

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA PROFESSOR (A): <u>Herbert Oliveira Rocha</u> DISCIPLINA DE ANALISE DE ALGORITMOS. ALUNO: Ibukun Chife didier Adjitche



Tarefa da Aula 30-05.

1) Descreva o que é a NP-Completude :

R:

- Primeiro précisamos entender alguns conceitos : A classe P e A classe NP * A classe P consiste nos problemas que podem ser resolvidos em tempo Polinomial (Problemas tratáveis)
- * A classe NP consiste nos problemas que podem ser verificados em tempo polinomial (Problemas Intratáveis).

Exemplo : Dada uma entrada, é possível verificar se ela corresponde a uma solução do problema: o conjunto de vértices <v1, v2, ..., vn> corresponde a um ciclo hamiltoniano ? Isto pode ser feito em tempo polinomial.

Sabemos que P está Contido NP, mas não sabemos se P = NP!

- * A classe NP-completo são problemas NP que possuem a característica de que se um deles puder ser resolvido em tempo polinomial então todo problema NP-Completo terá uma solução em tempo polinomial.
- 2) Apresente 5 problemas provados ser NP-Completo, com suas respectivas referências. R:
- * Soma de subconjunto (subset sum): Dados números naturais $p_1, ..., p_n$ e c, encontrar um subconjunto K de $\{1, ..., n\}$ tal que a soma dos pk para k em K seja igual a c (ou constatar que um tal K não existe).
- * Mochila valiosa: Dados números naturais $p_1, ..., p_n$, $v_1, ..., v_n$, c e d, encontrar um subconjunto K de $\{1, ..., n\}$ tal que a soma dos p_k para k em K não passe de c e a soma dos v_k para k em K seja maior que d (ou constatar que um tal conjunto não existe).
- * Caminho curto: Dados vértices r e s de um grafo e um número d, encontrar um caminho de r a s no grafo que tenha comprimento menor que d (ou constatar que não existe tal caminho).
- * Caminho longo: Dados vértices r e s de um grafo e um número d, encontrar um caminho de r a s que tenha comprimento maior que d (ou constatar que tal caminho não existe).
- * Ciclo hamiltoniano: Encontrar um ciclo hamiltoniano (ou seja, um ciclo que passe por todos os vértices) num grafo dado (ou constatar que tal ciclo não existe).

Referencia:

https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/NPcompleto.html#hamilton



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA PROFESSOR (A): <u>Herbert Oliveira Rocha</u> DISCIPLINA DE ANALISE DE ALGORITMOS. ALUNO: Ibukun Chife didier Adjitche



3) Lauda sobre o Artigo:

S. Cook, The complexity of theorem-proving procedures, Proceedings of the 3rd Symposium on the Theory of Computing, ACM, pp.151-158. 1971.

Segundo o artigo Stephen Cook prova que qualquer problema de reconhecimento resolvido em tempo polinomial pela maquina não-determinista de Turing pode ser 'reduzida' a um problema de determinar se uma formula proposicional é uma tautologia. Isto é que o primeiro problema pode ser resolvido deterministicamene em tempo polinomial, desde que haja uma forma disponível de resolver o segundo. A partir da noção de redução de graus de dificuldade polinomiais, o autor mostra que o problema de determinação da tautologia tem o mesmo grau polinomial que o problema de determinar se um de dois gráficos é isomorfo a um subgráfico do outro. Esta a seguir as definições e os teoremas provados.

Definição:

Vamos denotar deg ($\{0\}$) por L *, onde 0 denota a função zero.

Assim, L * é a classe de conjuntos reconhecíveis em tempo polinomial. L * foi discutido em [2],p. 5, e é o análogo da classe de Cobham's, classe L de funções [3]. Nós agora definimos os seguintes conjuntos especiais de strings.

- 1. O problema do subgráfico é o problema dado dois gráficos finitos não direcionados, determine se o primeiro é isomorfo a um subgráfico do segundo. Um grafo G pode ser representado por uma string G no alfabeto {0,1, * } listando as linhas sucessivas de sua matriz de adjacência, separadas por * s. Nós permitimos que {subgráfico pares} denotem o conjunto de cadeias de caracteres G1 * * G2, de tal forma que G1 seja isomorfo a um subgrafo de G2.
- 2. O problema do isomorfismo gráfico será representado pelo conjunto, denotado por {grafos isomórficos}, de todas as cadeias G1 * * G2, tal que G1 é isomorfo a G2.
- 3. O conjunto {Primes} é o conjunto de todas as notações binárias para números primos.
- 4. O conjunto {DNF tautologies} é o conjunto de strings representando tautologias em forma normal disjuntiva.
- 5. O conjunto D3 consiste daquelas tautologias em forma normal disjuntiva em que cada disjunto tem no máximo três conjuntos (cada um dos quais é um átomo ou negação de um átomo).

Teorema 1. Se um conjunto S de cadeias é aceito por alguma máquina de Turing não determinista dentro do tempo polinomial, então S é redutivel para P {DNF tautologias}.

Corolário. Cada um dos conjuntos nas definições 1) a 5) é redutível para P {DNF tautologies}.

Isso ocorre porque cada conjunto, ou seu complemento, é aceito em tempo polinomial por alguma máquina de Turing não-determinística.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA PROFESSOR (A): <u>Herbert Oliveira Rocha</u> DISCIPLINA DE ANALISE DE ALGORITMOS. ALUNO: Ibukun Chife didier Adjitche



Teorema 2. Os conjuntos seguintes são redutíveis para P uns aos outros em pares (e portanto cada um tem o mesmo grau de dificuldade polinomial): {tautologias}, {DNF tautologias}, D3, {subgráficos}.

Observação. Não conseguimos adicionar {primes} ou {pares de grafos isomórficos} à lista acima. Para mostrar {tautologies} é P-redutível para {primes} parece exigir alguns resultados profundos na teoria dos números, enquanto mostrando {tautologies} é P-redutível para {pares de grafos isomórficos} provavelmente iria perturbar uma conjectura de Corneil [4] de que ele deduz que o problema do isomorfismo gráfico pode ser resolvido em tempo polinomial.

Depois de estabelece umas demostrações matématicas provando esses teoremas , o Stephen coloca em discussão um método de medir a complexidade dos procedimentos de prova para o cáculo de predicados.