CHỦ ĐỀ 5. PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa

- Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.
- Bất phương trình lôgarit là bất phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

2. Phương trình và bất phương trình lôgarit cơ bản: cho $a,\ b>0,\ a\neq 1$

- Phương trình lôgarit cơ bản có dạng: $\log_a f(x)=b$
- Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng:
  $\log_a f(x)>b;\ \log_a f(x)\geq b;\ \log_a f(x)<b;\ \log_a f(x)\leq b$

3. Phương pháp giải phương trình và bất phương trình lôgarit

- **Đưa về cùng cơ số**
  - $\log_a f(x)=\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ f(x)=g(x)\end{cases}$, với mọi $0<a\neq 1$
  - Nếu $a>1$ thì $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}g(x)>0\\ f(x)>g(x)\end{cases}$
  - Nếu $0<a<1$ thì $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ f(x)<g(x)\end{cases}$
- **Đặt ẩn phụ**
- **Mũ hóa**

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Điều kiện xác định của phương trình

Câu 1: Điều kiện xác định của phươg trình $\log(x^2-x-6)+x=\log(x+2)+4$ là

A. $x>3$ **B.** $x>-2$ **C.** $\mathbb{R}\backslash[-2;3]$ **D.** $x>2$

2. Kiểm tra xem giá trị nào là nghiệm của phương trình

Câu 2: Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{29}{3}$ **B.** $x=\dfrac{11}{3}$ **C.** $x=\dfrac{25}{3}$ **D.** $x=87$

3. Tìm tập nghiệm của phương trình

Câu 3: Phương trình $\log_2^2(x+1)-6\log_2\sqrt{x+1}+2=0$ có tập nghiệm là:

A. $\{3;15\}$ **B.** $\{1;3\}$ **C.** $\{1;2\}$ **D.** $\{1;5\}$

4. Tìm số nghiệm của phương trình

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x)+\log_2(\log_4 x)=2$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

5. Tìm nghiệm lớn nhất, hay nhỏ nhất của phương trình

Câu 5: Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\log^3 x-2\log^2 x=\log x-2$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$ **B.** $x=\dfrac{1}{4}$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

6. Tìm mối quan hệ giữa các nghiệm của phương trình (tổng, hiệu, tích, thương…)

Câu 6: Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2-\log_{16}x=0$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. 1 **B.** -1 **C.** -2 **D.** 2

7. Cho một phương trình, nếu đặt ẩn phụ thì thu được phương trình nào (ẩn t)

Câu 7: Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì phương trình $\dfrac{1}{5-\log_2 x}+\dfrac{2}{1+\log_2 x}=1$ trở thành phương trình nào

A. $t^2-5t+6=0$ **B.** $t^2+5t+6=0$

C. $t^2-6t+5=0$ **D.** $t^2+6t+5=0$

8. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, 2 nghiệm thỏa điều kiện nào đó…)

Câu 8: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x+2\log_3 x+m-1=0$ có nghiệm

A. $m\le 2$ **B.** $m<2$ **C.** $m\ge 2$ **D.** $m>2$

Câu 9: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$

A. $m\in[0;2]$ **B.** $m\in(0;2)$ **C.** $m\in(0;2]$ **D.** $m\in[0;2)$

9. Điều kiện xác định của bất phương trình

Câu 10: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}}x$ là:

A. $x>1$ **B.** $x>0$ **C.** $x>-\frac{1}{2}$ **D.** $x>-1$

10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình

Câu 11: Bất phương trình $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2$ có tập nghiệm:

A. $(-\infty;0]$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $[0;+\infty)$ **D.** $(0;+\infty)$

Câu 12: Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có tập nghiệm là:

A. $\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$ **B.** $\left[1-\sqrt{2};+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty;1+\sqrt{2}\right]$ **D.** $\left(-\infty;1-\sqrt{2}\right]$

11. Tìm nghiệm nguyên (tự nhiên) lớn nhất, nguyên (tự nhiên) nhỏ nhất của bất phương trình

Câu 13: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)>\log_4\left(\log_2 x\right)$ là:

A. 17 **B.** 16 **C.** 15 **D.** 18

12. Tìm điều kiện của tham số m để bất phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, nghiệm thỏa điều kiện nào đó…)

Câu 14: Tìm m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\le m$ có nghiệm $x\ge 1$

A. $m\ge 3$ **B.** $m>3$ **C.** $m\le 3$ **D.** $m<3$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\log_{2x-3}16=2$ là:

A. $x\in\mathbb{R}\setminus\left[\frac{3}{2};2\right]$. **B.** $x\ne 2$. **C.** $\frac{3}{2}<x\ne 2$. **D.** $x>\frac{3}{2}$.

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\log_x(2x^2-7x-12)=2$ là:

A. $x\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $x\in(-\infty;0)$. **C.** $x\in(0;1)$. **D.** $x\in(0;+\infty)$.

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\log_5(x-1)=\log_5\frac{x}{x+1}$ là:

A. $x\in(1;+\infty)$. **B.** $x\in(-1;0)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-1;0]$. **D.** $x\in(-\infty;1)$.

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\log_9\frac{2x}{x+1}=\frac{1}{2}$ là:

A. $x\in(-1;+\infty)$. **B.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-1;0]$. **C.** $x\in(-1;0)$. **D.** $x\in(-\infty;1)$.

Câu 5. Phương trình $\log_2(3x-2)=2$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{4}{3}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 6. Phương trình $\log_2(x+3)+\log_2(x-1)=\log_2 5$ có nghiệm là:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Câu 7. Phương trình $\log_3(x^2-6)=\log_3(x-2)+1$ có tập nghiệm là:

A. $T=\{0;3\}$. **B.** $T=\varnothing$. **C.** $T=\{3\}$. **D.** $T=\{1;3\}$.

Câu 8. Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=1$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 9. Phương trình $\log_2^2(x+1)-6\log_2\sqrt{x+1}+2=0$ có tập nghiệm là:

A. $\{3;15\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{1;5\}$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(\log_2 x\right)+\log_2\left(\log_4 x\right)=2$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1)-\log_2(x^2-x+1)-2\log_2 x=0$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x)-\log_{25}(5x)-3=0$ là :

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Phương trình $\log_3(5x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(x^2+1)=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 trong đó $x_1<x_2$.Giá trị của $P=2x_1+3x_2$ là

A. 5. **B.** 14. **C.** 3. **D.** 13.

Câu 15. Hai phương trình $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2-2x-8)=1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt có 2 nghiệm duy nhất là x_1,x_2. Tổng x_1+x_2 là?

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 10.

Câu 16. Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2-\log_{16} x=0$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 17. Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5-\log_2 x}+\frac{2}{1+\log_2 x}=1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2-5t+6=0$. **B.** $t^2+5t+6=0$. **C.** $t^2-6t+5=0$. **D.** $t^2+6t+5=0$.

Câu 18. Nếu đặt $t=\lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4-\lg x}+\frac{2}{2+\lg x}=1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2+2t+3=0$. **B.** $t^2-3t+2=0$. **C.** $t^2-2t+3=0$. **D.** $t^2+3t+2=0$.

Câu 19. Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2{}^3 x-2\log^2{}_2 x=\log_2 x-2$ là:

A. $x=4$. **B.** $x=\frac{1}{4}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}} x$ là:

A. $x>-\frac{1}{2}$. **B.** $x>0$. **C.** $x>1$. **D.** $x>-1$.

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1)-2\log_4(5-x)<1-\log_2(x-2)$ là:

A. $2<x<5$. **B.** $1<x<2$. **C.** $2<x<3$. **D.** $-4<x<3$.

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right]>0$ là:

A. $x\in[-1;1]$. **B.** $x\in(-1;0)\cup(0;1)$.

C. $x\in(-1;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $x\in(-1;1)$.

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2$ có tập nghiệm là:

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\geq\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có tập nghiệm là:

A. $\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[1-\sqrt{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1+\sqrt{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty;1-\sqrt{2}\right]$.

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)\geq\log_4\left(\log_2 x\right)$ là:

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3\left(1-x^2\right)\leq\log_{\frac{1}{3}}\left(1-x\right)$ là:

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-3x+1)\leq 0$ là:

A. $S=\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right]$. **B.** $S=\left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right)$.

C. $S=\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5)+\log_3(x+2)=3$ là:

A. $x\geq 5$. **B.** $x>-2$. **C.** $-2<x<5$. **D.** $x>5$.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2-6x+7)+x-5=\log(x-3)$ là:

A. $x>3+\sqrt{2}$. **B.** $x>3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x>3+\sqrt{2}\\x<3-\sqrt{2}\end{array}\right.$. **D.** $x<3-\sqrt{2}$.

