

Introduction to Cosmology 2nd Edition

C1SB2064 辻 勇吹樹

2023 年 11 月 30 日

From 6.5 Standard Candles and Acceleration[3]

1 超新星

前節ではセファイド変光星を用いてハッブル定数を測定する方法を見てきた。次にもう一つの「Two Numbers」である減速パラメータを測定する方法を検討する。

セファイド変光星を用いる手法は前節で述べられているようにまだ重力の影響の残る領域でしか調べることが難しい。そこで光度距離 d_L が 1000Mpc 以上では別の手法が取られた。球状星団や惑星状星雲の光度関数、新星も標準光源として用いられている [6]。より遠い距離では銀河の距離指標関係 (絶対等級と回転速度、速度分散などの関係) が用いられる。ここでは超新星爆発を標準光源として光度距離を調べる方法について順を追ってみたい。

まず、超新星の分類を表 1 を使って見ていく [5]。スペクトルで分類されており、水素

表 1 超新星の分類

| 種類 | 特徴 |
|-----|------------------------|
| Ia | ケイ素の線スペクトル |
| Ib | ヘリウムの線スペクトル |
| Ic | スペクトルなし |
| IIP | 水素の線スペクトル、光度変化のない時期がある |
| IIL | 水素の線スペクトル、単調に光度が減っていく |
| IIn | 水素の狭い線スペクトル |

の吸収線が最大光度のときのスペクトルに見られないものを I 型、見られるものを II 型としている。水素の代わりにケイ素の線スペクトルが見られるものを Ia、ヘリウムの線スペクトルが見られるものを Ib、見られないものを Ic と分類している。しかし、実際に爆発のメカニズムは Ia とそれ以外で大きく異なる。ここで重要なものは Ia 型なのでそれ以外について簡単にふれておく。

IIP, IIL, Ib, Ic はいずれも大質量星の重力崩壊によって引き起こされたものである。その違いはこの順により多く外層を爆発前に残していたものであると考えられている。Ib は強い恒星風による質量放出で水素の多い外層が吹き飛んでしまった後に超新星爆発を起こしたために水素の線スペクトルが見られなかったと推測されている。一方 IIP は外層の膨張速度と、温度低下による水素の再結合の内向きに進む速度がほぼ釣り合うために水素の外殻が多く残り、温度もそれで保たれるので光度 ($= 4\pi R^2 \sigma T^4$) が一定となる時期が存在すると考えられている。これらの爆発はもともとの星の大きさや性質によって様々なので、観測される光度を距離として考えることは難しい。

Ia 型超新星爆発は、白色矮星が上限の質量を超えたときに急激な核反応によって引き起こされる爆発である。詳しく見ていこう。まず、白色矮星は電子の縮退圧で支えられている。縮退とは、量子力学で学んだように 1 つのエネルギーに対して複数の状態がとられることを指す。電子を含むフェルミ粒子の場合、Pauli の排他原理より 2 つ以上の粒子がスピン自由度を除いて同じ状態を取ることができない。したがってフェルミ粒子は縮退をすることができず、有限の運動量を持つことになる。この運動によってもたらされる圧力を縮退圧と呼ぶ。

電子の縮退圧で支えられている星には質量の限界が存在する。それは Appendix で確認しているが、およそ 1.4 太陽質量となり、これを Chandrasekhar 質量という。この質量はいくつかの仮定をしてはいるが密度によらないため、理論上すべての白色矮星でこの値をもつことになる。白色矮星どうしの合体や伴星からのガス降着などによって限界を超えると電子の縮退圧では支えられないため重力による収縮が起こり内部の温度が上昇する。通常の星の場合内部温度が上がると圧力が上昇して収縮が止まるが、電子の縮退圧は密度にしか依存せず (ポリトロープ関係) 収縮と温度上昇が際限なく行われてしまう。そうして核融合反応までも発生するようになるとついに白色矮星は爆発し銀河内のどの星よりも輝いた後散り散りになってしまう。

Ia 型超新星爆発の頻度は 1 つの銀河では人間のタイムスケールではほとんど観測できず、銀河系では 1604 年にケプラーが見つけたものが最後である [1]。しかしその光度は銀河内の全ての星の光度を合わせたものよりも大きいため他の銀河系でも見つかっている。超新星は銀河の距離と同じものとみなすことができるので、銀河との距離の測定にも用い

