



UNIVERSITÉ DE MONCTON  
EDMUNDSTON MONCTON SHIPPAGAN

## Le monde des mathématiques et ses applications

---

 Ibrahima Dione (Ph.D.)

 Département de Mathématiques et de Statistique

➤ Mathématiques

➤ Quelques applications

➤ Programmes de Financement

## Mathématiques

---

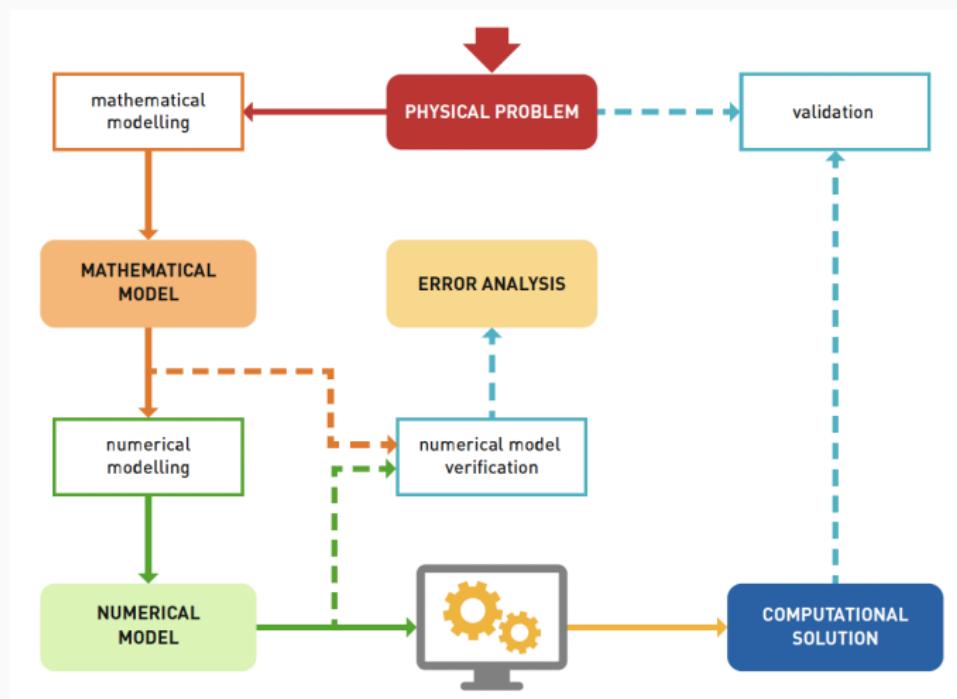


- ✓ Les mathématiques sont un ensemble de connaissances abstraites résultant de raisonnements logiques appliqués aux [5]:
  - ★ ensembles, nombres, formes, structures, transformations,
  - ★ ainsi qu'aux relations et opérations existantes entre ces objets.
- ✓ Elles possèdent plusieurs branches telles que:
  - ★ l'arithmétique, l'algèbre,
  - ★ l'analyse, la géométrie,
  - ★ la logique mathématique, les probabilités.

- ✓ Sa croissance résulte de plusieurs facteurs [1]:
  - ★ Prise de conscience de l'importance des sciences dans le développement économique, industriel et militaire.
  - ★ L'accès des populations aux mathématiques.
  - ★ Une organisation de plus en plus accrue de la communauté:
    - ▷ L'Union Mathématique Africaine (1976).
    - ▷ L'American Mathematical Society (1888).
    - ▷ L'Union Mathématique Internationale (1896).



- ✓ Les mathématiques sont partout:
  - ★ De l'gorithme de recherche de Google,
  - ★ à la modélisation des crashes d'avion,
  - ★ en passant par la conception de composants électroniques.
- ✓ Secteurs particulièrement intéressés à embaucher des mathématiciens:
  - ★ Les banques et les assurances.
  - ★ Les entreprises de haute technologie (aéronautiques, automobiles).
  - ★ Les Big Tech ou les géants du Web (GAFAM).
- ✓ Ces secteurs ont considérablement changé l'image des mathématiques.



ⓘ Mathématiques, modélisation et simulation [3].

## Quelques applications

---

- ✓ Lorsqu'il est de
  - ★ la manoeuvrabilité d'un avion,
  - ★ la tenue mécanique d'une structure compliquée (comme un pont),
  - ★ la gestion du trafic aérien, automobile, ferroviaire, maritime etc,
- ✓ la mise en oeuvre ne vient pas seul. d'inventions purement techniques.
- ✓ Il naît aussi de recherches abstraites telles que les **mathématiques**.