Câu 30. Phương trình $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} x=6$ có nghiệm là:

A. $x=27$. **B.** $x=9$. **C.** $x=3^{12}$. **D.** $.x=\log_3 6$..

Câu 31. Phương trình $\ln\frac{x-1}{x+8}=\ln x$ có nghiệm là:

A. $x=-2$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-2\end{array}\right.$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x-4\log_2 x+3=0$ có tập nghiệm là:

A. $\{8;2\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{6;2\}$. **D.** $\{6;8\}$.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2\left(x+2\right)^2-1=0$ là:

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;-4\}$. **C.** $\{-4\}$. **D.** $\{-1;0\}$.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\frac{1}{x}=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x-1\right)$ là:

A. $\left\{1+\sqrt{2}\right\}$. **B.** $\left\{1+\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $\left\{1-\sqrt{2}\right\}$.

Câu 35. Phương trình $\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln\left(x-3\right)$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 37. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}\left(x-2\right).\log_5 x=2\log_3\left(x-2\right)$ là:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38. Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x+2\log^2 x=2-\log x$ là :

A. 100. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 1000.

Câu 39. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-x-5\right)=\log_3\left(2x+5\right)$.

Khi đó $\left|x_1-x_2\right|$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 7.

Câu 40. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\dfrac{1}{4+\log_2 x}+\dfrac{2}{2-\log_2 x}=1$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 41. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2\left[x\left(x+3\right)\right]=1$. Khi đó x_1+x_2 bằng:

A. -3. **B.** -2. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}$.

Câu 42. Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì phương trình $\log_2\left(4x\right)-\log_x 2=3$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2-t-1=0$. **B.** $4t^2-3t-1=0$. **C.** $t+\dfrac{1}{t}=1$. **D.** $2t-\dfrac{1}{t}=3$.

Câu 43. Nếu đặt $t=\log x$ thì phương trình $\log^2 x^3-20\log\sqrt{x}+1=0$ trở thành phương trình nào?

A. $9t^2-20\sqrt{t}+1=0$. **B.** $3t^2-20t+1=0$.

C. $9t^2-10t+1=0$. **D.** $3t^2-10t+1=0$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\dfrac{1-\log_9 x}{1+\log_3 x}\le\dfrac{1}{2}$. Nếu đặt $t=\log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2\left(1-2t\right)\le 1+t$. **B.** $\dfrac{1-2t}{1+t}\le\dfrac{1}{2}$. **C.** $1-\dfrac{1}{2}t\le\dfrac{1}{2}\left(1+t\right)$. **D.** $\dfrac{2t-1}{1+t}\ge 0$.

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x-2)+\log_{\frac{1}{5}}(x+2)>\log_5 x-3$ là:

A. $x>3$. **B.** $x>2$. **C.** $x>-2$. **D.** $x>0$.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+15)\le\log_{0,5}\left(x^2+6x+8\right)$ là:

A. $x>-2$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x<-4\\x>-2\end{array}\right.$. **C.** $x>-3$. **D.** $-4<x<-2$.

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln\dfrac{x^2-1}{x}<0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\x>1\end{array}\right.$. **B.** $x>-1$. **C.** $x>0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>1\end{array}\right.$.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x-5\log_{0,2} x<-6$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(\dfrac{1}{125};\dfrac{1}{25}\right)$. **B.** $S=\left(2;3\right)$. **C.** $S=\left(0;\dfrac{1}{25}\right)$. **D.** $S=\left(0;3\right)$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-6x+5\right)+\log_3\left(x-1\right)\ge 0$ là:

A. $S=\left[1;6\right]$. **B.** $S=\left(5;6\right]$. **C.** $S=\left(5;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(1;+\infty\right)$.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

C. $S=\left(-\infty;0\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;1\right)\cup\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0$ là:

A. $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left[-2;0\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;2\right]$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2}x-\log_5\left(x-2\right)<\log_{0,2}3$ là:

A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3\left(4.3^{x-1}\right)>2x-1$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left[3\log_2\left(3x-1\right)-1\right]=x$ là:

A. $x>\frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. **B.** $x\ge\frac{1}{3}$.

C. $x>0$. **D.** $x\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x\le-1$. **B.** $x\ge1$.

C. $x>0,x\ne1$. **D.** $x\le-1$ hoặc $x\ge1$.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 57. Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2\left(x\right)$ trở thành bất phương trình nào?

A. $t^4+13t^2+36<0$. **B.** $t^4-5t^2+9<0$.

C. $t^4-13t^2+36<0$. **D.** $t^4-13t^2-36<0$.

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2\left(x\right)$ là:

A. $x=7$. **B.** $x=8$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Câu 59. Bất phương trình $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le1$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left[\log_3\sqrt{73};2\right]$. **B.** $S=\left(\log_3\sqrt{72};2\right]$. **C.** $S=\left(\log_3\sqrt{73};2\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;2\right]$.

Câu 60. Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2\left[x\left(x-1\right)\right]=1$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 61. Nếu đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$ thì phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2+t-2=0$. **B.** $2t^2=1$. **C.** $t^2-t-2=0$. **D.** $t^2=1$.

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(x+12\right).\log_x 2=1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1)-8\log_5\sqrt{2x-1}+3=0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{-1;-3\right\}$. **B.** $\left\{1;3\right\}$. **C.** $\left\{3;63\right\}$. **D.** $\left\{1;2\right\}$.

Câu 64. Nếu đặt $t=\log_3\frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4\log_3\frac{x-1}{x+1}<\log_{\frac{1}{4}}\log_{\frac{1}{3}}\frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

A. $\frac{t^2-1}{t}<0$. **B.** $t^2-1<0$. **C.** $\frac{t^2-1}{t}>0$. **D.** $\frac{t^2+1}{t}<0$.

Câu 65. Phương trình $\log_{2x-3}\left(3x^2-7x+3\right)-2=0$ có nghiệm là:

A. $x=2;x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1;x=5$.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)>\log_4\left(\log_2 x\right)$ là:

A. 18. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 17.

Câu 67. Phương trình $\dfrac{1}{4-\ln x}+\dfrac{2}{2+\ln x}=1$ có tích các nghiệm là:

A. e^3. **B.** $\dfrac{1}{e}$. **C.** e. **D.** 2.

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x}=x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3-\log_{\frac{x}{3}} 3<0$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7}+7^{\ln x}=98$ có nghiệm là:

A. $x=e$. **B.** $x=2$. **C.** $x=e^2$. **D.** $x=\sqrt{e}$.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\geq\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left[1-\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $S=\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;1+\sqrt{2}\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;1-\sqrt{2}\right]$.

Câu 72. Biết phương trình $\dfrac{1}{\log_2 x}-\dfrac{1}{2}\log_2 x+\dfrac{7}{6}=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3+x_2^3=\dfrac{2049}{4}$. **B.** $x_1^3+x_2^3=-\dfrac{2047}{4}$.

C. $x_1^3+x_2^3=-\dfrac{2049}{4}$. **D.** $x_1^3+x_2^3=\dfrac{2047}{4}$.

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>0$ là:

A. $S=\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(0;1\right)$. **D.** $S=\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)$ là:

A. $S=\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $S=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x\left(125x\right).\log_{25} x>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x$ là:

A. $S=\left(1;\sqrt{5}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\sqrt{5}\right)$. **C.** $S=\left(-\sqrt{5};1\right)$. **D.** $S=\left(-\sqrt{5};-1\right)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x=\dfrac{81}{24}$ là :

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}\left|x+1\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x}-6.2^{\log_9 x}+2^{\log_3 27}=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng :

A. 6642. **B.** $\frac{82}{6561}$. **C.** 20. **D.** 90.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-2;0\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;0\right)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S=\left\{\frac{4}{9}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$. **D.** $S=\left\{-2\right\}$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x-\log_3\left(x-2\right)=\log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

A. $m>1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 1$.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3\left(x^2+4x+m\right)\ge 1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.?

A. $m\ge 7$. **B.** $m>7$. **C.** $m<4$. **D.** $4<m\le 7$.

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\left(mx-x^2\right)\le\log_{\frac{1}{5}}4$ vô nghiệm?

A. $-4\le m\le 4$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m>4\\ m<-4\end{array}\right.$. **C.** $m<4$. **D.** $-4<m<4$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(mx-x^2\right)=2$ vô nghiệm?

A. $m<4$. **B.** $-4<m<4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>4\\ m<-4\end{array}\right.$. **D.** $m>-4$.

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x+3\log_4 x+2m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m<\frac{13}{8}$. **B.** $m>\frac{13}{8}$. **C.** $m\le\frac{13}{8}$. **D.** $0<m<\frac{13}{8}$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm $x\ge 1$?

