UNIVERSITÉ DE MONCTON
EDMUNDSTON MONCTON SHIPPAGAN

Arithmétique (MATH 1413) - Chapitre 2: L'addition et la multiplication

Ibrahima Dione

Département de Mathématiques et de Statistique

Sommaire

- ✓ Nous introduirons ici un modèle trés simple des nombres naturels [1].
- ✓ Et étudierons ensuite deux opérations arithmétiques fondamentales:
  - ⋆ l'addition,
  - ⋆ et la multiplication.
- ✓ Nous établirons ensuite les propriétés de base de ces opérations.
- ✓ Et nous terminerons avec quelques conventions.

Une présentation de l’ensemble des nombres naturels

- ✓ À cause de leur caractère abstrait, les nombres naturels sont générés par répétition à partir d'une unité abstraite.
- ✓ Pour représenter symboliquement cette unité, nous utiliserons un petit trait vertical | que nous appellerons bâton.
- ✓ En reproduisant le bâton, nous obtenons successivement |, ||, |||, etc.
- ✓ De façon générale, un nombre naturel sera donc une suite ou rangée obtenue par répétition finie de bâtons.

Définition

- Un nombre naturel est une suite finie de bâtons.
- Nous utilisons la notation

$$\overline{||\cdots||}^{a}$$

pour représenter une rangée de a bâtons, c'est-à-dire le naturel a.
- Le trait horizontal sert à regrouper les bâtons et les points de suspension correspondent aux bâtons sous-entendus.

Exemple 1.1:

- ✓ Ainsi le nombre huit sera représenté aussi bien par la rangée |||||||| que par la notation

$$\overline{||||||||}^{8}$$

en supposant ici que l'on dispose du chiffre 8.

- ✓ Il est fort utile d'introduire la notion de rangée vide de bâtons.
- ✓ C'est-à-dire de suite obtenue en ne produisant aucune fois le bâton.
- ✓ Elle correspond donc à l'absence de bâtons.
- ✓ Nous utiliserons le symbole $\triangledown$ pour désigner cette rangée vide.

Note: Une telle notation est fort pratique pour faciliter la lecture de schémas dans lesquels intervient le nombre zéro.

Définition

L'ensemble des nombres naturels est la collection formée des éléments $\triangledown, |, ||, |||$, et ainsi de suite. Nous le désignons par le symbole $\mathbb{N}$.

- ✓ L'ensemble des nombres naturels $\mathbb{N}$ est donc infini, c'est-à-dire non fini.
- ✓ L'écriture habituelle des nombres pour condenser la représentation est

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \cdots\}.$$

- ✓ Nous écrivons $a \in \mathbb{N}$ pour indiquer que l'objet a appartient à l'ensemble $\mathbb{N}$, c'est-à-dire qu'il s'agit d'un nombre naturel.

✓ Par exemple, $4 \in \mathbb{N}$ mais $-5 \notin \mathbb{N}$ ou encore $\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$.

Note: Ces expressions sont utilisées pour désigner un élément de $\mathbb{N}$:

- On parlera tantôt de nombre entier naturel ou d'entier naturel;
- Tantôt de nombre naturel ou même tout simplement de naturel.
- Une autre expression fréquente est entier positif (ou encore naturel positif), pour parler d'un naturel autre que 0, c'est-à-dire d'un membre de la collection $1, 2, 3, 4, \cdots$

Définition

- Nous utilisons la notation $\mathbb{N}^\star$ pour désigner l'ensemble $\{1, 2, 3, \cdots\}$ formé de tous les nombres naturels à l'exception du nombre 0.

- En notations ensemblistes, on a $\mathbb{N}^\star = \mathbb{N} \backslash \{0\}$.

✓ Nous avons ainsi toutes les données qui permettent de caractériser $\mathbb{N}$:

- ⋆ $0 \in \mathbb{N}$;
- ⋆ $1 \in \mathbb{N}$;
- ⋆ Si $n \in \mathbb{N}$, alors $n + 1 \in \mathbb{N}$;
- ⋆ De plus, rien n'est dans $\mathbb{N}$ qu'en vertu de ces trois précédentes règles.

La droite numérique

La droite numérique

✓ Il existe de nombreuses façons de représenter concrètement la suite des nombres naturels $\mathbb{N}^{\star}$:

- ⋆ Par exemple, en se servant de petits bâtons

  | || ||| |||| ||||| etc

- ⋆ En se servant de jetons, on a

  ○   ○○   ○○○   ○○○○   ○○○○○   etc

✓ Une représentation particuliérement évocatrice de $\mathbb{N}$ est la droite numérique naturelle:

La relation d’égalité

Définition de l'égalité

- ✓ La définition suivante permet de cerner la notion d'égalité à partir de notre modèle de nombre naturel.

