# SÉRIE 3 - Algèbre linéaire (MATH 2673)

## Exercice 1

Soit le sous-espace de $\mathbb{R}^4$ défini par $U = Vect(u_1, u_2)$ où $u_1 = (1, -2, 0, 3)$ et $u_2 = (0, 0, 3, 5)$.

a Montrez que $\{u_1, u_2\}$ est une base de $U$.

b Complétez $\{u_1, u_2\}$ en une base $\{u_1, u_2, w_1, w_2\}$ de $\mathbb{R}^4$.

c Montrez que $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$ où $W = Vect(w_1, w_2)$.

## Exercice 2

Soit

$$U = Vect\{(1,0,2,1),(1,1,2,3)\} \quad \text{et}$$
$$W = Vect\{(1,1,1,1),(1,2,1,1),(0,1,-1,-1)\}$$

deux sous-espaces de $\mathbb{R}^4$.

a Déterminez la dimension de $U$ et celle de $W$.

b Déterminez la dimension de $U + W$.

c Quelle est la dimension de $U \cap W$ ?

## Exercice 3

Soit l'espace vectoriel $M_{2\times 2}$ des matrices réelles carrées d'ordre 2. Soit $B$ une base de $M_{2\times 2}$ donnée par

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Déterminez les composantes de la matrice suivante relativement à la base $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 4**

Soient $V$ un espace vectoriel de dimension $n$ et $U$ un sous-espace vectoriel de $V$. Soit $B = \{u_1, \dots, u_p\}$ une base de $U$ qu'on complète en une base $\{u_1, \dots, u_p, u_{p+1}, \dots, u_n\}$ de $V$. Soit $W = Vect(u_{p+1}, \dots, u_n)$. Montez que $V = U \oplus W$.