

9

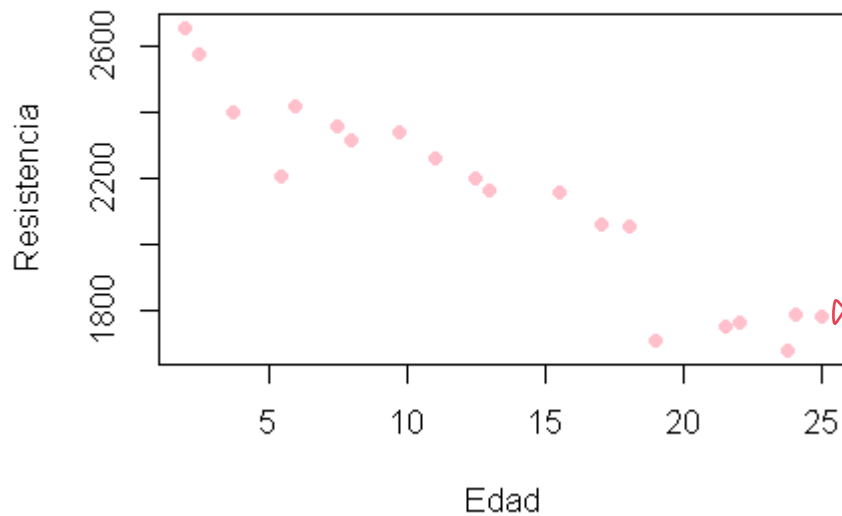
1. Identifique quién es la variable de respuesta Y quién es la variable regresora X y escriba el modelo de regresión.

Variable de respuesta (Y): Resistencia al corte (en psi)

Variable regresora (X): Edad del lote del propulsor tipo 1 (en semanas)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

2. Grafique el diagrama de dispersión de los datos



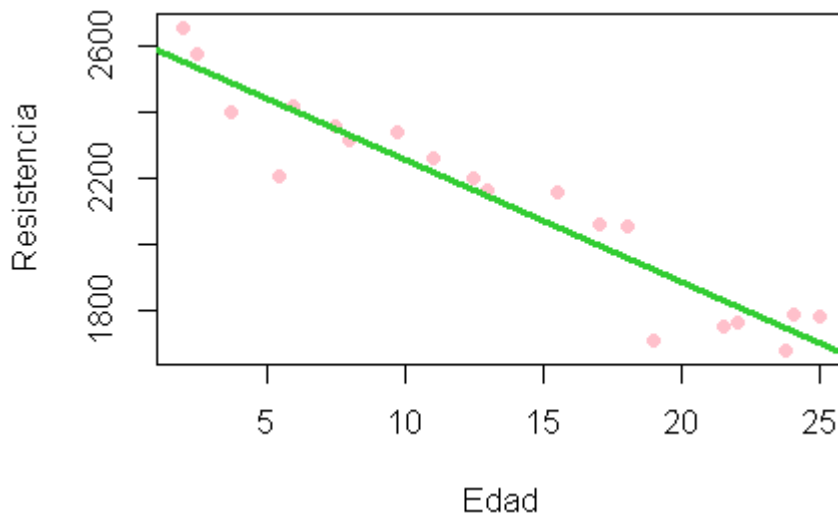
3. Obtenga los estimadores para β_0 y β_1 y escriba la ecuación de la recta ajustada.

$$\hat{\beta}_0 = 2627.822$$

$$\hat{\beta}_1 = -37.154$$

Ecuación de la recta ajustada: Resistencia = 2627.82 - 37.15 × Edad

4. Grafique la recta de la regresión junto con los datos. ¿Qué tan bueno cree que es el ajuste?



La recta sigue muy bien la tendencia descendente de los datos. Además, el $R^2 = 0.9018$ indica que el 90.18% de la variabilidad en la resistencia se explica por la edad, lo que sugiere un ajuste muy bueno.

5. Efectúe la prueba de significancia de la regresión para un nivel $\alpha = 0.05$. Escriba el valor del p-valor. ¿Qué conclusiones puede hacer sobre β_1 ?

p-valor para $\beta_1 = 1.64 \times 10^{-10}$

$\alpha = 0.05$

Ya que p-valor $< \alpha$, rechazamos $H_0: \beta_1 = 0$.

Existe evidencia de que la edad tiene un efecto lineal significativo sobre la resistencia. La pendiente es negativa, lo que indica que la resistencia disminuye conforme aumenta la edad del lote.

6. Suponga que se tienen tres lotes del propulsor tipo 1, con 5, 10 y 15 semanas de edad respectivamente. ¿Cuál es la estimación para la resistencia según el modelo de regresión (para cada lote)?