- ✓ Elle a l'avantage de ne pas dépendre d'un système de numération.

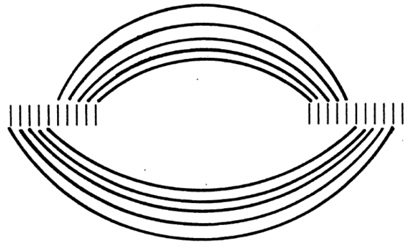
Définition

- Deux nombres naturels a et b sont égaux s'il existe une correspondance terme à terme entre les bâtons formant la suite correspondant à a et ceux de la suite de b;

- On utilise alors la notation $a = b$, qui se lit a est égale à b.

- Dans le cas contraire, on utilise la notation $a \neq b$, qui se lit a est différent de b.

- ✓ Pour déterminer si deux nombres naturels $\overline{||\cdots||}^{\,a}$ et $\overline{||\cdots||}^{\,b}$ sont égaux:
  - ⋆ on fait des liens entre les bâtons de a et les bâtons de b,
  - ⋆ liant toujours un bâton non lié de a à un bâton non lié de b.
  - ⋆ Le processus s'arrête quand tous les bâtons de a ou de b sont liés.
- ✓ Par exemple, les deux nombres suivants ne sont égaux:



car les deux rangées ne s'épuisent pas en même temps!

✓ La relation d'égalité nous permet d'introduire des classes de nombres.

Définition

Un nombre naturel est pair s'il est possible de partager la rangée de bâtons correspondante en deux sous-rangées égales. Sinon, il est impair.

Exemple 3.1:

✓ Ainsi, 12 est pair, car on peut partager une rangée de douze bâtons en deux rangées de six bâtons chacune.

Note: La dichotomie **pair-impair** permet donc de fragmenter l'ensemble $\mathbb{N}$ des nombres naturels en deux sous-ensembles:

$$\text{Pair} = \{0, 2, 4, 6, \cdots\},$$
$$\text{Impair} = \{1, 3, 5, 7, \cdots\}.$$

Propriétés de l'égalité

- ✓ Examinons certaines propriétés de base dont jouit la relation d'égalité.
- ✓ Certaines de ces propriétés pourront sembler presque anodines.

E_1 - Réflexivité de l'égalité: Pour tout nombre naturel a,

$$a = a.$$

Démonstration *On considère une rangée de bâtons correspondant à a.*

- ⋆ *On fait des liens en rattachant chaque bâton de a à lui-même.*
- ⋆ *Forcément a s'épuise en même temps que a.*

E_2 - Symétrie de l'égalité: Pour tous les nombres naturels a et b,

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } b = a.$$

Démonstration *Des liens de a à b sont, en même temps, des liens de b à a. Donc si a et b s'épuisent en même temps, alors il en est de même de b et a.*

E_3 - Transitivité de l'égalité: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$\text{Si } a = b, \text{ et } b = c, \text{ alors } a = c.$$

Démonstration

- *On a par hypothèse des liens entre les bâtons de a et ceux de b, et des liens entre les bâtons de b et ceux de c.*
- *En «composant» ces liens, c'est-à-dire en allant consécutivement de a à b puis à c, bâton par bâton, on crée donc des liens entre les bâtons de a et ceux de c.*

- ⋆ *Et puisque que a s'épuise en même temps que b, qui lui-même s'épuise en même temps que c, alors a et c s'épuisent en même temps.*

Note: La propriété E_3 de transitivité de l'égalité permet de conclure à l'égalité de deux nombres sans effectuer de vérification explicite.

Exemple 3.2: Ainsi, supposons que Marie et Isabelle, deux étudiantes compétentes en mathématiques, affirment,

- ✓ l'une, que $9 \times 185^2 = 555^2$, et l'autre, que $555^2 = 554^2 + 1109$.
- ✓ On en tire alors que $9 \times 185^2 = 554^2 + 1109$ sans avoir à faire aucun calcul.

Définition

Lorsqu'une relation sur un ensemble est à la fois réflexive, symétrique et transitive, cette relation s'appelle une relation d'équivalence.