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+2\log_3 x+m-1=0$ có nghiệm?

A. $m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m>2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1)\le m$ có nghiệm $x\ge 1$?

A. $m\ge 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. $m\in[0;2]$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m\in(0;2]$. **D.** $m\in[0;2)$.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$ có nghiệm $x\ge 1$.?

A. $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in[3;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;3]$.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=27$.?

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $[32;+\infty)$?

A. $m\in\left(1;\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[1;\sqrt{3}\right)$. **C.** $m\in\left[-1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\sqrt{3};1\right]$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+4x+m\right)-1\quad(1)$.

A. $m\in[-12;13]$. **B.** $m\in[12;13]$.

C. $m\in[-13;12]$. **D.** $m\in[-13;-12]$.

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\geq\log_2\left(mx^2+4x+m\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;5]$. **B.** $m\in(-2;5]$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[-2;5)$.

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\geq\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m\in(2;3]$. **B.** $m\in(-2;3]$. **C.** $m\in[2;3)$. **D.** $m\in[-2;3)$.

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 3.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	B	D	A	B	C	B	D	A	A	C	B	A	B	A	B	D	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	C	A	C	A	A	D	A	A	C	A	B	A	B	D	B	A	D	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	A	C	D	B	A	A	A	B	C	A	D	C	A	B	A	C	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	C	A	C	D	A	A	D	C	B	A	B	A	D	A	C	A	A	A

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96				
C	A	A	D	B	A	C	B	A	A	B	C	A	A	A	A				

II –HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

(Ở phần này các đáp án bị lệc không cần để ý vì sau này sẽ xóa)

Câu 1. Điều kiện xác định của phươg trình $\log_{2x-3}16=2$ là:

A. $x\in\mathbb{R}\setminus\left[\frac{3}{2};2\right]$. **B.** $x\neq 2$. **C.** $\frac{3}{2}<x\neq 2$. **D.** $x>\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_{2x-3}16$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3>0\\2x-3\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{3}{2}<x\neq 2$

Câu 2. Điều kiện xác định của phươg trình $\log_x(2x^2-7x-12)=2$ là:

A. $x\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $x\in(-\infty;0)$. **C.** $x\in(0;1)$. **D.** $x\in(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_x(2x^2-7x-12)$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq 1\\2x^2-7x+12>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq 1\\2\left[(x-\frac{7}{4})^2+\frac{47}{16}\right]>0\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;1)\cup(1;+\infty)$

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\log_5(x-1)=\log_5\frac{x}{x+1}$ là:

A. $x\in(1;+\infty)$. **B.** $x\in(-1;0)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-1;0]$. **D.** $x\in(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_5(x-1)$ và $\log_5\frac{x}{x+1}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x}{x+1}>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-1\vee x>0\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow x>1$

chọn đáp án **A.**

Câu 4. Điều kiện xác định của phươg trình $\log_9\frac{2x}{x+1}=\frac{1}{2}$ là:

A. $x\in(-1;+\infty)$. **B.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-1;0]$. **C.** $x\in(-1;0)$. **D.** $x\in(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_9 \frac{2x}{x+1}$ xác định :

$\Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$

Câu 5. Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{4}{3}$. **B.** $x = \frac{2}{3}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2>0 \\ 3x-2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 6. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ (x+3)(x-1)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2+2x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \left[\begin{array}{l} x=-8 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = 2$.

Câu 7. Phương trình $\log_3(x^2-6) = \log_3(x-2)+1$ có tập nghiệm là:

A. $T = \{0;3\}$. **B.** $T = \varnothing$. **C.** $T = \{3\}$. **D.** $T = \{1;3\}$.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6>0 \\ x-3>0 \\ x^2-6=3(x-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-\sqrt{6} \vee x>\sqrt{6} \\ x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$.

Câu 8. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{1\}$.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x-1>0 \\ \log_2[x(x-1)]=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$, chọn đáp án **A.**

Câu 9. Phương trình $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\{3;15\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{1;5\}$.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ \log^2{}_2(x+1) - 3\log_2(x+1)+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ \left[\begin{array}{l} \log_2(x+1)=1 \\ \log_2(x+1)=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_2 x>0 \\ \log_4 x>0 \\ \log_{2^2}(\log_2 x) + \log_2(\log_{2^2} x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \dfrac{1}{2}\log_2(\log_2 x)+\log_2\dfrac{1}{2}+\log_2(\log_2 x)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \dfrac{3}{2}\log_2(\log_2 x)-1=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2(\log_2 x)=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2 x=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x=16 \end{cases} \Rightarrow x=16.$$

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 2x-1>0 \\ \log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ \log_2 x\left[\log_3(2x-1)-2\right]=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} \log_2 x=0 \\ \log_3(2x-1)=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right..$$

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1)-\log_2(x^2-x+1)-2\log_2 x=0$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^3+1>0 \\ x^2-x+1>0 \\ \log_2(x^3+1)-\log_2(x^2-x+1)-2\log_2 x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \dfrac{x^3+1}{x^2(x^2-x+1)}=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \dfrac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2(x^2-x+1)}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow x\in\varnothing.$$

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x)-\log_{25}(5x)-3=0$ là :

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_5(5x)-\log_{25}(5x)-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_5(5x)-\dfrac{1}{2}\log_5(5x)-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \dfrac{1}{2}\log_5(5x)-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_5(5x)=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ 5x=5^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x=5^5 \end{cases} \Leftrightarrow x=5^5.$$

Câu 14. Phương trình $\log_3(5x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(x^2+1)=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 trong đó $x_1<x_2$.Giá trị của $P=2x_1+3x_2$ là

A. 5. **B.** 14. **C.** 3. **D.** 13.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3>0 \\ \log_3(5x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(x^2+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{5} \\ \log_3(5x-3)-\log_3(x^2+1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{5} \\ \log_3(5x-3)=\log_3(x^2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{5} \\ 5x-3=x^2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{5} \\ x^2-5x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{5} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$$ Vậy

$2x_1+3x_2=2.1+3.4=14$.

Câu 15. Hai phương trình $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2-2x-8)=1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt có 2 nghiệm duy nhất là x_1, x_2. Tổng x_1+x_2 là?

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

PT1: $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$

$$\textbf{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1>0 \\ 2x+1>0 \\ 2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ \log_5(3x-1)^2+\log_5 5=3\log_5(2x+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ \log_5 5(3x-1)^2=\log_5(2x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ 5(3x-1)^2=(2x+1)^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ 5(9x^2-6x+1)=8x^3+12x^2+6x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ 8x^3-33x^2+36x-4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{8} \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x_1=2$$

PT2: $\log_2(x^2-2x-8)=1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-8>0 \\ x+2>0 \\ \log_2(x^2-2x-8)=1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-2 \vee x>4 \\ x>-2 \\ \log_2(x^2-2x-8)=1+\log_2(x+2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ \log_2(x^2-2x-8)=\log_2 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ x^2-2x-8=2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ x^2-4x-12=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=6 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x_2=6$$

Vậy $x_1+x_2=2+6=8$.

Câu 16. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2-\log_{16} x=0$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

PT $\Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4}\log_2 x = 0$

$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4\log_x 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4(\log_x 2)^2 - 1}{4\log_x 2} = 0 \Leftrightarrow 4(\log_x 2)^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 = x^{\frac{1}{2}} \\ 2 = x^{-\frac{1}{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{array}\right.$

Vậy $x_1.x_2 = 4.\frac{1}{4} = 1$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Đáp án B,D có tích âm thì có thể $x_1 < 0$ hoặc $x_2 < 0$ thì không thỏa mãn điều kiện của x nên loại.

Câu 17. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. **B.** $t^2 + 5t + 6 = 0$. **C.** $t^2 - 6t + 5 = 0$. **D.** $t^2 + 6t + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \log_2 x$

PT $\Leftrightarrow \frac{1}{5-t} + \frac{2}{1+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{1 + t + 2(5-t)}{(5-t)(1+t)} = 1 \Leftrightarrow 1 + t + 2(5-t) = (5-t)(1+t)$

$\Leftrightarrow 11 - t = 5 + 4t - t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0$.

Câu 18. Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 + 2t + 3 = 0$. **B.** $t^2 - 3t + 2 = 0$. **C.** $t^2 - 2t + 3 = 0$. **D.** $t^2 + 3t + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \lg x$

PT $\Leftrightarrow \frac{1}{4-t} + \frac{2}{2+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{2 + t + 2(4-t)}{(4-t)(2+t)} = 1 \Leftrightarrow 2 + t + 2(4-t) = (4-t)(2+t)$

$\Leftrightarrow 10 - t = 8 + 2t - t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$.