られる。

図 1 には $0.01 < z < 0.1$ における Ia 型超新星爆発の光度の推移をプロットしている。図 1 から分かるように実際には白色矮星によって光度が異なる。光度のピークが小さいものは光度変化が早く、ピークが大きいものは長期に渡って輝いていることが確かめられる。セファイド変光星は周期と光度に関係があったが、(一度きりの)Ia 型超新星では輝く期間とピーク光度に関係があるのである。

2 等級

Ia 型超新星を用いて距離を測定する方法について学ぶ前に、等級について再確認する。全波長帯での見かけの等級 m はフラックスを用いて

$$m = -2.5 \log_{10}(f/f_{\chi}) \quad (1)$$

と与えられる。ベガ等級の場合、基準となるベガの全波長でのフラックスは $f_{\chi} = 2.53 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ で与えられる。

一方、全波長帯での絶対等級 M は「10pc の距離からの星のみかけの等級」で定義され、 $L = 4\pi(10\text{pc})^2 f$ の関係 (赤方偏移 $z \sim 0$) から

$$M = -2.5 \log_{10}(L/L_{\chi}) \quad (2)$$

となる。ベガ等級の場合、ベガを 10pc の距離においたときの光度に相当する $78.7L_{\text{sun}}$ が L_{χ} となる。さらに式を変形すると

$$M = -2.5 \log_{10}(4\pi d_L^2 f / 4\pi(10\text{pc})^2 f_{\chi}) \quad (3)$$

$$= m - 5 \log_{10}(d_L/10\text{pc}) \quad (4)$$

$$= m - 5 \log_{10}(d_L/1\text{Mpc}) - 25 \quad (5)$$

$$m - M = 5 \log_{10}(d_L/1\text{Mpc}) + 25 \quad (6)$$

として見かけの等級と絶対等級の関係が導かれる。最後の式は「距離指数」と呼ばれ光度距離と等級を結ぶ式となっている。例えば太陽であれば $m = -26.8$, $M = 4.74$ より $d_L = 1.518 \times 10^{13} \text{cm} \sim 1\text{AU}$ となる。