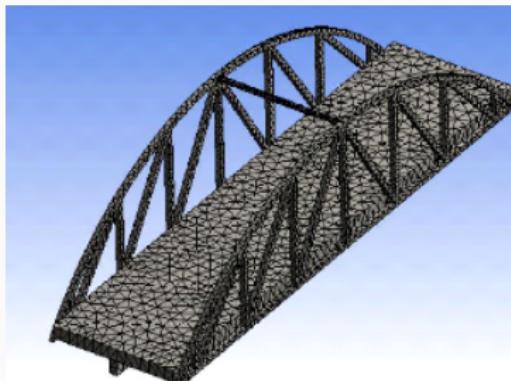
- ✓ La complexité d'un problème peut résider de la façon dont réagit 1 objet.



- ✓ Un pont en vibration, provoquée par le passage de camions en file ou par une tempête, en est un exemple ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Catastrophe\\_de\\_pont](https://fr.wikipedia.org/wiki/Catastrophe_de_pont)).
- ✓ Ce phénomène peut s'amplifier jusqu'à provoquer la rupture de l'ouvrage.

- ✓ Pour contrôler de tels phénomènes,
  - ★ il faut les comprendre, savoir les prévoir, et
  - ★ mettre en place des dispositifs capables de **contrecarrer ces dangereuses résonances.**
  
- ✓ La **modélisation** et de **simulation numérique** permettent
  - ★ de comprendre les variables qui influencent une structure,
  - ★ de déterminer les emplacements adéquats de ces dispositifs,
  - ★ et de procéder à des vérifications de stabilité, rigidité et résistance.

- ✓ Technique numérique la plus utilisée est la méthode des éléments finis.
- ✓ Elle est principalement structurée en trois grandes parties:
  - ★ Formulation variationnelle des équations continues (de Lamé),
  - ★ Formulation discrète à travers un maillage du domaine.



<https://www.memoireonline.com/>.

- ★ Analyse et simulation de la solution (visualisation à travers logiciel).



✓ Dans le cas d'écoulements de fluide à grande vitesse,

- ★ comme l'écoulement de l'air autour d'un avion,
- ★ d'une fusée au décollage,
- ★ ou de l'eau autour d'un bateau rapide,

on est confronté à la turbulence, c'est-à-dire à des mouvements complexes et instables du fluide.

- ✓ Les turbulences peuvent gêner considérablement le mouvement d'un véhicule, aérien ou autre.
- ✓ Le contrôle de ces phénomènes ont une grande importance pratique.

- ✓ Les ingénieurs ont partiellement réussi dans la conception des avions, en s'inspirant du vol des oiseaux, à assurer une certaine contrôlabilité.
- ✓ Cependant, la théorie mathématique du contrôle a permis de proposer:
  - ★ des stratégies renforçant la stabilité,
  - ★ des plans de conception optimisant la contrôlabilité.
- ✓ La théorie du contrôle, alliées à des essais physiques ou techniques, ont permis d'atteindre des performances inimaginables:

Diminuer de plus d'un ordre de grandeur, l'énergie ou la taille des dispositifs, pour obtenir le même effet.

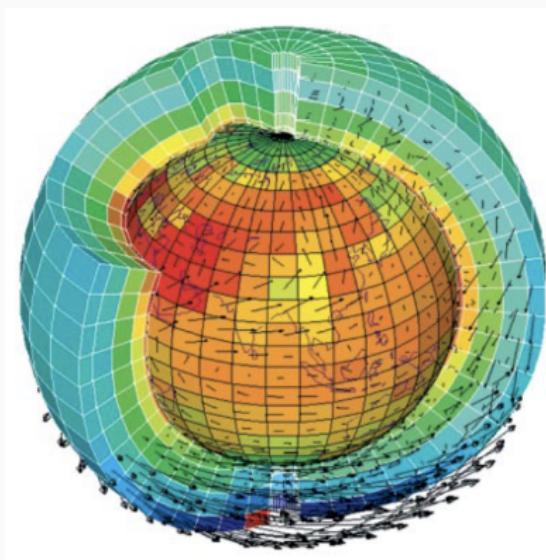
- ✓ Cette théorie (née 1940-1950) puise ses méthodes et ses concepts dans plusieurs branches des mathématiques et concerne surtout:
  - ★ Les équations différentielles (où l'inconnue est une fonction).
  - ★ Les équations aux dérivées partielles (équations différentielles où la fonction inconnue est une fonction de plusieurs variables).
- ✓ La plupart des problèmes du monde réel est modélisée à l'aide de telles équations.

