

SÉRIE 7 - Algèbre linéaire (MATH 2673)

Exercice 1

Soit A une matrice carrée. Montrez que A et A^T ont les mêmes valeurs propres.

Exercice 2

Déterminez les valeurs propres et les vecteurs propres de chacune des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -5 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Dans le cas où l'une des matrices est diagonalisable, déterminez une matrice P qui la diagonalise et donnez la matrice diagonale correspondante.

Exercice 3

Soit l'opérateur linéaire $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ défini par

$$T(x, y) = (3x + 3y, x + 5y).$$

- a Déterminez les valeurs propres et les vecteurs propres de T .
- b Est-ce que T est diagonalisable? Justifiez votre réponse.

Exercice 4

Soient $F : V \rightarrow V$ et $G : V \rightarrow V$ deux opérateurs linéaires. Soit $\lambda \neq 0$ une valeur propre de $F \circ G$. Montrez que λ est aussi valeur propre de $G \circ F$.