, le temps qu'ils ont pu m'accorder et à témoigner toute ma reconnaissance à eux, pour l'expérience enrichissante et pleine d'intérêts qu'ils m'ont fait vivre durant ces six mois à l'INRS. Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont conseillé et soutenu tout au long de ce stage : ma famille et mes co-stagiaires (Lucas, Thérèse-Marie).

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation de l'entreprise</b>	<b>4</b>
1.1	L'INRS	4
1.2	Le département Ingénierie des Équipements de Travail (IET)	6
1.3	Le laboratoire Electromagnétisme - Vibrations - Optique (EVO)	6
<b>2</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
2.1	Le corpuscule de Pacini : un mécanorécepteur	8
2.1.1	Définition	8
2.1.2	La structure du CP	9
<b>3</b>	<b>État de l'art des méthodes multi-échelles</b>	<b>11</b>
3.1	Introduction	11
3.2	Volume Élémentaire Représentatif (VER)	11
3.3	Les méthodes séquentielles d'homogénéisation	12
3.3.1	La méthode des éléments finis au carré ( $FE^2$ )	13
3.3.2	Transformation des champs mécaniques de l'échelle macroscopique à l'échelle microscopique	17
<b>4</b>	<b>Modélisation multi-échelles du corpuscule de Pacini</b>	<b>19</b>
4.1	Introduction	19
4.2	Ls-Dyna	21
4.3	Géométrie, maillage et propriétés mécaniques du corpuscule de Pacini	21
4.4	La démarche	24
4.5	Résultats et Interprétations	25
<b>5</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>27</b>
	<b>Table des annexes</b>	<b>28</b>

# Table des figures

1.1	Position centrale de l'INRS dans le dispositif de prévention en France.	4
1.2	le plan d'activités de l'INRS en 2015.	5
1.3	les différentes thématiques au sein de l'INRS entre 2013 et 2017	5
2.1	les différents mécanorécepteurs sensoriels de la peau [1].	8
2.2	corpuscules de Pacini (à gauche) en grappe et seul en cellule adipeuse (à droite) [1].	9
2.3	schéma modélisant la structure du corpuscule de Pacini avec ses différents constituants.	10
3.1	classification des méthodes d'homogénéisation [4]	12
3.2	principe d'un calcul $FE^2$ [12].	14
3.3	concept de l'homogénéisation éléments finis multi-échelles [6]	16
3.4	Maillage d'un VER avec les conditions de périodicité [6]	18
4.1	Le lien entre le doigt et le corpuscule de pacini.	19
4.2	Géométrie (dimensions en mm) et maillage de l'index : (a) vue de face; (b) vue de dessus; (c) vue 3D; (d) maillage [10].	20
4.3	Conditions aux limites sur le doigt : (a) noeuds bloqués sur l'ongle; (b) noeuds bloqués sur le plan de coupe de la phalange proximale; (c) noeuds du doigt en contact avec le cylindre [10].	20
4.4	Le neurite (bulbe + axone) : un filopode sur l'axone (F1) et un filopode (F3) plus une moitié (F2) sur le bulbe.	22
4.5	Le modèle éléments finis du corpuscule de Pacini : coeur interne (en bleu); les deux myélines (en vert); le neurite (en rouge); les lamelles (en marron) et le coeur externe composé de fluide (en jaune).	23
4.6	Les conditions aux limites (encastrement en bleu) et de symétrie (en rouge).	24
4.7	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) des filopodes du bulbe et de l'axone après chargement en déplacement unitaire en fréquence.	26
4.8	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) des filopodes du bulbe et de l'axone après chargement en déplacement variable en fréquence.	26
1	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) du filopode de l'axone après chargement en déplacement unitaire en fréquence.	29
2	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) du filopode de l'axone après chargement en déplacement variable en fréquence.	29
3	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) du filopode du bulbe après chargement en déplacement unitaire en fréquence.	29
4	Les trois déformations principale ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) du filopode du bulbe après chargement en déplacement variable en fréquence.	30
5	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) de la moitié-filopode du bulbe après chargement en déplacement unitaire en fréquence.	30

6	Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ , $\epsilon_{II}$ , $\epsilon_{III}$ ) de la moitié-filopode du bulbe	
	après chargement en déplacement variable en fréquence. . . . .	30

# Chapitre 1

## Présentation de l'entreprise

### 1.1 L' INRS

Créé en 1947, sous la tutelle de la Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés sous le nom de l'Institut National de Sécurité (INS), l'INS fusionne avec le Centre d'Etudes et de Recherches pour la Prévention des Accidents du Travail (CERPAT) en 1968 et devient l'INRS.

Son statut juridique est une association (loi 1901), sans but lucratif.

L'INRS est soumis au contrôle financier de l'État. Son budget d'environ 80 Millions provient du fonds national de prévention des accidents du travail et des maladies professionnelles.

Il est alimenté par les cotisations AT/MP (Accident du Travail/Maladie Professionnelle) des entreprises qui cotisent au régime général de la Sécurité sociale.

L'INRS est au cœur du dispositif de prévention en santé et sécurité au travail (FIG.1.1).

Ce dispositif comprend :

- l'assurance maladie risques professionnels (direction des risques professionnels de la Cnam et son réseau régional des Carsat, Cramif ou CGSS, Eurogip),
- les services de l'État (DGT, conseil d'orientation des conditions de travail, inspection du travail),
- des agences ou organismes spécialisés comme l'OPPBTP, l'ANACT, l'A, SFP, l'IRSN...

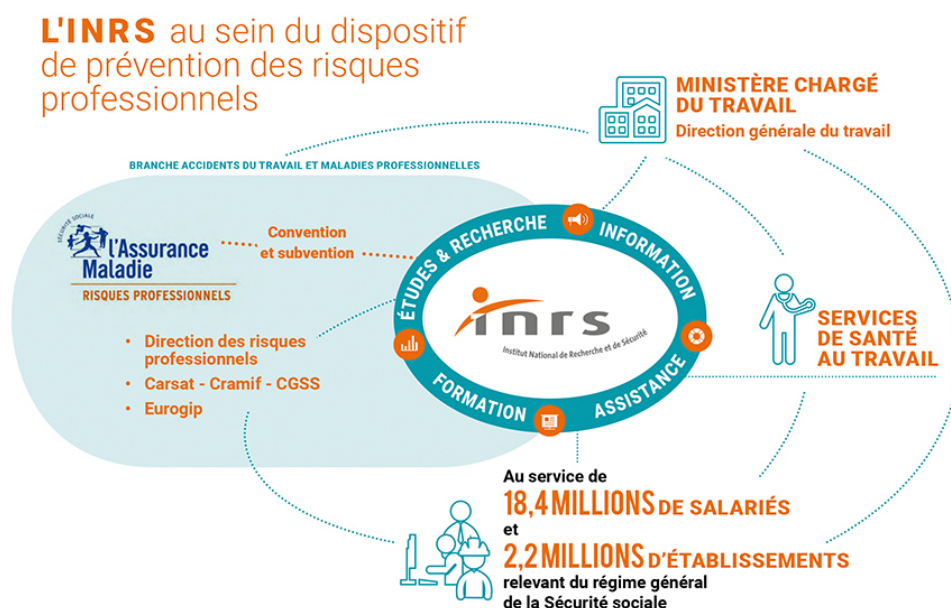


FIGURE 1.1 – Position centrale de l'INRS dans le dispositif de prévention en France.

L'INRS regroupe 580 personnes aux compétences très variées réparties sur ses deux sites (209 au centre de Paris et 371 au centre de Lorraine) : ingénieurs, médecins, chercheurs, formateurs, assistants, juristes et spécialistes de l'information etc (FIG 1.2).

L'institut a pour missions d'identifier les risques professionnels, de mettre en évidence les dangers afin de pouvoir analyser leurs conséquences pour la santé et la sécurité des salariés, permettant ainsi de diffuser et de promouvoir les moyens de maîtriser ces risques au sein des entreprises.

L'institut propose des outils et des services adaptés aux chefs d'entreprise et salariés, aux préventeurs en entreprise (membres de CHSCT, chargés de sécurité...), aux médecins du travail (et services de santé au travail), aux autres acteurs de la prévention (réseau de l'assurance maladie risques professionnels, inspection du travail, centres techniques, IPRP...).

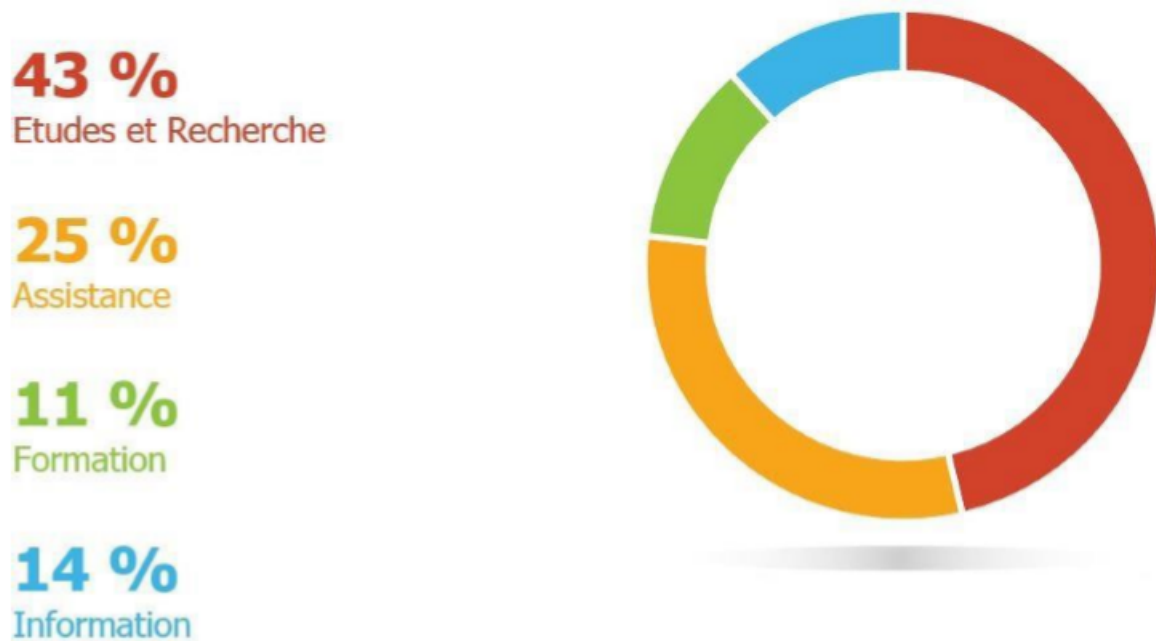


FIGURE 1.2 – le plan d'activités de l'INRS en 2015.

Le plan stratégique de l'INRS fixe des objectifs à réaliser au sein de plusieurs thématiques :



FIGURE 1.3 – les différentes thématiques au sein de l'INRS entre 2013 et 2017

Pour remplir ses objectifs, l'INRS s'appuie sur 11 départements métiers et 5 départements supports répartis entre les centres de Paris et de Lorraine se mobilisant ainsi pour mener à bien l'ensemble des actions prévues.

Ce stage s'inscrit dans une étude en lien avec la thématique « prévention des risques physiques et mécaniques » au sein du département IET dans les laboratoires EVO.

## **1.2 Le département Ingénierie des Équipements de Travail (IET)**

Ce département est chargé des actions d'évaluation et de réduction des risques professionnels liés aux équipements de travail. Sont inclus dans les équipements de travail tout ce qui concerne les machines (machines fixes ou portatives, outils, engins...), les composants de sécurité, les locaux (ateliers, bureaux...), ainsi que les équipements de protection individuelle ou collective.

Les risques physiques et mécaniques comportent à la fois ce qui se rapporte au risque accident, et aux nuisances physiques telles que le bruit, les vibrations, les rayonnements optiques ou électromagnétiques. Le département conduit des études et recherches, mais aussi des actions d'assistance aux Caisses d'Assurance Retraite et de la Santé au Travail (CARSAT), aux ministères ou aux industriels. D'une façon générale, sa spécificité est de développer et d'utiliser des outils expérimentaux, théoriques ou méthodologiques permettant de prendre en compte la prévention, dès la conception, des équipements de travail (machines, locaux, etc.).

Il dispose de nombreux moyens de simulation numérique (utilisables au stade de l'avant-projet), et de nombreux moyens d'essais (utilisables au stade du prototypage par exemple). De nombreux projets ou études sont conduits en partenariat avec des institutions et universités françaises ainsi qu'avec les instituts homologues européens. Une part des travaux conduit à des actions en normalisation.

## **1.3 Le laboratoire Electromagnétisme - Vibrations - Optique (EVO)**

Ce laboratoire a pour mission d'améliorer la prévention des risques inhérents à l'exposition professionnelle aux trois nuisances physiques : champs électromagnétiques, vibrations et rayonnement optiques. Dans cet objectif, il développe de nouvelles connaissances et conduit aussi des actions d'assistance.

Les études et recherches ont en particulier pour but :

- l'amélioration des connaissances sur les sources de nuisances physiques, leurs modes de transmission et leurs effets,
- l'évaluation ou l'estimation des risques liés à ces nuisances et des performances des moyens de protection collective ou individuelle,
- le développement de l'ingénierie de prévention.

Pour cela, le laboratoire développe et améliore des techniques de mesures, maîtrise les moyens de modélisation numérique (simulation) et met en œuvre des bancs d'essais permettant de confronter théorie et expérience, modèles et mesures.



# Chapitre 2

## Introduction générale

Actuellement en France près de 11% des travailleurs salariés sont soumis à des vibrations transmises au membre supérieur lors de l'utilisation de machines vibrantes (tenues ou portées à la main). Une exposition du système main-bras à des vibrations régulières et excessives peut provoquer un certain nombre de pathologies désignées par le terme générique de syndrome des vibrations (environ 200 maladies professionnelles reconnues par an). Ces troubles sont classés en deux catégories différentes : les troubles vasculaires et neurologiques aussi appelés troubles angioneurotiques, ou des troubles ostéoarticulaires et musculotendineux. Des troubles ostéo-articulaires et musculo-tendineux sont développés par exemple chez les travailleurs de chantiers routiers ou chez les ouvriers métallurgistes lorsqu'ils sont exposés à des chocs générant des vibrations de basses fréquences ( $< 50\text{ Hz}$ ) et les troubles angioneurotiques sont causés par des machines de fréquences vibratoires largement supérieures à  $50\text{ Hz}$  (hautes fréquences).