Note:

- L'égalité est un exemple particulier de relation d'équivalence.
- L'égalité est une relation binaire, c'est-à-dire faisant intervenir deux nombres.

- ✓ Si $a = b$, alors les symboles a et b désignent de fait un seul et même nombre.
- ✓ Conséquemment, a et b ont exactement les mêmes propriétés.
- ✓ Tout ce qui est vrai à propos de l'un est également vrai en ce qui concerne l'autre.

Exemple 3.3: Considérons la fonction arithmétique f définie par $f(x) = (x+5)^2 + 7$, où $x \in \mathbb{N}$.

- ✓ Alors si $a = b$, on a $\underbrace{f(a) = f(b)}_{\text{même propriété}}$.
- ✓ Par exemple, $f(4) = f(3+1)$, les deux expressions étant égales à $81 + 7$, c'est-à-dire à 88.

- **Principe de substitution**: Si $a = b$, alors toute affirmation vraie que l'on peut énoncer à propos de a demeure vraie si on considère b; et vice versa.

Exemple 3.4:

- ✓ Soit l'égalité $3 + 4 = 3 \times 4 - 5$. Ici,
  - ⋆ a vaut $3 + 4$,
  - ⋆ et b vaut $3 \times 4 - 5$.

  Alors de l'expression (vraie) $(3 + 4)^2 + 1 = 50$, on peut en conclure que $(3 \times 4 - 5)^2 + 1 = 50$.

- ✓ Supposons d'une part que u est le successeur de r, et d'autre part que $u = v$; alors on peut conclure que v est le successeur de r.

Une sténographie commode

- Le fait que plusieurs nombres sont égaux entre eux est exprimé par une chaîne d'égalités:

$$a = b = c = d,$$

qui est un abréviation de l'expression $a = b$ et $b = c$ et $c = d$.

L'égalité de définition

- La notation représentant l'opération «élever à la puissance 2» est

$$a^2 = a \times a.$$

c'est-à-dire que le nouveau symbole a^2 est défini comme une abréviation pour l'expression $a \times a$.

Deux opérations arithmétiques fondamentales

- ✓ Nous allons maintenant voir comment «opérer» sur les nombres.
- ✓ Dans un premier temps nous nous intéresserons aux deux opérations arithmétiques fondamentales:
  - ⋆ l'addition
  - ⋆ et la multiplication.
- ✓ Après avoir donné une définition de ces opérations, nous dégagerons leurs principales propriétés.

Définition

- Etant donné deux nombres naturels

$$\overbrace{||\cdots||}^{a} \quad \text{et} \quad \overbrace{||\cdots||}^{b}$$

l'opération d'addition leur associe le nombre naturel obtenu en juxtaposant la suite de bâtons de b à la fin de la suite de bâtons de a.

- Ce nouveau nombre est désigné par la notation $a + b$ (qui se lit a plus b) et on l'appelle la somme de a et de b.

Note: Les nombres a et b s'appellent les termes de la somme $a + b$.

- Une égalité telle $a+b=c$ se lira donc *a plus b égalent c*, ou encore *a plus b font c*. (On dit aussi a **et** b à la place de a plus b).

- On a donc, par définition de l'addition, que

$$\overline{||\cdots||}^{a+b} = \overline{||\cdots||}^{a}\,\overline{||\cdots||}^{b}$$

Note: On note que la somme de deux naturels est toujours un nombre naturel. On dit alors que l'ensemble $\mathbb{N}$ est fermé (ou stable) pour l'opération d'addition $(+)$.

Définition

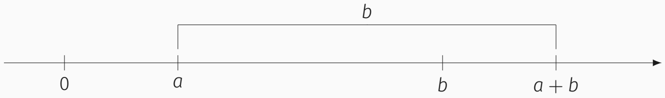
Étant donné un ensemble E et l'opération binaire $+$ sur E, on dit que E est fermé (ou stable) pour l'opération $+$ si, quels que soient $u, v \in E$, on a $u+v \in E$.

Exemple 4.1:

- ✓ $\mathbb{N}$ est fermé pour l'addition et la multiplication, mais pas pour la soustraction ($5 - 8 \notin \mathbb{N}$) ou la division ($27 \div 4 \notin \mathbb{N}$).
- ✓ L'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers est fermé pour $+$, $\times$ et $-$, mais pas pour $\div$.
- ✓ L'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels est fermé pour les quatre opérations, tout comme $\mathbb{R}$, l'ensemble des réels.