さらに 6.2 節で求めた $z \ll 1$ のときの光度距離と赤方偏移の関係の近似式

$$d_L \approx \frac{c}{H_0} z \left(1 + \frac{1-q_0}{2} z \right) \quad (7)$$

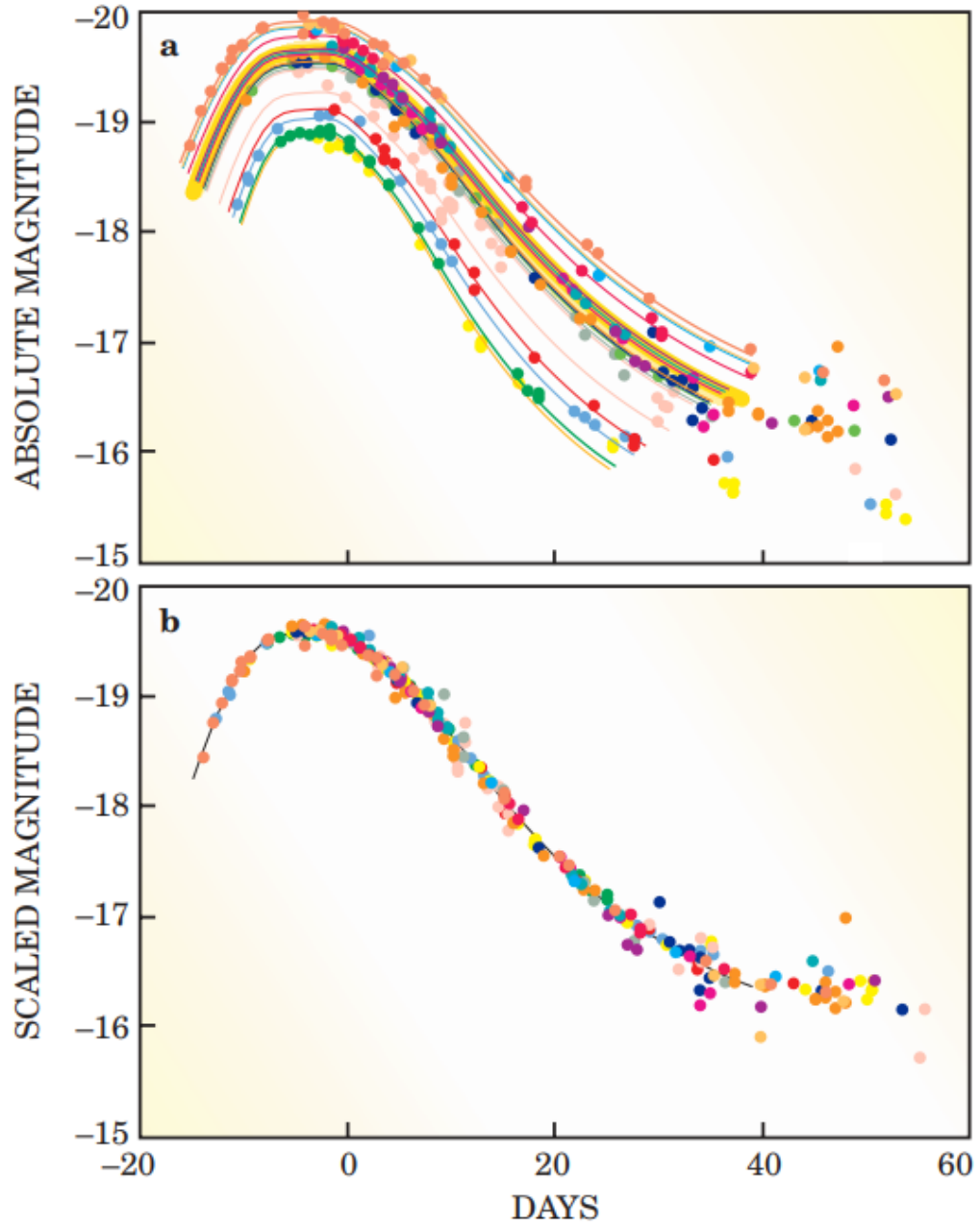


図 1 $0.01 < z < 0.1$ における Ia 型超新星爆発についての光度曲線。上図は絶対等級、下図はそれぞれのプロットの大きさを調整して揃えたもの。画像は Perlmutter, S(2003)[2] から

を用いると

$$m - M \approx 5 \log_{10} c - 5 \log_{10} H_0 + 5 \log_{10} z + 5 \log_{10} \left(1 + \frac{1 - q_0}{2} z \right) + 25 \quad (8)$$

$$\approx 52.38 - 5 \log_{10} H_0 + 5 \log_{10} z + 5 \frac{\frac{1 - q_0}{2} z}{2.303} \quad (\because \log(1 + x) \approx x) \quad (9)$$

$$\approx 43.22 - 5 \log_{10} \left(\frac{H_0}{68 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}} \right) + 5 \log_{10} z + 1.086(1 - q_0)z \quad (10)$$

という式が求められる。 z が非常に小さいところでは距離指数と $\log z$ はほぼ直線であり、 $H_0 = 68 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ としたものの直線とのズレから現在のハッブル定数を求めることができる。一方 z が少し大きくなって $(1 - q_0)z$ の項の影響が強くなると、減速パラメータの値を見積もることができるようになる。

図 2 は実際に Ia 型超新星の観測データから距離指数と赤方偏移をプロットしたものである。そして図 3 は 5 章で見た Benchmark モデルと物質のみ、宇宙項のみのものである。すなわち、点線がおおよそ考えられる宇宙の上限と下限になる。超新星のデータをこうして当てはめていくことで、モデルとどの程度合っているかを確かめることができる。

3 密度パラメータ

Benchmark モデルでは $\Omega_m = 0.31, \Omega_r = 0.00009, \Omega_\Lambda = 0.69$ として計算していたが、これらを変化させながら図 2 の観測データと照らし合わせることで実際の密度パラメータを見積もることができる。図 4 は宇宙の構成要素を物質と輻射と宇宙項のみで考えたとき、観測データにフィットする密度パラメータの範囲を示したものである [4]。SNe が今回の Ia 型超新星爆発のデータから導かれる結果であり、薄い部分から 99.7%, 95.4%, 68.3% の信頼領域に相当する。この青い領域だけに注目すると、Benchmark モデルはもちろん最も狭い領域に含まれていることが分かるが実際に宇宙が平坦であるかどうかについてはそれほど情報が与えられないことも分かる。Ia 型超新星が強く制限しているのは物質と宇宙項の密度パラメータの比 (おおよそ 3:1) である。5.4.3 節で物質と宇宙項と曲率のみの宇宙においてこの 2 つのパラメータによって宇宙の運命がどのように変化するかについて学んだ。これによればおおよそ 3:1 のとき Big Chill がこの宇宙の運命となる。