Câu 19. Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2\log^2{}_2 x = \log_2 x - 2$ là:

A. $x = 4$. **B.** $x = \frac{1}{4}$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

PT $\Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x = \log_2 x - 2 \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x - \log_2 x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^3 x - \log_2 x - 2\log_2^2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log^2{}_2 x - 1) - 2(\log^2{}_2 x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (\log^2{}_2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log^2{}_2 x - 1 = 0 \\ \log_2 x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{array}\right.$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ là nghiệm nhỏ nhất.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x + 2) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

A. $x > -\frac{1}{2}$. **B.** $x > 0$. **C.** $x > 1$. **D.** $x > -1$.

Hướng dẫn giải

BPT xác định khi: $\begin{cases} x>0 \\ 4x+2>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>-\dfrac{1}{2} \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1)-2\log_4(5-x)<1-\log_2(x-2)$ là:

A. $2<x<5$. **B.** $1<x<2$. **C.** $2<x<3$. **D.** $-4<x<3$.

Hướng dẫn giải

BPT xác định khi : $\begin{cases} x+1>0 \\ 5-x>0 \\ x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x<5 \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<5$.

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right]>0$ là:

A. $x\in[-1;1]$. **B.** $x\in(-1;0)\cup(0;1)$.

C. $x\in(-1;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $x\in(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

BPT xác định khi : $\begin{cases} 2-x^2>0 \\ \log_2(2-x^2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ 2-x^2>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ 1-x^2>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \\ -1<x<1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<1$.

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2$ có tập nghiệm là:

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Xét $x>0 \Rightarrow 2^x>2^0=1 \Rightarrow 2^x+1>2 \Rightarrow \log_2\left(2^x+1\right)>\log_2 2=1(1)$

$x>0 \Rightarrow 4^x>4^0=1 \Rightarrow 4^x+2>2+1=3 \Rightarrow \log_3\left(4^x+2\right)>\log_3 3=1(2)$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được: $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)>2$

Mà BPT: $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2$ nên $x>0(loai)$

Xét $x\le 0 \Rightarrow 2^x\le 2^0=1 \Rightarrow 2^x+1\le 2 \Rightarrow \log_2\left(2^x+1\right)\le\log_2 2=1(3)$

$x\le 0 \Rightarrow 4^x\le 4^0=1 \Rightarrow 4^x+2\le 2+1=3 \Rightarrow \log_3\left(4^x+2\right)\le\log_3 3=1(4)$

Cộng vế với vế của (3) và (4) ta được: $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2(tm)$

Vậy $x\le 0$ hay $x\in(-\infty;0]$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có tập nghiệm là:

A. $\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[1-\sqrt{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1+\sqrt{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty;1-\sqrt{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

TXĐ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-1 \vee x>2 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x>2$

BPT $\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{2^{-1}}\left(x-1\right)+1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)+\log_2\left(x-1\right)-1\ge 0 \Leftrightarrow \log_2\dfrac{\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)}{2}\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)}{2}\ge 1 \Leftrightarrow \left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)\ge 2 \Leftrightarrow x\left(x^2-2x-1\right)\ge 0$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-1\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1-\sqrt{2}\,(loai) \\ x\ge 1+\sqrt{2}\,(tm) \end{array}\right.\Rightarrow x\ge 1+\sqrt{2}$$

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)\ge \log_4\left(\log_2 x\right)$ là:

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT}\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_2 x>0 \\ \log_4 x>0 \\ +\log_2\left(\log_{2^2} x\right)\ge \log_{2^2}\left(\log_2 x\right) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ +\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)\ge \frac{1}{2}\log_2\left(\log_2 x\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ +\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)\ge \frac{1}{2}\log_2\left(\log_2 x\right) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2\left(\log_2 x\right)-1\ge \frac{1}{2}\log_2\left(\log_2 x\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \frac{1}{2}\log_2\left(\log_2 x\right)\ge 1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2\left(\log_2 x\right)\ge 2 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ \log_2 x\ge 4 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\ge 8 \end{cases}\Rightarrow x\ge 8$$

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3\left(1-x^2\right)\le \log_{\frac{1}{3}}\left(1-x\right)$ là:

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT}\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2>0 \\ 1-x>0 \\ \log_3\left(1-x^2\right)\le -\log_3\left(1-x\right) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ x<1 \\ \log_3\left(1-x^2\right)+\log_3\left(1-x\right)\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ \log_3\left(1-x^2\right)\left(1-x\right)\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ \log_3\left(1-x^2\right)\left(1-x\right)\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ \left(1-x^2\right)\left(1-x\right)\le 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ x(x^2-x-1)\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ x\le \frac{1-\sqrt{5}}{2}\vee 0\le x\le \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}\Leftrightarrow -1<x\le \frac{1-\sqrt{5}}{2}\vee 0\le x<1$$

$\Rightarrow x=0$ là nghiệm nguyên nhỏ nhất.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-3x+1)\le 0$ là:

A. $S=\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right]$. **B.** $S=\left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right)$.

C. $S=\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. **D.** $S=\varnothing$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT}\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+1>0 \\ \log_2(x^2-3x+1)\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+1>0 \\ x^2-3x+1\le 1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+1>0 \\ x^2-3x+1\le 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{3-\sqrt{5}}{2}\vee x>\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ 0\le x\le 3 \end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};3\right]$$

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5)+\log_3(x+2)=3$ là:

A. $x\ge 5$. **B.** $x>-2$. **C.** $-2<x<5$. **D.** $x>5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

PT xác định khi và chỉ khi: $\begin{cases} x-5>0 \\ x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>5 \\ x>-2 \end{cases} \Leftrightarrow x>5$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(X-5)+\log_3(X+2)-3$

Nhấn CALC và cho $X=1$ máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại đáp án B và **C.**

Nhấn CALC và cho $X=5$ (thuộc đáp án D) máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại **D.**

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2-6x+7)+x-5=\log(x-3)$ là:

A. $x>3+\sqrt{2}$. **B.** $x>3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x>3+\sqrt{2} \\ x<3-\sqrt{2} \end{array}\right.$. **D.** $x<3-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện phương trình: $\begin{cases} x^2-6x+7>0 \\ x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>3+\sqrt{2} \\ x<3-\sqrt{2} \end{array}\right. \\ x>3 \end{cases} \Leftrightarrow x>3+\sqrt{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log(X^2-6X+7)+X-5-\log(X-3)$

Nhấn CALC và cho $X=1$ máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=4$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại **B.**

Câu 30. Phương trình $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} x=6$ có nghiệm là:

A. $x=27$. **B.** $x=9$. **C.** $x=3^{12}$. **D.** . $x=\log_3 6$..

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} x=6 \Leftrightarrow \log_3 x+2\log_3 x-\log_3 x=6 \Leftrightarrow \log_3 x=3 \Leftrightarrow x=27$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 X+\log_{\sqrt{3}} X+\log_{\frac{1}{3}} X-6$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 31. Phương trình $\ln\dfrac{x-1}{x+8}=\ln x$ có nghiệm là:

A. $x=-2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\ln\dfrac{x-1}{x+8}=\ln x \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \dfrac{x-1}{x+8}=x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=4$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln\dfrac{X-1}{X+8}-\ln X$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x-4\log_2 x+3=0$ có tập nghiệm là:

A. $\{8;2\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{6;2\}$. **D.** $\{6;8\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$$\log_2^2 x-4\log_2 x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=8\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2^2 X-4\log_2 X+3$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2)^2-1=0$ là:

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;-4\}$. **C.** $\{-4\}$. **D.** $\{-1;0\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x\neq-2$

$$pt\Leftrightarrow\log_2|x+2|=1\Leftrightarrow|x+2|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=2\\ x+2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-4\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\frac{1}{2}\log_2\left((X+2)^2\right)-1$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\frac{1}{x}=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x-1\right)$ là:

A. $\{1+\sqrt{2}\}$. **B.** $\{1+\sqrt{2};1-\sqrt{2}\}$. **C.** $\left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $\{1-\sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$ và $x^2-x-1>0$

Với điều kiện đó thì $\log_2\frac{1}{x}=\log_{\frac{1}{2}}x$. Phương trình đã cho tương đương phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}x=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-x-1\right)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>0\\ x=x^2-x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}\\ x=1-\sqrt{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1+\sqrt{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2\frac{1}{X}-\log_{\frac{1}{2}}\left(X^2-X-1\right)$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 35. Phương trình $\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_2\left(3.2^x-1\right)=2x+1\Leftrightarrow 3.2^x-1=2^{2x+1}\Leftrightarrow 2.4^x-3.2^x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\ 2^x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2\left(3x2^X-1\right)-2X-1=0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=5, ấn $\boxed{=}$. Máy hiện X=0.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn A**C.** Viết lại phương trình: $\dfrac{\log_2\left(3x2^X-1\right)-2X-1}{X-A}=0$

Ấn SHIFT CAL**C.** Máy hỏi A? ẤN = Máy hỏi X? Ấn 5 =. Máy hiện X=-1.

