Centro de Informática

Universidade Federal da Paraíba

Estrutura de Dados

---

# EFA III

---

*Professor:*
Leandro Carlos de Souza
Departamento de Informática

*Alunos:*
Laura Francine Araujo Silva
Matrícula: 20180025872
Ícaro Dutra Gibson da Silva
Matrícula: 20190116095

November 28, 2021

EFA III

# 1 Questão 1

a) **Explique, com suas palavras, as seguintes estruturas: árvores, árvores binárias, árvores binárias de busca,árvores de busca balanceadas.**

**Árvores:**

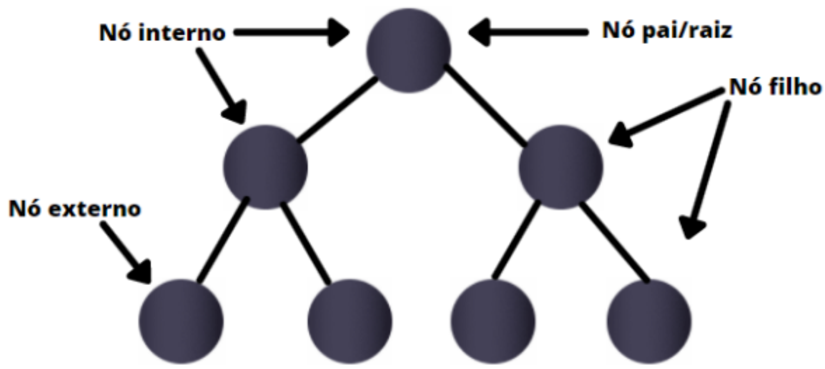
É possível remeter-se a TAD do tipo árvore, como uma árvore normal (sendo graficamente demonstrada inversamente, tendo suas folhas embaixo, e sua raiz acima) que possui um tronco principal, onde é encontrado o início da nossa árvore de informações que podem ser encontradas nos galhos vindos do eixo principal.

Sendo assim, cada galho irá ligar outro, e tais juntas irão "segurar" informações importantes para o usuário que chamamos de "nós". As pontas principais, que não possuem "galhos" ou arestas/arcos serão as últimas representadas em sua árvore como "folhas", e seguem uma hierarquia, como demonstra a imagem abaixo demostrando uma árvore degenerada, onde cada nó possui exatamente um filho:

**Árvores binárias:**

Seguindo a mesma lógica de uma árvore normal, ela possui em teoria os mesmos aspectos, porém, diferentemente de uma árvore normal, a árvore binária poderá apenas ter um número limitado de "galhos" (arestas/arcos) por nó, sendo o mínimo 0 (zero), e o máximo de 2 (dois). Vale salientar que o primeiro nó, pode ser chamado de outros nomes, como: "Nó pai" ou "Nó raiz".

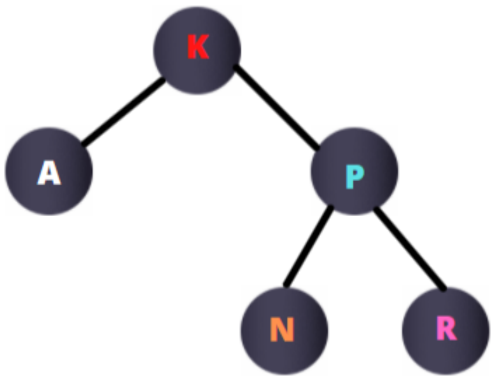
Outros nós, vindos da raiz principal, são chamados de: "Nó filho", e esses filhos podem ter outros filhos, mas não se tornam um Nó pai, tendo exceção da regra, apenas se o nó pai for removido da árvore, daí então um dos filhos tomam o lugar de Nó raiz. Também ressaltando que nós diretamente ligados entre um nó pai e suas "folhas" (últimos nós que não possuem filhos) são chamadas de "Nós internos", e a própria folha de "Nó externo".




**Árvores binárias de busca:**

A árvore binária de busca segue a mesma regra que a árvore binária normal, tendo seu diferencial a forma em que seus filhos são alocados na árvore principal, de forma ordenada por classificação.

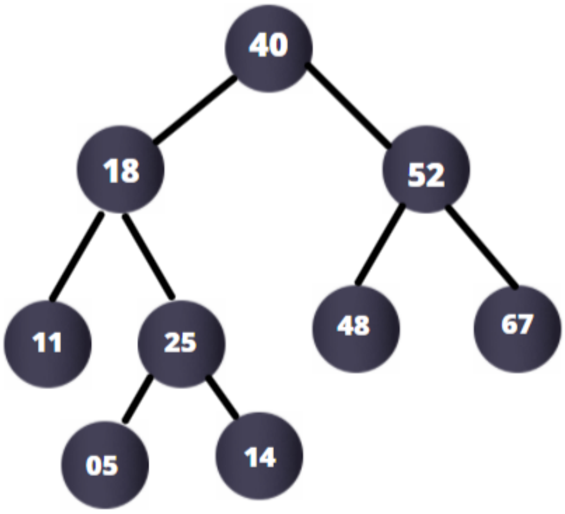
Pensemos em um exemplo com letras, onde a letra K é a raiz, e adicionamos a letra A nesta árvore, no alfabeto, A vem antes do K, logo, é alocada no espaço à esquerda da raiz principal, facilitando o processo de busca da letra. Adicionando as letras, P, N e R, seguindo esta ordem, todas do lado direito (pois no alfabeto são encontradas após o K), seguindo a regra de um nó poder ter no máximo dois filhos, o P recebe o lugar ao lado do K, o N é alocado como filho do P do lado esquerdo, por vir antes da letra P no alfabeto. O R é alocado à direita, pois vem após a letra P, seguindo a mesma linha de raciocínio. É possível demonstrar com a figura abaixo:




**Árvores de busca balanceadas:**

As árvores de busca balanceadas seguem os princípios das anteriores, com mais uma regra a ser acrescentada a sua particularidade, a altura da árvore (o nível e quantidade de galhos que possuem em uma escala vertical) não pode ultrapassar 1, basicamente é a mesma coisa de ver uma árvore de verdade possuindo um lado totalmente maior que outro, por ter sido podada errado. Nesta árvore AVL nós a “podamos” para deixar seus lados iguais com uma diferença mínima (de no máximo 1) entre seus lados.