Depuis de nombreuses années, l'INRS mène des travaux de recherche visant à comprendre les mécanismes du transfert vibratoire entre des machines portatives vibrantes et le système main-bras. Dans ce cadre, un sujet de stage est proposé au sein du laboratoire Électromagnétisme, Vibrations, Optique (EVO) du département Ingénierie des Équipements de Travail (IET) qui permet d'étudier les vibrations transmises au système main/bras, provoquant ainsi une réponse nerveuse de certains mécanorécepteurs situés dans les différentes couches de la peau.

Ici, nous nous intéressons aux corpuscules de Pacini qui font parties de l'un des mécanorécepteurs sensoriels dermiques sensibles aux vibrations de haute fréquence (les fréquences supérieures à  $50\text{ Hz}$ ) car leur hyper-activation est potentiellement liée à l'émergence de pathologies vibratoires.

Ainsi, le stage comporte trois objectifs principaux :

- Le premier consiste à améliorer un modèle éléments finis déjà existant à l'INRS de la réponse mécanique d'un corpuscule de Pacini soumis à une excitation vibratoire.
- Le second est de mener une étude bibliographique des techniques d'homogénéisation basées sur des concepts multi-échelles (VER : Volume Élémentaire Représentatif) permettant le couplage entre le modèle des corpuscules de Pacini à l'échelle mésoscopique et un modèle éléments finis à l'échelle macroscopique des tissus de la peau.
- Dans la troisième partie du stage, les techniques d'homogénéisation précédemment identifiées seront mises en application dans un modèle de doigt macroscopique issu d'une segmentation d'images IRM.

## 2.1 Le corpuscule de Pacini : un mécanorécepteur

### 2.1.1 Définition

Il a été recensé dans les différentes couches de la peau quatre mécanorécepteurs ayant chacun son domaine de réponses en fréquences : les corpuscules de Meissner, les terminaisons de Ruffini, les récepteurs de Merkel et les corpuscules Pacini (CP) (FIG. 2.1 et TAB. 2.1).

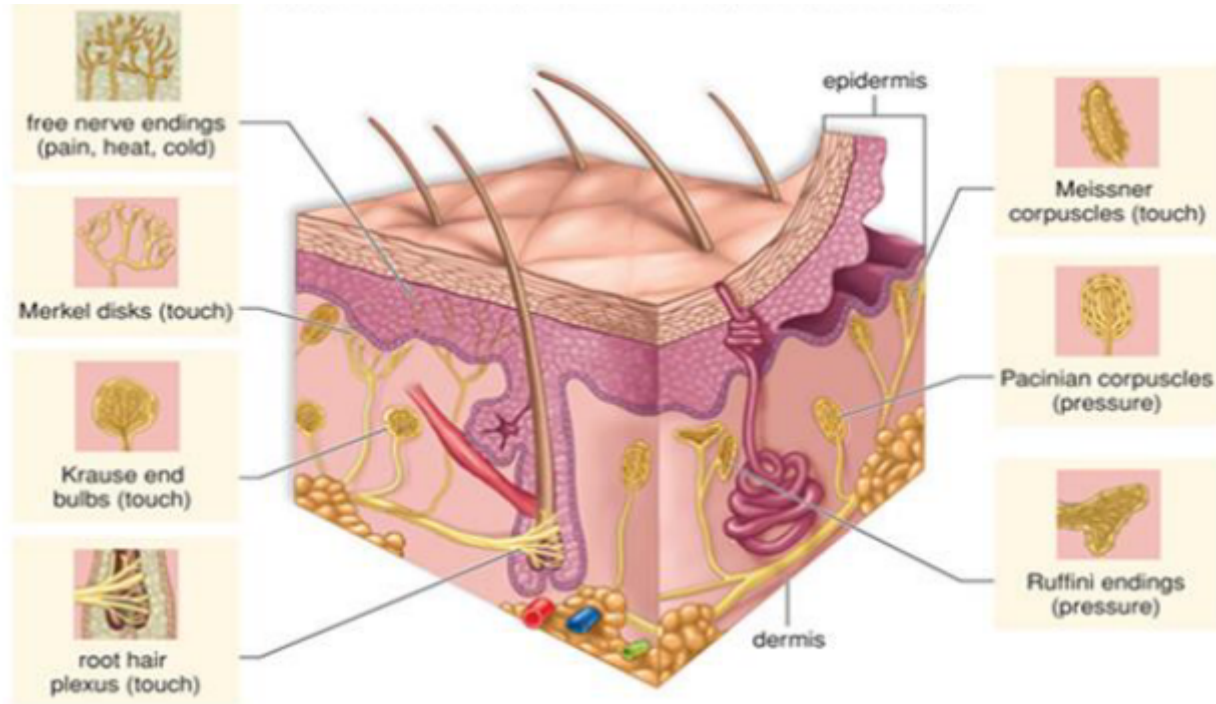


FIGURE 2.1 – les différents mécanorécepteurs sensoriels de la peau [1].

Récepteurs	Champ de perception	Bande passante	Pic sensibilité	Seuil sensibilité
Corpuscules de Meissner	1 - 100 $mm^2$	1 - 300 $Hz$	50 $Hz$	2 $\mu m$
Récepteurs de Merkel	2 - 100 $mm^2$	0 - 100 $Hz$	5 $Hz$	30 $\mu m$
Corpuscules de Pacini	10 - 1000 $mm^2$	20 - 1000 $Hz$	250 $Hz$	10 $nm$
Terminaisons de Ruffini	10 - 500 $mm^2$	0 - 8 $Hz$	0.5 $Hz$	40 $\mu m$

TABLE 2.1 – les caractéristiques des mécanorécepteurs.

Les corpuscules de Meissner et de Pacini sont spécialisés dans la perception des vibrations (hautes fréquences) et de la pression.

Le Corpuscule de Pacini (CP) est un mécanorécepteur cutané responsable de la sensation des vibrations, haute fréquence entre 20 et 1000  $Hz$  [11, 1].

Lorsque le CP reçoit une stimulation mécanique, celle-ci est transformée en une réponse électrique, qui est envoyée par la suite vers le système nerveux et celui-ci émet ensuite une réponse efférente motrice [11].

La déformation induite par un stimulus vibratoire est amplifiée par un facteur de 8 à 12 de la surface du CP au neurite [11].

Par ailleurs, il joue un rôle important dans le sens du toucher.

### 2.1.2 La structure du CP

Le CP possède une forme ellipsoïdale dont la taille varie en fonction de l'emplacement anatomique chez un individu. Il est présent abondamment dans l'hypoderme des mains (pouvant atteindre plusieurs centaines dans la paume d'une main) et des pieds et aussi dans les zones imberbes (FIG. 2.2).

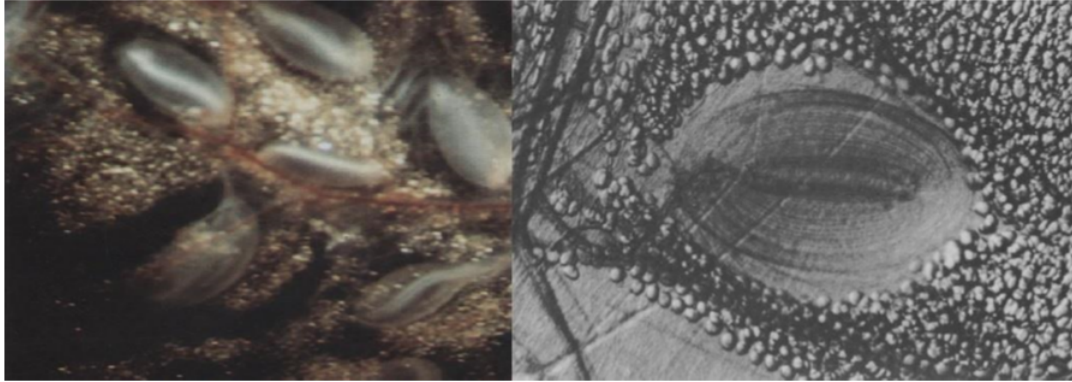


FIGURE 2.2 – corpuscules de Pacini (à gauche) en grappe et seul en cellule adipeuse (à droite) [11].

Le CP est constitué principalement de 3 parties : le neurite, le cœur interne et le cœur externe (FIG. 2.3) [11]. Le neurite parcourt l'axe principal du CP, entouré par la suite par le cœur interne et encapsulé à la fin par le cœur externe.

Le neurite se termine par un nœud de Ranvier d'environ  $50\text{ }\mu\text{m}$  situé à proximité du point d'entrée du neurite dans la capsule du CP (cœur externe) [11]. Le neurite est myélinisé, devient plus étroit en perdant sa gaine de myéline à l'intérieur de la capsule et celui-ci est terminé par une petite ampoule (Bulbe) d'environ  $8 - 12\text{ }\mu\text{m}$  de diamètre [11].

Il existe sur ce neurite 5 filopodes dont (2 filopodes centraux et 3 filopodes terminaux sur le Bulbe). Ces filopodes sont supposés être les lieux de la mécanotransduction et sont aptes à détecter les déformations mécaniques transmises par la capsule du CP (cœur externe) [11].

Le cœur interne est composé de lamelles cytoplasmiques compactes et très fines qui entourent parfaitement le neurite. Les lamelles se trouvant tout en profondeur et le neurite, sont séparés par le tissu conjonctif, s'étendant tout au long du cœur interne de part et d'autre de façon latérale. Il existe environ 40 à 60 lamelles constituant le cœur interne [11].

De même, le cœur externe est aussi constitué d'un arrangement de lamelles et celles-ci sont en moyenne de 30 dont leurs épaisseurs sont généralement entre  $0.1 - 0.2\text{ }\mu\text{m}$ . Les lamelles sont séparées entre elles par un fluide (fluide inter-lamellaire). Ce fluide lamellaire permet ainsi au cœur externe de fonctionner comme un filtre aux stimulations vibratoires [11].

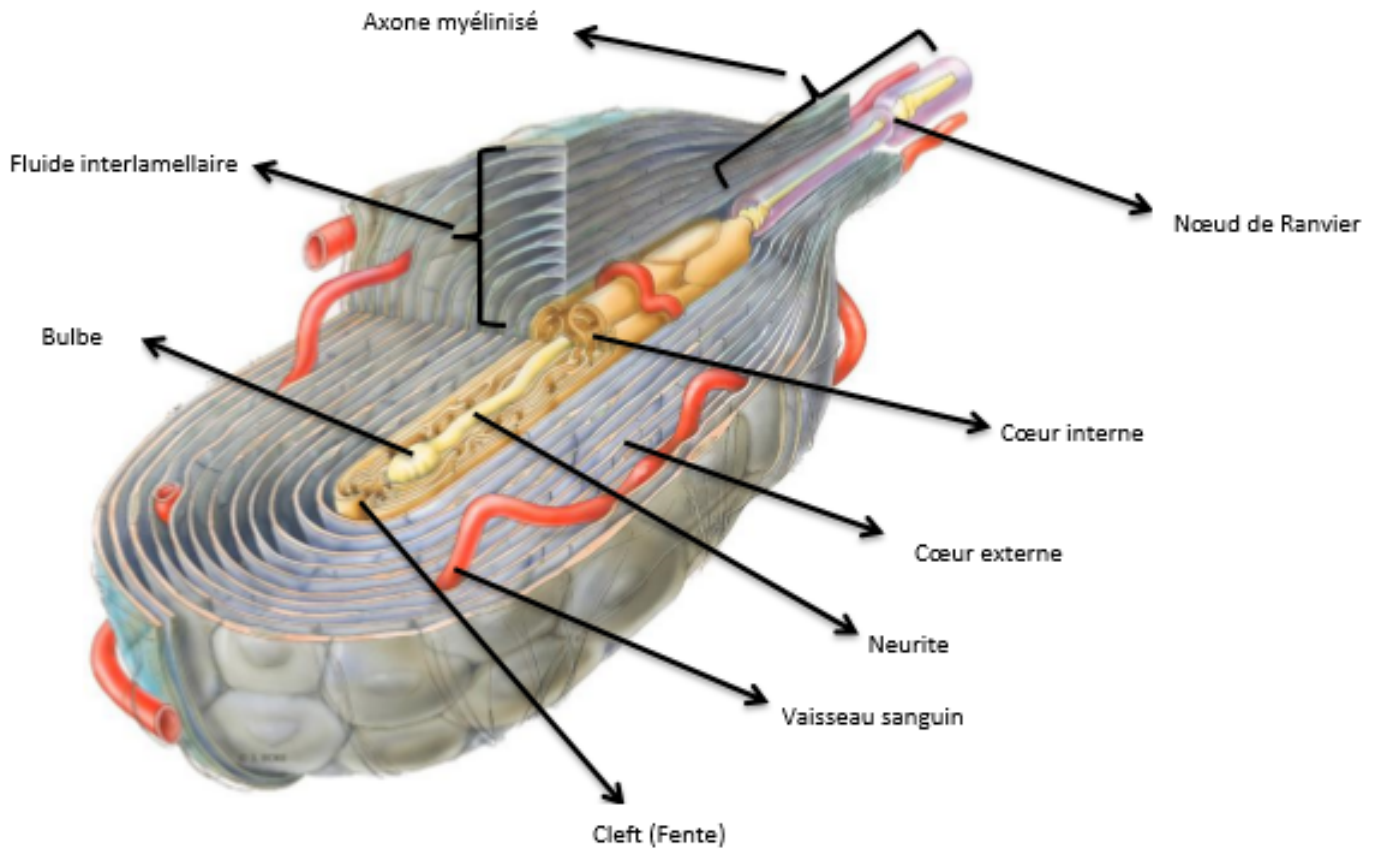


FIGURE 2.3 – schéma modélisant la structure du corpuscule de Pacini avec ses différents constituants.

