UNIVERSITÉ DE MONCTON
EDMUNDSTON MONCTON SHIPPAGAN

Automne 2023

SÉRIE 5.1 - ALGÈBRE ET RELATIONS

Exercice 1

Sur $\mathbb{R}$ déjà muni de la multiplication et de l'addition, on définit la loi $*$ par :

$$a * b = a + b + ab$$

- Montrez que la loi $*$ est associative et commutative.
- Montrez que la loi $*$ possède un élément neutre.
- Quels sont les éléments symétriques de $(\mathbb{R}, *)$?.
- La loi $*$ est-elle distributive par rapport à la multiplication ?
- La loi $*$ est-elle distributive par rapport à l'addition ?.

Exercice 2

Vérifiez que $(\mathbb{Z}, +), (\mathbb{Q}, +)$ et $(\mathbb{R}, +)$ sont des groupes abéliens (additifs).

Exercice 3

Vérifiez que l'ensemble des rationnels positifs, muni de la loi multiplicative $\times$, est un groupe abélien (multiplicatif).

Exercice 4

Vérifiez que l'ensemble des réels positifs, muni de la loi multiplicative $\times$, est un groupe abélien (multiplicatif).

Exercice 5

Considérons le groupe des entiers naturels $(\mathbb{Z}, +)$.

1. Si on considère $2\mathbb{Z}$ comme étant l'ensemble de tous les entiers pairs, alors montrez que $(2\mathbb{Z}, +)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$.
2. Est-ce que le sous ensemble des entiers naturels impairs de $\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $\mathbb{Z}$? Justifiez votre réponse !