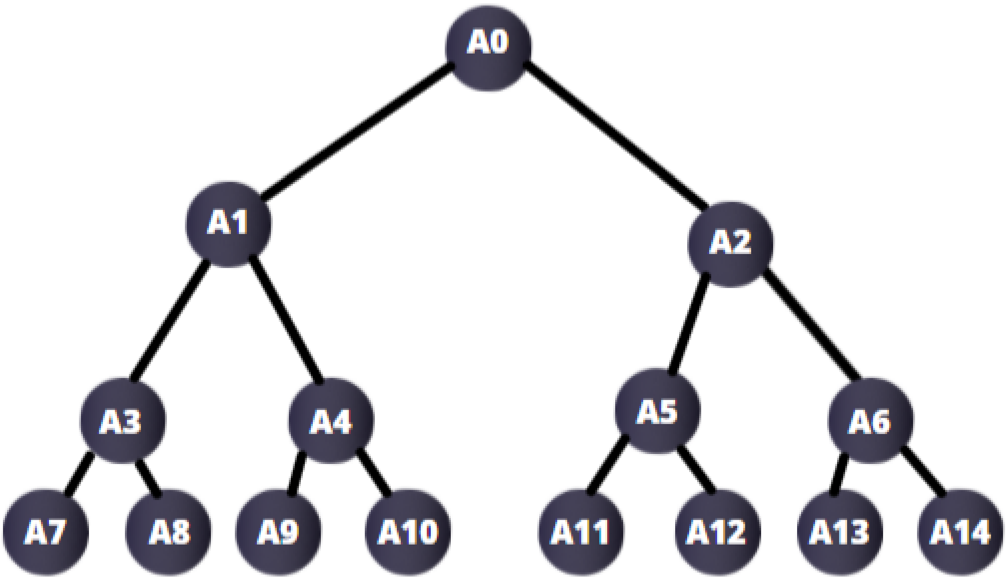
Como mostrado no exemplo abaixo, podemos dizer que esta árvore é balanceada, e de busca, pois segue os requisitos de números maiores à direita, menores à esquerda, e uma diferença entre altura de apenas 1:



b) **Explique sobre as formas de se percorrer uma árvore binária. Dê um exemplo para cada uma das formas citadas.**

**Pré-ordem:**

A primeira forma de percurso a ser abordada consiste em fazer com que os nós de uma árvore binária sejam visitados de maneira recursiva, primeiramente apresentando o elemento (item) do nó visitado (começando pela raiz), em seguida passando para o elemento do nó filho à subárvore à esquerda e por último, passa para o elemento do nó filho à subárvore direita. A figura abaixo ilustra esse percurso:




**Pré-Ordem de visitação:**

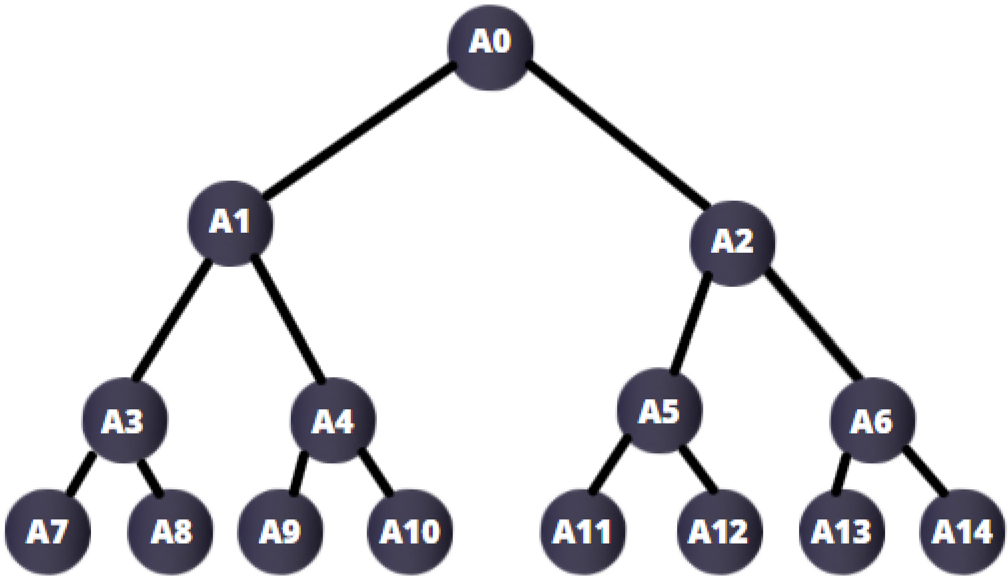
**A0 -> A1 -> A3 -> A7 -> A8 -> A9 -> A10 -> A2 -> A5 -> A11 -> A12 -> A6 -> A13 -> A14**

Pseudo-Código do percurso Pré-Ordem:

```
void pre_ordem ( ArvRaiz *raiz ){

   if ( raiz != NULL ){
      printf("%d\n", raiz -> num);
      pre_ordem ( raiz -> esquerda );
      pre_ordem ( raiz -> direita );
   }
}
```

**Em-ordem:**

Nessa forma de percurso também consiste em fazer com que os nós de uma árvore binária sejam visitados de maneira recursiva, porém diferentemente da pré-ordem, é inicialmente passado para o elemento do ultimo nó filho à subárvore da esquerda, em seguida é apresentado o elemento (item) do nó visitado, volta para o seu pai, e visita o outro nó ao lado do primeiro elemento printado (o irmão do primeiro elemento apresentado), e por último, passa para o ultimo elemento do nó filho à subárvore direita. A figura abaixo ilustra essa forma de percurso:



