SÉRIE 3 - Calcul intégral (MATH 1173)

Exercice 1

Considérons la fonction $f(x) = x + 2$ et définissons la région S par :

$$S = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

- a À partir du graphique de la fonction $f(x)$, déterminez l'aire exacte de la région S.
- b Calculez une approximation de l'aire de la région S en utilisant 4 rectangles identiques et les extrémités droites.
- c Calculez une approximation de l'aire de la région S en utilisant 4 rectangles identiques et les extrémités gauches.

Exercice 2

Considérons la fonction $f(x) = 9 - x^2$ sur l'intervalle $[0, 3]$. En utilisant les extrémités droites, calculez la valeur exacte de l'aire de la région S qui se situe sous la courbe de la fonction $f(x)$. La région S est donc délimitée par l'axe des x, la courbe $f(x)$ et les droites verticales $x = 0$ et $x = 3$.

Utilisez les identités suivantes :

$$\sum_{i=1}^{n} 1 = n; \ \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Exercice 3

Le tableau suivant illustre les valeurs d'une fonction h.

x	3	4	6	10	13
$h(x)$	3	6	4	8	12

Soit S l'aire sous la courbe de $h(x)$ pour $3 \leq x \leq 13$.

a Calculez une approximation de l'aire de S en utilisant deux rectangles et les extrémités gauches.

b Calculez une approximation de l'aire de S en utilisant quatre rectangles et les extrémités gauches.

c Quelle approximation est la meilleure ? Justifiez votre réponse.

Exercice 4

Approximez

$$\int_0^3 \frac{4}{x^2+1}dx,$$

à l'aide de la somme de Riemann de droite en utilisant $n = 3$.

Exercice 5

Interprétez l'intégrale en tant qu'aire et trouvez sa valeur exacte.

a

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$$

b

$$\int_{-1}^3 (-x+2)dx$$

Exercice 6

Calculez les intégrales suivantes :

a

$$\int_1^2 x^{-2}dx$$

b

$$\int_1^8 \sqrt[3]{x}dx$$

c

$$\int_0^1 \left(1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9\right) du$$

d

$$\int_0^2 (y-1)(2y+1)dy$$