



## SÉRIE 7 - Algèbre linéaire (MATH 2673)

### Exercice 1

Soit  $A$  une matrice carrée. Montrez que  $A$  et  $A^T$  ont les mêmes valeurs propres.

### Exercice 2

Déterminez les valeurs propres et les vecteurs propres de chacune des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -5 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Dans le cas où l'une des matrices est diagonalisable, déterminez une matrice  $P$  qui la diagonalise et donnez la matrice diagonale correspondante.

### Exercice 3

Soit l'opérateur linéaire  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  défini par

$$T(x, y) = (3x + 3y, x + 5y).$$

- a Déterminez les valeurs propres et les vecteurs propres de  $T$ .
- b Est-ce que  $T$  est diagonalisable ? Justifiez votre réponse.

### Exercice 4

Soient  $F : V \rightarrow V$  et  $G : V \rightarrow V$  deux opérateurs linéaires. Soit  $\lambda \neq 0$  une valeur propre de  $F \circ G$ . Montrez que  $\lambda$  est aussi valeur propre de  $G \circ F$ .