



## Examen-Intra MATH 2413, Algèbre et Relations

25 octobre 2023, Durée 75 minutes

 Professeur : Ibrahima Dione

Nom étudiant.e. : \_\_\_\_\_

Numéro étudiant.e. : \_\_\_\_\_

Prenez le temps de lire l'examen au complet avant de commencer. Vérifiez qu'il y a 10 pages à votre examen. L'examen est composé de **5 questions**, pour un total de 100 points.

- Ceci est un examen à livres fermés et aucune note du cours n'est permise.
- L'utilisation de la calculatrice est permise.
- Répondez aux questions dans l'espace fourni.
- Utilisez le verso des feuilles si nécessaire.

---

## Exercice 1 (20 points)

1 Effectuez la multiplication suivante

$$(x + 2) \times (2x - 3)$$

- 
- 2** Soit le polynôme  $P(x) = 4x^2 + 12x + 9$ . Effectuez la division du polynôme  $P(x)$  par le facteur  $(2x + 3)$ .

---

## Exercice 2 (30 points)

Soit la fraction rationnelle  $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ .

**1** Factorisez le numérateur et le dénominateur cette fraction rationnelle.

**2** Simplifiez alors la fraction rationnelle  $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ .

---

**3** déterminez le domaine de définition de la fraction rationnelle  $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ .

---

**Exercice 3 (20 points)**

**1** Déterminez la valeur des variables  $x$ ,  $y$  et  $z$  tels que

$$\begin{bmatrix} 3x & z \\ 3 & x+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & y \end{bmatrix}$$

---

**2** Soient les matrices  $A$  et  $B$  définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Vérifiez que  $B$  est l'inverse de  $A$ .

---

**Exercice 4 (10 points)**

Vérifier que  $(5, -6, -10)$  est une solution du système (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} -4x + 2y - 3z = -2 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

---

## Exercice 5 (20 points)

Soit le système de 3 équations linéaires à 3 variables, noté (S), suivant

$$(S) \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + 4z = 0 \\ x + 2y - 5z = -1 \end{cases}$$

- 1** Complétez la matrice  $A$  telle que le système (S) s'écrit comme suit

$$\underbrace{\left[ \begin{array}{c} \quad \\ \quad \\ \quad \end{array} \right]}_A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- 2** Déterminez la dimension de la matrice  $A$ .

- 3** Donnez la matrice augmentée du système (S).

---

## • Feuille de formules

Les zéros d'un polynôme de la forme  $ax^2 + bx + c$  où ( $a \neq 0$ ) :

- 1.** Si  $b^2 - 4ac > 0$  :

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

On obtient la factorisation suivante  $ax^2 + bx + c = a(x - z_1)(x - z_2)$ .

- 2.** Si  $b^2 - 4ac = 0$  :

$$z_1 = \frac{-b}{2a}$$

On a alors la factorisation suivante  $ax^2 + bx + c = a(x - z_1)^2$ .

- 3.** Si  $b^2 - 4ac < 0$ , le polynôme ne possède **aucun zéro**. On ne peut pas factoriser le polynôme  $ax^2 + bx + c$ .