Ấn Alpha X Shift STO **B.**

Ấn A**C.** Viết lại phương trình: $\dfrac{\log_2\left(3x2^X-1\right)-2X-1}{(X-A)(X-B)}=0$

Ấn SHIFT CAL**C.** Máy hỏi A? ẤN = Máy hỏi B? Ấn =. Máy hỏi X? Ấn 1=

Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln(x-3)$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\ln\left(x^2-6x+7\right)=\ln(x-3)\Leftrightarrow\begin{cases}x-3>0\\x^2-6x+7=x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>3\\x^2-7x+10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>3\\\left[\begin{array}{l}x=5\\x=2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=5$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln\left(X^2-6X+7\right)-\ln(X-3)=0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=4 (chọn X thỏa điều kiện xác định của phương trình), ấn $\boxed{=}$. Máy hiện X=5.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn A**C.** Viết lại phương trình: $\dfrac{\ln\left(X^2-6X+7\right)-\ln(X-3)}{X-A}=0$

Ấn SHIFT CAL**C.** Máy hỏi A? ẤN = Máy hỏi X? Ấn 7 =.

Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 37. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}(x-2).\log_5 x=2\log_3(x-2)$ là:

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>2$

$-\log_{\sqrt{3}}(x-2).\log_5 x=2\log_3(x-2)\Leftrightarrow -2\log_3(x-2).\log_5 x=2\log_3(x-2)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3(x-2)=0\\\log_5 x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3(x-2)=0\\\log_5 x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$$

So điều kiện suy ra phương trình có nghiệm $x=3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log_{\sqrt{3}}(X-2).\log_5 X-2\log_3(X-2)$

Nhấn CALC và cho $X=\dfrac{1}{5}$ (số nhỏ nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án **A.**

Nhấn CALC và cho $X=1$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án **D.**

Nhấn CALC và cho $X=2$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án **C.**

Câu 38. Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x+2\log^2 x=2-\log x$ là :

A. 100. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 1000.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$$-\log^3 x+2\log^2 x=2-\log x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log x=-1\\ \log x=2\\ \log x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{10}\\ x=100\\ x=10\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log^3 X+2\log^2 X-2+\log X$

Nhấn CALC và cho $X=1000$ (số lớn nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án **D.**

Nhấn CALC và cho $X=100$ ta thấy đúng.

Câu 39. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-x-5\right)=\log_3\left(2x+5\right)$.

Khi đó $\left|x_1-x_2\right|$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3\left(x^2-x-5\right)=\log_3\left(2x+5\right) \Leftrightarrow \begin{cases}2x+5>0\\ x^2-x-5=2x+5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\dfrac{5}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=5\\ x=-2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=5\\ x=-2\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là 5 và –2.

Câu 40. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\dfrac{1}{4+\log_2 x}+\dfrac{2}{2-\log_2 x}=1$. Khi đó $x_1.x_2$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ x\neq 4\\ x\neq \dfrac{1}{16}\end{cases}$.

Đặt $t=\log_2 x$,điều kiện $\begin{cases}t\neq -4\\ t\neq 2\end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\frac{1}{4+t}+\frac{2}{2-t}=1 \Leftrightarrow t^2+3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=-2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\ x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$$

Vậy $x_1.x_2=\dfrac{1}{8}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{1}{4}$.

Câu 41. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2\left[x\left(x+3\right)\right]=1$. Khi đó x_1+x_2 bằng:

A. -3. **B.** -2. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>0 \end{array}\right.$

$\log_2\left[x(x+3)\right]=1 \Leftrightarrow x(x+3)=2 \Leftrightarrow x^2+3x-2=0$

Vậy $x_1+x_2=-3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm và lưu 2 nghiệm vào A và **B.** Tính A + B = -3.

Câu 42. Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x)-\log_x 2=3$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2-t-1=0$. **B.** $4t^2-3t-1=0$. **C.** $t+\frac{1}{t}=1$. **D.** $2t-\frac{1}{t}=3$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(4x)-\log_x 2=3 \Leftrightarrow \log_2 4+\log_2 x-\frac{1}{\log_2 x}=3 \Leftrightarrow \log_2^2 x-\log_2 x-1=0$$

Câu 43. Nếu đặt $t=\log x$ thì phương trình $\log^2 x^3-20\log\sqrt{x}+1=0$ trở thành phương trình nào?

A. $9t^2-20\sqrt{t}+1=0$. **B.** $3t^2-20t+1=0$.

C. $9t^2-10t+1=0$. **D.** $3t^2-10t+1=0$.

Hướng dẫn giải

$$\log^2 x^3-20\log\sqrt{x}+1=0 \Leftrightarrow 9\log^2 x-10\log x+1=0$$

Câu 44. Cho bất phương trình $\frac{1-\log_9 x}{1+\log_3 x}\le\frac{1}{2}$. Nếu đặt $t=\log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2(1-2t)\le 1+t$. **B.** $\frac{1-2t}{1+t}\le\frac{1}{2}$.

C. $1-\frac{1}{2}t\le\frac{1}{2}(1+t)$. **D.** $\frac{2t-1}{1+t}\ge 0$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{1-\log_9 x}{1+\log_3 x}\le\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1-\frac{1}{2}\log_3 x}{1+\log_3 x}\le\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2-\log_3 x}{2(1+\log_3 x)}\le\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1-\frac{2-\log_3 x}{1+\log_3 x}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{2\log_3 x-1}{1+\log_3 x}\ge 0$$

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x-2)+\log_{\frac{1}{5}}(x+2)>\log_5 x-3$ là:

A. $x>3$. **B.** $x>2$. **C.** $x>-2$. **D.** $x>0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} x-2>0 \\ x+2>0 \\ x>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>2 \\ x>-2 \\ x>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x>2$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_5(X-2)+\log_{\frac{1}{5}}(X+2)-\log_5 X+3$

Nhấn CALC và cho $X=1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=\frac{5}{2}$ (thuộc đáp án B) máy tính hiển thị 1,065464369.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+15)\le\log_{0,5}\left(x^2+6x+8\right)$ là:

A. $x>-2$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} x<-4 \\ x>-2 \end{array}\right.$.   **C.** $x>-3$.   **D.** $-4<x<-2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\begin{cases} 5x+15>0 \\ x^2+6x+8>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ \left[\begin{array}{l} x>-2 \\ x<-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>-2$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,5}(5X+15)-\log_{0,5}(X^2+6X+8)$

Nhấn CALC và cho $X=-3,5$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=-5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được.

Vậy loại B, chọn **A.**

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln\dfrac{x^2-1}{x}<0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ x>1 \end{array}\right.$.   **B.** $x>-1$.   **C.** $x>0$.   **D.** $\left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>1 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\dfrac{x^2-1}{x}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ x>1 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln\dfrac{X^2-1}{X}$

Nhấn CALC và cho $X=-0,5$ (thuộc đáp án A và B) máy tính hiển thị 0,4054651081. Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=0,5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại B, chọn **A.**

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x-5\log_{0,2} x<-6$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(\dfrac{1}{125};\dfrac{1}{25}\right)$.   **B.** $S=(2;3)$.   **C.** $S=\left(0;\dfrac{1}{25}\right)$.   **D.** $S=(0;3)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$\log_{0,2}^2-5\log_{0,2} x<-6 \Leftrightarrow 2<\log_{0,2} x<3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{125}<x<\dfrac{1}{25}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\left(\log_{0,2} X\right)^2-5\log_{0,2} X+6$

Nhấn CALC và cho $X=2,5$ (thuộc đáp án B và D) máy tính hiển thị 9.170746391. Vậy loại đáp án B và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=\dfrac{1}{200}$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị 0,3773110048.

Câu 49. Vậy loại C, chọn **A.**Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-6x+5\right)+\log_3(x-1)\ge 0$ là:

A. $S=[1;6]$.   **B.** $S=(5;6]$.   **C.** $S=(5;+\infty)$.   **D.** $S=(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-6x+5\right)+\log_3(x-1)\ge 0 \Leftrightarrow \log_3(x-1)\ge\log_3\left(x^2-6x+5\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+5>0 \\ x-1\ge x^2-6x+5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x<1\vee x>5\\1\le x\le 6\end{cases}\Leftrightarrow 5<x\le 6$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{1}{3}}\left(X^2-6X+5\right)+\log_3\left(X-1\right)$

Nhấn CALC và cho $X=2$ (thuộc đáp án A và D) máy tính không tính được. Vậy loại đáp án A và D.

