



UNIVERSITÉ DE MONCTON
CAMPUS DE MONCTON

Examen-Intra MATH 2413, Algèbre et Relations

25 octobre 2023, Durée 75 minutes

 Professeur : Ibrahima Dione

Nom étudiant.e. : _____

Numéro étudiant.e. : _____

Prenez le temps de lire l'examen au complet avant de commencer. Vérifiez qu'il y a 10 pages à votre examen. L'examen est composé de **5 questions**, pour un total de 100 points.

- ☐ Ceci est un examen à livres fermés et aucune note du cours n'est permise.
- ☐ L'utilisation de la calculatrice est permise.
- ☐ Répondez aux questions dans l'espace fourni.
- ☐ Utilisez le verso des feuilles si nécessaire.

Exercice 1 (20 points)

1 Effectuez la multiplication suivante

$$(x + 2) \times (2x - 3)$$

2 Soit le polynôme $P(x) = 4x^2 + 12x + 9$. Effectuez la division du polynôme $P(x)$ par le facteur $(2x + 3)$.

Exercice 2 (30 points)

Soit la fraction rationnelle $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$.

1 Factorisez le numérateur et le dénominateur cette fraction rationnelle.

2 Simplifiez alors la fraction rationnelle $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$.

3 déterminez le domaine de définition de la fraction rationnelle $\frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$.

Exercice 3 (20 points)

1 Déterminez la valeur des variables x , y et z tels que

$$\begin{bmatrix} 3x & z \\ 3 & x+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & y \end{bmatrix}$$

2 Soient les matrices A et B définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Vérifiez que B est l'inverse de A .

Exercice 4 (10 points)

Vérifier que $(5, -6, -10)$ est une solution du système (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} -4x + 2y - 3z &= -2 \\ 3x - y + 2z &= 1 \\ x + 2y - z &= 3 \end{cases}$$

Exercice 5 (20 points)

Soit le système de 3 équations linéaires à 3 variables, noté (S) , suivant

$$(S) \begin{cases} 2x - 3y + z &= 1 \\ x + 4z &= 0 \\ x + 2y - 5z &= -1 \end{cases}$$

1 Complétez la matrice A telle que le système (S) s'écrit comme suit

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

2 Déterminez la dimension de la matrice A .

3 Donnez la matrice augmentée du système (S) .

● Feuille de formules

Les zéros d'un polynôme de la forme $ax^2 + bx + c$ où ($a \neq 0$) :

1. Si $b^2 - 4ac > 0$:

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

On obtient la factorisation suivante $ax^2 + bx + c = a(x - z_1)(x - z_2)$.

2. Si $b^2 - 4ac = 0$:

$$z_1 = \frac{-b}{2a}$$

On a alors la factorisation suivante $ax^2 + bx + c = a(x - z_1)^2$.

3. Si $b^2 - 4ac < 0$, le polynôme ne possède **aucun zéro**. On ne peut pas factoriser le polynôme $ax^2 + bx + c$.