平坦であるかどうかについては他の観測による制限を加えることで精度を高めることができる。図 4 では宇宙背景放射とバリオン音響振動の観測データも載せている。これらは後章で触れられることになる (はず) だが、それぞれに得意不得意があることは図 4 から

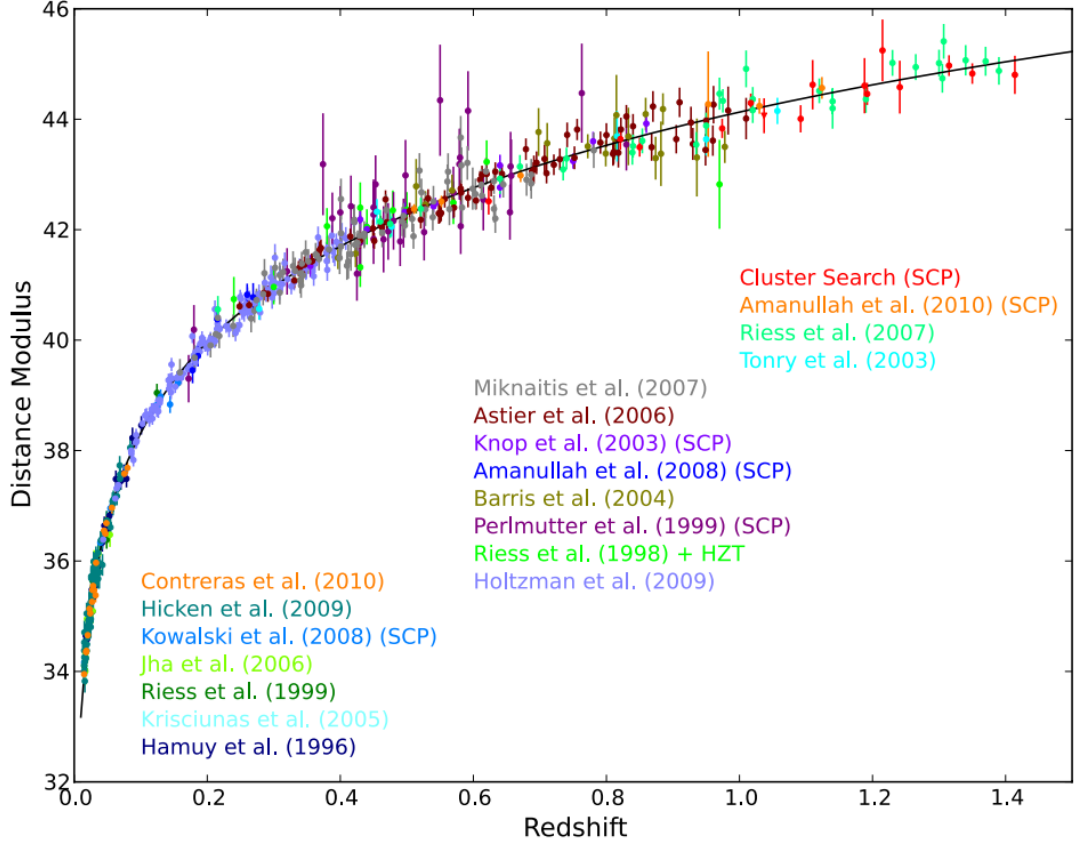


図 2 Ia 型超新星爆発のデータの距離指数と赤方偏移のプロット。画像は Suzuki et al(2012)[4] から

見ることができる。またここでは宇宙項 ($w = -1$) のみを暗黒物質として考えているが w を -1 に制限しない場合も考えることができる。その場合でも $w \approx -0.7 \sim -1.2$ が 99.7% の信頼領域になっている。

Appendix: 白色矮星の限界質量

電子の縮退圧で支えられる白色矮星の持つ限界質量を求めよう。「超新星」[5] を参考にしている。まずはポリトロップ関係 ($P = K\rho^\gamma$) を仮定する。このとき ($r = \alpha\xi, \rho = \beta\theta^n$) とおくと Lane-Emden 方程式