Pour bien modéliser le corpuscule de Pacini dans les tissus de la peau, nous allons mener une étude sur les différentes techniques d'homogénéisation permettant d'approcher le modèle du corpuscule de Pacini à un problème au VER (Volume Élémentaire Représentatif) dont le but consiste à coupler le modèle du corpuscule de Pacini à l'échelle mésoscopique à un modèle éléments finis à l'échelle macroscopique des tissus de la peau, sachant que l'indentation (entrée vibratoire) est appliquée au niveau des tissus de la peau et transmise par la suite au niveau du corpuscule de Pacini. De ce fait, si nous parvenons à connaître les déplacements, les déformations et les contraintes au niveau des tissus de la peau on pourrait savoir la réponse du corpuscule de Pacini, d'où les techniques d'homogénéisation qui permettent le passage de l'échelle macroscopique (tissus de la peau) vers l'échelle mésoscopique (corpuscule de Pacini). Nous nous intéressons d'abord au cas général des différentes méthodes d'homogénéisation analytique et numérique afin d'aboutir aux différentes conditions aux limites possibles pour le passage du macro vers le micro (macro-micro) par un problème au VER et qu'on pourrait utiliser dans notre cas d'application.

# Chapitre 3

## État de l’art des méthodes multi-échelles

### 3.1 Introduction

Le développement des méthodes multi-échelles a permis de pouvoir relier des petites et grandes échelles en mécanique du solide. Dans ce cadre, nous allons faire appel à ces méthodes afin d’étudier le comportement du corpuscule de Pacini à l’intérieur d’une structure macroscopique : le doigt humain lorsque celui-ci reçoit une sollicitation vibratoire.

De ce fait, nous allons présenter en premier lieu un état de l’art des méthodes d’homogénéisation utiles pour notre étude.

Nous distinguons deux échelles pour modéliser un matériau, l’une est macroscopique et l’autre microscopique.

Pour faire le lien entre ces deux échelles, nous distinguons deux types de méthodes d’homogénéisation (certainement qu’il en existe d’autres) [4] :

- les approches séquentielles (la loi de comportement macroscopique est obtenue par des calculs analytiques ou numériques préliminaires à l’échelle microscopique, ne nécessitant plus d’effectuer de nouveaux calculs au niveau microscopique),
- les approches concourantes (la résolution du problème à l’échelle macroscopique est faite simultanément avec le problème à l’échelle microscopique, pouvant se traduire numériquement par des échanges d’informations lors des différentes itérations entre les deux échelles.

Le couplage entre ces deux échelles est souvent appelé problème du VER (VER : Volume Élémentaire Représentatif), qui consiste ainsi à prendre en compte les conditions aux limites sur celui-ci pour une meilleure homogénéisation. A cet effet, nous allons assimiler l’échelle du corpuscule de Pacini à celle d’un VER.

### 3.2 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

On a toujours supposé que les matériaux constitutifs sont homogènes ou homogènes par zone en calculs de structures alors qu’en réalité, à une échelle inférieure, le matériau est toujours hétérogène. Par contre, aux échelles inférieures (échelles locales), la structure de chaque tissu est multi-échelle, comportant des cellules, des micro-fibrilles et des fibres pouvant être considérées comme homogènes en-dessous de l’échelle microscopique. L’objectif principal des techniques d’homogénéisation est de fournir une approche des matériaux hétérogènes à l’échelle microscopique par un modèle homogène équivalent. Pour ce faire, le volume élémentaire représentatif (VER) du matériau hétérogène est introduit par (Hashin [2] ; Hill [3] ; Nemat-Nasser [8]). Ceci

n'est possible en général que s'il y a séparation d'échelle : si la taille des microstructures est  $d$ , la taille du VER est  $l$ , la taille de la structure à calculer à l'aide du modèle homogène est  $L$ , Il faut remplir la condition (Sanchez-Palencia and Zaoui [13]) :

$$d \ll l \ll L \quad (3.1)$$

Le principe des techniques d'homogénéisation est de considérer qu'à l'échelle macroscopique, les tenseurs de contraintes et de déformations varient peu mais peuvent présenter des fluctuations plus importantes à l'échelle microscopique. Les propriétés du milieu homogène macroscopique sont déterminées par moyennage sur tout le volume du VER. La moyenne de volume d'un quelconque champ  $T(x)$  est définie par :

$$\langle T \rangle = \frac{1}{V} \int_V T(x) dV \quad (3.2)$$

$V$  définit le volume du VER considéré.

Par la suite, la solution du problème d'homogénéisation du milieu hétérogène sera obtenue à partir de plusieurs conditions aux limites possibles. Les conditions de déformation homogène sur le contour, de contraintes homogènes sur le contour et les conditions aux limites périodiques sont les plus fréquemment utilisées.

### 3.3 Les méthodes séquentielles d'homogénéisation

Ici, Nous présentons quelques méthodes représentatives de techniques d'homogénéisation afin de pouvoir en utiliser certaines pour notre présente étude (FIG.3.1) :

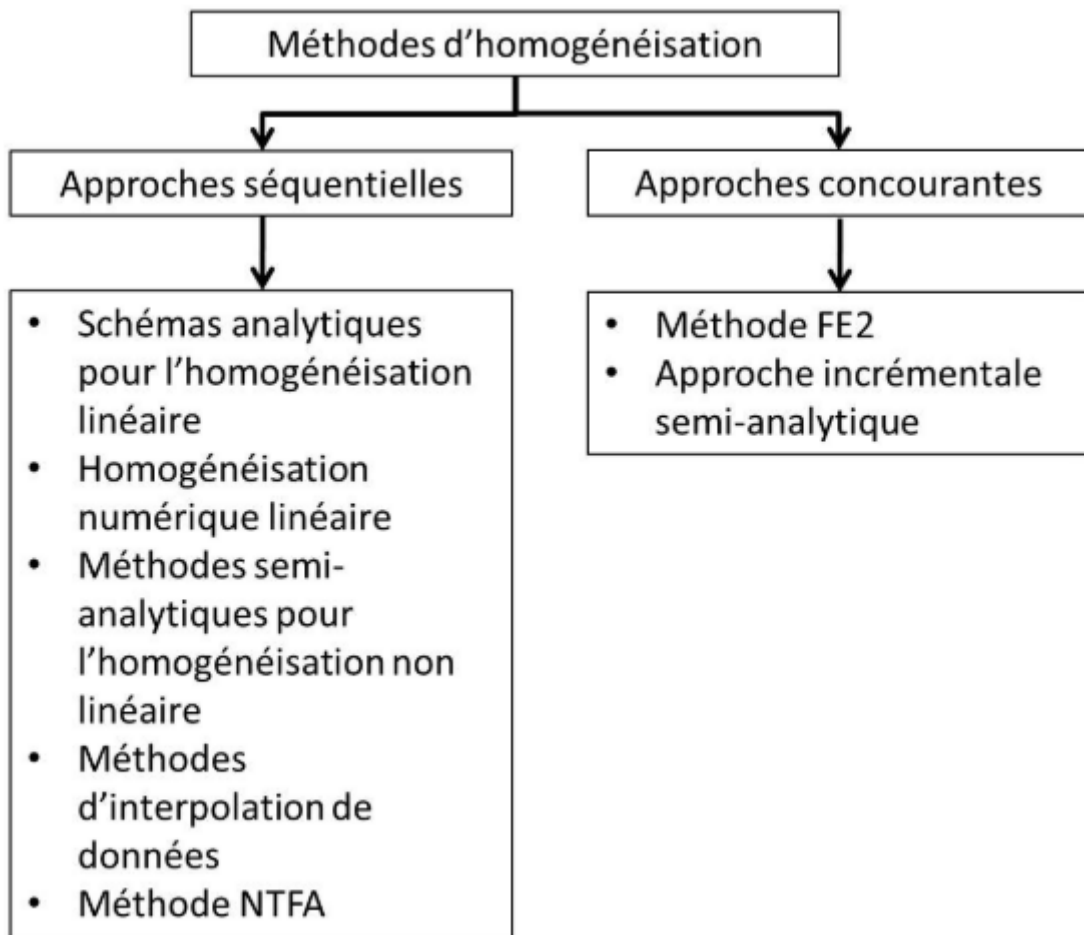




FIGURE 3.1 – classification des méthodes d’homogénéisation [4]

Certaines parmi ces méthodes présentent néanmoins des problèmes pour les calculs numériques. On peut en énumérer quelques uns :

- lorsque certaines phases de la microstructure sont plus petites que la taille d’un élément, les effets du matériau sur ces phases ne sont pas pris en compte, pouvant affecter directement la fiabilité des résultats,
- lorsque la structure est maillée assez finement afin de prendre en compte l’effet des matériaux sur les différentes phases aussi petites soient-elles, le temps de calcul pour résoudre le problème peut devenir très grand posant ainsi d’autres problèmes d’ordre numérique :
  - (i) les algorithmes de résolutions des problèmes aux valeurs propres qui fonctionnent mal à cause de la taille du problème à résoudre,
  - (ii) le coût du calcul qui explose à cause de la taille des problèmes à résoudre,
- L’impossibilité d’effectuer le calcul à cause de la taille du problème à résoudre ou de l’impossibilité de la réalisation du maillage adéquat.

Ainsi, pour éviter tous ces problèmes nous allons nous focaliser sur la méthode des éléments finis multi-échelles ou multi-niveaux ( $FE^2$ ) appelée méthode des éléments finis au carré afin de pouvoir l’utiliser pour notre cas d’étude sur le corpuscule de Pacini. Cette méthode est une méthode d’homogénéisation par la méthode des éléments finis, qui permet de déterminer le comportement du matériau à l’échelle macroscopique à partir des comportements de ses constituants à l’échelle microscopique par la résolution d’un problème aux limites sur un VER (Volume Élémentaire Représentatif) soigneusement choisi. Étant donné que notre problème à étudier n’est qu’une partie de toute cette méthode (problème de localisation), nous allons brièvement essayer de décrire cette méthode afin de comprendre et de pouvoir l’utiliser dans le cadre de notre étude sur le corpuscule de Pacini qui pourrait être modélisé comme un problème multi-échelle de localisation par exemple lorsque celui-ci s’est situé dans le doigt d’un humain (échelle macroscopique).

### 3.3.1 La méthode des éléments finis au carré ( $FE^2$ )

La méthode des éléments finis au carré ( $FE^2$ ) a été introduite dans les années 2000 et elle permet de pouvoir décrire le comportement des hétérogénéités d’une structure par une approche à deux échelles : macroscopique et microscopique (FIG. 3.2).

Le maillage macroscopique correspond à celui de la structure à modéliser tandis qu’à l’échelle microscopique, un VER représentant la microstructure est utilisé.

L’algorithme  $FE^2$  consiste alors à coupler un calcul homogénéisé à l’échelle macroscopique avec des calculs locaux de microstructure et ces calculs locaux sont réalisés autour de chaque point de Gauss du maillage macroscopique.

Cet algorithme repose sur 4 étapes principales, enchaînées de manière itérative jusqu’à convergence des champs de contraintes et déformations homogénéisés à l’échelle macroscopique :

- un calcul d’équilibre sur le maillage macroscopique basé sur des propriétés homogènes équivalentes,
  - une étape de localisation qui permet de déterminer, à partir du tenseur des déformations macroscopiques, les conditions aux limites des différents calculs microscopiques,
  - des calculs d’équilibre sur le VER utilisant une modélisation du comportement non-linéaire à l’échelle de la microstructure,
  - une étape d’homogénéisation qui permet d’obtenir le tenseur des contraintes macroscopiques à partir de l’état de contrainte micromécanique.

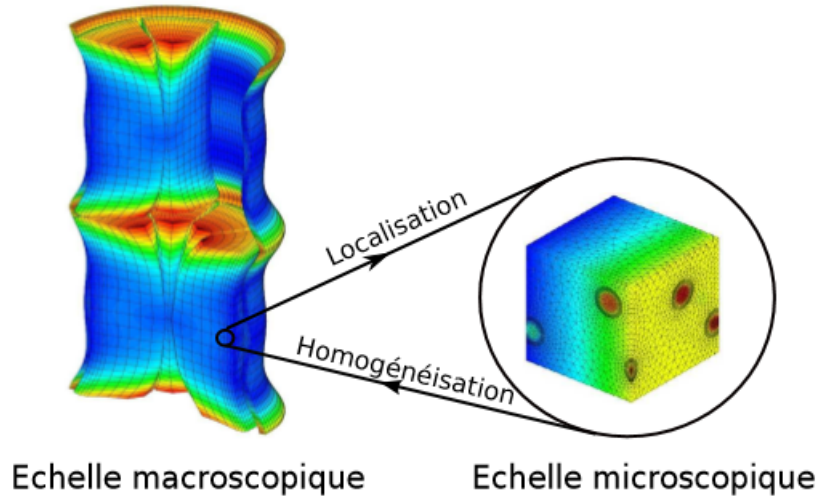


FIGURE 3.2 – principe d'un calcul  $FE^2$  [12].

Le nom de cette méthode  $FE^2$  provient du fait que les calculs d'équilibre sont effectués à chaque échelle à l'aide de la méthode des éléments finis.

Cette méthode multi-échelles ne nécessite aucune loi constitutive à l'échelle macroscopique grâce à l'appel récursif du calcul microscopique dans le calcul homogénéisé macroscopique. Ce type d'approche permet ainsi également de pouvoir faire des calculs de référence pour construire et valider des lois homogénéisées représentatives de la microstructure.

Au niveau du schéma de calcul, le calcul  $FE$  (Éléments finis) à l'échelle microscopique remplace l'intégration de la loi de comportement au point de Gauss considéré. La stratégie multi-échelles  $FE^2$  peut donc s'implanter dans n'importe quel solveur  $FE$  mécanique existant. Par ailleurs, l'indépendance des calculs sur le VER après l'étape de localisation permet une parallélisation efficace des calculs à l'échelle microscopique.

Le problème éléments finis multi-échelles est formulé à deux échelles : l'échelle macroscopique qui est celui de la structure dans sa configuration de référence, et l'échelle microscopique qui est celui du Volume Élémentaire Représentatif (VER). Le choix du VER est déterminant pour l'efficacité de l'approche  $FE^2$ .

