

ДЗ №19-21 - Теория игр

Задание №19-1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней.

Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу один
- добавить три камня
- либо увеличить количество камней в куче в четыре раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 111.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, состоящую из 111 или более камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 110$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание №20-1

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких минимальных значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе без пробелов и других разделителей в порядке возрастания.

Задание №21-1

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Задание №19-2

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, пять камней или увеличить количество камней в куче в четыре раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 473.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 473 камней или больше. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 472$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание №20-2

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких минимальных значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе без пробелов и других разделителей в порядке возрастания.

Задание №21-2

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Задание №19-3

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней либо увеличить количество камней в куче в четыре раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 184.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 184 камней или больше. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 183$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание №20-3

@hasyanov_EGE

Для игры, описанной в задании 19, найдите два значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия вторым ходом, при этом он не может гарантированно выиграть за один ход.

Задание №21-3

Для игры, описанной в задании 19, найдите все значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
 - у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
-

Задание №19-4

Эля и Ренарка играют в одну игру. Смысл игры заключается в следующем:

- 1) Перед игроками лежит одна бочка чая. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Эля.
- 2) За один ход игрок может добавить в бочку 1 литр чая или увеличить количество чая в бочке в 3 раза. Для этого у каждого игрока есть неограниченный запас чая.
- 3) Игра завершается тогда, когда количество чая в бочке стало не менее 64 литров.
- 4) Победителем является тот игрок, который сделал последний ход и получил объем чая в бочке, равный 64 или больше литров. Пример: имея бочку, в которой 10 литров чая, за один ход игрок может получить бочку с 11 или 30 литрами чая.

В начальный момент в бочке было N литров чая в диапазоне $[1, 63]$. Примечание. Игрок обладает выигрышной стратегией, если у него есть возможность выиграть, набрав нужное количество чая в бочке при любых ходах противника. Мы знаем, что Ренарка выиграл своим первым ходом после неудачного хода Эли.

Определите минимальное начальное количество литров чая в бочке, при которой возможна такая ситуация.

Задание №20-4

Для игры, описанной в задании 19, минимальное и максимальное значения S , при которых у Эли есть выигрышная стратегия, при этом одновременно выполняются два условия:

- Эля не может выиграть за один ход;
 - Эля может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ренарка.
- Найденные значения укажите в порядке возрастания без разделителей.

Задание №21-4

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Ренарки есть выигрышная стратегия, позволяющая ей выиграть первым или вторым ходом при любой игре Эли;
- у Ренарки нет стратегии, которая позволит ей гарантированно выиграть первым ходом.

Задание №19-5

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень либо увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 123.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший суммарно в кучах 123 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 13 камней, во второй – S камней; $1 \leq S \leq 109$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного хода Пети.

Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание №20-5

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких минимальных значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание №21-5

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Задание №19-6

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) десять камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда произведение количеств камней в кучах становится не менее 541.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой произведение количества камней в кучах будет больше либо равно 541. В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 90$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.

Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание №20-6

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите наименьшее и наибольшее значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание №21-6

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
 - у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
-

Задание №19-7

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) пять камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда произведение камней в кучах становится больше 384. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 385 или больше камней. В начальный момент в первой куче было восемь камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 54$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.

Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание №20-7

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите минимальное и максимальное S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

В ответ запишите сначала минимальное значение, затем максимальное.

Задание №21-7

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
 - у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
-

Задание №19-8

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) три камня или увеличить количество камней в куче в два раза.

Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда произведение количеств камней в кучах становится не менее 777. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой произведение количества камней в кучах будет больше либо равно 777.

В начальный момент в первой куче было 7 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 110$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.

Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание №20-8

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите наименьшее и наибольшее значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание №21-8

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
 - у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
-

Задание №19-9

@hasyanov_EGE

В ожидании Санта-Клауса и подарочков два игрока, Персиковый Эльф Полина и Веселая Фея Валентина, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи снежинок. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Полина. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) три или семь снежинок либо увеличить количество снежинок в куче в четыре раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество снежинок.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество снежинок в кучах становится не менее 275. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший суммарно в кучах 275 или больше снежинок. В начальный момент в первой куче было 58 снежинок, во второй – S снежинок; $1 \leq S \leq 216$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Полина не может выиграть за один ход, но при любом ходе Полины Валентина может выиграть своим первым ходом.

Задание №20-9

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких значения S , при которых у Полины есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Полина не может выиграть за один ход;
- Полина может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Валентина.

Если значений больше двух, в ответ запишите сначала наименьшее значение, а за ним наибольшее.

Задание №21-9

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Валентины есть выигрышная стратегия, позволяющая ей выиграть первым или вторым ходом при любой игре Полины;
- у Валентины нет стратегии, которая позволит ей гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

Задание №19-10

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче – S камней; @hasyanov_EGE
 $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети.
Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание №20-10

Известно, что Петя имеет выигрышную стратегию.

Укажите минимальное и максимальное значения при которых:

- Петя не может победить первым ходом
- при любом ходе Вани Петя побеждает своим вторым ходом

Задание №21-10

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите минимальное из них.