

SÉRIE 3 - ALGÈBRE ET RELATIONS

Exercice 1

Vrai ou faux ?

1. $]6, 20[= [7, 19]$

2. $[1, 6[= \{1, 2, 3, 4, 5\}$

3. $]5, 12[\subseteq [5, 12]$

4. $[7, 19] \subseteq]6, 20[$

5. $]2, 3[= \emptyset$

6. $12 \in]12, 18[$

Exercice 2

Remplacer les pointillés par un symbole approprié ($=$, \in ou \subseteq) entre les deux ensembles afin d'obtenir une relation vraie.

1. $\mathbb{N} \cdots \mathbb{R}$

2. $] - 5, 15[\cdots [-5, 15]$

3. $\frac{5}{8} \cdots \mathbb{Q}$

4. $] - \infty, 2] \cdots \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$

Exercice 3

Si $A = \{5\}$, $B = \{-1, 0, 5, 7, 10\}$, $C = \{2, 3, 4, 7\}$ et $D = \{-2, 0, 3, 7, 10, 15\}$, décrire en extension chacun des ensembles suivants.

1. $A \cup B$

2. $C \setminus D$

3. $(B \cap D) \setminus C$

4. $(A \cap B) \cup (C \cap D)$

5. $B \cap D$

6. $A \cap D$

7. $(C \setminus D) \cup A$

8. $(A \cup B) \cap (C \cup D)$

Exercice 4

Représenter graphiquement chacun des intervalles suivants.

1. $] - 2, 6[$

2. $] - 2, 6[\cap]3, 8[$

3. $]3, 8]$

4. $] - 2, 6[\cup]3, 8]$

Exercice 5

Exprimer l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ comme l'union de deux intervalles.

Exercice 6

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$ et $g(x) = 3x^2 + 4$, deux fonctions réelles. Évaluer chacune des expressions ci-dessous, si possible, sachant que $c \geq 0$ et $h \neq 0$.

1. $f(6)$

2. $f(-1)$

3. $f(c+2)$

4. $g(5)$

5. $g(x+h)$

6. $\frac{g(x+h) - g(x)}{h}$

Exercice 7

Trouver le domaine de chacune des fonctions réelles suivantes.

1. $f(x) = (x + 3)(x - 2)$

2. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-5}}$

3. $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2+1}$

Exercice 8

Faire l'étude du signe de chacune des fonctions ci-dessous.

1. $f(x) = \frac{5-4x}{2}$

2. $g(x) = \frac{x+4}{1-2x}$

3. $h(x) = (1-x)(3x+1)$

4. $k(x) = \frac{3}{x^2(2x-5)}$

Exercice 9

Soient les fonctions $f(x) = \frac{x}{x-5}$ et $g(x) = \sqrt{3-x}$.

a. Déterminer $\text{dom}(f)$ et $\text{dom}(g)$.

b. Évaluer $f(a)$ et $g(a)$ pour chacune des valeurs de a suivantes, si possible.

i) $a = -1$

ii). $a = 0$

iii) $a = 3$

iv) $a = 5$

c. À partir des résultats trouvés en b), évaluer les expressions suivantes pour chaque valeur de a , si possible.

i) $f(a) + g(a)$

ii). $f(a) \times g(a)$

iii) $\frac{g(a)}{f(a)}$

iv) $f(a) - g(a)$