



SÉRIE 5 - Suites, séries, calcul dans \mathbb{R}^n

Exercice 1

Chercher un développement en série entière de chacune des fonctions suivantes et déterminer l'intervalle de convergence.

a. $f(x) = \ln(5 - x)$ b. $f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$ c. $f(x) = \frac{x^3}{(x - 2)^2}$

Exercice 2

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. En utilisant la série du binôme, développer la fonction f en série entière et préciser le rayon de convergence de la série.

Exercice 3

Déterminer la série de Maclaurin de chacune des fonctions suivantes :

a. $f(x) = \sin^2 x$ b. $f(x) = a^x$ où $a > 0$ et $a \neq 1$

Suggestion pour le point a. : utiliser $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

Exercice 4

Utiliser les trois premiers termes d'une série pour approximer l'intégrale définie

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx$$

et estimer l'erreur de cette approximation.