- ✓ La prévision météorologique ou climatique n'est pas une mince affaire.
- ✓ Sa compréhension implique la modélisation de nombreux phénomènes de nature différente, faisant intervenir plusieurs sciences dont [4]:
  - ★ la biologie, la chimie,
  - ★ la physique, l'informatique
  - ★ mais aussi et surtout les **mathématiques**.

- ✓ Un modèle atmosphérique est une représentation sous forme d'équations du comportement de l'atmosphère.
- ✓ Ces équations sont régies par les lois de la mécanique des fluides
- ✓ Modèle utilisé comme outil d'aide à la prévision des paramètres:
  - \* du **vent**, de la **température**,
  - \* de la **pression** et de l'**humidité**.
- ✓ Les nombreuses interactions entre ces paramètres le rendent complexe.

- ✓ Mais aussi les processus à échelle très différentes définissant le modèle:
  - ★ de l'échelle de la planète à celle de la goutte de pluie,
  - ★ ainsi que les interactions avec la surface sous-jacente (sol, mer, couverture végétale), et l'espace.
- ✓ La résolution analytique des équations est impossible à cause de leur non-linéarité.
- ✓ La seule issue consiste donc à utiliser des techniques numériques d'approximations.

- ✓ La résolution numérique de ces équations passe d'abord par une discréétisation de l'atmosphère.



➊ Boîtes de calcul d'un modèle de prévision météorologique [2].

- ✓ Et l'utilisation de schémas numériques pour approximer la solution.

Ce principe est appelé «prévision numérique du temps», connu depuis le début du XX<sup>e</sup> siècle mais mis en oeuvre vers 1940 – 1950 avec l'avènement des premiers ordinateurs.

- ✓ Il faut s'assurer que le niveau d'erreur reste stable au cours de la simulation.
- ✓ La difficulté pour le modélisateur est de faire les choix qui permettent le meilleur compromis entre:
  - ★ la précision,
  - ★ la stabilité et,
  - ★ l'efficacité en temps de calcul.

- ✓ Les télécommunications occupent aujourd’hui une place cruciale.
- ✓ La sécurisation de nos échanges (cryptage) est une question centrale.
- ✓ **Le cryptage est le codage de messages en vue de les rendre illisibles par des personnes indiscrètes.**
- ✓ Crypter et décrypter des messages secrets sont une activité très vieille.
- ✓ Ils ont largement débordé le cadre diplomatique ou militaire pour investir des pans entiers de l'univers des communications civiles:
  - ★ Procédures d'authentification,
  - ★ Transactions bancaires, Commerce électronique,
  - ★ Protection de sites et fichiers informatiques, etc...

- ✓ Elle est une science complexe qui ne peut se passer des mathématiques.
- ✓ Par exemple, le secret des cartes bancaires à puce était protégé (depuis 1985) par une méthode de cryptage basée seulement sur des chiffres, dont un nombre est le [produit de deux premiers](#).



ⓘ Carte bancaire à puce (<https://a3m.eu/fr/carte-a-puce-siemens-sle5542>).

- ✓ Le secret résidait précisément dans ce couple de nombres premiers.
- ✓ Les déterminer à partir du résultat de leur produit  $N$ , était pratiquement impossible dans la décennie 1980.

- ✓ Mais avec l'augmentation de la puissance des ordinateurs et les avancées des méthodes mathématiques,
- ✓ la taille des nombres  $N$  dont on peut calculer les facteurs premiers en un temps raisonnable, a dépassé aujourd'hui la centaine de chiffres.
- ✓ Ces progrès sont généralement le fait de spécialistes ayant reçu une formation poussée en mathématiques et en informatique.
- ✓ L'éminent mathématicien britannique (par ailleurs l'un des pères de l'informatique théorique), Alan Turing, en est un.



- ✓ Les inventeurs du protocole RSA (Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman, 1970) ont aussi révolutionné la cryptographie.
- ✓ Le protocole RSA est une méthode de cryptage qui utilise deux clés:
  - ★ une clé de cryptage publique (qui peut être connue de tous),
  - ★ et une clé de déchiffrement (qui reste secrète).
- ✓ Ce protocole est fondé sur le principe qu'il est possible de construire de grands nombres premiers (de cent, mille chiffres, voire plus).
- ✓ Mais, qu'il est extrêmement difficile de retrouver les facteurs premiers p et q d'un grand nombre  $N = p \times q$ , lorsque l'on connaît seulement N.

