

SÉRIE 8 - Calcul Différentiel (MATH 1073)

Exercice 1

Soit la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{|x|^3}{x^3 + 3x - 2}.$$

Calculer les limites

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x).$$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 7}}{3x + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 1}{x^2 - 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \sin x$

f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(1 + \frac{3x}{x - 1}\right)$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]0; 3[$ par

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 3x}$$

Étudier les limites de $f(\cdot)$ aux bornes de l'intervalle I .

Exercice 4

Soient les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{x+1}$$

a. Calculer

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$$

b. En déduire

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g \circ f(x)$$

c. Calculer

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$$

d. En déduire

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} g \circ f(x)$$