

SÉRIE 3 - Suites, séries, calcul dans \mathbb{R}^n **Exercice I**

Pour chacune des séries suivantes, dire si elle converge ou diverge. Si elle converge, déterminer sa somme.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{(-5)^n}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{10^n}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n+1} \right)$$

Exercice II

Déterminer si la série géométrique converge ou diverge. Si elle converge, trouver sa somme.

1.
$$3 - 4 + \frac{16}{3} - \frac{64}{9} + \dots$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n}$$

Exercice III

Pour chacune des séries suivantes, déterminer si elle est convergente ou divergente. Dans le cas où elle est convergente, déterminer sa somme.

1.
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \dots$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}$$

3.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1}$$

Exercice IV

Pour quelles valeurs de x la série converge-t-elle? Trouver la somme de la série pour ces valeurs de x .

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-5)^n x^n$

2. $\sum_{n=0}^{\infty} e^{nx}$