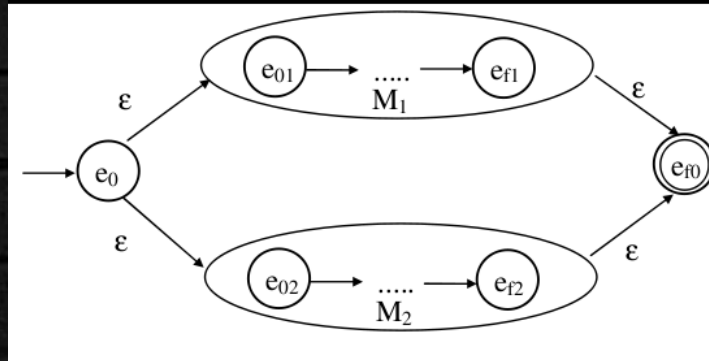




## Transiciones épsilon y Construcción de Thompson



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera



## Contenido

- Autómatas finitos con transiciones- $\epsilon$
- Notación formal para un AFN- $\epsilon$
- Transformación de una expresión regular en un autómata finito
- Construcción de Thompson
- Nomenclatura de Thompson

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

2



## Autómatas finitos con transiciones- $\epsilon$

- Otra extensión de los autómatas finitos es la que permite transiciones para  $\epsilon$ , la cadena vacía. Así, un AFN puede hacer una transición espontáneamente, sin recibir un símbolo de entrada.
- Esta nueva capacidad no expande la clase de lenguajes que los autómatas finitos pueden aceptar, pero proporciona algunas facilidades de programación.
- Las transiciones- $\epsilon$  están estrechamente relacionadas con las expresiones regulares resultan útiles para demostrar la equivalencia entre las clases de lenguajes aceptados por los autómatas finitos y las expresiones regulares



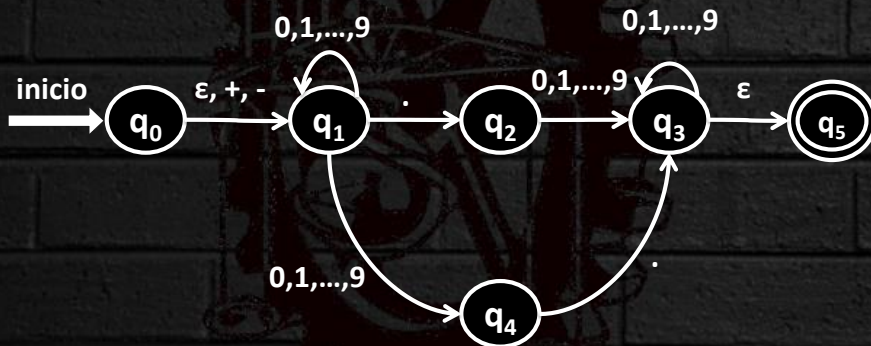
## Autómatas finitos con transiciones- $\epsilon$

- A los AFN con transiciones- $\epsilon$  los denominaremos AFN- $\epsilon$
- Los autómatas aceptarán aquellas secuencias de etiquetas que siguen caminos desde el estado inicial a un estado de aceptación. Sin embargo, cada  $\epsilon$  que se encuentra a lo largo de un camino es “invisible”; es decir, no contribuye a la cadena que se forma a lo largo del camino.



## Ejemplo 1: AFN- $\epsilon$

- Un AFN-  $\epsilon$  que acepta números decimales.



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

5



## Notación formal para un AFN- $\epsilon$

- Podemos representar un AFN- $\epsilon$  del mismo modo que representaríamos un AFN con una excepción: la función de transición tiene que incluir la información sobre las transiciones para  $\epsilon$ .

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

6





## Ejemplo 1: AFN- $\epsilon$

$\Delta$	$\epsilon$	$+,-$	$.$	$0,1,\dots,9$
$\rightarrow q_0$	$q_1$	$q_1$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_2$	$\{q_1, q_4\}$
$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_3$
$q_3$	$q_5$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_3$
$q_4$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_3$	$\emptyset$
$*q_5$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

7



## Transformación de una expresión regular en un autómata finito

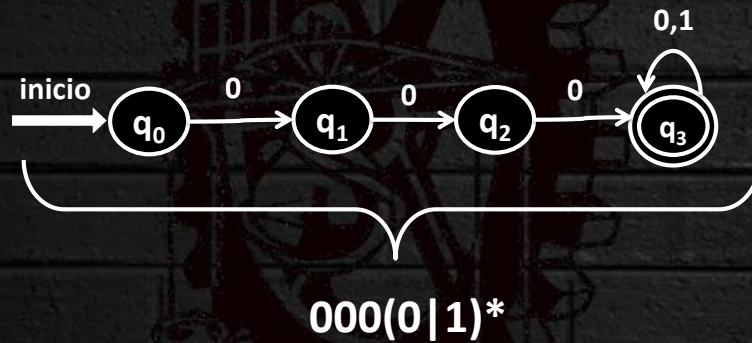
- **Dada una expresión regular existe un autómata finito** capaz de reconocer el lenguaje que ésta define.
- Recíprocamente, **dado un autómata finito**, se puede expresar mediante una **expresión regular del lenguaje que reconoce**.