### Formulation du problème à l'échelle macroscopique

Sur cette échelle, on considère que la structure est homogène (FIG. 3.3) et on désigne par la notation  $(\bar{\cdot})$  les variables macroscopiques et celles-ci sont considérées comme étant les moyennes des variables microscopiques.  $\Phi$  représente le domaine de l'échelle macroscopique dont la dimension est  $R^D$  ( $R$  étant la dimension du domaine avec  $D = 1, 2$  ou  $3$ ), possédant un bord extérieur  $\partial\Phi$  diviser en deux, disjoints et complémentaires  $\partial\Phi_{\bar{u}}$  et  $\partial\Phi_{\bar{T}}$  telles que :  $\partial\Phi_{\bar{u}} \cap \partial\Phi_{\bar{T}} = \emptyset$  et  $\partial\Phi_{\bar{u}} \cup \partial\Phi_{\bar{T}} = \partial\Phi$ .

En petites déformations, le problème dynamique s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \bar{\sigma} = \bar{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \quad \text{dans } \Phi \\ \bar{u} = \hat{u} \quad \text{sur } \partial\Phi_{\bar{u}} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{n} = \bar{T} \quad \text{sur } \partial\Phi_{\bar{T}} \\ \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \bar{u} + {}^T \nabla \bar{u}) \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Les opérateurs  $\nabla$ ,  $\cdot$ ,  $:$  et  $^T$  représentent respectivement l'opérateur gradient, le produit scalaire, le produit scalaire doublement contracté et la transposée.



Les variables  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{T}$  désignent respectivement les tenseurs des contraintes, des déformations, les déplacements et le vecteur contrainte de cauchy à l'échelle macroscopique.

$\bar{\rho}$ ,  $\bar{u}$  et  $\bar{n}$  sont respectivement la densité volumique macroscopique, les déplacements imposés à la frontière  $\partial\Phi_{\bar{u}}$  et le vecteur unité normal à la frontière  $\partial\Phi_{\bar{T}}$ .

Le Principe des Puissance Virtuelles (PPV) permet d'obtenir la formulation faible du problème éq. (3.3) en l'absence des forces extérieures :

$$\int_{\Phi} {}^T\bar{\sigma} : \delta\bar{\varepsilon} d\Phi + \int_{\Phi} \bar{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \delta \bar{u} d\Phi = 0 \quad (3.4)$$

### Formulation du problème à l'échelle microscopique

Celle-ci représente un Volume Élémentaire Représentatif (VER) regroupant tous les constituants de la microstructure et occupant un domaine  $\phi$  de bord extérieur  $\partial\phi$  dans sa configuration de référence (FIG. 3.3). Ici, le problème microscopique est formulé de la même manière comme précédemment en macroscopique mais il faudra prendre en compte des conditions aux limites sur le VER.

Dans la présente approche multi-échelles, les conditions aux limites sur le VER sont particulières et permettent de faire le couplage entre les deux échelles (microscopique et macroscopique).

La formulation faible s'écrit grâce au PPV comme suit :

$$\int_{\phi} {}^T\sigma : \delta\varepsilon d\phi + \int_{\phi} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u d\phi = 0 \quad (3.5)$$

${}^T\sigma$  est la transposée du tenseur des contraintes à l'échelle microscopique et toutes les autres variables définies à l'échelle microscopique ont les mêmes caractéristiques que celles à l'échelle macroscopique éq. (3.4).

Comme toute technique d'homogénéisation, l'approche éléments finis multi-échelle vise à déterminer le comportement macroscopique de la structure à partir des comportements des différents constituants de sa microstructure. À cet effet des relations de couplage permettent de faire le lien entre les deux échelles.

### Couplage entre les échelles microscopiques et macroscopiques

A l'échelle macroscopique, on suppose que la structure est un matériau homogène dont la loi de comportement est inconnue. Dans ce cas l'approche éléments finis multi-échelles ( $FE^2$ ) permet d'établir à partir des propriétés mécaniques de chaque phase du VER, la loi de comportement macroscopique par la résolution d'un problème aux limites sur le VER.

C'est sur la théorie de moyennes volumiques que se base le couplage entre les échelles macroscopique et microscopique.

La détermination des tenseurs de déformation et de contrainte macroscopiques respectivement en fonction des tenseurs de déformation et de contrainte microscopiques en petites déformations sont obtenus à travers les expressions intégrales proposées par [3] :

- la première relation de couplage consiste à définir le gradient de déformation macroscopique ( $\bar{\varepsilon}$ ) comme étant la valeur moyenne du gradient de déformation microscopique ( $\varepsilon$ ) :

$$\bar{\varepsilon} = \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{|\phi|} \int_{\phi} \varepsilon d\phi \quad (3.6)$$

$|\phi|$  est le volume du VER.

- la seconde relation de couplage estime que la contrainte effective ( $\bar{\sigma}$ ) en un point d'intégration de la structure macroscopique où l'état de contrainte est supposé homogène dans le voisinage de ce point est défini comme étant la valeur moyenne de la contrainte microscopique ( $\sigma$ ) :

$$\bar{\sigma} = \langle \sigma \rangle = \frac{1}{|\phi|} \int_{\phi} \sigma d\phi \quad (3.7)$$

Ensuite, le théorème de la moyenne de l'énergie de Hill-Mendel [3] exige que :

$$\bar{\sigma}^T : \delta \bar{\varepsilon} = \langle \sigma^T : \delta \varepsilon \rangle = \frac{1}{|\phi|} \int_{\phi} \sigma^T : \varepsilon d\phi \quad (3.8)$$

Étant donné que les relations entre les deux échelles établies, donc il est nécessaire de prendre en compte les conditions aux limites sur l'échelle microscopique (le VER) pour le résoudre et déterminer le comportement macroscopique.

Dans le cadre de l'approche éléments finis multi-échelles, les conditions aux limites microscopiques sont mises en évidence pour résoudre le problème multi-échelles.

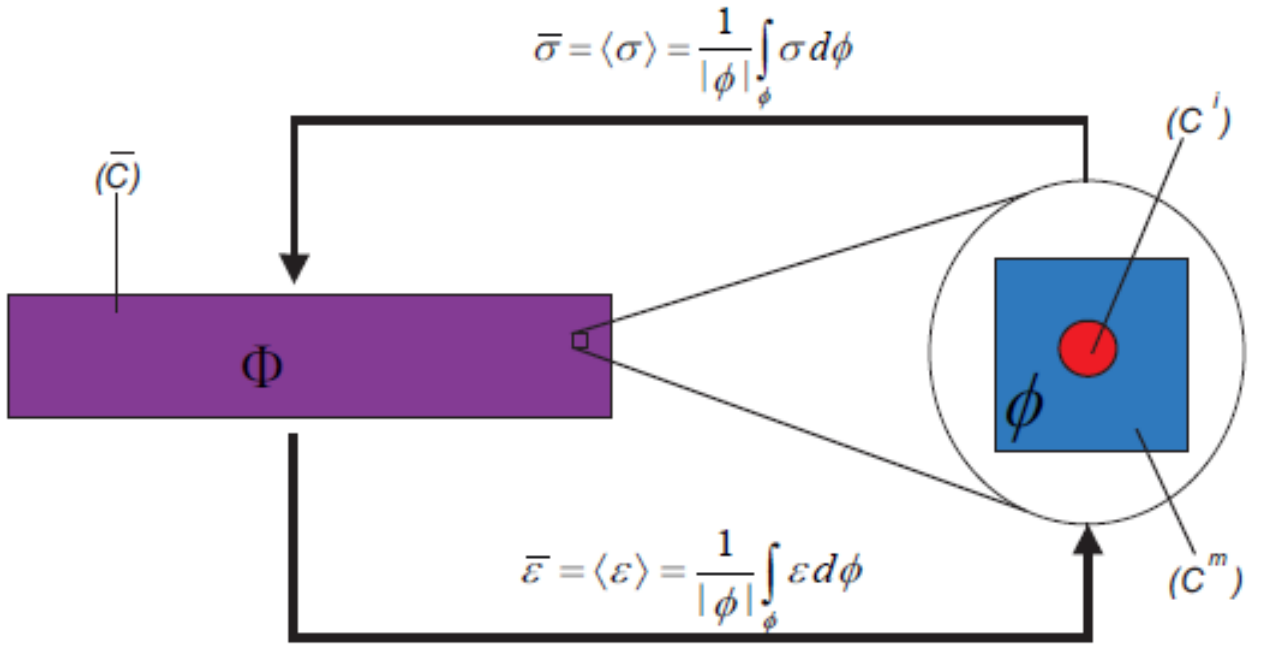


FIGURE 3.3 – concept de l'homogénéisation éléments finis multi-échelles [6]

Par contre, pour notre cas d'étude nous allons nous intéresser au passage de l'échelle macro à l'échelle micro, c'est-à-dire connaissant les variables macro (déplacements, contraintes) comment faudrait-il faire pour déterminer celles microscopiques. Ce qui fait souvent qu'on parle de problème de localisation au lieu d'homogénéisation (faisant référence à la 2ème étape principale du sous-chapitre 3.3.1). Le but est donc de déterminer les déplacements et les contraintes au niveau du pacini (échelle micro) connaissant par exemple les déformations au niveau du doigt (échelle macro).

### 3.3.2 Transformation des champs mécaniques de l'échelle macroscopique à l'échelle microscopique

#### Conditions aux limites microscopiques (Conditions au VER)

En éléments finis multi-échelles, la transition macro-micro est obtenue en imposant le gradient de déformation macroscopique ( $\bar{\varepsilon}$ ) sur les bords du VER (le Pacini). D'autres conditions aux limites peuvent être considérées sur le VER notamment les hypothèses de Taylor (ou Voigt) ou de Sachs (ou Reuss) [5].

En général, trois types de conditions aux limites peuvent être imposées au VER :

- la première condition est associée aux déplacements imposés, elle laisse supposer que les bords du VER sont soumis aux déformations macroscopiques. Ainsi, pour un point appartenant aux bords du VER, le vecteur déplacement  $u$  du pacini après déformation macroscopique  $\bar{\varepsilon}$  (par exemple déformation du doigt) est donné par :

$$u = \bar{\varepsilon}.X, \quad \forall X \in \partial\phi \quad (3.9)$$

$X$  représente le vecteur position au niveau de la surface  $\partial\phi$  du VER.

- la seconde condition est associée aux tractions uniformes (Contraintes de Cauchy), elle définit des contraintes homogènes sur le contour du VER :

$$\sigma.n = \bar{\sigma}.n, \quad \forall X \in \partial\phi \quad (3.10)$$

Ces variables ont été définies précédemment.

- la troisième condition est une condition de périodicité, consistant à induire un champ de perturbation  $w(X)$  à cause de la présence d'hétérogénéités au niveau du VER.

Cette condition se définit comme suit :

$$u = \bar{\varepsilon}.X + w(X), \quad \forall X \in \partial\phi \quad (3.11)$$

$w(X)$  est un champ périodique, donc il prend la même valeur sur deux faces opposées ( $\partial\phi^+$  et  $\partial\phi^-$ ) du VER (FIG. 3.4) ( $\partial\phi = \partial\phi^+ \cup \partial\phi^-$ ). On note face (+) et face (-) deux faces opposées du VER ainsi, le déplacement sur la face (+) s'écrit :

$$u^+ = \bar{\varepsilon}.X^+ + w^+(X), \quad \forall X^+ \in \partial\phi^+ \quad (3.12)$$

et le déplacement sur la face (-) s'écrit :

$$u^- = \bar{\varepsilon}.X^- + w^-(X), \quad \forall X^- \in \partial\phi^- \quad (3.13)$$

En tenant compte de la périodicité du champs  $w(X)$  c'est-à-dire que  $w^+(X) = w^-(X)$ , et en soustrayant éq.(3.13) de éq.(3.12), on obtient :

$$u^+ - u^- = \bar{\varepsilon}.(X^+ - X^-) \quad (3.14)$$

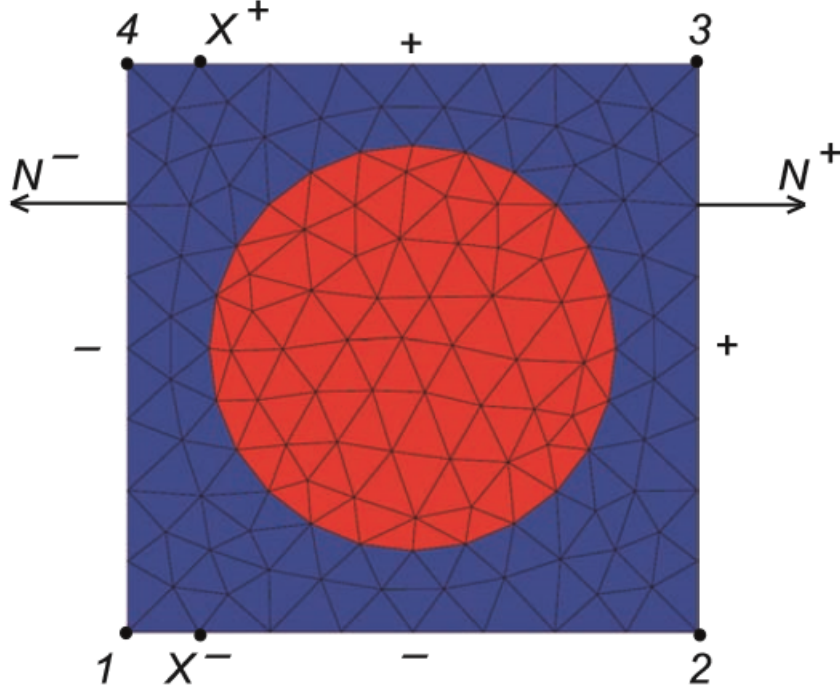


FIGURE 3.4 – Maillage d'un VER avec les conditions de périodicité [6]

On trouvera dans les travaux de Miehe [7] et Nezamabadi [9] plus de détails sur les conditions aux limites à l'échelle microscopique.