✓ Interprétation sur la droite numérique naturelle de l'addition $a+b$:

- ⋆ Le point $a+b$ est obtenu en juxtaposant à la suite du segment correspondant à a un segment de longueur b.



- ⋆ Il peut donc être vu comme résultant d'un bond de longueur b vers la droite à partir du point a.

- ⋆ Ou encore de b bonds de longueur unité à partir de a.

- ✓ Tandis que l'addition traduit une idée d'ajout, d'adjonction, la multiplication, quant à elle, cherche à représenter ce qu'on pourrait appeler une situation d'*explosion*.

- ✓ Une approche naturelle à la multiplication consiste donc à la voir comme une addition répétée.

- ✓ Ainsi la multiplication de 3 et de 4 revient à faire la somme $4 + 4 + 4$, c'est-à-dire 4 pris 3 fois.

Définition

- Etant donné deux nombres naturels

$$\overbrace{||\cdots||}^{a} \quad \text{et} \quad \overbrace{||\cdots||}^{b},$$

l'opération de multiplication leur associe le nombre naturel obtenu de la façon suivante:

  - Disposant à l'horizontale la suite de bâtons de a, on remplace chacun de ces bâtons par une suite de b bâtons.
  - Le nombre total de bâtons ainsi obtenu est désigné par la notation $a \times b$ (qui se lit a **fois** b) et on l'appelle le **produit** de a et de b.

Note: Les nombres a et b s'appellent les **facteurs** du produit $a \times b$.

- L'égalité $a \times b = c$ se lira a **fois** b **font** c, ou encore a fois b égalent c.

- le produit correspond à la configuration suivante

$$\overline{||\cdots||}^{\,a\times b} = \underbrace{\overline{||\cdots||}^{\,b}\ \overline{||\cdots||}^{\,b}\ \cdots\ \overline{||\cdots||}^{\,b}}_{a \text{ fois}}$$

- Le produit $a \times b$ est aussi introduit comme étant l'addition répétée

$$\underbrace{b + b + \cdots + b}_{a \text{ fois}}, \quad \text{le } b \text{ apparaissant } a \text{ fois.}$$

Note: Il en résulte que le produit de deux naturels est toujours un naturel; en d'autres termes, l'ensemble $\mathbb{N}$ est **fermé pour la multiplication**.

Exemple 4.2:

- ✓ D'aprés notre définition de la multiplication, le produit 3×4 correspond à

$$\overline{|| \cdots ||}^{3\times 4} = \underbrace{\overline{||||}^{4}\ \overline{||||}^{4}\ \overline{||||}^{4}}_{3 \text{ fois}}$$

- ✓ Mais on pourrait tout aussi bien interpréter ce produit comme suit:
  - ⋆ $3+3+3+3$ (remplacer chacun des bâtons de 4 par 3),
  - ⋆ c'est-à-dire «trois **multiplié par quatre**».

- Pour tous les nombres naturels a et b, si $a + b = 0$, alors $a = b = 0$.

- Pour tous les nombres naturels a et b,

$$\text{si } a \times b = 0, \quad \text{alors} \quad a = 0 \quad \text{ou} \quad b = 0.$$

Note: Ce résultat se généralise aisément: quand un produit de plusieurs nombres est nul, au moins l'un d'entre eux est nul.

Propriétés des opérations arithmétiques

✓ L'arithmétique dans $\mathbb{N}$ est gérée par un petit nombre de lois appelé ses propriétés.

✓ Certaines de ces propriétés peuvent sembler plus ou moins banales, mais constituent l'édifice de l'arithmétique.

- A_0 - Zéro: 0 n'est pas un successeur; et c'est le seul naturel dans cette condition.

Démonstration

⋆ *Comme la rangée vide $\triangledown$ ne contient aucun bâton, zéro n'est donc pas un successeur.*

⋆ *Et par ailleurs tout autre nombre naturel, étant une suite finie (non vide) de bâtons, en contiendra au moins un: il est donc de la forme $n\,|$, c'est-à-dire le successeur de n.*

■ A_1 - Élément neutre additif: Pour tout nombre naturel a,

$$a + 0 = a \text{ et } 0 + a = a.$$

Démonstration *Soit donc le naturel* $\overbrace{||\cdots||}^{a}$*; en y juxtaposant la suite vide* $\triangledown$*, soit à la gauche soit à la droite de* a*, on ne change pas la suite initiale de bâtons, de sorte qu'on retrouve le naturel* a*.*

■ A_2 - Commutativité de l'addition: Pour tous nombres naturels a et b,

$$a + b = b + a.$$

- La propriété suivante concerne la possibilité d'additionner plusieurs nombres.