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

8



## Ejemplo 1



## Construcción de Thompson

- La construcción de Thompson construye un AFN a partir de cualquier expresión regular.
- La construcción de Thompson construye a partir de una expresión regular  $r$  un AFN que reconoce el lenguaje definido por  $r$ , esto se realiza con el objetivo de que en un algoritmo siguiente se pueda generar un AFD mínimo equivalente.
- Utiliza una notación estándar para generar el AFN



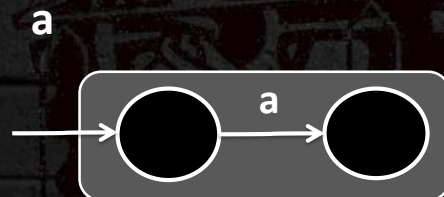
## Nomenclatura de Thompson

- Para la representación de una cadena vacía se utiliza el símbolo  $\epsilon$



## Nomenclatura de Thompson

- Para representar un símbolo, se utilizan dos estados y una transición para el movimiento con el símbolo.



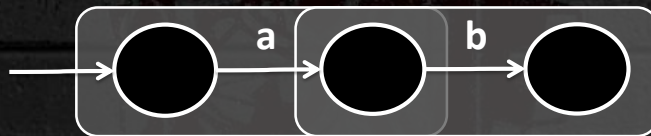




## Nomenclatura de Thompson

- Para la **concatenación** de dos símbolos únicamente se unen

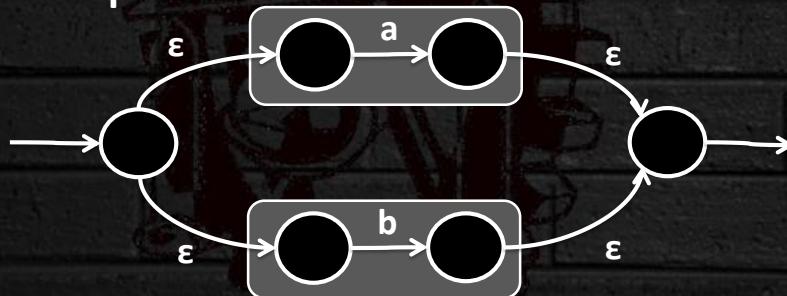
**ab**



## Nomenclatura de Thompson

- Para la elección de **alternativas**, crear transiciones  $\epsilon$  para la unión de las transiciones.

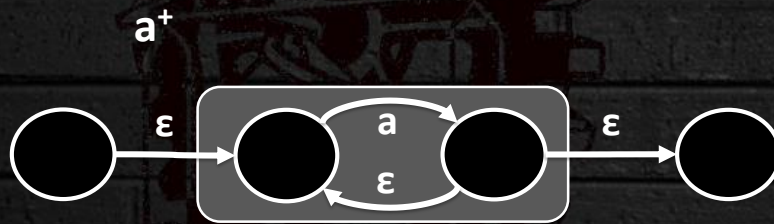
**a|b**





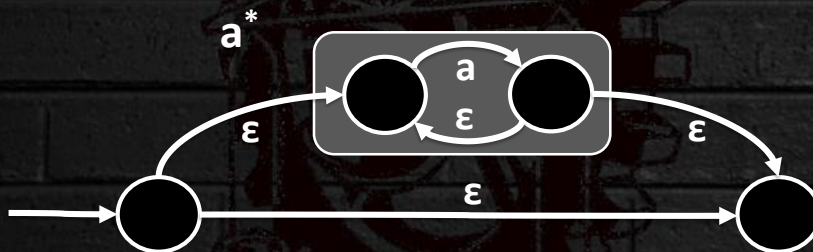
## Nomenclatura de Thompson

- Para la **cerradura positiva**, se agregan transiciones  $\epsilon$  para retornar al estado previo, permitiendo agregar 1 o mas veces el símbolo



## Nomenclatura de Thompson

- Para la **cerradura positiva**, se agregan transiciones  $\epsilon$  para retornar al estado previo, permitiendo agregar 1 o mas veces el símbolo







## Ejemplo 1: Thompson

- Construir el diagrama del AFN que representa la ER  $a^*b$ .

