



Examen Final - Calcul Intégral (MATH 1173)

27 avril 2023, Durée 180 minutes (3h)

 Professeur : Ibrahima Dione

Nom étudiant.e. : _____

Numéro étudiant.e. : _____

Prenez le temps de lire l'examen au complet avant de commencer. Lisez attentivement chaque question. Vérifiez qu'il y a 12 pages à votre examen. L'examen est composé de **6 questions**, pour un total de 100 points.

- Ceci est un examen à livres fermés et aucune note du cours n'est permise.
- L'utilisation de tout appareil électronique est interdite.
- Répondez aux questions dans l'espace fourni.
- Utilisez le verso des feuilles si nécessaire.

Exercice 1 (20 points)

Calculez les intégrales suivantes :

1.

$$\int_0^5 \frac{x}{x+10} dx$$

2.

$$\int \frac{x^3 + \sqrt{x} + 1}{x^2} dx$$

3.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x) dx$$

Exercice 2 (20 points)

Répondez par **vrai** ou **faux** aux questions suivantes. Justifiez vos réponses !

1. L'intégrale

$$\int_1^3 \frac{1}{x(x-2)} dx$$

est une intégrale impropre.

-
- 2.** La longueur de la courbe $y = 5 - x^{\frac{3}{2}}$ entre les points $A(1, 4)$ et $B(4, -3)$ peut être calculée par l'intégrale suivante :

$$\int_1^4 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx$$

3. La décomposition en éléments simples de la fraction $\frac{x^2+2}{x^2-1}$ est

$$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = 1 + \frac{3}{2(x - 1)} - \frac{3}{2(x + 1)}$$

Exercice 3 (15 points)

1. À l'aide du théorème de comparaison, dites si l'intégrale

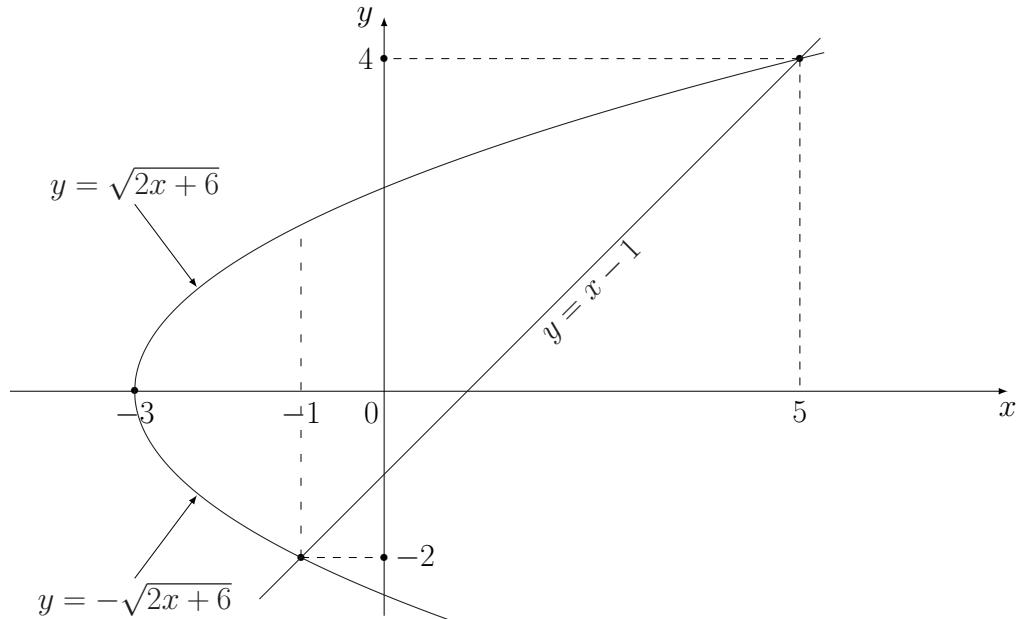
$$\int_1^\infty \frac{1}{1+x^4} dx$$

converge ou diverge.

2. Dans le cas où elle converge, déterminez la valeur de cette intégrale. Et dans le cas où elle diverge, rappelez le **Théorème de Comparaison**.

Exercice 4 (20 points)

Calculez l'aire de la surface enfermée entre la droite $y = x - 1$ et la parabole $y^2 = 2x + 6$:



1. En utilisant y comme variable d'intégration.

2. En utilisant x comme variable d'intégration.

Exercice 5 (15 points)

Déterminez le volume du solide résultant de la rotation autour de l'axe des y de la région \mathcal{R} délimitée par les courbes $y = 2x$ et $y = 4x^2$.

Exercice 6 (10 points)

Soit \mathcal{R} la région délimitée par les courbes $y = x$ et $y = x^2$. Calculer le volume du solide obtenu en faisant tourner la région \mathcal{R} autour de la droite $x = -1$.