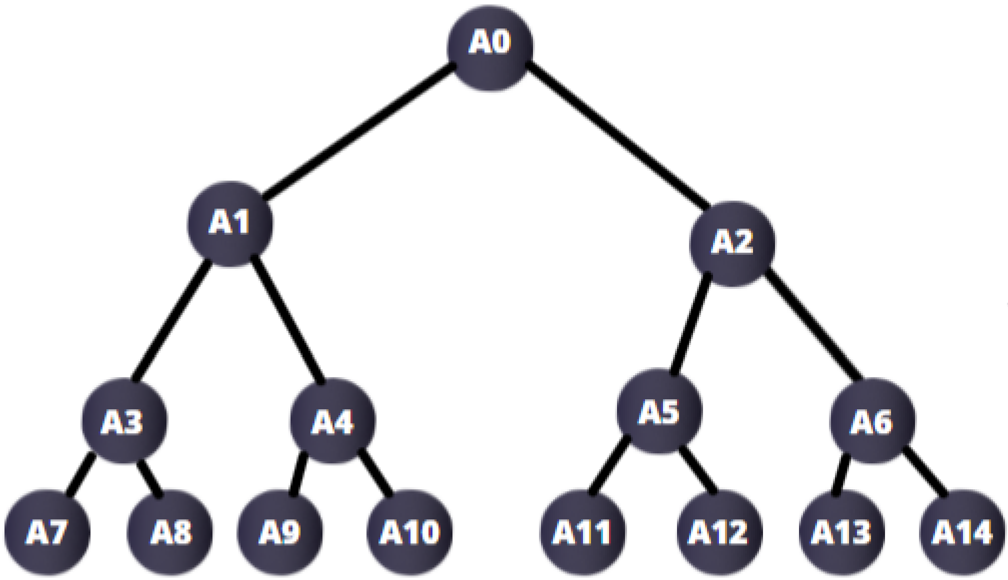

**EM-ORDEM de visitação:**
**A7 -> A3 -> A8 -> A1 -> A9 -> A4 -> A10 -> A0 -> A11 -> A5 -> A12 -> A2 -> A13 -> A6 -> A14**

Pseudo-Código do percurso Em-Ordem:

```
void em_ordem ( ArvRaiz *raiz ){

   if ( raiz != NULL ){
      em_ordem ( raiz -> esquerda );
      printf ("%d\n", raiz -> num );
      em_ordem ( raiz -> direita );
   }
}
```

**Pós-ordem:**

No percurso pós-ordem de uma árvore binária, os nós também são visitados de maneira recursiva, diferentemente da pré-ordem e em-ordem, se inicia passando para o elemento do nó filho à subárvore à esquerda, posteriormente, passa para o elemento do nó filho à subárvore direita (primeiro as folhas, depois seus pais) e por fim apresenta o elemento(item) do nó visitado. A figura abaixo ilustra essa forma de percurso:




**PÓS-ORDEM de visitação:**
**A7 -> A8 -> A3 -> A9 -> A10 -> A4 -> A1 -> A11 -> A12 -> A5 -> A13 -> A14 -> A6 -> A2 -> A0**

Pseudo-Código do percurso Pós-Ordem:

```
void pos_ordem ( ArvRaiz *raiz ){

   if ( raiz != NULL ){
      pos_ordem ( raiz -> esquerda );
      pos_ordem ( raiz -> direita );
      printf ("%d\n", raiz -> num );
   }
}
```

c) **Implemente um TAD para árvores binárias de busca para armazenar chaves inteiras. Esse TAD deve ter as seguintes operações: criação da árvore, inserção de um nó, remoção de um nó, busca de um nó, mostrar árvore e retornar o número de folhas da árvore. Faça um programa para testar o seu TAD.**

Código arvere.h

---

```
// ============== Inicio .h =================//
#ifndef ARVERE_H
#define ARVERE_H

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

typedef struct arvorebin ArvBin;

struct arvorebin {
   int num;
   ArvBin* dir;
   ArvBin* esq;
};

typedef struct raiztot ArvRaiz;

struct raiztot {
   ArvBin* raiz;
};

ArvRaiz *cria_arv ( ); //cria uma arvore do 0

static ArvBin* busca ( ArvBin *r, int val ); //busca um numero especifico
    na arvore toda

ArvBin * raizbusc ( ArvRaiz* rz, int val ); //passa a base da arvore e seus
    dados

static ArvBin* inseregalho (ArvBin* r, int val); //insere um valor (chave)
    na arvore

void arvinsere (ArvRaiz* r, int val); //passa os dados para inseregalho

static ArvBin * removegalho (ArvBin * r, int val);

ArvBin * raizremove (ArvRaiz * r, int val); //chama removegalho e retira um
    no da arvore
```

```
int folhas (ArvBin* a); //retorna a quantidade de folhas

int folhasRaiz (ArvRaiz *ar);

static void imprime (ArvBin* r);

void imprimeraiz (ArvRaiz* raiz); //printa toda a arvore

#endif
// ============== Fim .h ==================//
```