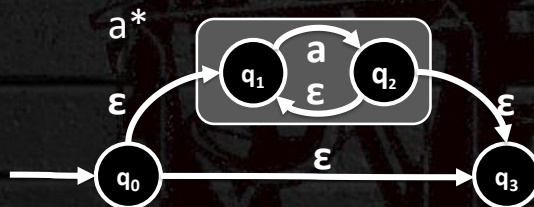
Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

17



## Ejemplo 1: Thompson

- Construir el diagrama del AFN que representa la ER  $a^*b$ .



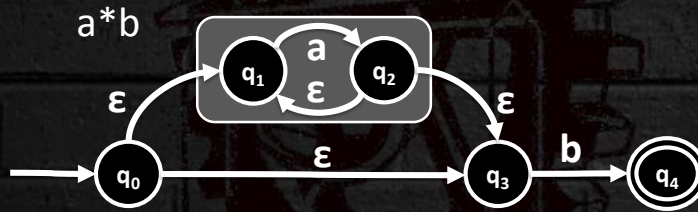
Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

18



## Ejemplo 1: Thompson

- Construir el diagrama del AFN que representa la ER  $a^*b$ .



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

19



## Ejemplo 1: Thompson

Formalizando:

- $AFN = (Q, \Sigma, \Delta, q_0, F)$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- $F = \{q_4\}$

$\Delta$	$\epsilon$	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_1, q_3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_1$	$\emptyset$	$q_2$	$\emptyset$
$q_2$	$\{q_1, q_3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_4$
$*q_4$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

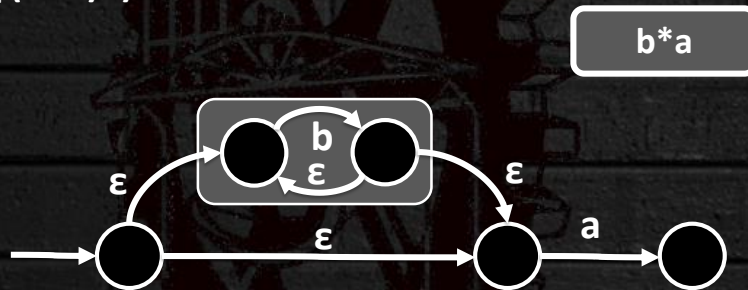
Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

20



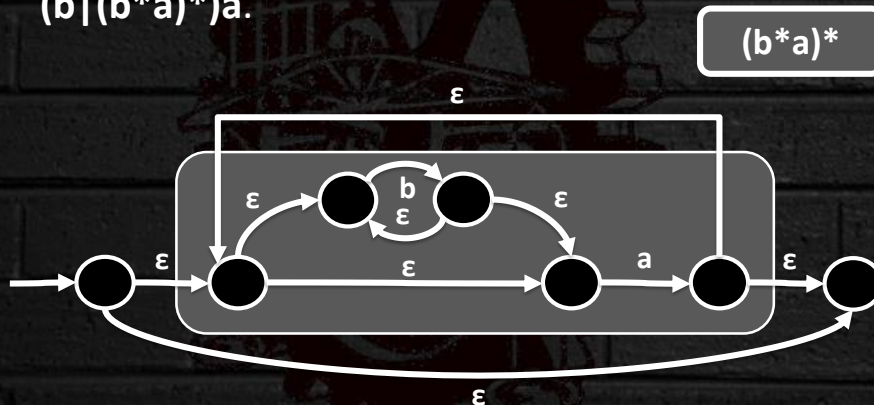
## Ejemplo 2: Thompson

- Diagrama del AFN que representa la ER  $(b|(b^*a)^*)a$ .



## Ejemplo 2: Thompson

- Diagrama del AFN que representa la ER  $(b|(b^*a)^*)a$ .