- N'oublions pas que l'addition étant une opération binaire, les nombres s'additionnent deux à la fois.

- A_3 - Associativité de l'addition: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

Note: La propriété d'associativité de l'addition nous dit que l'ordre dans lequel on effectue les additions, lorsqu'il y a plus de deux nombres en présence, n'importe pas.

- A_4 - Compatibilité de l'égalité avec l'addition: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$\text{Si} \quad b = c, \quad \text{alors} \quad a + b = a + c.$$

Note:

- Plus généralement, on peut tirer de la propriété A_4 que les **égalités peuvent être additionnées «membre à membre»**:

$$\text{Si} \quad u = v, \quad \text{et} \quad x = y, \quad \text{alors } u + x = v + y. \tag{1}$$

- La réciproque de l'implication de la ligne (1) est clairement fausse en général, comme l'illustre l'égalité $3 + 4 = 2 + 5$.

- Cependant la réciproque de A_4 est vraie et constitue de fait une règle de calcul fondamentale; c'est l'objet de la prochaine loi.

A_5 - Simplification de l'égalité pour l'addition: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$\text{Si} \quad a+b=a+c, \quad \text{alors} \quad b=c.$$

- M_0 - Élément absorbant: Pour tout nombre naturel a,

$$a \times 0 = 0, \quad \text{et} \quad 0 \times a = 0.$$

Démonstration

- ⋆ *Soit donc le naturel* $\overline{||\cdots||}^{a}$*; pour évaluer le produit* $a \times 0$*, il s'agit d'écrire la suite de* a *à la verticale, puis pour chaque bâton de cette suite, de lui substituer la rangée vide* $\bigtriangledown$.
- ⋆ *Mais comme la matrice ainsi obtenue ne contient aucun bâton, il s'agit donc de la rangée vide, c'est-à-dire de* 0.

- M_1 - Élément neutre multiplicatif: Pour tout nombre naturel a,

$$a \times 1 = a, \quad \text{et} \quad 1 \times a = a.$$

Démonstration

- ⋆ *Évaluer le produit $a \times 1$ consiste à écrire a en colonne, et à remplacer chaque bâton par $\cdots$ un bâton, ce qui donne a.*
- ⋆ *Le produit $1 \times a$ résulte du remplacement d'un bâton par la suite de a, ce qui donne aussi a.*

- M_2 - **Commutativité de la multiplication**: Pour tous les nombres naturels a et b,

$$a \times b = b \times a.$$

- M_3 - **Associativité de la multiplication**: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c).$$

Note: En conséquence de M_3, il est donc permis d'utiliser une écriture telle $a \times b \times c$.

M_4 - Compatibilité de l'égalité avec la multiplication: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$\text{si } b = c, \text{ alors } a \times b = a \times c.$$

Note: On peut donc multiplier chaque membre d'une égalité par un même nombre.

Note:

- Analoguement au cas de la propriété A_4, on peut tirer de M_4 que les égalités peuvent être multipliées **membre à membre**:

$$\text{si } u = v, \text{ et } x = y, \text{ alors } u \times x = v \times y. \tag{2}$$

- L'affirmation réciproque de la ligne (2) est fausse en général:

$$\text{On a } 0 \times 5 = 0 \times 7, \text{ bien que } 5 \neq 7.$$

M_5 - Simplification de l'égalité pour la multiplication: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$\text{si } \ a \neq 0, \ \text{ et si } \ a \times b = a \times c, \ \text{ alors } \ b = c.$$

Note: Cette propriété établit un lien entre les opérations d'addition et de multiplication.

M_6 - Distributivité de la multiplication sur l'addition: Pour tous les nombres naturels a, b et c,

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$$

Récapitulation

L'ensemble IN *des nombres naturels forme le seul système arithmétique muni d'une opération d'addition +, d'une opération de multiplication ×, d'éléments 0 et 1 et satisfaisant au Principe de récurrence ainsi qu'aux propriétés suivantes (où a, b et c sont des naturels quelconques) :*