Código arvere.c

```
// ============== Inicio .c ==================//
#include "arvere.h"

ArvRaiz *cria_arv ( ){

   ArvRaiz* a = ( ArvRaiz * ) malloc ( sizeof ( ArvRaiz ) ); //aloca espaco
       na memoria

   a -> raiz = NULL;
   puts("Raiz criada!\n");  //feedback se a arvore foi criada com sucesso
   return a;
}

static ArvBin* busca ( ArvBin *r, int val ) {

   if ( r == NULL ) //se nao tiver, nao busca
      return NULL;
   else
      if ( val > r -> num )    //se o valor for maior do que o no atual,
          passa para direita
         return busca ( r -> dir, val );

      else if ( val < r -> num )  //se o valor for menor do que o no atual,
          passa para esquerda
         return busca( r -> esq, val );

      else
         return r;
}

ArvBin * raizbusc ( ArvRaiz* rz, int val ) {
```

```c
    return busca ( rz->raiz , val );

}

static ArvBin *inseregalho (ArvBin* r, int val){

    if ( r == NULL ) {

        r = ( ArvBin* ) malloc(sizeof ( ArvBin ) );

        r-> num = val;
        r-> dir = NULL;
        r-> esq = NULL;

    }else if ( val < r -> num ) {

        r-> esq = inseregalho( r -> esq, val );
    }
    else if ( val > r-> num ) {

        r-> dir = inseregalho( r -> dir, val );
    }
    return r;

}

void arvinsere (ArvRaiz* r, int val){

    r -> raiz = inseregalho ( r->raiz ,val );

}

static ArvBin * removegalho (ArvBin * r, int val){

    if (r == NULL) //vazio, nao tem oq remover

        return NULL;

    else if (r-> num > val) //vai para esquerda (dependendo do valor)

        r-> esq = removegalho ( r->esq , val );

    else if (r-> num < val) //vai para direita

        r-> dir = removegalho ( r->dir, val );

    else {

        //nao possui filhos
```

```
        if (r-> esq == NULL && r-> dir == NULL) {

          free (r);
          r = NULL;
        }
        //possui filhos apenas na direita
        else if (r-> esq == NULL) {

          ArvBin* t = r;
          r = r-> dir;
          free (t);

        }
        //possui filhos apenas na esquerda
        else if (r-> dir == NULL) {

          ArvBin* t = r;
          r = r-> esq;
          free (t);

        }

        else { // possui os dois filhos

          ArvBin* f = r-> esq; //cria uma arvore binaria f (sem raiz) e passa
              o valor da esquerda para ela

          while (f-> dir != NULL) { //enquanto direita for diferente de de
              nulo, pegue o valor mais a direita

            f = f-> dir;
          }

          r-> num = f-> num; //troca de dados
          f-> num = val;
          r-> esq = raizremove (r->esq ,val); //remove o valor escolhido
        }
      }
      return r;
    }

    ArvBin *raizremove (ArvRaiz * r, int val){

      r -> raiz = removegalho ( r->raiz, val); //chama a funcao anterior
          passando a raiz da principal (que possui dados ArvBin: esq, dir,
          valor)
      return r-> raiz;
    }
```

```c
int folhas (ArvBin* a){

   if ( a -> esq == NULL && a->dir == NULL ) //se nao tiver filhos, eh uma
       folha, logo, soma +1.

      return 1;

   else if ( a->esq != NULL && a -> dir == NULL)  //se esquerda tem filhos,
       ir afundo na esquerda ate chegar na folha

      return folhas(a->esq);

   else if ( a -> esq == NULL && a -> dir != NULL )  //se direita tem
       filhos, ir afundo na direita ate chegar na folha

      return folhas ( a -> dir );

   return folhas( a -> esq ) + folhas( a -> dir ); //retorna valores a
       esquerda e a direita da raiz principal.
}

int  folhasRaiz (ArvRaiz *ar){

   return folhas( ar -> raiz );

}

static void imprime (ArvBin* r){  //utilizando preordem (comecando do
    primeiro ponto que eh a raiz)
   printf("<");

   if (r != NULL) {

      printf("%d", r -> num);

      imprime( r-> esq );

      imprime( r-> dir );
   }
   printf(">");
}

void imprimeraiz (ArvRaiz* raiz){

   return imprime(raiz -> raiz);
}

// ============== Final .c ==================//
```

Main.c

```c
// ============== Inicio Main ==================//
#include "arvere.h"

int main() {

   ArvRaiz *arvereraiz = cria_arv ();  //criacao de arvore

   arvinsere ( arvereraiz, 125);  //insere dados aleatorios apenas para teste

   arvinsere ( arvereraiz, 200);
   arvinsere ( arvereraiz, 165);
   arvinsere ( arvereraiz, 67);
   arvinsere ( arvereraiz, 156);
   arvinsere ( arvereraiz, 53);
   arvinsere ( arvereraiz, 27);


   imprimeraiz(arvereraiz); //impressao de dados

   printf("\nNumero de folhas: %d \n", folhasRaiz(arvereraiz)); //folhas
       presentes na arvore

   if(raizbusc(arvereraiz, 27)) //retorna 1 ou 0, se 1, achou, se 0, nao.
      puts("\nAchou numero 27!!");
   else
      puts("\nNada do numero 27 nessa!");

   raizremove(arvereraiz, 156); //remocao de valor
   puts("\nRemovendo numero 156..."); //feedback

   imprimeraiz(arvereraiz); //impressao da arvore inteira

   puts("\n\nInserindo valores: 232, 173, 130.\n\nEm teoria, esses valores
       criam 2 folhas a mais!\n");

   arvinsere ( arvereraiz, 232);  //a partir daqui se repete o q ocorreu
       acima
   arvinsere ( arvereraiz, 173);
   arvinsere ( arvereraiz, 130);

   imprimeraiz(arvereraiz);

   printf("\nNumero de folhas: %d \n", folhasRaiz(arvereraiz));

   puts("\n\nInserindo valores: 61, 82, 97, 70.\n\nEm teoria, esses valores
       criam 3 folhas a mais! \n");
```

```c
    arvinsere ( arvereraiz, 61);
    arvinsere ( arvereraiz, 82);
    arvinsere ( arvereraiz, 97);
    arvinsere ( arvereraiz, 70);

    imprimeraiz(arvereraiz);

    printf("\nNumero de folhas: %d \n", folhasRaiz(arvereraiz));


    return 0;
}
// ============== Final Main ==================//
```