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^n \quad (11)$$

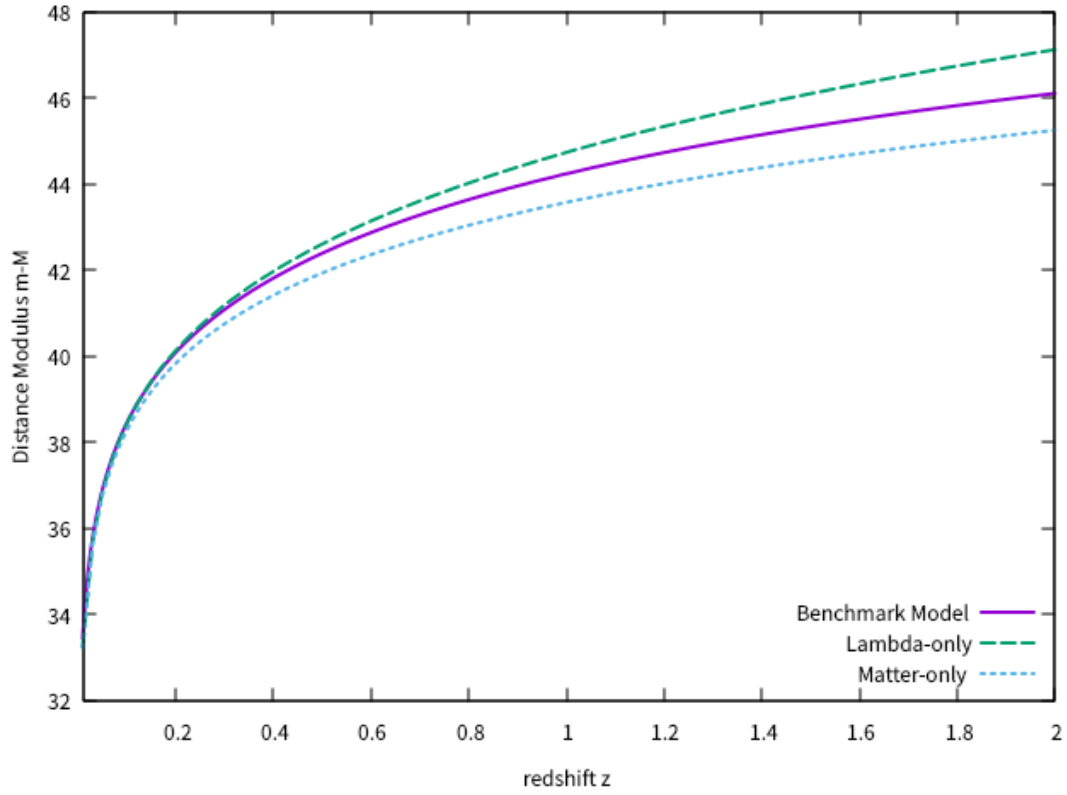


図 3 Benchmark モデルと物質のみ、宇宙項のみのモデルにおける赤方偏移と距離指数の関係

が導かれる。これは静水圧平衡と質量と半径の関係の式

$$\frac{dP}{dr} = \frac{GM_r \rho}{r^2} \quad (12)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (13)$$

とポリトロープ関係を組み合わせて無次元化することで求められる (つじのサイト)。

これを用いると星の質量は

$$M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho dr \quad (14)$$

$$= \int_0^R -4\pi r^2 \beta \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) \right] dr \quad (15)$$

$$= \int_0^{R/\alpha} -4\pi (\alpha \xi)^2 \beta \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) \right] \alpha d\xi \quad (16)$$

$$= -4\pi \alpha^3 \beta \left[\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right]_{\xi=R/\alpha} \quad (17)$$