Nhấn CALC và cho $X=7$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị – 0,6309297536.

Vậy loại C, chọn **B.**

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

C. $S=\left(-\infty;0\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;1\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0\Leftrightarrow 2x^2-x+1>1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{2}{3}}\left(2X^2-X+1\right)$

Nhấn CALC và cho $X=-5$ (thuộc đáp án A và D) máy tính hiển thị – 9,9277…. Vậy loại đáp án A và B.

Nhấn CALC và cho $X=1$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị – 1,709511291. Vậy chọn C.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0$ là:

A. $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left[-2;0\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;2\right]$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{4x+6}{x}>0\\\frac{4x+6}{x}\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-\frac{3}{2}\vee x>0\\-2\le x<0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x<-\frac{3}{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3\frac{4X+6}{X}$

Nhấn CALC và cho $X=1$ (thuộc đáp án C và D) máy tính hiển thị 2,095903274. Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=-1$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại B, chọn **A.**

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2}x-\log_5\left(x-2\right)<\log_{0,2}3$ là:

A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>2$

$$\log_{0,2}x-\log_5\left(x-2\right)<\log_{0,2}3\Leftrightarrow\log_{0,2}\left[x\left(x-2\right)\right]<\log_{0,2}3\Leftrightarrow x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>3\end{array}\right.$$

So điều kiện suy ra $x>3$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,2} X - \log_5(X-2) - \log_{0,2} 3$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (nhỏ nhất) máy tính hiển thị 0. Vậy loại đáp án B.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ máy tính hiển thị -0.6094234797.Vậy chọn D.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3\left(4.3^{x-1}\right) > 2x-1$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\log_3\left(4.3^{x-1}\right) > 2x-1 \Leftrightarrow 4.3^{x-1} > 3^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{2x} - 4.3^x < 0 \Leftrightarrow 0 < 3^x < 4 \Leftrightarrow x < \log_3 4$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3\left(4.3^{X-1}\right) - 2X + 1$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (lớn nhất) máy tính hiển thị –1.738140493. Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X = 2$ máy tính hiển thị – 0.7381404929. Vậy loại B.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính hiển thị 0.2618595071. Vậy chọn C.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left[3\log_2(3x-1)-1\right] = x$ là:

A. $x > \dfrac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. **B.** $x \geq \dfrac{1}{3}$. **C.** $x > 0$. **D.** $x \in (0;+\infty) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Biểu thức $\log_2\left[3\log_2(3x-1)-1\right] = x$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 3\log_2(3x-1)-1>0 \\ 3x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(3x-1) > \dfrac{1}{3} \\ x > \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 2^{\frac{1}{3}} \\ x > \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3} \\ x > \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \dfrac{1}{3}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_2(3x-1)$ được $\log_2(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án **A.**

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x \leq -1$. **B.** $x \geq 1$.

C. $x > 0, x \neq 1$. **D.** $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Phương trình xác định khi và chỉ khi : $\begin{cases} x-\sqrt{x^2-1} > 0 \\ x+\sqrt{x^2-1} > 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = -1$ (thuộc A, D) vào biểu thức $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ được $\log_2(-1)$ không xác định,

Thay $x = \dfrac{1}{2}$ (thuộc C) vào biểu thức $\sqrt{x^2-1}$ được $\sqrt{\dfrac{-3}{4}}$ không xác định

Vậy loại A, C, D chọn đáp án B.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \ge 1$

$\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2 6.\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6.\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)-\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=0$

Đặt $t=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ ta được

$\log_2 6.\log_3 6.t^2-t=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\dfrac{1}{\log_2 6.\log_3 6}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=0 \\ \log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\dfrac{1}{\log_2 6.\log_3 6}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=1 \ (1) \\ \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6 3 \ (2)\end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+\sqrt{x^2-1}=1 \\ x-\sqrt{x^2-1}=1\end{cases} \Leftrightarrow x=1\in\mathbb{Z}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+\sqrt{x^2-1}=2^{\log_6 3} \\ x-\sqrt{x^2-1}=2^{-\log_6 3}\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{2^{\log_6 3}+2^{-\log_6 3}}{2}\notin\mathbb{Z}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=1$ vào phương trình ta được $VT=VP$ chọn đáp án **A.**

Câu 57. Nếu đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2(x)$ trở thành bất phương trình nào?

A. $t^4+13t^2+36<0$.
B. $t^4-5t^2+9<0$.
C. $t^4-13t^2+36<0$.
D. $t^4-13t^2-36<0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2(x)$

$\Leftrightarrow \log_2^4 x-\left(3\log_2 x-3\right)^2+9\left(5-2\log_2 x\right)-4\log_2^2 x<0$

$\Leftrightarrow \log_2^4 x-13\log_2^2 x+36<0$

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2(x)$ là:

A. $x=7$.
B. $x=8$.
C. $x=4$.
D. $x=1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0$

$$\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2(x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x-(3\log_2 x-3)^2+9(5-2\log_2 x)-4\log_2^2 x<0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x-13\log_2^2 x+36<0$$

$$\Leftrightarrow 4<\log_2^2 x<9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2<\log_2 x<3\\ -3<\log_2 x<-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4<x<8\\ \frac{1}{8}<x<\frac{1}{4}\end{array}\right.$$

chọn đáp án **A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x=7; x=8; x=4; x=1$ thấy $x=7$ đúng, chọn đáp án **A.**

Câu 59. Bất phương trình $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le 1$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left[\log_3\sqrt{73};2\right]$. **B.** $S=\left(\log_3\sqrt{72};2\right]$. **C.** $S=\left(\log_3\sqrt{73};2\right]$. **D.** $S=(-\infty;2]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x>\log_3\sqrt{73}$

$$\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le 1 \Leftrightarrow \log_3\left(9^x-72\right)\le x \Leftrightarrow 9^x-3^x-72\le 0 \Leftrightarrow 3^x\le 9 \Leftrightarrow x\le 2$$

Chọn đáp án **A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=\log_3\sqrt{73}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)$ được $\log_x(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án **A.**

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2\left[x(x-1)\right]=1$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x<0$ hoặc $x>1$

$$\log_2\left[x(x-1)\right]=1 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-1\\ x_2=2\end{array}\right. \Leftrightarrow x_1.x_2=-2$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 61. Nếu đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$ thì phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2+t-2=0$. **B.** $2t^2=1$. **C.** $t^2-t-2=0$. **D.** $t^2=1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$

$$\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right).\left[1+\log_2\left(5^x-1\right)\right]-2=0$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4(x+12).\log_x 2=1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện : $0<x\ne 1$

$$\log_4(x+12).\log_x 2=1 \Leftrightarrow \log_2(x+12)=\log_2 x^2 \Leftrightarrow -x^2+x+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=4\end{array}\right.$$

Loại $x=-3$ chọn đáp án A

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1)-8\log_5\sqrt{2x-1}+3=0$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;-3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{3;63\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>\dfrac{1}{2}$

$\log_5^2(2x-1)-8\log_5\sqrt{2x-1}+3=0 \Leftrightarrow \log_5^2(2x-1)-4\log_5(2x-1)+3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_5(2x-1)=1\\ \log_5(2x-1)=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=63\end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=1$ (thuộc B, D) vào vế trái ta được $3=0$ vô lý, vậy loại B, D,

Thay $x=-1$ vào $\log_5(2x-1)$ ta được $\log_5(-3)$ không xác định, nên loại A

Vậy chọn đáp án C.

Câu 64. Nếu đặt $t=\log_3\dfrac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4\log_3\dfrac{x-1}{x+1}<\log_{\frac{1}{4}}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

A. $\dfrac{t^2-1}{t}<0$. **B.** $t^2-1<0$. **C.** $\dfrac{t^2-1}{t}>0$. **D.** $\dfrac{t^2+1}{t}<0$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

Sau khi đưa về cùng cơ số 4, rồi tiếp tục biến đổi về cùng cơ số 3 ta được bất phương trình

$\log_3\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{\log_3\dfrac{x-1}{x+1}}<0$

Chọn đáp án **A.**

Câu 65. Phương trình $\log_{2x-3}(3x^2-7x+3)-2=0$ có nghiệm là:

A. $x=2;x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1;x=5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x>\dfrac{3}{2};x\neq 2$

$\log_{2x-3}(3x^2-7x+3)-2=0 \Leftrightarrow 3x^2-7x+3=(2x-3)^2 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Lần lượt thay $x=1;x=2$ (thuộc B,A, D) vào vê trái ta được đẳng thức sai, vậy loại B, A, D.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x)>\log_4(\log_2 x)$ là:

A. 18. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>1$

$\log_2(\log_4 x)>\log_4(\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x)>2 \Leftrightarrow \log_2 x>4 \Leftrightarrow x>16$

Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=16;15$ (thuộc B, C) vào phương trình ta được bất dẳng thức sai nên loại B, C

Thay $x=17;18$ vào phương trình ta được bất đẳng thức đúng

Vậy chọn đáp án D.