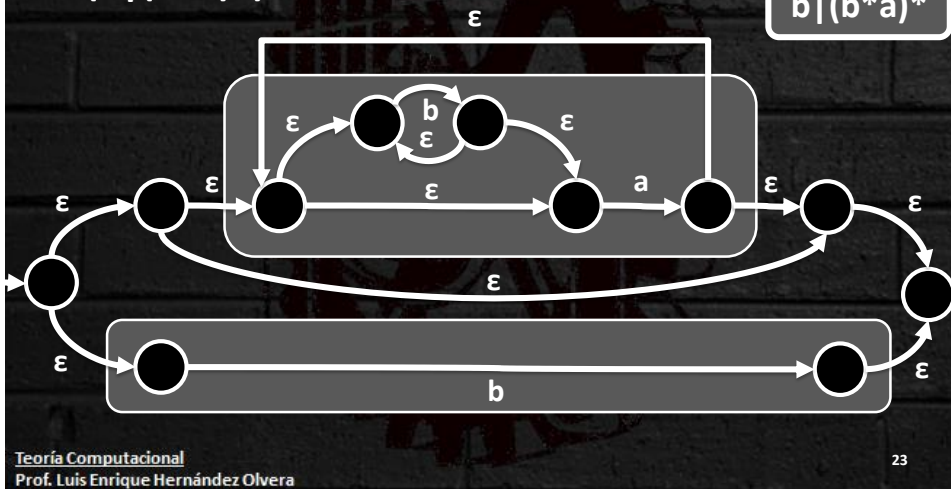






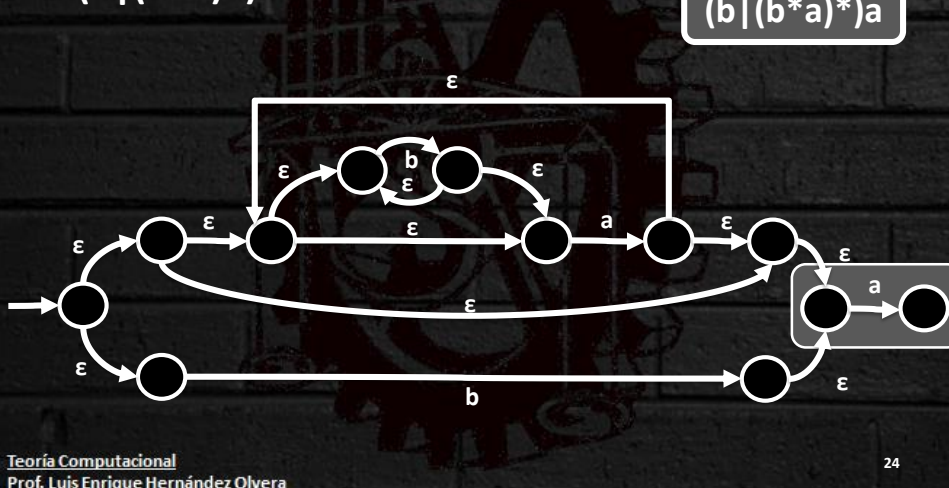
## Ejemplo 2: Thompson

- Diagrama del AFN que representa la ER  $(b|(b^*a)^*)a$ .



## Ejemplo 2: Thompson

- Diagrama del AFN que representa la ER  $(b|(b^*a)^*)a$ .

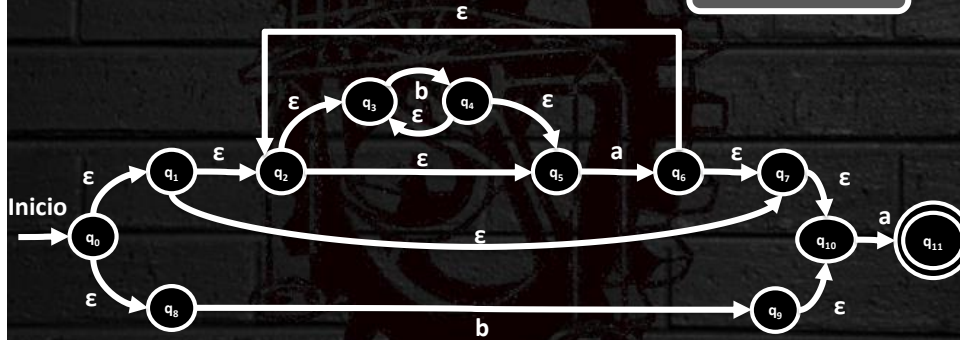




## Ejemplo 2: Thompson

- Finalmente enumerando los estados e indicando el estado inicial y el final

$(b | (b^*a)^*)a$



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

25



## Ejemplo 2: Thompson

Formalizando:

- $AFN = (Q, \Sigma, \Delta, q_0, F)$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}\}$
- $F = \{q_{11}\}$

$\Delta$	$\epsilon$	$a$	$b$
$\rightarrow q_0$	$\{q_1, q_8\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_1$	$\{q_2, q_7\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_2$	$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_4$
$q_4$	$q_5$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_5$	$\emptyset$	$q_6$	$\emptyset$
$q_6$	$\{q_7, q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_7$	$q_{10}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_8$	$\emptyset$	$\emptyset$	$q_9$
$q_9$	$q_{10}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_{10}$	$\emptyset$	$q_{11}$	$\emptyset$
$*q_{11}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

26



## Ejercicios

- Construir el **diagrama y formalizar** los autómatas para las siguientes expresiones regulares a través de la nomenclatura de Thompson.

1.  $(a|b|c)^*b^*$

2.  $(a|b)^*$

3.  $(a^*b^*c^*)^*$

4.  $(bc)^+|(ab)^*$

5.  $((b|b^*a)^*)a$

6.  $(a^*|b^+)^+$