Seu output no sistema foi:

```
criei
<125<67<53<27<><>><>><>><200<165<156<><>><>><>>>
Numero de folhas: 2

Achou numero 27!!

Removendo numero 156...
<125<67<53<27<><>><>><>><200<165<><>><>>>

Inserindo valores: 232, 173, 130.

Em teoria, esses valores criam 2 folhas a mais!

<125<67<53<27<><>><>><>><200<165<130<><>><173<><>>><232<><>>>>
Numero de folhas: 4


Inserindo valores: 61, 82, 97, 70.

Em teoria, esses valores criam 3 folhas a mais!

<125<67<53<27<><>><61<><>>><82<70<><>><97<><>>>><200<165<130<><>><173<><>>><232<><>>>>
Numero de folhas: 7

--------------------------------
Process exited after 0.0128 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

O "criei" na primeira linha é um debug para confirmar que a raiz principal foi criada. Logo em seguida, fiz o programa inserir os valores 125, 67, 53, 27, 200, 165, 156.

Como é visível, é possivel notar como eles estão separados, numeros maiores que 125 ao lado direito, numeros menores ao lado esquerdo. A medida que o código avança, pesquiso pelo numero 27, e ele é achado, é possivel pesquisar qualquer número.
A remoção do numero 156 foi um sucesso, e ele não faz mais parte da árvore. O resto é apenas repetição e amostragem de folhas. Demonstração abaixo:

EFA III

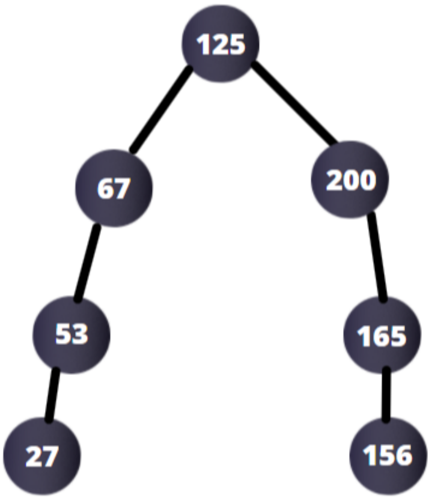



Figure 1: Estado inicial

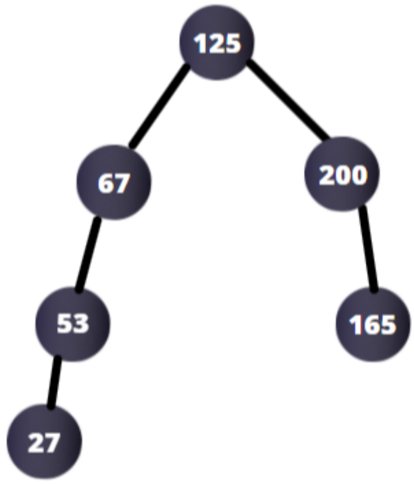



Figure 2: Remoção do 156

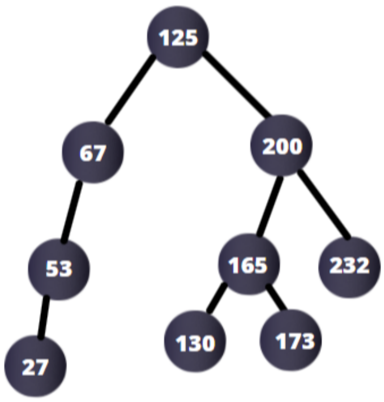



Figure 3: Adição do 232, 173, 130.

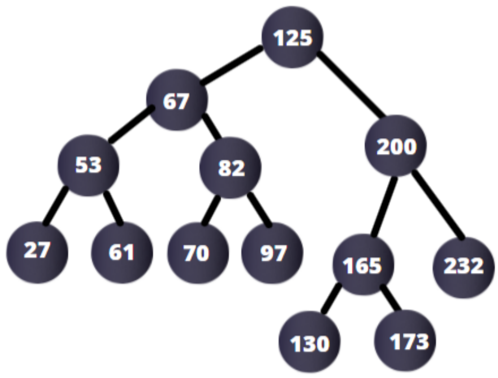
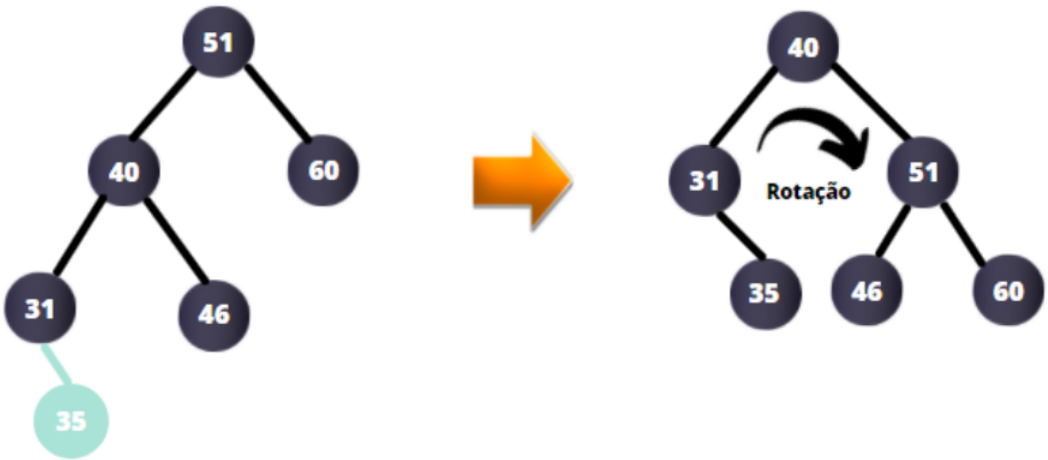



Figure 4: Adição do 61, 82, 97, 70.

d) **Explique e dê exemplos sobre as operações aplicadas em árvores binárias de busca para que estas se tornem árvores AVL.**

Após a inserção ou remoção de algum elemento que tenha desequilibrado na distribuição dos elementos, o conceito de rotação de nós numa árvore objetiva o restabelecimento do balanceamento da árvore.

O conceito de árvore AVL, já apresentado anteriormente, fica melhor explicado com as duas figuras abaixo, uma vez que, na figura 1 a inserção da chave 36 na árvore a torna desbalanceada, pois a diferença de altura entre as subárvores do nó raiz é superior a 1. Na figura 2 é mostrado o restabelecimento do balanceamento com a rotação de nós utilizando rotação à direita.




A esquerda, figura 1, a direita, figura 2.

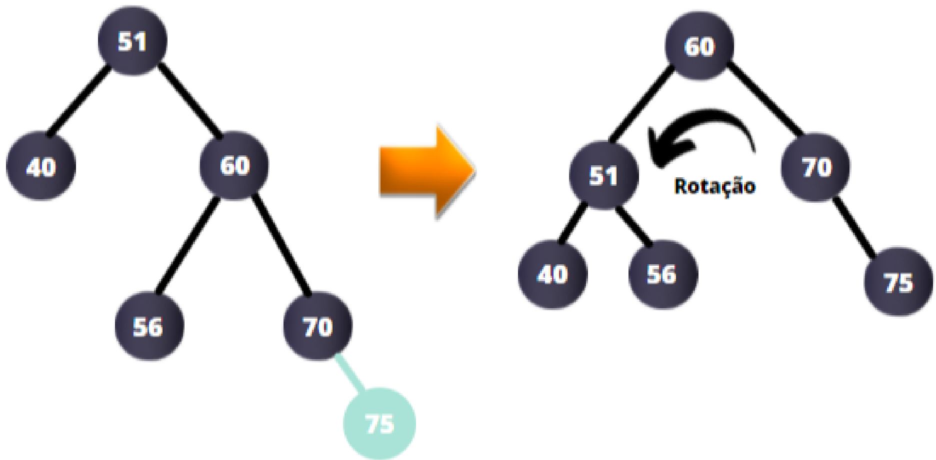
**Código Rotação à direita:**