Câu 67. Phương trình $\dfrac{1}{4-\ln x}+\dfrac{2}{2+\ln x}=1$ có tích các nghiệm là:

A. e^3. **B.** $\frac{1}{e}$. **C.** e. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0, x\neq e^{-2}; x\neq e^4$

$$\frac{1}{4-\ln x}+\frac{2}{2+\ln x}=1\Leftrightarrow \ln^2 x-3\ln x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln x=1\\ \ln x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=e\\ x=e^2\end{array}\right.$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x}=x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>0; x\neq 1$

$$9x^{\log_9 x}=x^2\Leftrightarrow \log_9\left(9x^{\log_9 x}\right)=\log_9\left(x^2\right)\Leftrightarrow 1+\log_9^2 x-2\log_9 x=0\Leftrightarrow \log_9 x=1\Leftrightarrow x=9$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3-\log_{\frac{x}{3}} 3<0$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>0; x\neq 1; x\neq 3$

$$\log_x 3-\log_{\frac{x}{3}} 3<0\Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x.\left(\log_3 x-1\right)}<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x<0\\ \log_3 x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<1\\ x>3\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Loại B, A vì $x\neq 1; x\neq 3$

Loại C vì $x=2\Rightarrow \log_2 3-\log_{\frac{2}{3}} 3>0$ Vậy chọn đáp án D.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7}+7^{\ln x}=98$ có nghiệm là:

A. $x=e$. **B.** $x=2$. **C.** $x=e^2$. **D.** $x=\sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>0; x\neq 1$

Đặt $x=e^t$

$$x^{\ln 7}+7^{\ln x}=98\Leftrightarrow e^{t.\ln 7}+7^{\ln e^t}=98\Leftrightarrow 2.7^t=98\Leftrightarrow t=2$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x=2; x=e; x=\sqrt{e}$ vào phương trình ta được đẳng thức sai, vậy loại A, B, D, vậy chọn đáp án C.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\geq \log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left[1-\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $S=\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;1+\sqrt{2}\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;1-\sqrt{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>2$

$$\log_2\left(x^2-x-2\right)\geq \log_{0,5}\left(x-1\right)+1\Leftrightarrow \log_2\left[\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)\right]\geq 1\Leftrightarrow \left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)-2\geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-\sqrt{2}\leq x\leq 0\\ x\geq 1+\sqrt{2}\end{array}\right.$$ [

Phương pháp trắc nghiệm]

Dựa vào điều kiện ta loại A, C, D. Vậy chọn đáp án B.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x}-\frac{1}{2}\log_2 x+\frac{7}{6}=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3+x_2^3=\frac{2049}{4}$. **B.** $x_1^3+x_2^3=-\frac{2047}{4}$. **C.** $x_1^3+x_2^3=-\frac{2049}{4}$. **D.** $x_1^3+x_2^3=\frac{2047}{4}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ \log_2 x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1\end{cases}$.

Đặt $t=\log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2-7t-6=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \log_2 x=3 \\ \log_2 x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2^3=9 \\ x=2^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{8;\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right\}\Rightarrow x_1^3+x_2^3=\frac{2049}{4}$

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $2^{x+1}-3>0\Leftrightarrow x>\log_2 3-1$.

Ta có: $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)\Leftrightarrow\log_2\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=x\Leftrightarrow\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=2^x$ (1)

Đặt $t=2^x, t>0$. Ta có $(1)\Rightarrow t^2+4=2t^2-3t\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Rightarrow t=4$.

$\Leftrightarrow 2^x=2^2\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=2$.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2(2x-1)\right)>0$ là:

A. $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1>0 \\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2(2x-1)\right)>0\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2(2x-1)\right)>\log_{\frac{1}{2}}1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2(2x-1)<1 \\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 0<2x-1<2 \\ 2x-1>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<\frac{3}{2}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2(2x+1)$ là:

A. $S=\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2+3x+1>0 \\ 2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x<-1\vee x>-\frac{1}{2} \\ x>-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)\Leftrightarrow\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_4\left(2x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2+3x+1>4x^2+4x+1\Leftrightarrow 2x^2+x<0\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<x<0.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x\left(125x\right).\log_{25}x>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x$ là:

A. $S=\left(1;\sqrt{5}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\sqrt{5}\right)$. **C.** $S=\left(-\sqrt{5};1\right)$. **D.** $S=\left(-\sqrt{5};-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0<x\neq 1\quad(*)$.

Ta có: $\log_x(125x).\log_{25}x>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x\Leftrightarrow\left(\log_x 5^3+\log_x x\right).\log_{5^2}x>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x$

$\Leftrightarrow\left(3\log_x 5+1\right).\left(\dfrac{1}{2}\log_5 x\right)>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x\Leftrightarrow\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log_5 x>\dfrac{3}{2}+\log_5^2 x\Leftrightarrow 2\log_5^2 x-\log_5 x<0$

$\Leftrightarrow 0<\log_5 x<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 5^0<x<5^{\frac{1}{2}}\Leftrightarrow 1<x<\sqrt{5}.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;\sqrt{5}\right)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16}x=\dfrac{81}{24}$ là :

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0.$

Ta có: $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16}x=\dfrac{81}{24}\Leftrightarrow\left(\log_2 x\right)\left(\dfrac{1}{2}\log_2 x\right)\left(\dfrac{1}{3}\log_2 x\right)\left(\dfrac{1}{4}\log_2 x\right)=\dfrac{81}{24}$

$\Leftrightarrow\log_2^4=81\Leftrightarrow\log_2 x=\pm 3\Leftrightarrow x=8$ hoặc $x=\dfrac{1}{8}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\dfrac{1}{8};8\right\}\Rightarrow x_1.x_2=1$.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}\left|x+1\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x\neq -1$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}\left|x+1\right|=2\Leftrightarrow\left|x+1\right|=3\Leftrightarrow x+1=\pm 3\Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=-4$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{-4;2\right\}$.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x}-6.2^{\log_9 x}+2^{\log_3 27}=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng :

A. 6642. **B.** $\dfrac{82}{6561}$. **C.** 20. **D.** 90.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0.$

Ta có phương trình tương đương $2^{2\log_9 x}-6.2^{\log_9 x}+2^3=0.\quad(1)$

Đặt $t=2^{\log_9 x},t>0$. $(1)\Rightarrow t^2-6t+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=4\end{array}\right.$

- Với $t=2\Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2\Leftrightarrow\log_9 x=1\Leftrightarrow x=9.$
- Với $t=4\Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2^2\Leftrightarrow\log_9 x=2\Leftrightarrow x=81$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{9;81\}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=6642$.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$ $(*)$. Đặt $u=\log_2 x\Rightarrow x=2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2}-10\left(2^u\right)^{-u}+3>0\Leftrightarrow 2^{u^2}-\dfrac{10}{2^{u^2}}+3>0$ (1)

Đặt $t=2^{u^2}$, $t\ge 1$. $(1)\Rightarrow t^2+3t-10>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<-5\ \ (l)\\ t>2\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^{u^2}>2\Leftrightarrow u^2>1\Leftrightarrow u>1$ hoặc $u<-1$

- Với $u>1\Rightarrow\log_2 x>1\Rightarrow x>2$
- Với $u<-1\Rightarrow\log_2 x<-1\Rightarrow x<\frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x>2$ hoặc $0<x<\frac{1}{2}$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S=\left\{\frac{4}{9}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$. **D.** $S=\{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0<x\ne 1$

Ta có: $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}\Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x}-6^{\log_2 x}=2.3^{2+2\log_2 x}\Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x}-6^{\log_2 x}=19.9^{\log_2 x}$ (1)

Chia 2 vế cho $4^{\log_2 x}$.

$(1)\Leftrightarrow 18.\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x}+\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}-4=0$. Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}>0$. $PT\Rightarrow 18t^2+t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4}{9}\\ t=-\frac{1}{2}\ (l)\end{array}\right.$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}=\left(\frac{4}{9}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\Leftrightarrow\log_2 x=-2\Leftrightarrow x=2^{-2}=\frac{1}{4}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x-\log_3(x-2)=\log_{\sqrt{3}}m$ có nghiệm?