La répartition des corpuscules de Pacini dans le doigt ne conduit pas à des propriétés macroscopiques périodiques, de plus il paraîtrait aussi difficile de définir la normale pour une contrainte de Cauchy éq. (3.10) au niveau de celui-ci, ainsi nous allons nous intéresser uniquement à la condition aux limites en déformation éq. (3.9) sur sa surface. Cette condition aux limites est en fonction du champ de déformation macroscopique  $\bar{\epsilon}$ . De ce fait, pour connaître le champ de déplacement au niveau du corpuscule de Pacini dans le domaine fréquentiel, il est nécessaire et obligatoire de considérer un champ de déformation macroscopique dépendant des fréquences d'excitation (ici c'est le champ de déformation d'un doigt) auxquelles le corpuscule de Pacini serait sensible.

Pour ce faire, nous allons utiliser Ls-Dyna qui est un logiciel éléments finis pour étudier notre modèle de corpuscule de Pacini déjà existant et faire appel aussi à Matlab pour les calculs numériques permettant de déterminer le champ de déplacement au niveau du Pacini.

Nous allons aborder dans la partie suivante la modélisation du corpuscule de Pacini, en décrivant d'abord toutes ses caractéristiques (les constituants du Pacini, leurs dimensions et leurs propriétés matérielles) avant de s'intéresser au modèle éléments finis du corpuscule de Pacini déjà fait sous SimCenter (By Siemens) par un autre stagiaire que nous allons coupler avec un modèle éléments finis doigt dans lequel le champ de déformation pour des fréquences appropriées à la sensibilité du doigt est connu et le but, c'est justement d'utiliser le problème de localisation éq. (3.9) (qui fait partie du processus de l'homogénéisation) pour connaître le champ de déplacement dans le Pacini.

# Chapitre 4

## Modélisation multi-échelles du corpuscule de Pacini

### 4.1 Introduction

La modélisation multi-échelle de notre corpuscule de Pacini dans le domaine fréquentiel se fait en tenant compte d'un modèle éléments finis à l'échelle macroscopique des tissus de la peau qui est ici un modèle de doigt macroscopique issu d'une segmentation d'images IRM dont on connaît le champ de déformation après une excitation vibratoire de bande de fréquence comprise entre 20 et 1000  $Hz$ .

Étant donné que le corpuscule de Pacini est un mécanorécepteur se situant à l'intérieur du doigt, ainsi pour connaître la réponse mécanique de celui-ci après excitation du doigt, il est nécessaire de coupler le modèle du corpuscule de Pacini et le modèle de doigt par une technique d'homogénéisation (FIG.4.1).

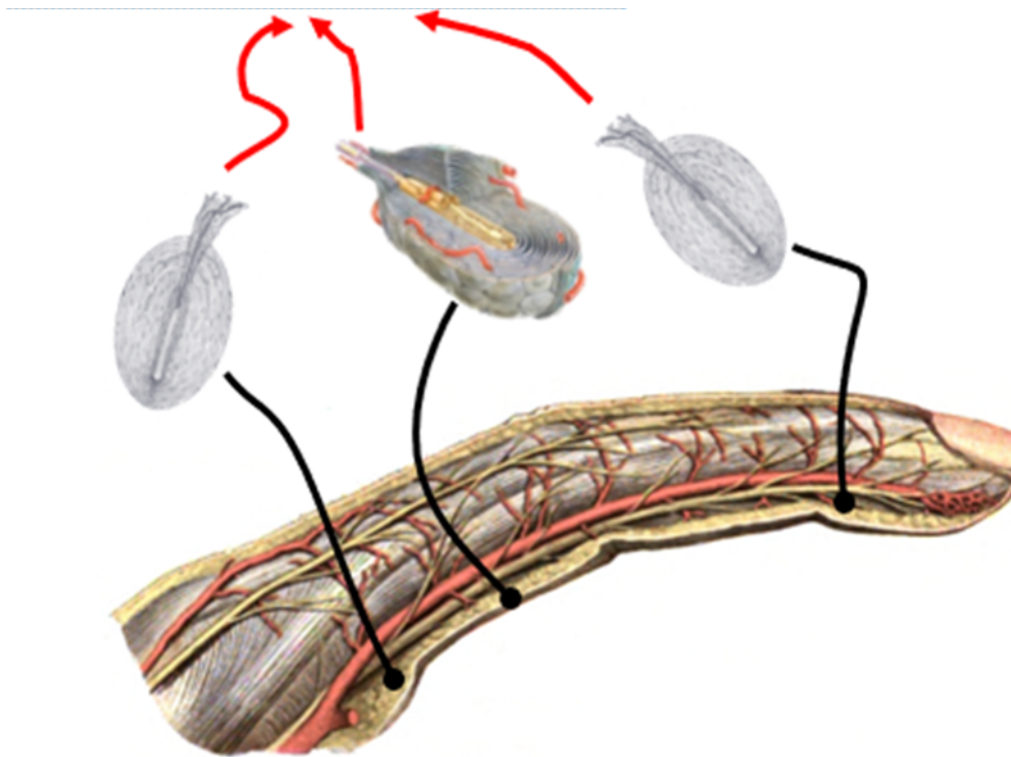


FIGURE 4.1 – Le lien entre le doigt et le corpuscule de pacini.

Comme énoncé au début, le modèle du doigt est obtenu par segmentation d'images IRM dont la géométrie faite sur le logiciel de CAO Rhinoceros 3D, est constituée d'os des trois phalanges,

le cartilage interphalangien, les tissus mous environnants et l'ongle. Son maillage a été réalisé avec le mailleur Alter Hypermesh et fait de sorte que les mailles ne dépassent pas 1 mm de longueur, proche de la dimension du corpuscule de Pacini, comprenant ainsi 5100 noeuds et 19700 éléments tétraédriques à 4 noeuds [10].

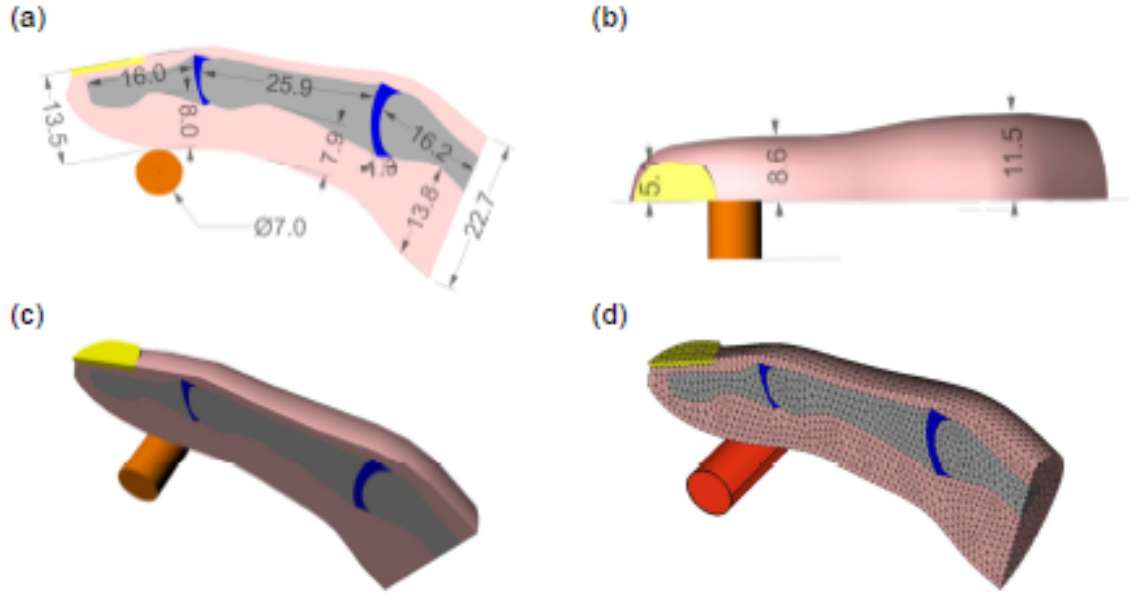


FIGURE 4.2 – Géométrie (dimensions en mm) et maillage de l'index : (a) vue de face ; (b) vue de dessus ; (c) vue 3D ; (d) maillage [10].

Le chargement au niveau du doigt est un indenteur cylindrique, d'accélération sinusoïdale dont l'amplitude est de  $20 \text{ m.s}^{-2}$  pour toute la bande de fréquences d'étude et favorisant ainsi de petits déplacements (micrométriques) au niveau du cylindre, cela suppose que les hypothèses de l'élasticité linéaire sont satisfaites [10].

Concernant les conditions aux limites sur le doigt, tous les noeuds de l'ongle ont été encastres et ceux aussi de l'extrémité de la phalange proximale [10]. Une condition de symétrie est aussi appliquée sur le plan de coupe sagittale de l'index permettant de modéliser uniquement la moitié et de réduire le nombre d'éléments du modèle [10].

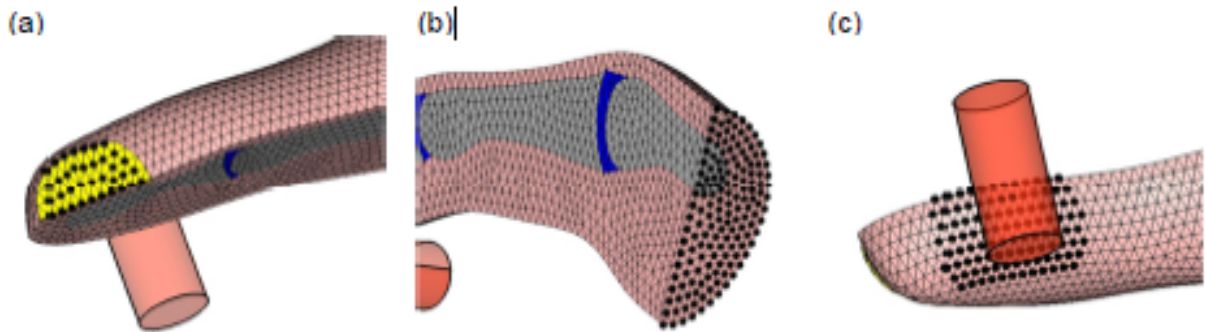


FIGURE 4.3 – Conditions aux limites sur le doigt : (a) noeuds bloqués sur l'ongle ; (b) noeuds bloqués sur le plan de coupe de la phalange proximale ; (c) noeuds du doigt en contact avec le cylindre [10].

Grâce à ce modèle de doigt et à celui du Pacini, mis à notre disposition, nous allons pouvoir faire une analyse modale du corpuscule de Pacini sous Ls-Dyna afin de valider son modèle éléments finis tout en respectant la consistance des unités physiques. Et sur cette base, on appliquera la condition éq. (3.9) vu qu'on connaît déjà le champ de déformation au niveau du doigt et la

position des noeuds à la surface du Pacini. Tout ceci se fera dans le domaine fréquentiel et pour se faire, on utilisera Matlab pour écrire un programme qui va nous générer les amplitudes du champ de déplacement au niveau de chaque noeud à la surface du Pacini en fonction de la fréquence (plus de détails ci-après).

## 4.2 Ls-Dyna

Notre outil de calcul éléments finis est un logiciel dénommé Ls-Dyna, qui permet une analyse des comportements physiques non-linéaires de problèmes 2D ou 3D avec des méthodes numériques dites explicites ou implicites. Le calcul avec le solveur de Ls-Dyna se fait par le biais d'un fichier ASCII appelé keyword file. Ce fichier est constitué de mots clés nécessaires à la résolution du problème donné et, débute toujours par \*KEYWORD et se termine par \*END (\* définit un mot clé). Dans ce fichier, les commentaires sont définis par un \$ en début de ligne. La mise en donnée peut se faire avec Ls-Pre/Post. Les manuels sont gratuits et disponibles sur <https://www.dynasupport.com>. Un fichier Ls-Dyna a une extension (.k).

Comme dans la plupart des codes de calculs, les unités sont définies par l'utilisateur mais il faudra bien les choisir pour respecter leur consistance.

## 4.3 Géométrie, maillage et propriétés mécaniques du corpuscule de Pacini

Le modèle éléments finis du corpuscule de Pacini existant, qui a été réalisé par un autre stagiaire sous Simcenter et exporté après dans Ls-Dyna (Ls-Pre/Post) en un fichier (.k), est fait de sorte que celui-ci soit caractérisé par cinq parties :

- le neurite
- les lamelles
- les deux myélines
- le coeur interne
- le coeur externe

Le neurite est constitué :

- d'un bulbe (une demi-sphère de diamètre  $10\ \mu m$ )
- de 5 filopodes (dont 2 centraux et 3 terminaux sur le bulbe), mais vu que seule la moitié du corpuscule est à modéliser, par condition de symétrie, 2 filopodes et demi sont pris en compte, 1 sur l'axone et 1 plus une moitié sur le bulbe. Les filopodes sont considérés comme étant le site de conversion mécano-électrique et ont une forme cylindrique pleine de longueur  $1.6\ \mu m$  et de diamètre  $0.6\ \mu m$  pour chacune.
- de l'axone, considéré comme un tube de section cylindrique de diamètre  $3\ \mu m$  et de longueur  $1.1\ mm$ .