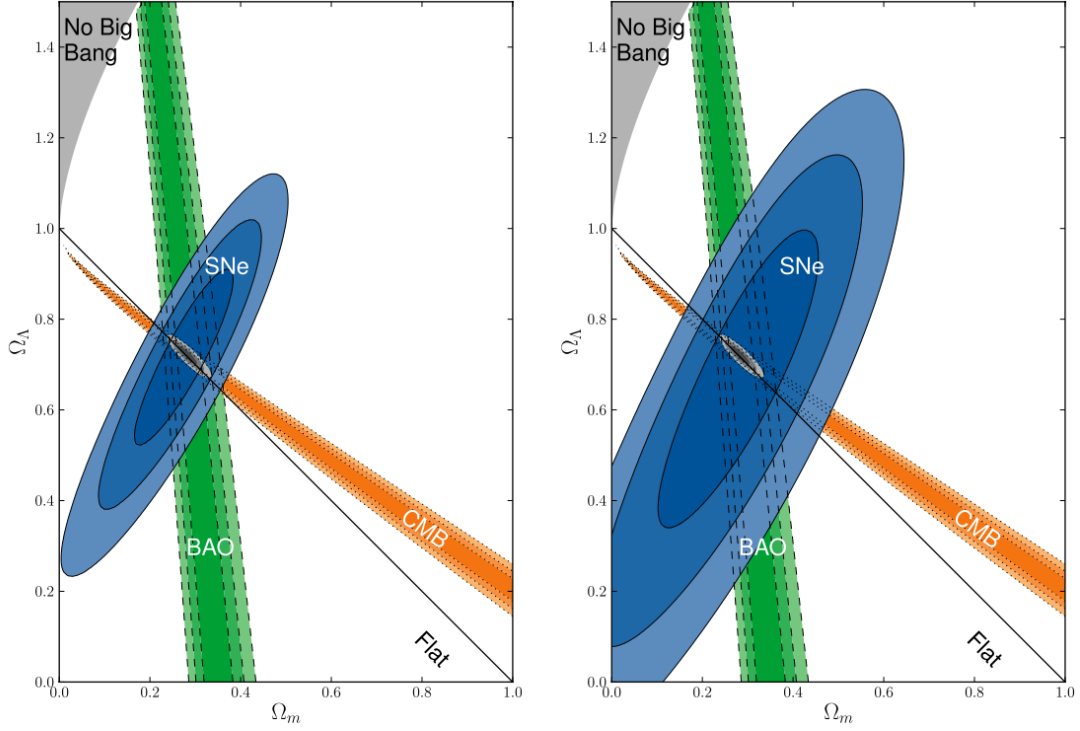


図 4 宇宙項 $w = -1$ のみを暗黒物質と考えたときの、観測による密度パラメータの制限。SNe が Ia 型超新星爆発のデータ、CMB が宇宙背景放射のデータ、BAO がバリオン音響振動のデータである。画像は Suzuki et al(2012)[4] から

と表すことができる。あとはそれぞれの定数を求めればよい。 α は Lane-Emden 方程式を導出するときに

$$\alpha^2 = \frac{K(n+1)\beta^{1/n-1}}{4\pi G} \quad (18)$$

となることを定義している。

次に、定数 K を求めるために電子が縮退していることを用いて数密度と縮退圧を計算する。エネルギー ϵ に対して圧力 P は

$$P = \frac{g}{3} \int \epsilon f(\epsilon) D(\epsilon) d\epsilon \quad (19)$$

$$= \frac{g}{3} \int p v f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} \quad (20)$$

電子の場合は $g = 2$ であり、エネルギーには最大値 ϵ_F が存在し、その範囲で分布関数の値は 1 となる (縮退)。したがって

$$P = \frac{2}{3} \int_0^{p(\epsilon_F)} \frac{(pc)^2}{\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}} \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} \quad (21)$$

$$= \frac{8\pi m^4 c^5}{3h^3} \int_0^{p(\epsilon_F)/mc} \frac{x^4}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad (x = p/mc) \quad (22)$$

と変形できる。数密度 n は

$$n = \frac{2}{h^3} \int_0^{p(\epsilon_F)} 4\pi p^2 f(p) \quad (23)$$

$$= \frac{8\pi p(\epsilon_F)^3}{3h^3} \quad (24)$$

と求められる。白色矮星のように非常に高密度のときは式からフェルミ運動量も大きくなるので圧力の式で $x \gg 1$ と近似できて

$$P = \frac{2\pi c}{3h^3} p(\epsilon_F)^4 \quad (25)$$

$$= \frac{3^{1/3} hc}{8\pi^{1/3}} n^{4/3} \quad (26)$$

$$= \frac{3^{1/3} hc}{8\pi^{1/3}} \left(\frac{1}{\nu_e m_u} \right)^{4/3} \rho^{4/3} \quad (27)$$