A0 : 0 EST LE SEUL NON-SUCCESSEUR	**M0 :** 0 EST ABSORBANT $a \times 0 = 0 \quad \text{et} \quad 0 \times a = 0$
A1 : 0 EST NEUTRE POUR + $a + 0 = a \quad \text{et} \quad 0 + a = a$	**M1 :** 1 EST NEUTRE POUR × $a \times 1 = a \quad \text{et} \quad 1 \times a = a$
A2 : COMMUTATIVITÉ + $a + b = b + a$	**M2 :** COMMUTATIVITÉ × $a \times b = b \times a$
A3 : ASSOCIATIVITÉ + $a + (b + c) = (a + b) + c$	**M3 :** ASSOCIATIVITÉ × $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
A4 : COMPATIBILITÉ DE = AVEC + $b = c \quad \Rightarrow \quad a + b = a + c$	**M4 :** COMPATIBILITÉ DE = AVEC × $b = c \quad \Rightarrow \quad a \times b = a \times c$
A5 : SIMPLIFICATION DE = POUR + $a + b = a + c \quad \Rightarrow \quad b = c$	**M5 :** SIMPLIFICATION DE = POUR × $[a \neq 0 \text{ et } a \times b = a \times c] \quad \Rightarrow \quad b = c$
	M6 : DISTRIBUTIVITÉ ×/+ $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Quelques conventions

- ✓ Outre l'addition et la multiplication, nous étudierons d'autres opérations numériques:
  - ⋆ la soustraction ($-$),
  - ⋆ la division ($\div$),
  - ⋆ l'exponentiation,
  - ⋆ et l'extraction d'une racine
- ✓ Il est utile d'introduire quelques conventions d'usage à leur propos.

Définition de l’exponentiation:

$$a^1 = a, \quad a^2 = a \times a, \quad a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

Note:

- Pour $a \neq 0$, on définit $a^0 = 1$. (À noter que 0^0 n’est pas défini.)
- Sachant que $x = y$, on obtient $x^n = y^n$ pour tout exposant n.

Définition de l'extraction de racine:

$$b = \sqrt[n]{a} \iff b^n = a. \quad \text{(On écrit aussi } a^{\frac{1}{n}} \text{ à la place de } \sqrt[n]{a}\text{).}$$

Note:

- Si $x = y$, alors $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{y}$.
- En particulier, lorsque $u^n = v^n$, on en conclut que $u = v$.

Convention d'écriture: Un produit peut s'écrire de trois façons:

- ✓ avec la croix: $a \times b$,
- ✓ avec un point surélevé: $a \cdot b$,
- ✓ par simple juxtaposition: ab.

Note:

- Même avec des variables, cette dernière convention fonctionne.
- Il n'en est pas toujours de même avec des chiffres. Par exemple,
  - ✓ on a bien $2a = 2 \times a$ et $2(3+5) = 2 \times (3+5)$. Mais $23 \neq 2 \times 3$;
  - ✓ de même, $2\frac{1}{3} \neq 2 \times \frac{1}{3}$ (car $2\frac{1}{3}$ est une notation pour $2 + \frac{1}{3}$).
  - ✓ Notons cependant qu'on a bien $2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2}$.

Convention sur la priorité des opérations

- ✓ Pour alléger l'écriture, on écrive souvent une suite d'opérations à la queue leu leu: par exemple, $2 \times 3 + 4$.
- ✓ Mais alors, quel sens faut-il donner à une telle expression?
  - ⋆ Si on l'interprète comme $(2 \times 3) + 4$, on trouve 10;
  - ⋆ mais si au contraire on lit $2 \times (3 + 4)$, on trouve cette fois 14.
- ✓ Il est donc commode à cet égard d'introduire quelques conventions sur la priorité des opérations.

Convention sur la priorité des opérations: L'usage veut que

- ✓ les multiplications et les divisions ont priorité sur les additions et les soustractions, et s'effectuent de gauche à droite, selon leur ordre d'apparition,
- ✓ les additions et les soustractions s'effectuent ensuite, de gauche à droite selon leur ordre d'apparition.

Exemple 6.1: Par exemple, on trouve

$$4 + 9 \times 2 - 8 \div 2 \times 4 + 3 = 4 + 18 - 16 + 3 = 9.$$

Informations sur le cours

Questions ou commentaires? Envoyez-les à:

- Ibrahima Dione (ibrahima.dione@umoncton.ca)

- Disponibilités:
  - ⋆ Lundi 10H00 - 13H00, MRR B-214
  - ⋆ Mercredi 10H00 - 13H00, MRR B-214
- Manuels du cours:

[1] B. Hodgson and L. Lessard.
Arithmétique élémentaire (1re *et* 2^{e} *parties).*
coop Université Laval, Québec, Canada, 2002.