



Examen-Final MATH 2413, Algèbre et Relations

18 décembre 2023, Durée 180 minutes (3h)

● Professeur : Ibrahima Dione

Nom étudiant.e : _____

Numéro étudiant.e : _____

Prenez le temps de lire l'examen au complet avant de commencer, et vérifiez qu'il y a 12 pages. Il est composé de **7 questions**, pour un total de 100 points.

- Ceci est un examen à livres fermés et aucune note du cours n'est permise.
- L'utilisation de tout appareil électronique est interdite.
- Répondez aux questions dans l'espace fourni.
- Utilisez le verso des feuilles si nécessaire.

Note : Montrez vos calculs et justifiez vos réponses.

1 Exercice (20 points)

Exprimez les ensembles ci-dessous sous la forme d'un intervalle et représentez les graphiquement.

• $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$

• $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } x \geq 2\}$

• $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \text{ et } x \neq \frac{1}{2}\}$

• $\mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3\}$

2 Exercice (12 points)

Trouvez le domaine de chacune des fonctions réelles suivantes.

• $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$

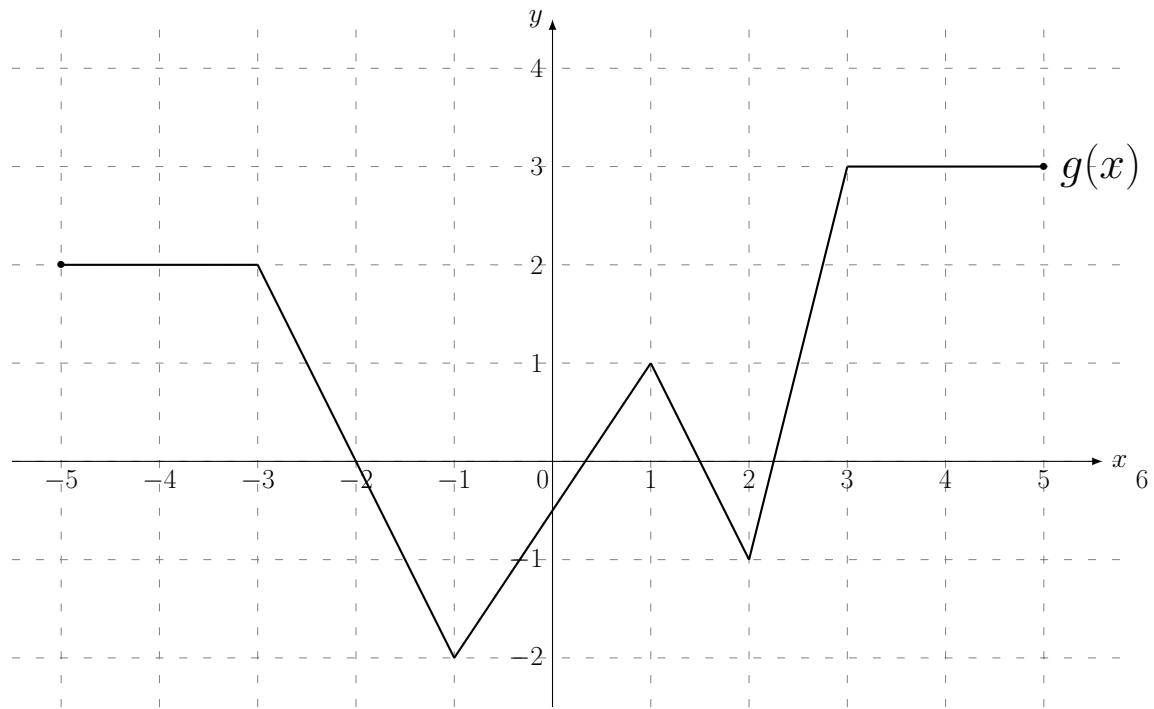
• $f(x) = \frac{x-10}{4-x}$

3 Exercice (14 points)

Déterminez le signe de la fonction $f(x) = \frac{x}{x-5}$.

4 Exercice (15 points)

Soit le graphique de la fonction $g(x)$ représenté sur la figure ci-dessous.



- Déterminez le domaine et l'ensemble image de la fonction $g(x)$.

-
- Déterminez les intervalles où la fonction est croissante, décroissante et constante.
 - Déterminez les minimums absolu et relatif de la fonction $g(x)$.

5 Exercice (15 points)

- Déterminez le terme général a_n de la suite $\{a_n\}$ dont les cinq premiers termes sont les suivants :

$$\left\{ \frac{-2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{-6}{7}, \frac{8}{9}, \frac{-10}{11}, \dots \right\}$$

-
- Soit la suite $\{a_n\}$ dont le terme général est défini comme suit

$$a_n = \frac{n-1}{4^n}$$

- ★ Calculez a_{n+1} .

- ★ Calculez $\frac{a_{n+1}}{a_n}$.

6 Exercice (12 points)

Soit la série suivante

$$\sum_{i=1}^{\infty} (10(i-1) + 1).$$

1. Calculez les sommes partielles S_1 , S_2 et S_3 de cette série.

2. Calculez les sommes partielles S_{100} et S_{300} de cette même série.

7 Exercice (12 points)

1. La série suivante est-elle géométrique, arithmétique ou ni l'une ni l'autre ? Justifiez votre réponse.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \dots$$

2. Écrire cette série à l'aide de la notation de sommation Σ .

● Feuille de formules

- Terme général de quelques suites :

$$\{n\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad \{2^n\} = \{2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$$

$$\{2n\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \quad \{3^n\} = \{3, 9, 27, 81, 243, \dots\}$$

$$\{2n + 1\} = \{3, 5, 7, 9, 11, \dots\} \quad \{(-1)^n\} = \{-1, 1, -1, 1, -1, \dots\}$$

$$\{n^2\} = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\} \quad \{(-1)^{n+1}\} = \{1, -1, 1, -1, 1, \dots\}$$

$$\{n^3\} = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\} \quad \{n!\} = \{1, 2, 6, 24, 120, \dots\}$$

- Série arithmétique de premier terme $a \in \mathbb{R}$ et de raison $d \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{i=1}^{+\infty} (a + (i-1)d) = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) \\ + \cdots + (a+(n-1)d) + \cdots$$

La somme partielle S_n des n premiers termes de cette série est :

$$S_n = na + \frac{n(n-1)}{2}d$$

- Série géométrique de premier terme $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et de raison $r \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$:

$$\sum_{i=1}^{+\infty} ar^{i-1} = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots$$

La somme partielle S_n des n premiers termes de cette série est :

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$