```
void Rota_Direita(ArvRaiz **Raiz)
{
  ArvRaiz *aux
  if (*Raiz != NULL)
  {
    aux = (*Raiz)->esquerda;
    (*Raiz)->esquerda = aux->direita;
    aux->direita = *Raiz;
    *Raiz = aux;
  }
}
```

O aux aponta o nó filho à esquerda da raiz da subárvore, o nó filho à direita de aux passa a ser o nó filho à esquerda da raiz, a variável do tipo ArvRaiz ** Raiz passa a ser o nó filho à direita de aux, aux passa a ser a nova Raiz da subárvore.

### Rotação à esquerda

Neste tipo de rotação, o nó raiz da subárvore é deslocado para a posição de seu nó filho à esquerda, que, por sua vez, continua a ser o nó filho à esquerda do nó deslocado. O nó filho à esquerda do nó filho à direita da raiz é deslocado para ser o nó filho à direita do nó raiz deslocado. O nó filho à direita do nó raiz ocupa o seu antigo lugar, passando a ser a nova raiz.

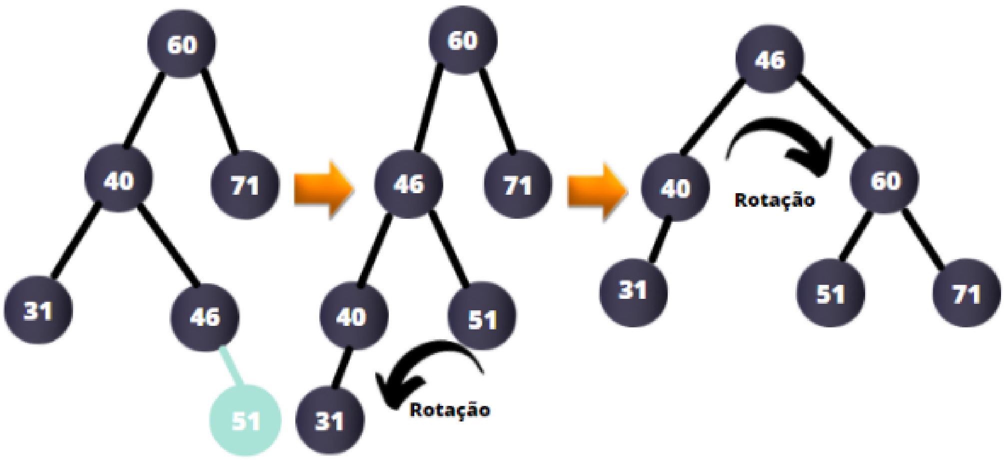



### Código Rotação à esquerda:

