1. Muestre que $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ es un vector propio de $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y encuentre el valor propio correspondiente

2. Considere A, B y C matrices de tamaño $n \times n$.

   (a) Muestre que $A \sim A$

   (b) Muestre que si $A \sim B$ entonces, $B \sim A$

   (c) Muestre que si $A \sim B$ y $B \sim C$ entonces, $A \sim C$

   Nota: Cualquier relación que cumpla las tres propiedades anteriores se llama *relación de equivalencia*. Por lo que la semejanza entre matrices es una relación de equivalencia.

3. Muestre que $\lambda = 5$ es un valor propio es un valor propio de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y determine todos los vectores propios correspondientes a este valor propio

4. Demuestre que si A es una matriz de tamaño $n \times n$ diagonalizable con valores propios $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ entonces,

$$\det(A) = \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n$$

   es decir, el determinante de la matriz A es el producto de sus valores propios

5. Demuestre que si A es una matriz de tamaño $n \times n$ diagonalizable con valores propios $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ entonces,

$$tr(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$$

   es decir, la traza de la matriz A es la suma de sus valores propios

6. Muestre que $\lambda = 6$ es un valor propio de $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y encuentre una base para su espacio propio.

7. Encuentre los valores y vectores propios de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y si es posible diagonalice la matriz, en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

8. Encuentre los valores y vectores propios de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y si es posible diagonalice la matriz, en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

9. Demuestre que si $\lambda = 0$ es un valor propio de la matriz A de tamaño $n \times n$ entonces, A no es invertible

10. Muestre que si λ es un valor propio de la matriz A entonces, también es valor propio de la matriz A^t

11. Si es posible diagonalice la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$
en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

12. Si es posible diagonalice la matriz
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

13. Si es posible diagonalice la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

14. Si es posible diagonalice la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
en caso de no ser posible, encuentre la forma canónica de Jordan.

15. Se define $A^n = A^{n-1}A$. Muestre que si A es una matriz diagonal de tamaño $n \times n$ entonces, $A^n = (a_{ii}^n)$, es decir, A^n es elevar los elementos de la diagonal a la n con $n \in \mathbb{N}$

16. Demuestre que si $A \sim D$ con D una matriz diagonal entonces, $A^n = P^{-1}D^nP$ para alguna matriz invertible P con $n \in \mathbb{N}$

17. Utiliza el teorema de Cayley-Hamilton para encontrar A^{-1} y A^5 donde $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

    Nota: El teorema de Cayley-Hamilton establece que toda matriz se anula en su polinomio característico, esto es, si $p(\lambda)$ es el polinomio característico de A entonces $p(A) = 0$

18. Calcule A^{10} si

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

19. Demuestre que

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

no es similar a ninguna matriz diagonal. Después, encuentre la forma canónica de Jordan

20. Demuestre que si λ es un valor propio de A, entonces λ^n es un valor propio de A^n.

21. Encuentre la forma canónica de Jordan real y compleja de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Consejo: El polinomio característico es $p(\lambda) = \lambda^4 - 4\lambda^3 + 8\lambda^2 - 8\lambda + 4 = [\lambda - (1+i)]^2[\lambda - (1-i)]^2$