Usamos la ecuación:

Para Edad = 5: $2627.82 - 37.15 \times 5 = 2627.82 - 185.75 = 2442.07$

Para Edad = 10: $2627.82 - 371.5 = 2256.32 \rightarrow$ coincide con la predicción: 2256.29

Para Edad = 15: $2627.82 - 557.25 = 2070.57$

Resultados:

Edad 5 semanas $\rightarrow \approx 2442.1$

Edad 10 semanas $\rightarrow \approx 2256.3$

Edad 15 semanas $\rightarrow \approx 2070.6$

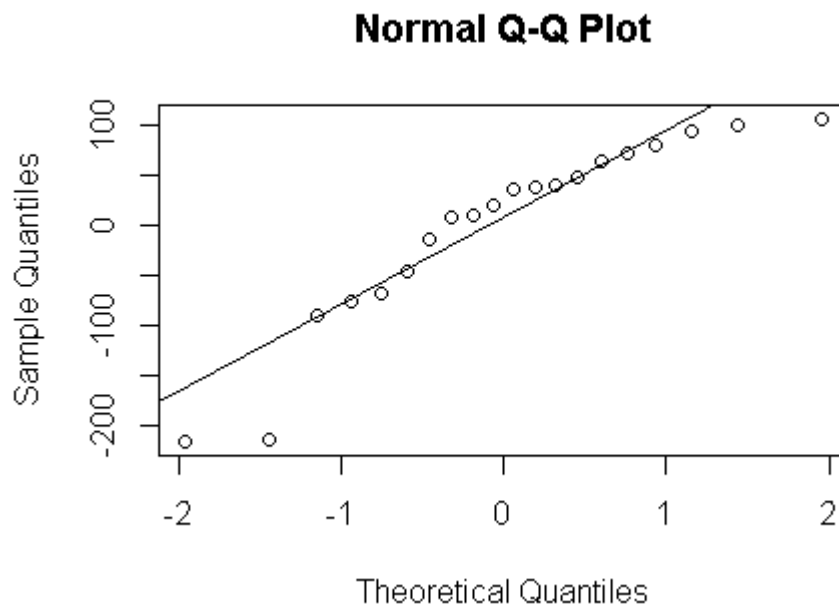
7. Calcule el valor del coeficiente de determinación (Multiple R-squared). Según este coeficiente, ¿qué tan bueno es el ajuste de la regresión?

Multiple R-squared = 0.9018

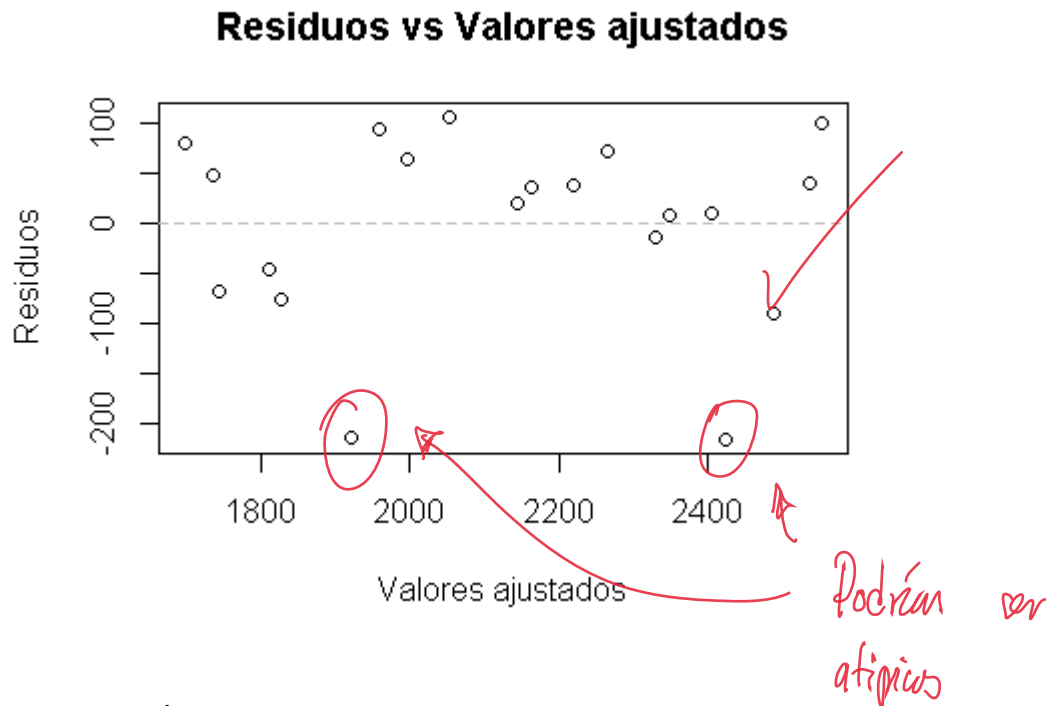
Esto significa que el 90.18% de la variación en la resistencia al corte se explica por la edad del lote mediante el modelo lineal. Es un ajuste muy bueno, ya que valores > 0.80 se consideran muy buenos en estos rollos.