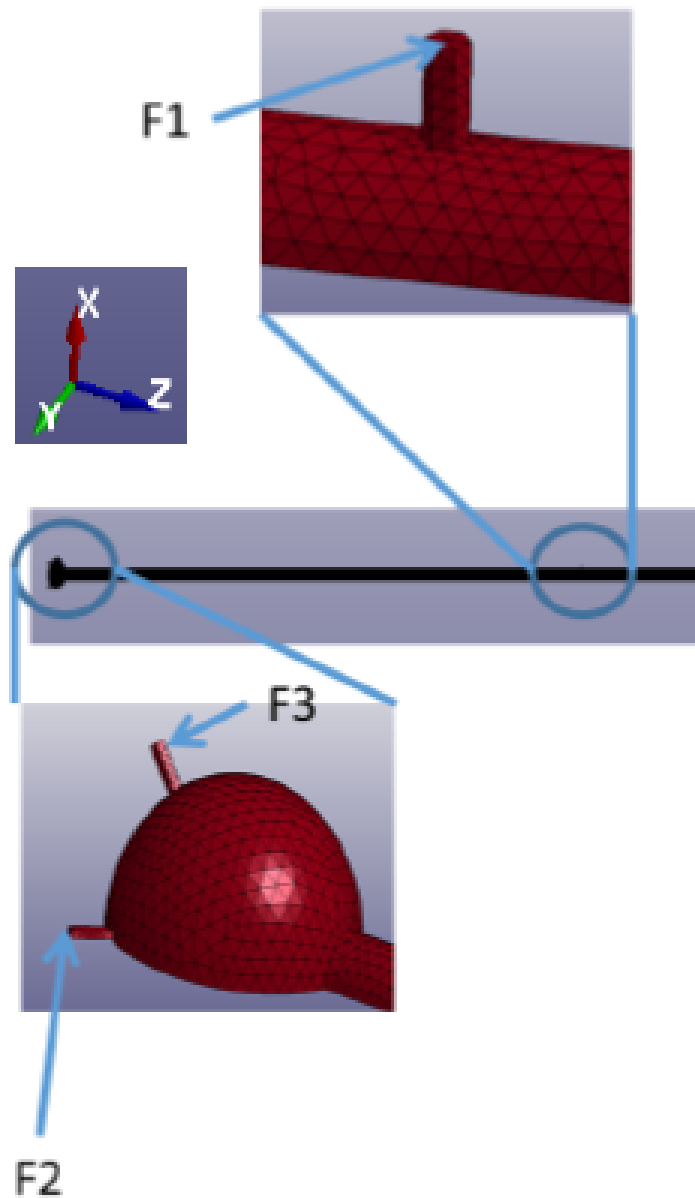


FIGURE 4.4 – Le neurite (bulbe + axone) : un filopode sur l'axone (F1) et un filopode (F3) plus une moitié (F2) sur le bulbe.

Les lamelles sont modélisées en «SHELL» d'épaisseur  $0.1 \mu m$ .

Le coeur interne et les deux myélines sont modélisés comme des solides homogènes constituant de lamelles serrées.

L'épaisseur des myélines est de  $13.5 \mu m$ .

Le coeur interne enveloppe le neurite et une partie de la première myéline.

Le coeur externe est constitué essentiellement de fluide, modélisé comme un solide et ce fluide sépare les lamelles d'une distance de  $10 \mu m$ .

Le maillage de ce modèle contient 94551 noeuds et 500888 éléments.

La forme des mailles du neurite, du coeur interne, des myélines et du coeur externe (fluide) sont tétraédriques à 8 noeuds (3D Tetra) alors que les lamelles sont triangulaires à 3 noeuds (2D Triangle).

L'assemblage de ces différentes parties ci-dessus permet d'obtenir le modèle complet du corpuscule de Pacini :



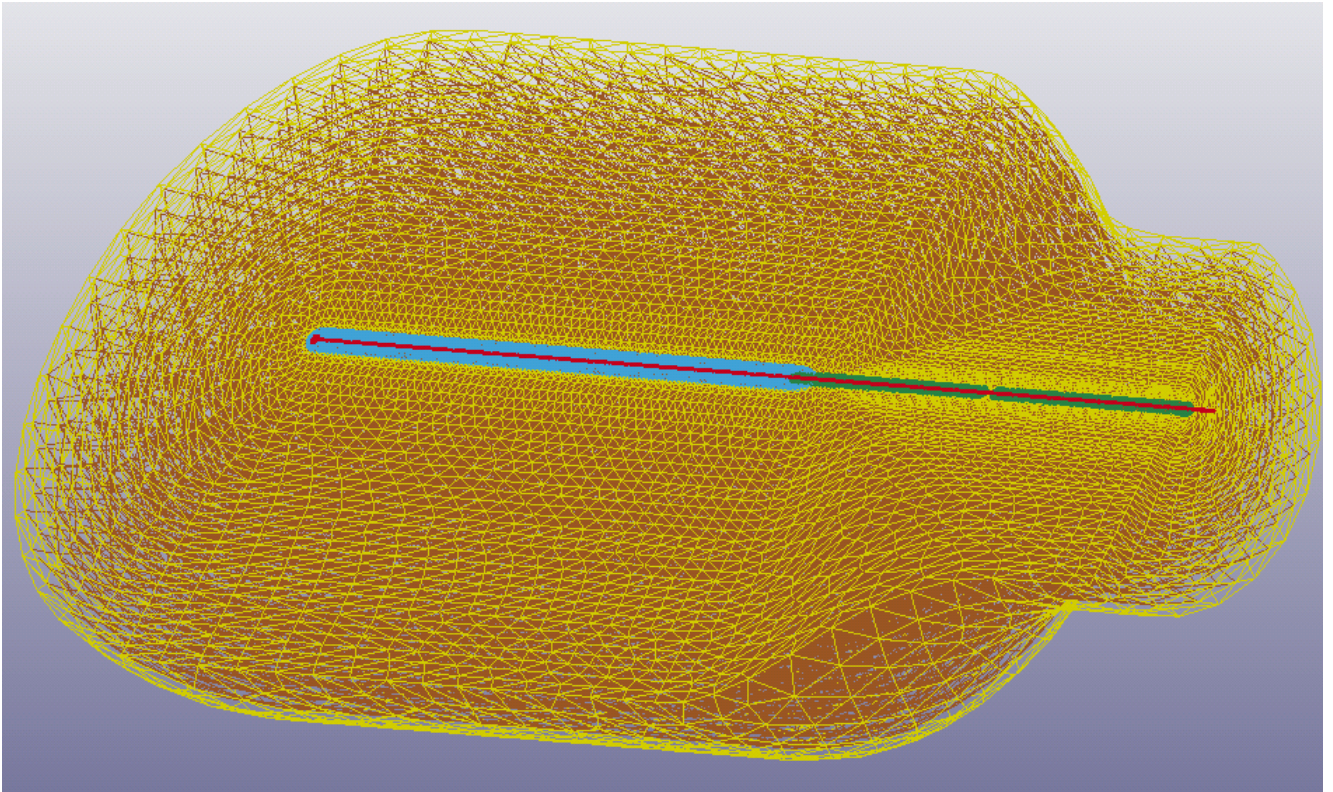


FIGURE 4.5 – Le modèle éléments finis du corpuscule de Pacini : coeur interne (en bleu) ; les deux myélines (en vert) ; le neurite (en rouge) ; les lamelles (en marron) et le coeur externe composé de fluide (en jaune).

Le chargement au niveau du Pacini sera calculé à partir du champ de déformation du doigt (connu). Ceci permettra de connaître le champ de déplacement à la surface du corpuscule de Pacini.

Des conditions aux limites de symétrie et d'encastrement ont été appliquées afin de ne modéliser que la moitié du Pacini (FIG. 4.6) comme sur le doigt.

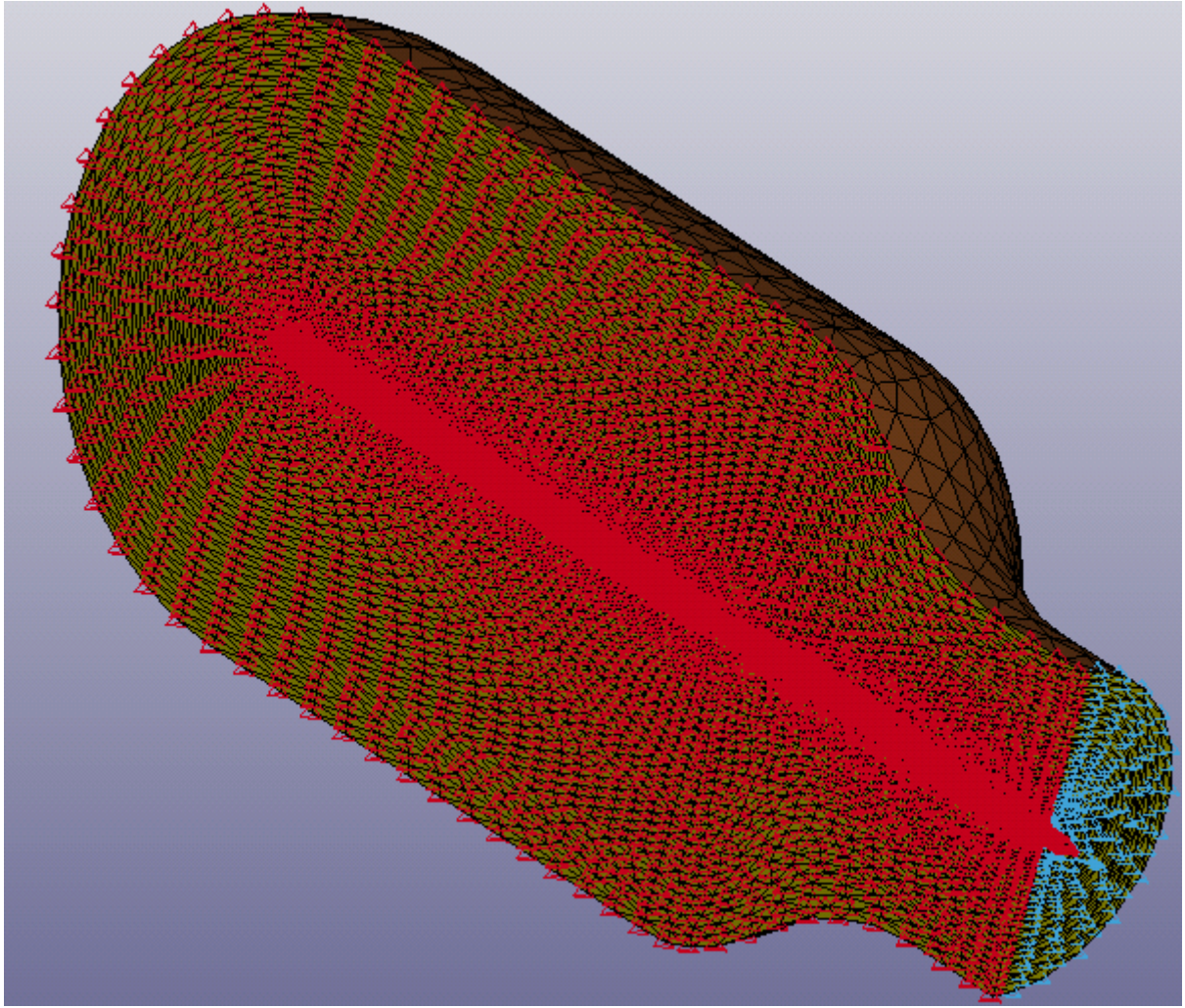


FIGURE 4.6 – Les conditions aux limites (encastrement en bleu) et de symétrie (en rouge).

Les propriétés mécaniques des matériaux constituant le corpuscule de Pacini sont recueillies dans les articles énumérés précédemment et on suppose que tous les constituants du Pacini (le neurite, les lamelles, les deux myélines, le coeur interne et le coeur externe) ont des comportements élastiques linéaires voir tableau ci-dessous :

Corps	Module d'Young $E$	Coefficient de Poisson ( $\nu$ )	Masse volumique $\rho$
Neurite + filopodes	$7e^{-3} MPa$	0.49	$1e^{-15} kg.(\mu m)^{-3}$
Coeur interne	$0.7 MPa$	0.49	$1e^{-15} kg.(\mu m)^{-3}$
Myélines	$0.7 MPa$	0.49	$1e^{-15} kg.(\mu m)^{-3}$
Fluide	$1e^{-4} MPa$	0.3	$1e^{-15} kg.(\mu m)^{-3}$
Lamelles	$1e^{-3} MPa$	0.49	$1e^{-15} kg.(\mu m)^{-3}$

TABLE 4.1 – les propriétés mécaniques du corpuscule de Pacini.

## 4.4 La démarche

Pour bien mener les calculs sur le Pacini, j'ai effectué en premier lieu une analyse modale sous Ls-Dyna pour valider le modèle du corpuscule de Pacini qui a été développé par un stagiaire. La nécessité de la validation du modèle de Pacini permet de savoir si le corpuscule de Pacini respecte les fréquences qui lui sont sensibles  $[20, 1000 Hz]$  lorsque celui-ci est en vibration libre. Ceci nous facilitera les calculs lorsque nous allons aborder l'étape de la superposition

modale qui est une analyse dans le domaine fréquentiel permettant de connaître la réponse du corpuscule de Pacini après une excitation vibratoire du doigt.

Étant donné qu'on connaît les déformations au niveau du doigt dans le domaine fréquentiel, ainsi pour connaître celles du corpuscule de Pacini, j'ai utilisé une méthode multi-échelles (homogénéisation), nécessitant d'appliquer la condition aux limites de déplacement éq. (3.9) sur les coordonnées des noeuds de la surface du corpuscule de Pacini.

Connaissant les amplitudes des déplacements nodaux au niveau de la surface du corpuscule de Pacini qui sont en fonction des fréquences d'excitation du doigt (comprises entre 20 et 400  $Hz$ ), j'ai pu lancer mes calculs sous Ls-Dyna afin de connaître les déformations du corpuscule de Pacini.

Pour exploiter nos résultats, nous avons utilisé Matlab pour le post-traitement.

Pour effectuer le calcul éléments finis du corpuscule de Pacini dans le domaine fréquentiel sous Ls-Dyna, on fait d'abord une analyse modale afin de définir les modes de vibrations propres au corpuscule de Pacini correspondant à des fréquences de vibrations ensuite une méthode de superposition modale est faite sur Ls-Dyna et vu que chaque noeud se trouvant à la surface du CP est sensible aux fréquences d'excitation du doigt, de ce fait les amplitudes en déplacement au niveau de chaque noeud varie en fonction de chaque fréquence et chaque amplitude correspond à un vecteur unitaire de déplacement. Donc pour un nombre  $k$  donné d'amplitudes, nous possédons  $k$  vecteurs unitaires en déplacement pour un noeud étant donné que Ls-Dyna ne prend en compte qu'un vecteur unitaire pour un noeud, nous avons pris la moyenne des vecteurs unitaires correspondant aux amplitudes pour chaque noeud.

## 4.5 Résultats et Interprétations

Pour le post-traitement de nos résultats, nous nous sommes intéressés aux déformations principales des filopodes se situant sur le bulbe et sur l'axone sous Ls-Dyna, étant donné que les filopodes constituent les sites de la transduction mécano-électrique du corpuscule de Pacini (lieux de détection des déformations mécaniques transmises au CP).

