



## SÉRIE 1 - Algèbre linéaire (MATH 2673)

### Exercice 1

Soit  $V$  un espace vectoriel sur un corps  $K$  et soit  $W$  un sous-ensemble non vide de  $V$ . Montrez que  $W$  est un sous-espace vectoriel de  $V$  si et seulement si

$$\forall u, v \in W, \forall k \in K; k u + v \in W.$$

### Exercice 2

Soit  $V$  l'espace vectoriel des fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Soit  $W$  le sous-ensemble de  $V$  formé des fonctions dérivables. Montrez que  $W$  est un sous-espace vectoriel de  $V$ .

### Exercice 3

Soit  $A$  une matrice de format  $m \times n$  dont les éléments sont des nombres réels. On désigne par le noyau de  $A$  l'ensemble suivant :

$$N(A) = \{S \in \mathbb{R}_c^n \mid A S = 0\}$$

où  $\mathbb{R}_c^n$  est l'espace des vecteurs colonnes à  $n$  composantes. Montrez que  $N(A)$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}_c^n$ .

### Exercice 4

Soit  $S = \{(2, 3, 4), (5, 8, 1), (1, 1, 11), (7, 11, 5)\}$ .  $S$  est-il un ensemble générateur de  $\mathbb{R}^3$  ?

---

### Exercice 5

Soit  $S_1 = \{(1, 2, 1), (1, 2, 3), (3, 6, 5)\}$  et  $S_2 = \{(1, 2, 5), (0, 0, 1)\}$ . Montrez que  $\text{Vect}(S_1) = \text{Vect}(S_2)$  dans l'espace vectoriel  $\mathbb{R}^3$ .

### Exercice 6

Soient  $E$  un espace vectoriel et  $F$  un sous-espace vectoriel de  $E$ . Le complémentaire  $E \setminus F$  de  $F$  dans  $E$  est-il un sous-espace vectoriel de  $E$ ? Justifiez votre réponse.