- ✓ Schématiquement, la connaissance de  $N$  revient à celle de la clé publique de cryptage.
- ✓ Tandis que la connaissance de  $p$  et  $q$  est celle de la clé secrète de décryptage.
- ✓ Ce protocole sera par la suite utilisé pour protéger les cartes bancaires vues plus haut.
- ✓ Si quelqu'un trouvait une méthode rapide de décomposer en facteurs premiers de grands nombres, le protocole RSA deviendrait caduc.



- ✓ Les images occupent beaucoup d'espace mémoire, qu'elles soient:
  - ★ stockées numériquement dans des supports informatiques,
  - ★ ou qu'elles voyagent à travers internet.
- ✓ Il est possible de les «condenser» sans altérer leur qualité!
- ✓ La compression d'une image revient à la représenter à l'aide d'un nombre réduit de paramètres, en éliminant les redondances.
- ✓ Ce problème de **représentation est un sujet central en mathématiques**, et ses applications vont bien au-delà de la compression de données.

- ✓ Des avancées considérables dans le stockage et le traitement d'images ont eu lieu grâce au développement de la théorie des ondelettes.
- ✓ Dans le domaine du traitement d'images, ces progrès ont abouti à l'adoption du nouveau standard de compression «JPEG-2000».
- ✓ Considérons l'image (originale) en A, constituée de  $512 \times 512$  points, dont les niveaux de gris peuvent varier de 0 (noir) à 255 (blanc) [2].



- ✓ Chacun des 256 niveaux de gris possibles peut être représenté par un octet, c'est-à-dire un nombre binaire constitué de 8 bits (11010001).

- ✓ Il faut donc  $512 \times 512 \times 8 = 2097152$  bits pour coder une seule image de ce genre, **ce qui est beaucoup!**
- ✓ Pour réduire cette taille (le nombre de bits), on peut diminuer le nombre de niveaux de gris en se limitant à du noir ou du blanc comme en B.
- ✓ Évidemment, la qualité de l'image s'est beaucoup dégradée en diminuant le nombre de bits par 8.
- ✓ Cependant, l'image en C est codée avec 32 fois moins de bits que l'image originale, par une **méthode utilisant la théorie des ondelettes.**
- ✓ **La dégradation est à peine perceptible!**



- ✓ Le transport aérien est une activité complexe.
- ✓ Des problèmes d'organisation et de planification se posent sans cesse aux compagnies aériennes.
- ✓ Pour utiliser au mieux sa flotte, une compagnie aérienne doit:
  - ★ optimiser son programme de vols,
  - ★ attribuer un appareil à chaque vol (en planifiant son personnel),
  - ★ minimiser le temps d'immobilisation.
- ✓ Ce sont là des problèmes difficiles de **Recherche Opérationnelle** (RO), qui font intervenir des équations à plusieurs milliers d'inconnues.

- ✓ La RO est un ensemble de techniques d'optimisation, né sous l'impulsion des besoins militaires (durant la Deuxième guerre)
  - ★ avec les débuts des ordinateurs,
  - ★ et des méthodes de [programmation linéaire](#).
- ✓ Elle a largement pénétré le monde des entreprises et de l'industrie.
- ✓ Les enjeux font que ces méthodes sont souvent confidentielles.

- ✓ La flotte d'appareils est la première richesse d'une compagnie aérienne.
- ✓ La compagnie doit établir un **programme de maintenance optimal** pour mieux l'utiliser:
  - ★ en **minimisant le temps d'immobilisation** de chaque appareil,
  - ★ en **tenant compte des horaires et des qualifications** des agents,
  - ★ et de la **disponibilité des hangars**, etc.
- ✓ Les équations qui traduisent ces problèmes ne sont pas linéaires.
- ✓ Mais des méthodes suffisamment efficaces existent pour les traiter.

- ✓ un programme de vol optimisé est mis en place:
  - ★ en fonction de prévisions de parts de marchés;
  - ★ choix du type d'avion (Airbus 340) le plus adapté techniquement et économiquement pour effectuer chacun des vols.
- ✓ Les données qui entrent dans les programmes d'optimisation sont:
  - ★ les caractéristiques des avions (capacité, performances).
  - ★ les flux prévisionnels de passagers, etc.