Ainsi, ce qui va nous permettre après localisation du champ de déformation sur le doigt, de connaître la réponse mécanique en déformation du corpuscule de Pacini pour un chargement en déplacement unitaire et pour celui en déplacement variable dans le domaine fréquentiel.

Les déformations principales sont au nombre de trois :

- déformation principale maximale  $\epsilon_I$
- déformation principale médiane  $\epsilon_{II}$
- déformation principale minimale  $\epsilon_{III}$

Les déformations principales  $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$  des filopodes du bulbe et de l'axone engendrées après application indépendante des deux chargements en déplacement cités précédemment, permettent de visionner les fréquences de résonance auxquelles le corpuscule de Pacini est sensible.

Il y a un filopode sur l'axone, un plus et une moitié sur le bulbe, ainsi on obtient comme résultat pour chaque filopode, les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) en fonction de la fréquence sur un même graphe voir Annexe.

Pour commenter nos résultats, on essayera de comparer les déformations principales des filopodes du bulbe et de celui de l'axone en fonction de la fréquence après chargement en déplacement unitaire et en déplacement variable.

Les déformations n'ayant pas d'unités et pour une meilleure visibilité, nous avons considéré une échelle de déformation variant entre  $10^{-7}$  et  $10^{-2}$  tout en respectant les amplitudes de déformations.

On aboutit aux graphes ci-dessous :



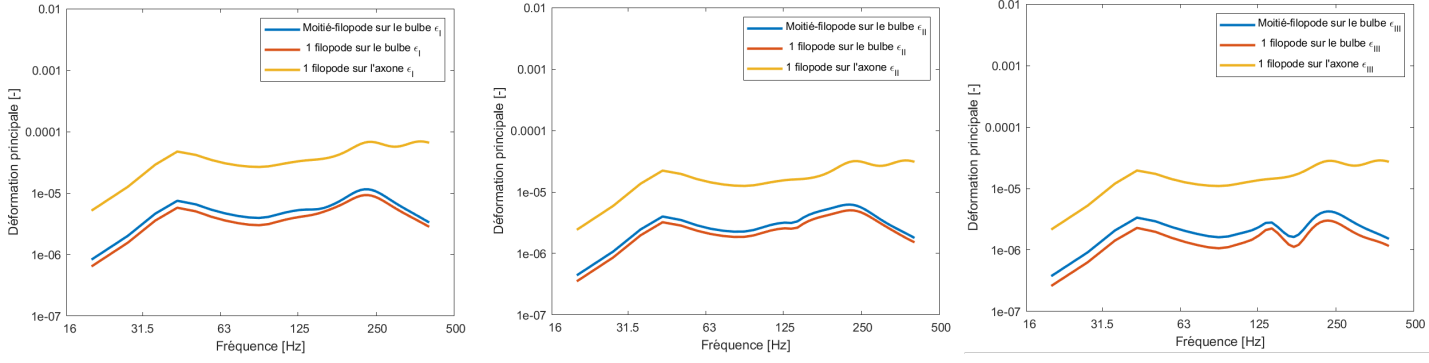


FIGURE 4.7 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) des filopodes du bulbe et de l'axone après chargement en déplacement unitaire en fréquence.

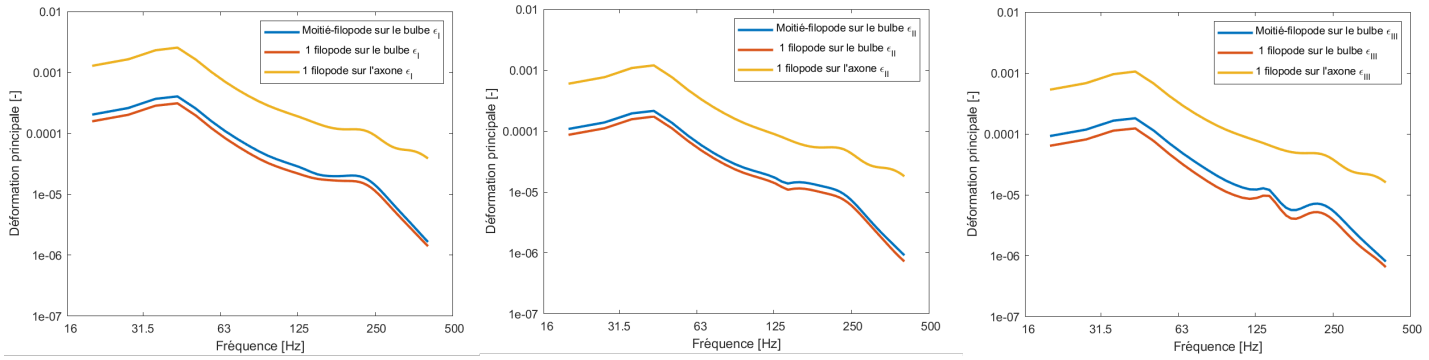


FIGURE 4.8 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) des filopodes du bulbe et de l'axone après chargement en déplacement variable en fréquence.

L'étude des trois déformations principales au niveau des filopodes se trouvant sur le bulbe et sur l'axone dans le cas d'un chargement en déplacement unitaire (FIG 4.7) permet de comparer les résultats obtenus en laboratoire sur le Pacini après excitation du doigt et ceux du modèle numérique du corpuscule de Pacini afin de voir si les deux approches donnent approximativement les mêmes résultats et tel est le cas.

Cela prouve la validité du modèle du corpuscule de Pacini. Ainsi, en variant le chargement sur le corpuscule Pacini, on constate que les amplitudes de déformations sur les filopodes du bulbe et de l'axone varient en fonction de la fréquence faisant apparaître même des fréquences de résonance autour de  $50\text{ Hz}$  et  $250\text{ Hz}$ . On remarque aussi que les déformations sont plus importantes en chargement variable qu'en chargement unitaire sur les filopodes et les filopodes sur l'axone déforment plus que les filopodes au niveau du bulbe.

# Chapitre 5

## Conclusion et Perspectives

Après analyse modale du modèle éléments finis du corpuscule de Pacini, nous avons effectué nos calculs par méthode de superposition modale du fait de la sensibilité en fréquence du corpuscule de Pacini. Pour ce faire, on a tenu compte du chargement en déplacement appliqué au corpuscule de Pacini après déformation du doigt afin de connaître sa réponse mécanique en déformations par les méthodes multi-échelles. Ce qui nous a permis de valider le modèle du corpuscule de Pacini et aussi les résultats obtenus en laboratoire après excitation du doigt dans le domaine fréquentiel à amplitude constante. Et en appliquant cette condition de chargement en déplacement, on a pu constater que la réponse mécanique en déformation du corpuscule de Pacini s'effectue sur les filopodes du bulbe et de l'axone (c'est-à-dire sur le neurite) et les filopodes se trouvant sur l'axone se déforment plus que ceux du bulbe en faisant apparaître des fréquences de résonance autour de  $50\text{ Hz}$  et  $250\text{ Hz}$ .

Dans le cadre de notre étude, nous avons juste utilisé une seule technique de méthodes multi-échelles sur le corpuscule de Pacini mais on pourrait en essayer d'autres (Contraintes de Cauchy, condition de périodicité...) afin de voir celle qui donnera une meilleure réponse mécanique du corpuscule Pacini après excitation du doigt et par la suite essayer de traduire la réponse mécanique du corpuscule de Pacini en réponse électrique vu que celui se comporte comme un transducteur.

# Annexes

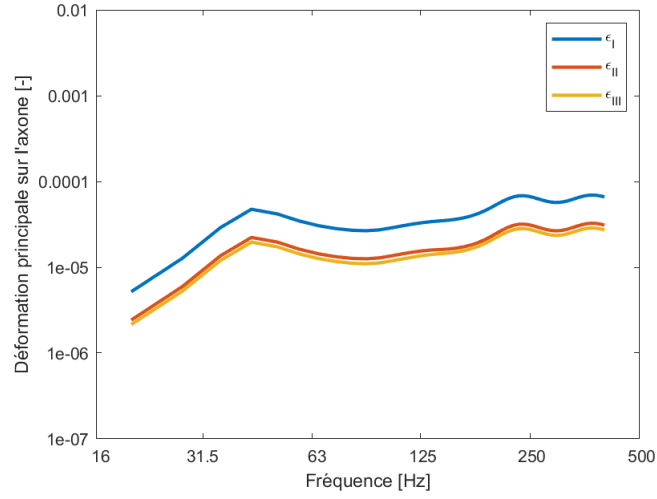


FIGURE 1 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) du filopode de l'axone après chargement en déplacement unitaire en fréquence.

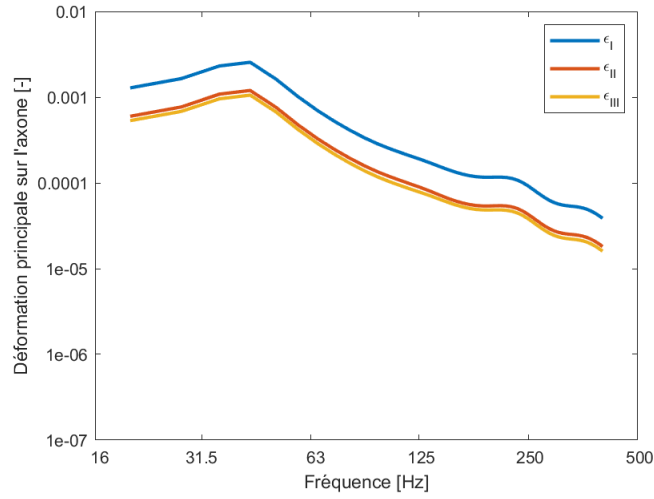


FIGURE 2 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) du filopode de l'axone après chargement en déplacement variable en fréquence.

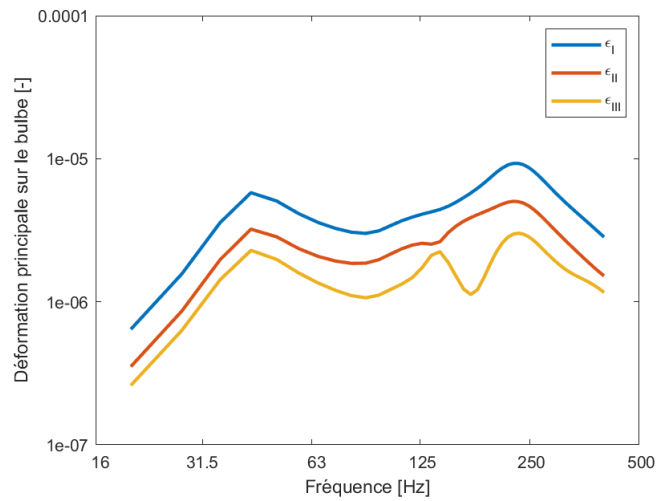


FIGURE 3 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) du filopode du bulbe après chargement en déplacement unitaire en fréquence.

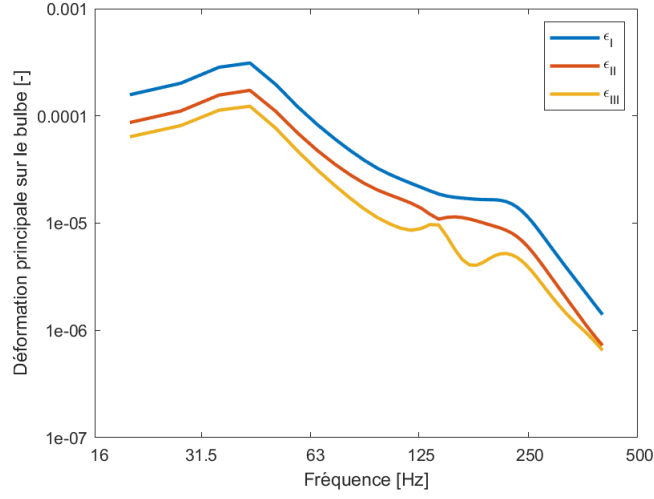


FIGURE 4 – Les trois déformations principale ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) du filopode du bulbe après chargement en déplacement variable en fréquence.

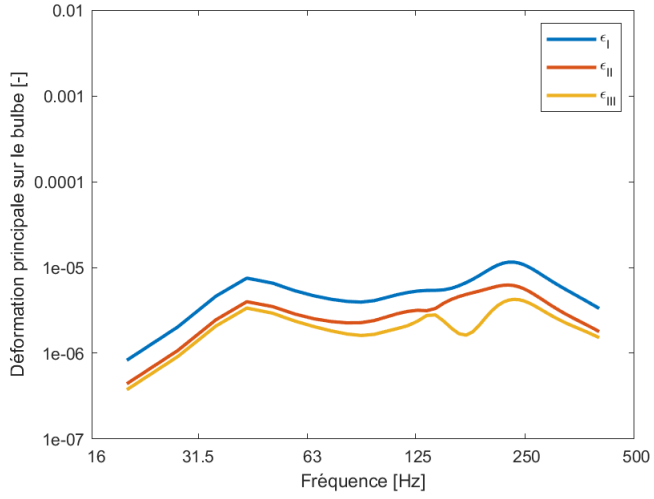


FIGURE 5 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) de la moitié-filopode du bulbe après chargement en déplacement unitaire en fréquence.

