

SÉRIE 5 - Suites, séries, calcul dans  $\mathbb{R}^n$ 

## Exercice 1

Chercher un développement en série entière de chacune des fonctions suivantes et déterminer l'intervalle de convergence.

a.  $f(x) = \ln(5 - x)$       b.  $f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$       c.  $f(x) = \frac{x^3}{(x - 2)^2}$

## Exercice 2

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ . En utilisant la série du binôme, développer la fonction  $f$  en série entière et préciser le rayon de convergence de la série.

## Exercice 3

Déterminer la série de Maclaurin de chacune des fonctions suivantes :

a.  $f(x) = \sin^2 x$       b.  $f(x) = a^x$  où  $a > 0$  et  $a \neq 1$

**Suggestion pour le point a.** : utiliser  $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

## Exercice 4

Utiliser les trois premiers termes d'une série pour approximer l'intégrale définie

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx$$

et estimer l'erreur de cette approximation.