L'élaboration du programme de vols nécessite des techniques d'optimisation faisant appel aux statistiques et aux probabilités, ainsi qu'à des algorithmes de programmation linéaire dite en nombre entiers.

- ✓ Il reste ensuite qu'à enchaîner les vols et la maintenance des avions:
  - ★ de manière à satisfaire les contraintes opérationnelles,
  - ★ tout en minimisant les conséquences éventuelles de pannes techniques et de retards imprévus.
- ✓ Problème d'optimisation, connu sous [construction de rotations d'avions](#).

Il est modélisé comme un [programme linéaire en nombres entiers](#) de très grande taille, et nécessite l'application de techniques de décomposition ([la génération de colonnes](#), [relaxation lagrangienne](#)).

- ✓ Les sciences halieutiques réunissent:
  - ★ l'écologie, la biologie (marine),
  - ★ les mathématiques et les statistiques.
- ✓ En gestion de ressources halieutiques, les décisions sont soutenues par:
  - ★ Collecte de données: Renseignements sur un stock de poissons, comme la longueur, le poids, l'âge et les prises moyennes.
  - ★ Évaluation de stock: Analyser les données recueillies pour mieux connaître le stock d'une espèce donnée.
  - ★ Avis scientifiques: Fondés sur l'analyse de l'évaluation du stock ou d'autres données scientifiques.
  - ★ Décisions dans la gestion de la ressource: les mesures de gestion pour une saison de pêche donnée.

- ✓ Pêche au crabe des neiges ... atout économique important pour le N.-B.



➊ Golfe Saint-Laurent ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Golfe\\_du\\_Saint-Laurent](https://fr.wikipedia.org/wiki/Golfe_du_Saint-Laurent)).

- ✓ La mise en place de règles de décision, visant à maintenir un taux d'exploitation optimal du stock.

- ✓ Le développement d'outils mathématiques est incontournable.
- ✓ Plusieurs aspects ont un impact sur la dynamique du crabe des neiges:
  - ★ dont la **mort naturelle** et l'**exploitation humaine**,
  - ★ le **réchauffement des eaux de mer** dû aux **changements climatiques**.



**Crabe, des neiges**  
Chionoecetes opilio

ⓘ <https://seafoodfromcanada.ca/fr/seafood/crabe-des-neiges/>.

Mettre en place un modèle qui prend en compte le changement climatique pour modéliser la dynamique du crabe.