と表せる。ここで数密度と質量密度の係数を用いた。 μ_e は電子 1 個あたりの核子の数である。これはポリトロープの関係で $\gamma = 4/3$ で K の値は上式の係数となる。Lane-Emden 方程式の導出過程で $n = 3$ となる。以上より

$$M = -4\pi \left[\frac{K(n+1)}{4\pi G} \right]^{3/2} \beta^{(3-n/2n)} \left[\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right]_{\xi=R/\alpha} \quad (28)$$

$$= -\frac{4\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{hc}{8G} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\nu_e m_u} \right)^2 \left[\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right]_{\xi=R/\alpha} \quad (29)$$

$$= 1.45 M_{sun} \left(\frac{2}{\nu_e} \right)^2 \quad (30)$$

と求めることができる。最後の式は Lane-Emden 方程式を解くと求めることができる (図 1)。ポリトロープ関係と完全縮退を仮定すると白色矮星の質量は中心密度には依存せず、1 電子あたりの核子量のみに依存することが確かめられる。これを Chandrasekhar 質量という。白色矮星では $\mu_e = 2$ となる (水素以外の原子の場合) のでおよそ 1.45 太陽質量が限界質量となる。

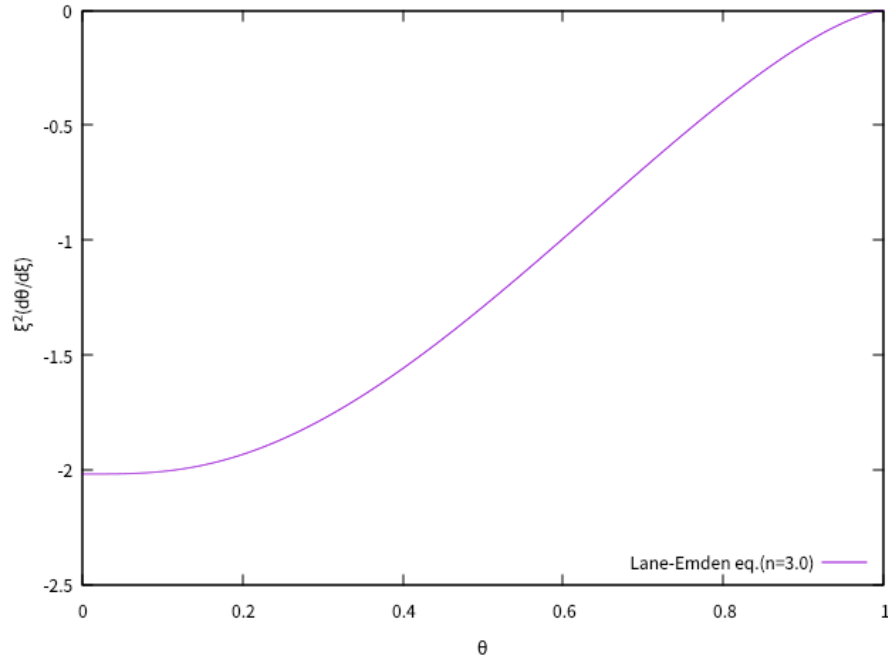


図 5 Lane-Emden 方程式の $n = 3$ における数値解

参考文献

- [1] Sn 1604 - wikipedia. https://ja.wikipedia.org/wiki/SN_1604. (Accessed on 11/24/2023).
- [2] Saul Perlmutter. Supernovae, dark energy, and the accelerating universe. *Physics today*, 56(4):53–60, 2003.
- [3] Barbara Ryden. *Introduction to Cosmology*. Cambridge University Press, 2 edition, 2016.
- [4] N Suzuki, D Rubin, C Lidman, G Aldering, R Amanullah, K Barbary, LF Barrientos, J Botyanszki, M Brodwin, N Connolly, et al. The hubble space telescope cluster supernova survey. v. improving the dark-energy constraints above z_i 1 and building an early-type-hosted supernova sample. *The Astrophysical Journal*, 746(1):85, 2012.
- [5] 章一 山田. 超新星. Number 4 in 新天文学ライブラリー = New astronomy library. 日本評論社, 2016.
- [6] 定矩 岡村, 了 池内, 宣男 海部, 勝彦 佐藤, and 裕子 高橋. 人類の住む宇宙. Number 1

in シリーズ現代の天文学. 日本評論社, 第 2 版 edition, 2017.