A. $m>1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x>2;m>0$

$\log_3 x-\log_3(x-2)=\log_{\sqrt{3}}m\Leftrightarrow x=(x-2)m^2\Leftrightarrow x=\dfrac{2m^2}{m^2-1}$

Phương trình có nghiệm $x>2$ khi $m>1$,chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m=0$ (thuộc C, D) vào biểu thức $\log_{\sqrt{3}}m$ không xác định, vậy loại C, D, Thay $m=1$ (thuộc B) ta được phương trình tương đương $x=x-2$ vô nghiệm

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3\left(x^2+4x+m\right)\ge 1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.?

A. $m\ge 7$. **B.** $m>7$. **C.** $m<4$. **D.** $4<m\le 7$.

Hướng dẫn giải

$\log_3\left(x^2+4x+m\right)\ge 1\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2+4x+m-3\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta\le 0\Leftrightarrow m\ge 7$

Vậy chọn **A.**

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\left(mx-x^2\right)\le \log_{\frac{1}{5}}4$ vô nghiệm?

A. $-4\le m\le 4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **C.** $m<4$. **D.** $-4<m<4$.

Hướng dẫn giải

$\log_{\frac{1}{5}}\left(mx-x^2\right)\le \log_{\frac{1}{5}}4\Leftrightarrow mx-x^2\ge 4\Leftrightarrow x^2-mx+4\le 0$

$x^2-mx+4\le 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2-mx+4>0\ \forall x\in R\Leftrightarrow \Delta<0\Leftrightarrow -4<m<4$

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(mx-x^2\right)=2$ vô nghiệm?

A. $m<4$. **B.** $-4<m<4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **D.** $m>-4$.

Hướng dẫn giải

$\log_2\left(mx-x^2\right)=2\Leftrightarrow -x^2+mx-4=0(*)$

Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta<0\Leftrightarrow m^2-16<0\Leftrightarrow -4<m<4$

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x+3\log_4 x+2m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m<\frac{13}{8}$. **B.** $m>\frac{13}{8}$. **C.** $m\le\frac{13}{8}$. **D.** $0<m<\frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0\Leftrightarrow 13-8m>0\Leftrightarrow m<\frac{13}{8}$

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm $x\ge 1$?

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Hướng dẫn giải

BPT $\Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\le \mathrm{m}\Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\left[1+\log_2(5^x-1)\right]\le \mathrm{m}$

Đặt $t=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ do $x\ge 1\Rightarrow t\in\left[2;+\infty\right)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t)\ge m\Leftrightarrow t^2+t\ge m\Leftrightarrow f(t)\ge m$

Với $f(t)=t^2+t$

$f'(t)=2t+1>0$ với $t\in\left[2;+\infty\right)$ nên hàm đồng biến trên $t\in\left[2;+\infty\right)$

Nên $Minf(t)=f(2)=6$

Do đó để để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge \mathrm{m}$ có nghiệm $x\ge 1$ thì :

$m\le Minf(t)\Leftrightarrow m\le 6$

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+2\log_3 x+m-1=0$ có nghiệm?

A. $m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m>2$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x>0$

PT có nghiệm khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow 1-(m-1)\ge 0 \Leftrightarrow 2-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1)\le m$ có nghiệm $x\ge 1$?

A. $m\ge 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$x\ge 1 \Leftrightarrow 5^x-1\ge 4 \Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\ge 2 \Leftrightarrow m\ge 2$

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. $m\in[0;2]$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m\in(0;2]$. **D.** $m\in[0;2)$.

Hướng dẫn giải

Với $x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ hay $1\le x\le 3^{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 1+1}\le\sqrt{\log_3^2 x+1}\le\sqrt{\log_3^2 3^{\sqrt{3}}+1}$ hay $1\le t\le 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$”. Ta có $PT \Leftrightarrow 2m=t^2+t+2$.

Xét hàm số

$f(t)=t^2+t-2,\ \forall t\in[1;2],\ f'(t)=2t+1>0,\ \forall t\in[1;2]$

t	1	2
$f'(t)$	+	
$f(t)$	0 ↗	4

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $0\le 2m\le 4 \Leftrightarrow 0\le m\le 2$.

Vậy $0\le m\le 2$ là các giá trị cần tìm.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$ có nghiệm $x\ge 1$.?

A. $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in[3;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;3]$.

Hướng dẫn giải

Với $x\ge 1\Rightarrow 5^x\ge 5\Rightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\ge\log_2(5-1)=2$ hay $t\ge 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có nghiệm $t\ge 2$”.

Xét hàm số $f(t)=t^2+t,\ \forall t\ge 2,\ f'(t)=2t+1>0,\ \forall t\ge 2$

Suy ra hàm số đồng biến với $t\ge 2$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $2m\ge 6 \Leftrightarrow m\ge 3$.

Vậy $m\ge 3$ là các giá trị cần tìm.

t	2	$+\infty$
$f'(t)$	+	
$f(t)$	6 ↗	$+\infty$

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=27$.?

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\log_3 x$. Khi đó phương trình có dạng: $t^2-(m+2)t+3m-1=0$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta=(m+2)^2-4(3m-1)=m^2-8m+8>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<4-2\sqrt{2} \\ m>4+2\sqrt{2} \end{array}\right.\quad (*)$$

Với điều kiện $(*)$ ta có: $t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3\left(x_1.x_2\right)=\log_3 27=3$.

Theo Vi-ét ta có: $t_1+t_2=m+2\Rightarrow m+2=3\Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $[32;+\infty)$?

A. $m\in\left(1;\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[1;\sqrt{3}\right)$. **C.** $m\in\left[-1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\sqrt{3};1\right]$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$. Khi đó phương trình tương đương: $\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}=m\left(\log_2 x-3\right)$.

Đặt $t=\log_2 x$ với $x\ge 32\Rightarrow \log_2 x\ge \log_2 32=5$ hay $t\ge 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2-2t-3}=m(t-3)\quad (*)$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t\ge 5$"

Với $t\ge 5$ thì $(*)\Leftrightarrow \sqrt{(t-3).(t+1)}=m(t-3)\Leftrightarrow \sqrt{t-3}.\left(\sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}\right)=0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}=0\Leftrightarrow m=\sqrt{\frac{t+1}{t-3}}$$

Ta có $\frac{t+1}{t-3}=1+\frac{4}{t-3}$. Với $t\ge 5\Rightarrow 1<1+\frac{4}{t-3}\le 1+\frac{4}{5-3}=3$ hay $1<\frac{t+1}{t-3}\le 3\Rightarrow 1<\sqrt{\frac{t+1}{t-3}}\le\sqrt{3}$

suy ra $1<m\le\sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1<m\le\sqrt{3}$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+4x+m\right)-1\quad(1)$.

A. $m\in[-12;13]$. **B.** $m\in[12;13]$. **C.** $m\in[-13;12]$. **D.** $m\in[-13;-12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1>\dfrac{x^2+4x+m}{5}\\ x^2+4x+m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-x^2-4x=f(x)\\ m<4x^2-4x+5=g(x)\end{cases}$$

Hệ trên thỏa mãn $\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge \underset{2<x<3}{Max}\, f(x)=-12 & \text{khi } x=2\\ m\le \underset{2<x<3}{Min}\, f(x)=13 & \text{khi } x=2\end{cases}\Leftrightarrow -12\le m\le 13.$

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\ge\log_2\left(mx^2+4x+m\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;5]$. **B.** $m\in(-2;5]$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[-2;5)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7x^2+7\ge mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(7-m)x^2-4x+7-m\ge 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

✓ $m=7$: (2) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

✓ $m=0$: (3) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

(1) thỏa $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}7-m>0\\ \Delta_2'=4-(7-m)^2\le 0\\ m>0\\ \Delta_3'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\ m\le 5\\ m>0\\ m>2\end{cases}\Leftrightarrow\ 2<m\le 5.$

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m\in(2;3]$. **B.** $m\in(-2;3]$. **C.** $m\in[2;3)$. **D.** $m\in[-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7\left(x^2+1\right) \geq mx^2+4x+m>0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(5-m)x^2-4x+5-m \geq 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases} \text{(*)},\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

- ✓ $m=0$ hoặc $m=5$: (*) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$
- ✓ $m \neq 0$ và $m \neq 5$: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases}5-m>0\\ \Delta_2' = 4-(5-m)^2 \leq 0\\ m>0\\ \Delta_3' = 4-m^2<0\end{cases} \Leftrightarrow\ 2<m \leq 3.$