

SÉRIE 6 - Suites, séries, calcul dans \mathbb{R}^n

Exercice 1

Déterminez et représentez graphiquement le domaine de définition de la fonction

$$f(x, y) = \sqrt{y} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}.$$

Exercice 2

Dressez un diagramme de quelques courbes de niveau de la fonction.

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 4y^2).$$

Exercice 3

Calculez la limite, si elle existe, ou démontrez qu'elle n'existe pas.

$$\bullet \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin^2 y}{2x^2 + y^2}$$

$$\bullet \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{6x^3 y}{2x^4 + y^4}$$

$$\bullet \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^4}{x^2 + y^8}$$

$$\bullet \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$$

Exercice 4

Déterminez le plus grand domaine sur lequel la fonction est continue.

$$\bullet H(x, y) = \frac{e^x + e^y}{e^{xy} - 1} \quad \bullet f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + xy + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$