



SÉRIE 5 - Calcul intégral (MATH 1173)

Exercice 1 Exprimez la limite suivante comme une intégrale définie

a

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^5}{n^6}$$

b

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \left(\frac{i}{n}\right)^2}$$

Exercice 2

Si $\int_1^5 f(x)dx = 12$ et $\int_4^5 f(x)dx = 4$, que vaut $\int_1^4 f(x)dx$?

Exercice 3 Vérifiez, grâce aux propriétés des intégrales, que

a

$$2 \leq \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 2\sqrt{2}$$

b

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$$

Exercice 4 Calculez la dérivé de la fonction suivante :

$$g(x) = \int_{2x}^{3x} \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} du$$

Exercice 5 Si f est définie par

$$f(x) = \int_0^x (1 - t^2) e^{t^2} dt,$$

sur quel intervalle f est-elle croissante ?

Exercice 6 Calculez l'intégrale

a

$$\int_0^1 10^x dx$$

b

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$$

c

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{t^2 - 1}{t^4 - 1} dt$$

d

$$\int_{-1}^2 (x - 2|x|) dx$$