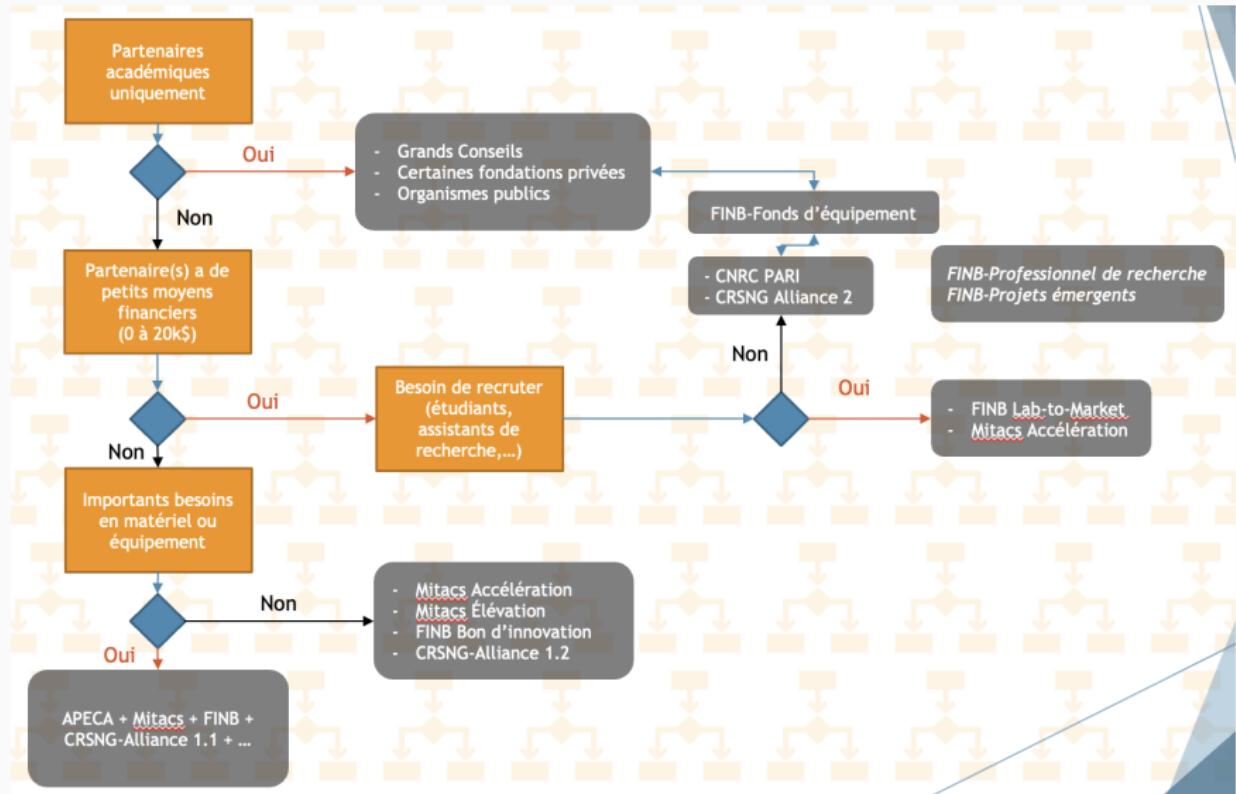
## Programmes de Financement

---



- ✓ Bureau de Soutien à l’Innovation (BSI) - <https://www.umoncton.ca/fesr/>.
- ✓ Aider les chercheuses et chercheurs de l’université à
  - ★ développer leur recherche,
  - ★ leurs connaissances et leur rayonnement,
  - ★ grâce aux partenariats, au transfert de technologie et de connaissance.
- ✓ Le champs d'action de la BSI est la **recherche collaborative!**

- ✓ Impliquant des personnes relevant de structures organisationnelles et d'autorités administratives différentes, mais engagées pour un but commun.
  - ★ Le monde académique
  - ★ Le secteur privé
  - ★ Le secteur associatif et communautaire
  - ★ Le secteur public.





- ✓ Favorise les collaborations de recherche via des stages.
- ✓ Collaborations de recherche avec des partenaires des secteurs privés et sans but lucratif ainsi qu'avec les municipalités et les hôpitaux.
- ✓ Ouvert à tous les établissements postsecondaires à travers le pays et à toutes les disciplines.
- ✓ Ouvert aux candidats de tous les cycles et aux chercheurs postdoctoraux.
- ✓ Financement de 10 000\$ à plusieurs millions de dollars.
- ✓ Demandes acceptées en tout temps.

- ✓ Favorise les collaborations de recherche internationale.
- ✓ Multiples accords avec des pays partenaires ([Sénégal, pas encore!](#)).
- ✓ [Stage de recherche Globalink](#): Stages de recherche d'été de 12 semaines au Canada évalués à 12 000\$.
- ✓ [Bourse de recherche Globalink](#): Projet de recherche pour:
  - ★ étudiants canadiens d'une durée de 12 à 24 semaines à l'étranger,
  - ★ et pour des [étudiants internationaux](#) pour des projets de recherche au Canada, subvention de recherche de 6 000\$.

- [1] J. O. C. Casacuberta, R. M. Miró-Roig and S. Xambó-Descamps.  
*Mathematical glimpses into the 21<sup>st</sup> century, Round tables held at the 3<sup>rd</sup> european congress of mathematics.*  
Societe Catalana de Matemàtiques, Barcelona, 2001.
- [2] M. Martin-Deschamps and al.  
*L'explosion des mathématiques.*  
Société mathématique de France (SMF) et la Société de mathématiques appliquées et industrielles (SMAI), Institut Henri Poincaré 11 rue Pierre et Marie Curie 75231 Paris Cedex 05, France, 2002.
- [3] A. Quarteroni and P. Gervasio.  
*A Primer on Mathematical Modelling.*  
Springer Nature Switzerland AG, Gewerbestrasse 11, 6330 Cham, Switzerland, 2020.
- [4] M. Rochas and J.-P. Javelle.  
*La météorologie - la prévision numérique du temps et du climat.*  
collection « Comprendre », Syros, 1993.
- [5] M. Tegmark.  
*Notre univers mathématique: En quête de la nature ultime du Réel.*



Merci! Questions ou commentaires?