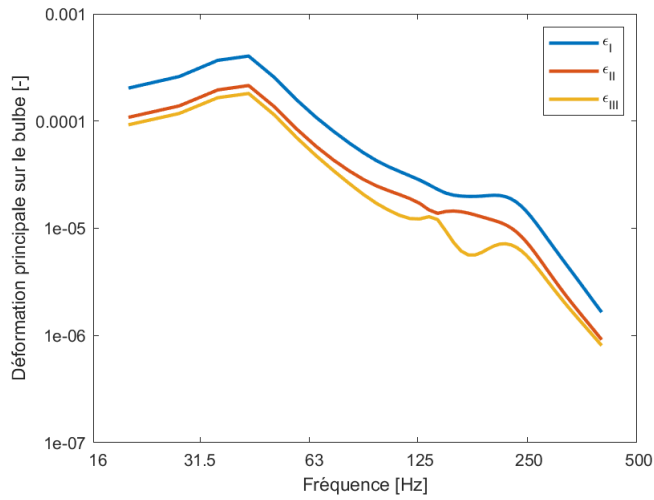


FIGURE 6 – Les trois déformations principales ( $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$ ,  $\epsilon_{III}$ ) de la moitié-filopode du bulbe après chargement en déplacement variable en fréquence.



```

1 clear all
2 close all
3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
4 %% lecture des fichiers
5 myfile_deformxx = 'epsilonxx.txt'; %% déformations macroscopiques du doigt
6 myfile_deformxy = 'epsilonxy.txt';
7 myfile_deformxz = 'epsilonxz.txt';
8 myfile_deformyy = 'epsilonyy.txt';
9 myfile_deformyz = 'epsilonyz.txt';
10 myfile_deformzz = 'epsilonzz.txt';
11 myfile_nod = 'nodes.txt'; % le nom du fichier.txt contenant tous les noeuds du maillage et leurs coordonnées
12 myfile_nodhomo = 'noeudshomo.txt'; % le nom du fichier.txt contenant tous les noeuds à la surface du pacini pour l'application d'un
13 myfile_freq = 'frequence.txt';
14 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
15 %% Chargement des fichiers
16 mydata_nodhomo = load(myfile_nodhomo); % chargement du fichier.txt de tous les noeuds pour l'homogénéisation
17 mydata_nod = load(myfile_nod);
18 mydata_deformxx = load(myfile_deformxx);
19 mydata_deformxy = load(myfile_deformxy);
20 mydata_deformxz = load(myfile_deformxz);
21 mydata_deformyy = load(myfile_deformyy);
22 mydata_deformyz = load(myfile_deformyz);
23 mydata_deformzz = load(myfile_deformzz);
24 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
25 % les 51 fréquences
26 M_freq = mydata_deformxx(:,1);
27 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
28 nid = mydata_nod(:,1); % numéro des noeuds du maillage
29 x = mydata_nod(:,2); % coordonnées suivant x de tous les noeuds du maillage
30 y = mydata_nod(:,3); % coordonnées suivant y de tous les noeuds du maillage
31 z = mydata_nod(:,4); % coordonnées suivant z de tous les noeuds du maillage
32 M_nod = transpose([nid, x, y, z]); % la matrice contenant les vecteurs colonnes (x,y,z) des coordonnées de chaque noeuds du maillage
33 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
34 %% COORDONNEES DES NOEUDS POUR L'HOMOGENEISATION en fonction de la fréquence
35 %% Homogénéisation : Condition de chargement en déplacement au niveau des noeuds de la surface du pacini
36 % le vecteur ligne contenant tous les noeuds pour l'homogénéisation
37 M_nodhomo = [transpose(mydata_nodhomo(1:77, 1)), transpose(mydata_nodhomo(1:77, 2)), transpose(mydata_nodhomo(1:77, 3)), transpose(mydata_nodhomo(1:77, 4))];
38 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
39 % la matrice contenant les vecteurs colonnes (x,y,z) des coordonnées des noeuds pour l'homogénéisation
40 M_coordhomo(:,1:length(M_nodhomo(1,:))) = M_nod(:,1:length(M_nodhomo(1,:)));
41 %% les amplitudes des composantes déformation pour les 51 fréquences
42 amp_deformxx = abs(complex(mydata_deformxx(:,2), mydata_deformxx(:,3)));
43 amp_deformxy = abs(complex(mydata_deformxy(:,2), mydata_deformxy(:,3)));
44 amp_deformxz = abs(complex(mydata_deformxz(:,2), mydata_deformxz(:,3)));
45 amp_deformyy = abs(complex(mydata_deformyy(:,2), mydata_deformyy(:,3)));
46 amp_deformyz = abs(complex(mydata_deformyz(:,2), mydata_deformyz(:,3)));
47 amp_deformzz = abs(complex(mydata_deformzz(:,2), mydata_deformzz(:,3)));
48 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
49 %% le tenseur de déformation macroscopique pour les 51 fréquences
50 for j = 1:length(M_nodhomo(1,:))
51     for jk=1:51
52         amp_vect_u(jk,j) = norm([amp_deformxx(jk,1), amp_deformxy(jk,1), amp_deformxz(jk,1);...
53             amp_deformxy(jk,1), amp_deformyy(jk,1), amp_deformyz(jk,1);...
54             amp_deformxz(jk,1), amp_deformyz(jk,1), amp_deformzz(jk,1)]*M_coordhomo(2:4,j));
55         vect_x(jk,j)=[amp_deformxx(jk,1), amp_deformxy(jk,1), amp_deformxz(jk,1)]*M_coordhomo(2:4,j);
56         vect_y(jk,j)=[amp_deformxy(jk,1), amp_deformyy(jk,1), amp_deformyz(jk,1)]*M_coordhomo(2:4,j);
57         vect_z(jk,j)=[amp_deformxz(jk,1), amp_deformyz(jk,1), amp_deformzz(jk,1)]*M_coordhomo(2:4,j);
58     end
59 end
60

```

```

61 amp_nodreal = real(amp_vect_u);
62 amp_nodimag = imag(amp_vect_u);
63
64 vectfreq=zeros(3,length(M_nodhomo),length(M_freq));
65 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
66 %% Tracé
67 vect1=[0; 0; 0];
68 figure(1)
69 for jk=1:length(M_freq)
70     vect=[vect_x(jk,:); vect_y(jk,:); vect_z(jk,:)];
71     manorme=sqrt(vect_x(jk,:).^2+vect_y(jk,:).^2+vect_z(jk,:).^2);
72     vect = vect./manorme;
73     vectfreq(:,jk)=vect;
74     vect1=vect1+vect;
75     [TH_,PHI_,R_] = cart2sph(vect(1,:),vect(2,:),vect(3,:));
76     TH(jk,:)=TH_;
77     PHI(jk,:)=PHI_;
78     R(jk,:)=R_;
79 hold on
80 end
81
82 manorme2=sqrt(vect1(1,:).^2+vect1(2,:).^2+vect1(3,:).^2);
83 vect1=vect1./manorme2;
84
85 [TH1,PHI1,R1] = cart2sph(vect1(1,:),vect1(2,:),vect1(3,:)) ;
86
87 nbnode=100;
88 figure(2)
89 plot(M_freq,TH(:,nbnode)*180/pi,M_freq,PHI(:,nbnode)*180/pi)
90 legend('\theta','\phi')
91 xlabel('Fréquence [Hz]')
92 ylabel('Angle °')
93 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
94 %% Ectiture des résultats extension (.k) Ls-Dyna
95 txt_vid = dlmread('vid.txt');
96 fid = fopen('chargementthomogpacini.k','w');
97 fprintf(fid,'*KEYWORD\n');
98
99 for k = 1:length(txt_vid(:,1))
100     fprintf(fid,'*DEFINE_CURVE\n');
101     fprintf(fid,'%s# lcid sidr sfa sfo offa offo dattyp lcint\n');
102     fprintf(fid,'%4d 0 1.0 1.0 0.0 0.0 0 0\n', 2*k-1);
103     fprintf(fid,'%12s %12s\r\n', 'a1', 'o1');
104     fprintf(fid,'%12d %12.4f\r\n', [M_freq, amp_nodreal(1:51,k)].');
105 end
106
107 for l = 1:length(txt_vid(:,2))
108     fprintf(fid,'*DEFINE_CURVE\n');
109     fprintf(fid,'%s# lcid sidr sfa sfo offa offo dattyp lcint\n');
110     fprintf(fid,'%4d 0 1.0 1.0 0.0 0.0 0 0\n', 2*l);
111     fprintf(fid,'%12s %12s\r\n', 'a1', 'o1');
112     fprintf(fid,'%12d %12.4f\r\n', [M_freq, amp_nodimag(1:51,l)].');
113 end
114
115 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
116 for r = 1:length(txt_vid(:,1))
117     fprintf(fid,'*DEFINE_VECTOR\n');
118     fprintf(fid,'%s# vid xt yt zt xh yh zh cid\n');
119     fprintf(fid,'%4d %9.4f %9.4f %9.4f 0.0 0.0 0.0 0\n', r, transpose(vect(1:3, r)));
120 end
121
122 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
123 fprintf(fid,'*FREQUENCY_DOMAIN_SSD\n');
124 fprintf(fid,'%s# mdmin mdmax fnmin fnmax restmd restdp lcflag relatv\n');
125 fprintf(fid,'1 10 0 0 0 0 0 0\n');
126 fprintf(fid,'%s# dampf lcdam lctyp dmpmas dmpstf dmpflg\n');
127 fprintf(fid,'0.2 0 0 0 0 0\n');
128 fprintf(fid,'%s# unused istress memory nerp strtyp nout notyp nova\n');
129 fprintf(fid,'0 0 0 0 0 0\n');
130
131 for p = 1:length(txt_vid(:,1))
132     fprintf(fid,'%s# nid ntyp dof vad lc1 lc2 sf vid\n');
133     fprintf(fid,'%4d 0 4 7 %4d %4d 0 %4d\n', M_nodhomo(1,p), 2*p-1, 2*p, p);
134 end
135
136 fprintf(fid,'*BOUNDARY_SPC_NODE\n');
137 fprintf(fid,'%s# nid cid dofx dofy dofz dofrx dofry dofrz\n');
138
139 for q = 1:length(txt_vid(:,1))
140     fprintf(fid,'%4d 0 0 0 0 1 1 1\n', M_nodhomo(1,q));
141 end
142
143 fprintf(fid,'*ELEMENT_MASS\n');
144 fprintf(fid,'%s# eid nid mass pid\n');
145
146 for j = 1:length(txt_vid(:,1))
147     fprintf(fid,'%6d %4d 5E-10 0\n', 686397+j, M_nodhomo(1,j));
148 end
149
150 fprintf(fid,'*END\n');
151 fclose(fid);
152
153

```

# Bibliographie

- [1] Joanne Danielle Dale. A theoretical and experimental investigation into the distribution, morphology and function of pacinian corpuscles. (October) :1–114, 2014.
- [2] Z Hashin. On elastic behaviour of fibre reinforced materials of arbitrary transverse phase geometry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(3) :119–134, 1965.
- [3] Rodney Hill. Elastic properties of reinforced solids : some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(5) :357–372, 1963.
- [4] Trung Hieu Hoang. *Approches d’homogénéisation numériques incrémentales pour le calcul des structures hétérogènes élasto-plastiques et élasto-visco-plastiques*. PhD thesis, 2015.
- [5] Varvara Kouznetsova, Marc GD Geers, and WA Marcel Brekelmans. Multi-scale constitutive modelling of heterogeneous materials with a gradient-enhanced computational homogenization scheme. *International journal for numerical methods in engineering*, 54(8) :1235–1260, 2002.
- [6] Komla Gaboutou Lougou. *Méthodes multi-échelles pour la modélisation des vibrations de structures à matériaux composites viscoélastiques*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2015.
- [7] Christian Miehe. Computational micro-to-macro transitions for discretized microstructures of heterogeneous materials at finite strains based on the minimization of averaged incremental energy. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(5-6) :559–591, 2003.
- [8] S Nemat-Nasser, T Iwakuma, and M Accorsi. Cavity growth and grain boundary sliding in polycrystalline solids. *Mechanics of Materials*, 5(4) :317–329, 1986.
- [9] S Nezamabadi, Julien Yvonnet, H Zahrouni, and M Potier-Ferry. A multilevel computational strategy for handling microscopic and macroscopic instabilities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(27-29) :2099–2110, 2009.
- [10] Christophe Noel. Une stratégie de modélisation multi-échelles pour la prédiction de certains effets des vibrations sur le réseau vasculaire digital. première étape : validation d’un modèle éléments finis à l’échelle macroscopique d’une phalange précontrainte vibrée. 2015.
- [11] Julia C. Quindlen, Henryk K. Stolarski, Matthew D. Johnson, and Victor H. Barocas. A multiphysics model of the Pacinian corpuscle. *Integrative Biology (United Kingdom)*, 8(11) :1111–1125, 2016.
- [12] Isabelle Ramière, Renaud Masson, Bruno Michel, and Stéphane Bernaud. Un schéma de calcul multi-échelles de type éléments finis au carré pour la simulation de combustibles nucléaires hétérogènes. 2017.
- [13] Enrique Sanchez-Palencia and André Zaoui. Homogenization techniques for composite media. *LNP*, 272, 1987.

## Résumé

Ce rapport est la synthèse du travail que j'ai effectué durant mes 6 mois de stage à l'Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS).

Le sujet portait sur la modélisation éléments finis multi-échelles de la réponse mécanique des corpuscules de Pacini.

Le Corpuscule de Pacini est un mécanorécepteur des vibrations hautes fréquences  $>50$  Hz.

Je me suis basé sur le modèle éléments-finis du corpuscule de Pacini déjà réalisé par un autre stagiaire pour valider le modèle, en faisant d'abord une analyse modale sous Ls-Dyna afin de voir les fréquences auxquelles le corpuscule de Pacini est sensible.

Ensuite, j'ai effectué un calcul de superposition modale sous Ls-Dyna en imposant une condition de chargement en déplacement sur le corpuscule de Pacini parmi les conditions de VER répertoriées sur les techniques d'homogénéisation.

Enfin, j'ai comparé mes résultats avec ceux obtenus en laboratoire pour valider le modèle afin d'en découler une conclusion et des perspectives.

Mots clés : Pacini, éléments finis, multi-échelles, VER, vibration

## **Abstract**

This report is the synthesis of the work I carried out during my 6-month internship at the National Institute for Research and Security (INRS).

The subject was the multi-scale finite element modelling of the mechanical response of Pacini corpuscles.

The Pacini Corpuscle is a mechanoreceptor of high frequency vibrations  $>50$  Hz.

I based myself on the finite element model of the Pacini corpuscle already carried out by another trainee to validate the model, by first doing a modal analysis under Ls-Dyna in order to see the frequencies to which the Pacini corpuscle is sensitive.

Next, I performed a modal superposition calculation under Ls-Dyna by imposing a moving load condition on the Pacini corpuscle among the RVE conditions listed on homogenisation techniques. Finally, I compared my results with those obtained in the laboratory to validate the model in order to draw a conclusion and perspectives.

Keywords : Pacini, finite-elements, multi-scale, RVE, vibration