```
void Rota_Esquerda(ArvRaiz **Raiz)
{
    ArvRaiz *aux
    if (*Raiz != NULL)
    {
        aux = (*Raiz)->direita;
        (*Raiz)->direita = aux->esquerda;
        aux->esquerda = *Raiz;
        *Raiz = aux;
    }
}
```

Basicamente uma repetição do código de rotação apresentado anteriormente, sendo a principal diferença, inicialmente a variável auxiliar (aux) aponta o nó filho à esquerda da raiz da subárvore, e vice-versa.

Também existe a rotação dupla, em que é utilizada as aplicações anteriores, onde há uma diferença na altura da árvore AVL (maior que 1 de altura, como explicado em tópicos anteriores), porém, a primeira operação, ao invés de modificar a árvore toda, ela modificará apenas a parte de baixo do lado com maior altura.
Após a primeira operação, é executada uma rotação no sentido oposto à anterior. Para melhor entendimento, segue abaixo uma ilustração:




Com isso, é possível chegar na conclusão que Árvores AVL utilizam como base as Árvores Binárias e suas operações são a mesmas, apenas com a adição da constante verificação de diferença em altura da árvore e balanceamento.
Logo, estas são funções que checam se um lado da árvore está a uma diferença maior que 1 (ou menor que -1) comparada a nós adjacentes, e se estiver, ela utilizará uma ou mais funções apresentadas anteriormente em busca de um equilíbrio em altura e mantendo a ordem das chaves presentes anteriormente.

## 2 Questão 2

a) **Construa a matriz de adjacências para este grafo.**

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| E | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| F | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| H | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| I | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

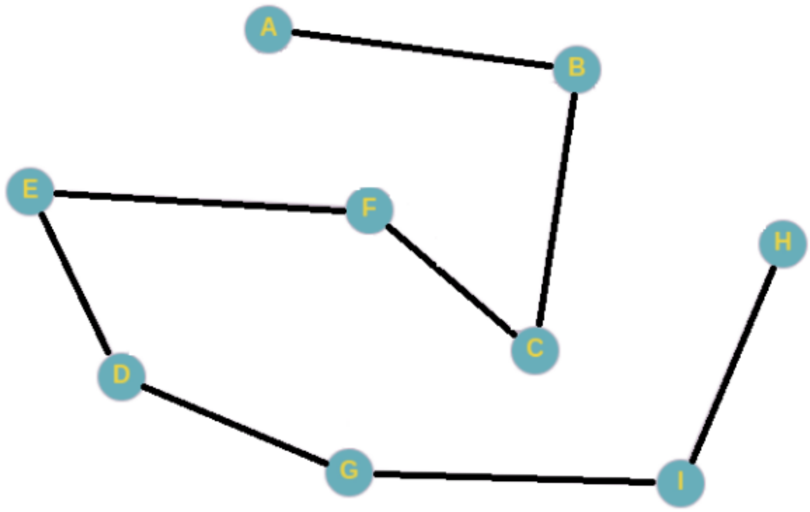
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| B | | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | | | | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| E | | | | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| F | | | | | | 0 | 1 | 0 | 0 |
| G | | | | | | | 0 | 0 | 1 |
| H | | | | | | | | 0 | 1 |
| I | | | | | | | | | 0 |

**É uma matriz simétrica!**

b) **Começando do nó A, explique como o grafo é percorrido em profundidade.**

Seguindo por ordem alfabética:

Ordem de visitação com retorno: A, B, C, F, E, D, G, I, H, I, G, D, E, F, C, B, A.
Ordem de visitação sem retorno: A, B, C, F, E, D, G, I, H.



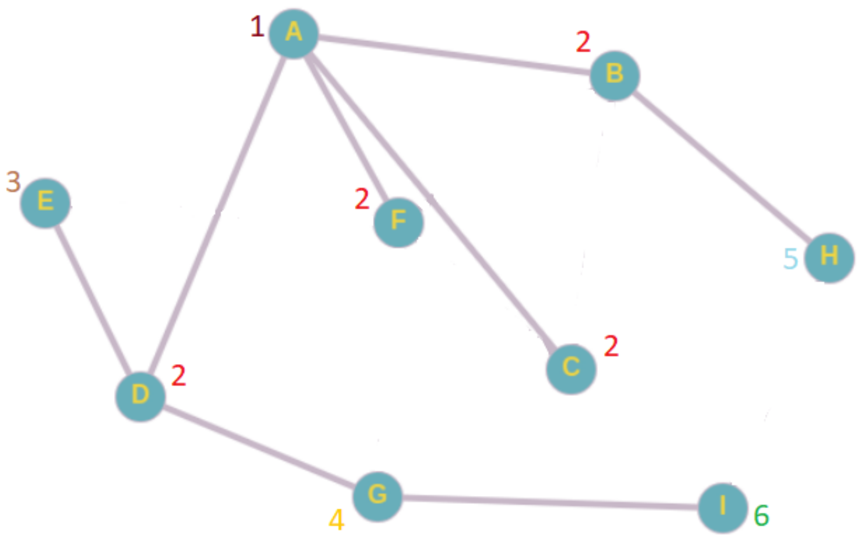

A imagem acima já mostra o caminho percorrido pelo grafo (via profundidade, indo cada vez mais fundo e por ordem alfabética) indo pelo caminho disponível, dada a forma em que o grafo estava distribuído.

c) **Começando do nó A, explique como o grafo é percorrido em largura.**

Ordem de visitação (Numerado por ordem de visitação): 1.A, 2DFCB, 3.E, 4.G, 5.H, 6.I
Ordem de visitação (Apenas o caminho percorrido): A - D - F - C - B - E - G - H - I

Ordem de exclusão e adição (Já visitados e quais eles adicionam à lista acima): (legenda: NAN - Não adiciona ninguém, AD - Adiciona algum à lista)

A (//AD - D, F, C, B//),
D (//AD - E, G//),
F (NAN),
C (NAN),
B (//AD - H//),
E (NAN),
G (//AD - I),
H (NAN),
I (NAN).




Primeiramente, o inicio a partir do nó A, segue para todos os nós de valor 2 (em vermelho na imagem). Após isso, o D aponta para o E, e retorna ao D, depois indo para a letra G E a letra I. A letra B irá para a letra H.

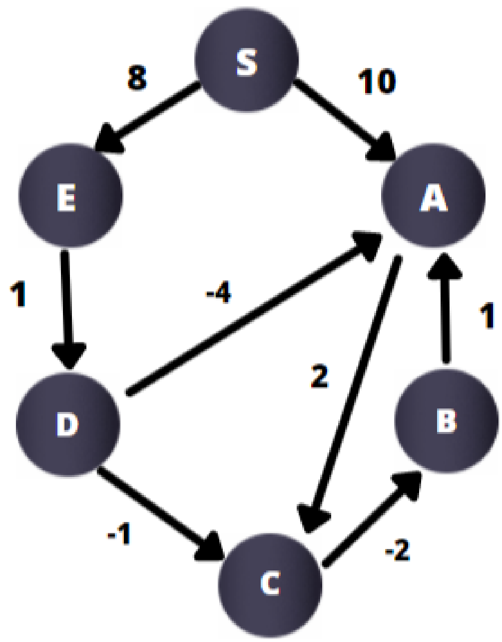
d) **Construa o pseudo-código para algoritmo de Bellman-Ford e explique o seu funcionamento através de um exemplo.**

O algoritmo de Bellman-Ford basicamente consiste em uma estratégia mais simples para se encontrar os caminhos mínimos a partir de um vértice para qualquer outro vértice de um grafo. O algoritmo faz relaxar todas as arestas do grafo, repetindo até que não precise mais fazer uma relaxação, o número máximo de iterações do algoritmo de Bellman-Ford pode ser apresentado como é V - 1.
Uma implementação do algoritmo de Bellman-Ford é mostrado logo abaixo.

### Pseudocódigo do Algoritmo de Bellman-Ford

