UNIVERSITÉ DE MONCTON
EDMUNDSTON MONCTON SHIPPAGAN

Automne 2022

SÉRIE 7 - Calcul Différentiel (MATH 1073)

Exercice 1

Employez la définition de la continuité et les propriétés des limites pour montrer que la fonction est continue en a.

a.

$$h(t) = \frac{2t - 3t^2}{1 + t^3}, \quad a = 1$$

b.

$$f(x) = (x + 2x^3)^4, \quad a = -1$$

Exercice 2

Expliquez pourquoi la fonction est discontinue au point donné. Dessinez le graphique de la fonction

a. $a = 0$

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0, \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

b. $a = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} & \text{si } x \neq 0, \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

c. $a = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } x < 0, \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Exercice 3

Déterminez la valeur de c qui rend la fonction f continue sur $]-\infty, \infty[$?

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x & \text{si } x < 2, \\ x^3 - cx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Exercice 4

Déterminez les valeurs de a et b qui rendent la fonction f continue partout.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x < 3 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 2x + a + b & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

Exercice 5

Démontrer, à l'aide du théorème des valeurs intermédiaires, l'existence d'une racine de la fonction $f(x) = \sqrt[3]{x} + x - 1$ dans l'intervalle $]0, 1[$.