



UNIVERSITÉ DE MONCTON
EDMUNDSTON MONCTON SHIPPAGAN

Calcul Intégral (MATH 1173) - Chapitre 1.3: Équations paramétriques



Ibrahima Dione



Département de Mathématiques et de Statistique

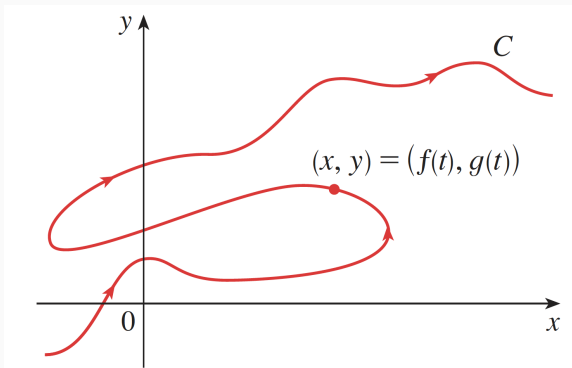
➤ Les Courbes Paramétrées

➤ Exemples

➤ Exercices suggérés

Les Courbes Paramétrées

- Imaginons qu'un point $P(x, y)$ se déplace sur la courbe C suivante:



- Il n'est pas possible de décrire C par une équation de la forme¹ $y = f(x)$.

¹Parce que cette courbe ne satisfait pas au test de la verticale.

- ▷ Mais, chaque instant t correspond à une position du point $P(x(t), y(t))$.
- ▷ Ainsi, on peut voir les coordonnées du point mobile $P(x(t), y(t))$ sous de la forme $x(t) = f(t)$ et $y(t) = g(t)$.

Définition

Soit C une courbe du plan cartésien décrite par les coordonnées (x, y) .

- Si les coordonnées x et y s'écrivent comme des fonctions de la forme

$$x(t) = f(t) \quad \text{et} \quad y(t) = g(t),$$

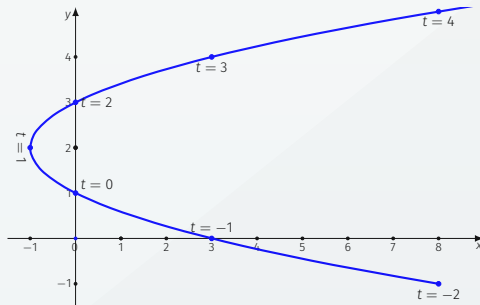
alors $(x(t), y(t))$ sont appelées **équations paramétriques** de C .

- La courbe C est ainsi appelée **courbe paramétrée**.
- La variable t est appelée le **paramètre**.

Exemples

Exemple 2.1: Dessinez et reconnaissez la courbe définie par les équations paramétriques suivante

$$x(t) = t^2 - 2t \quad y(t) = t + 1.$$



Exemple 2.2: Quelle est la courbe représentée par les équations paramétriques $x = \cos t$, $y = \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$?

Exemple 2.3: Quelle est la courbe représentée par les équations paramétriques $x = \sin 2t$, $y = \cos 2t$, $0 \leq t \leq 2\pi$?

Exemple 2.4: Déterminez des équations paramétriques pour un cercle de centre (h, k) et de rayon r .

Exemple 2.5: Dessinez les courbes définies par les équations paramétriques

$$x(t) = \sin t \quad y(t) = \sin^2 t.$$

Exercices suggérés

1. Trouvez des équations paramétriques de l'ellipse d'équation

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-5)^2}{9} = 1.$$

Spécifiez l'intervalle du paramètre.

2. La position d'un point $P(x, y)$ au moment t est décrite par les équations paramétriques suivantes:

$$x = 1 - 2 \sin t, \quad y = 2 + 3 \cos t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

- ★ Déterminez une équation cartésienne de la trajectoire de P .
- ★ Dessinez la trajectoire de P et décrivez le mouvement de P lorsque t croît.

3. La position d'un point $P(x, y)$ au moment t est décrite par les équations paramétriques suivantes:

$$x = \ln t - t, \quad y = 1 + t - \ln t, \quad t \geq 1.$$

Déterminez une équation cartésienne de la trajectoire de P . Indiquez avec une flèche le sens dans lequel la courbe est parcourue lorsque t croît.

4. Vrai ou Faux. La courbe représentée par les équations paramétriques $x = t^2$ et $y = t^4$ est la même que celle représentée par les équations paramétriques $x = t^3$ et $y = t^6$.

Informations sur le cours



- Ibrahima Dione (ibrahima.dione@umoncton.ca)

- Disponibilités:

- ★ Mercredi 9H00 - 12H00, MRR B-214

- ★ Jeudi 13:00 - 16:00, MRR B-214

- Manuel du cours:

J. Stewart. *Analyse concepts et contextes*. Volume 1, Fonctions d'une variable, DeBoeck Université 3^e édition.