8. VERIFICACIÓN DE SUPUESTOS DEL MODELO

- a) Normalidad: El gráfico muestra que los puntos se alinean razonablemente bien con la línea roja y no hay desviaciones extremas en las colas. El supuesto de normalidad de los errores se satisface aproximadamente.



- b) Media cero, varianza constante e independencia: El gráfico no muestra patrones claros como forma de embudo o curvatura. Estos residuos fluctúan aleatoriamente alrededor de cero y la dispersión es relativamente constante. Por lo tanto, no hay evidencia de heterocedasticidad ni no linealidad. Los supuestos de media cero, varianza constante e independencia parecen cumplirse.



9. PUNTOS ATÍPICOS E INFLUYENTES

- a) Utilizando la gráfica anterior, ¿se observan puntos que puedan considerarse como atípicos (outliers)?

En el gráfico de residuos, los valores extremos están dentro de ± 216 , y el rango de los datos es amplio ($\sim 1700-2650$). Tampoco hay puntos claramente despegados del resto.

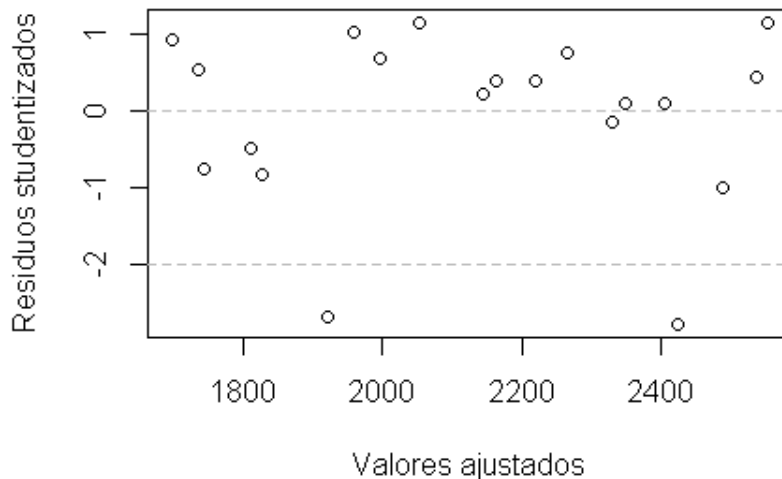
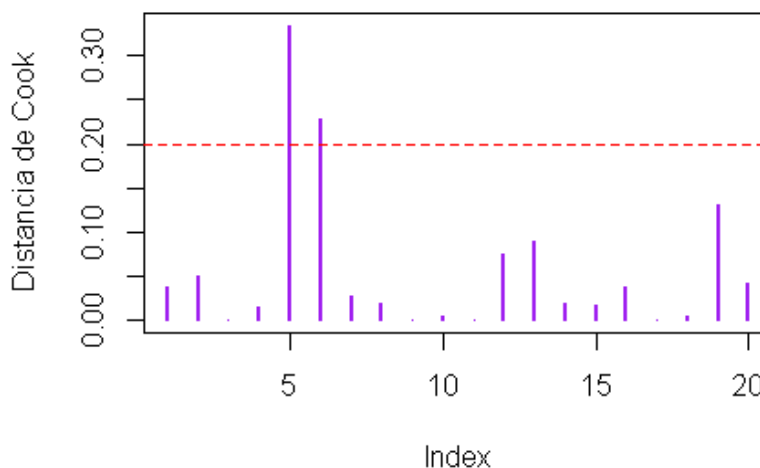
- b) Utilizando la distancia de Cook, verifique si hay puntos influyentes.

El umbral común es $4/n = 4/20 = 0.2$. Algunos puntos pueden superar 0.2, pero ninguno es extremo (> 0.5). No hay observaciones influyentes problemáticas.

Debe ser > 1

10. Escriba una conclusión general para este problema.

Existe una relación lineal negativa y estadísticamente significativa entre la edad del lote del propulsor tipo 1 y la resistencia al corte de la unión. El modelo de regresión lineal simple ajustado explica el 90.18% de la variabilidad en la resistencia, lo que indica un excelente ajuste. Los supuestos del modelo como la normalidad, homocedasticidad o independencia se cumplen razonablemente bien, y no se detectaron puntos atípicos ni observaciones influyentes que comprometan los resultados. Por lo tanto, el modelo es adecuado para predecir la resistencia al corte con base en la edad del lote, al menos dentro del rango observado, de 2 a 25 semanas. Esto sugiere que usar lotes más frescos mejora la resistencia de la unión, lo cual es relevante para la calidad en la fabricación de motores. ✓

Residuos Studentizados vs Valores ajustados**Influencia de observaciones**

Regresión con bandas

