SÉRIE 2 - ALGÈBRE ET RELATIONS

Exercice 1

1. Soient es matrices A, B et C définie comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- **a.** Calculez les produits matricielles AB et AC.
- **b.** Que remarquez-vous ?

2. Soient les matrices A et B définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{et } B = \begin{bmatrix} -2 & -12 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

- **a.** Calculez le produit AB.
- **b.** Que constatez-vous ?

3. Soient les matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

- **a.** Calculez les produits AB et BA.
- **b.** Que représente la matrice B par rapport à A ?

Exercice 2

1. Soit le système de 2 équations linéaires à 2 variables, noté (S), suivant :

$$(S) \begin{cases} 4x_1 - 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - 8x_2 = -1 \end{cases}$$

Écrirez le système (S) sous la forme matricielle $AX = B$.

2. Soit le système de 2 équations linéaires à 3 variables suivant :

$$\begin{cases} x - y - z = 4 \\ 4x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

Écrirez ce système sous la forme matricielle $AX = B$.

3. Soit le système de 3 équations linéaires à 3 variables, noté (S), suivant :

$$(S)\begin{cases} x+3y-2z &= 5 \\ x+5y-8z &= 9 \\ 2x+4y+5z &= 12 \end{cases}$$

Écrirez ce système sous la forme matricielle $AX = B$.

Exercice 3

Résolver le système (S) suivant par la méthode de substitution.

$$(S)\begin{cases} 3x+4y+z=7 \\ -2x+y-z=6 \\ x-y+2z=-3 \end{cases}$$

Exercice 4

Résolvez le système (S) suivant par la méthode d'élimination.

$$(S)\begin{cases} x-2y+4z=-6 \\ 5x+3y-z=25 \\ 3x-4y+2z=4 \end{cases}$$

Exercice 5

Résolvez le système suivant par la méthode de Gauss-Jordan

$$\begin{cases} 2y+8z=0 \\ x-y-4z=3 \\ 2x-4y+4z=14 \end{cases}$$

Exercice 6

1. Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$. Déterminez l'inverse de A, si A est inversible.

2. Soit $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}$. Déterminez A^{-1} par la méthode de Gauss-Jordan, si A est inversible.