```
void Bellman_Grafo (Grafo* g, int s){

   inicializa(g); // associa o custo infinito para todos os vertices

   g->v[s]. custo = 0.0; //Custo de s = 0

   for (int k = 1; k<g->n; ++k) {  //quantidade de nos

     for (int i = 0; i<g->n; ++i) {

       for ( Aresta* a = g->v[i]. lista; a!= NULL; a = a-> prox) {

          int j = a->v;

        relaxa(g, i , j, a-> custo);  //se o ligamento entre o no i e j for
            menor que o custo da aresta a, substitui o custo pelo o custo
            minimo
                 }
           }
       }
}
```

**Exemplo do percurso de um Grafo utilizando o algoritmo de Bellman-Ford**




S sempre é 0 pois é a partida, primeiramente S passa para o A , que tem como valor 10, logo em seguida, do valor A para o valor C, valor de A=10 para C=2 é 10+2=12, de C para o B menos 2 ,sendo assim 12-2 = 10 então o valor de B é 10, de E para o D é 9, pois de S para o E é 8, e de E para D é 1,isto é, 8+1=9, concluindo que D = 9.
A tabela abaixo mostra o resultado da primeira iteração.

**Iteração 1**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | 10 | 12 | 9 | 8 |
| S | A | B | C | D | E |

S sempre é 0 pois é a partida, agora pelo o lado esquerdo do S, S para E é valor 8, então E continua no mesmo valor, do E para D é 8+1 = 9, também continua o mesmo valor, o D pode partir para A e para o C, se partir para A, temos D= 8+1 = 9, então 9-4 = 5, agora A= 5, no D para o C temos o valor -1, sendo assim D= 8 +1= 9, de D para C é 9-1= 8, mudando, agora C = 8.
A tabela abaixo mostra o resultado da segunda iteração.

**Iteração 2**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 10 | 8 | 9 | 8 |
| S | A | B | C | D | E |

Começando com S=0, A vai continuar valendo 5 pois o valor 10 é maior, do A para o C, A= 5+2 = 7, uma vez que 7 menor que 8, o valor de C vai ser substituído por 7, agora C=7, de C para B é 7 -2 , mudando o valor de B para 5, já que 5 é menor que 10, D e E continua os mesmos valores.
A tabela abaixo mostra o resultado da terceira iteração.

**Iteração 3**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 5 | 7 | 9 | 8 |
| S | A | B | C | D | E |

Precisamos checar se tem algum valor que possa ser substituído, S para A é 10, sendo assim o valor de A não muda, continua 5, valor do A para C é 5+2 = 7 , continua também o mesmo valor para C, vamos do S pelo outro lado, 8+1 = 9 , e 9-1= 8 não é menor que 7, continua o mesmo valor de B = 5 porque o percurso de A à B é A valendo 5+2 = 7, então 7 - 2 do B é igual a 5, por outro lado, para o D não tem mais outro caminho, vai ser sempre o 9, pois 8+1 = 9, e E é sempre valendo 8, pois também não tem outro caminho.
A tabela abaixo mostra o resultado da quarta iteração.

**Iteração 4**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 5 | 7 | 9 | 8 |
| S | A | B | C | D | E |

e) **Construa o pseudo-código para o algoritmo de Dijkstra e explique o seu funcionamento através de um exemplo.**

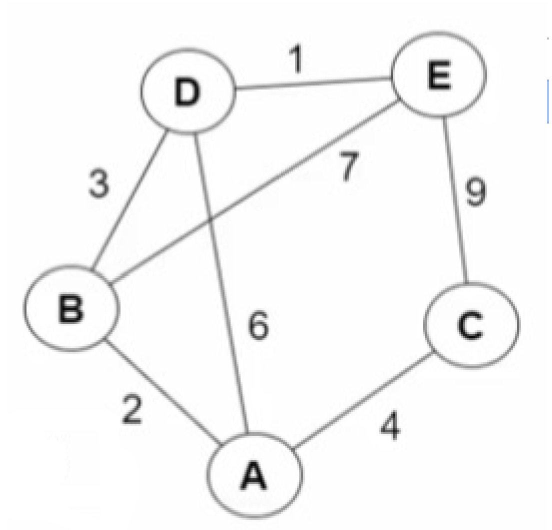
O algoritmo de Dijkstra procura otimizar a busca pelo caminho mínimo priorizando as arestas a serem relaxadas, porém tentando relaxar apenas as arestas que pertencem a uma "frente de avanço" do algoritmo, a partir do vértice origem.

### Pseudocódigo do Algoritmo de Dijkstra

```
static int extrai_minimo (Grafo* g){  //Passa o grafo como parametro

    int iminimo = -1;

       for (int i=0; i<g->n; ++i) {

          if (g->v[i]. cor == cinza ) {  //Verifica se a frente de avanco
              com o vertice tem o custo minimo

                   if (iminimo <0 || g->v[i]. custo < g->v[iminimo]. custo)
                       //Verifica qual vertice tem o custo minimo
                              iminimo = i;

              }
       }
      return iminimo;
}
```

```
void Dijkstra_grafo (Grafo* g, int s, int t) {  //Passa o garfo, passa s
    como o no inicial, passa t(vertice de destino) como parametro
     int i;

     inicializa(g);

     g->v[s]. custo = 0.0 ;

     g->v[s]. cor = cinza ;   // Marca s com cinza como frente de avanco

while ((i= extrai_minimo(g))>=0) {  //Verifica com o vertice de custo
    minimo para ser o avanco

       g->v[i]. cor = preto ; // Marca i com preto e o vertice que foi
           processado

        if (i == t)

          break ;  // Para se ja chegou ao destino

     for ( Aresta* a=g->v[i]. lista; a!= NULL; a=a-> prox) {

           if (g->v[a->v]. cor != preto ) {   // se caso o vertice nao foi
               processado, relaxa a aresta

              relaxa(g,i,a->v,a-> custo);

              g->v[a->v]. cor = cinza ;  // Marca o vertice v com cinza como
                  frente de avanco

                       }

                   }

          }

     }
```

**Exemplo do percurso de um Grafo utilizando o algoritmo de Dijkstra:**




**Passo 1:**

Para ser possível encontrar o percurso de menor distância, o primeiro passo é começar com A, que tem ligação com o B , C , D , porém não tem ligação com E.
Dessa forma, a tabela 1 abaixo ilustra o primeiro passo.

Tabela 1

| | Passo 1 | Passo 2 | Passo 3 | Passo 4 | Passo 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | (0,A) | * | * | * | * |
| **B** | (2,A) | | | | |
| **C** | (4,A) | | | | |
| **D** | (6,A) | | | | |
| **E** | - | | | | |

**Passo 2:**

O segundo passo é observar qual é o menor percurso do Passo 1, é possível notar que de A para B é 2, sendo assim, preenchendo a segunda coluna do Passo 2 com B= (2,A). Partindo de B, como não é possível ir de B a C, repete o valor de C do Passo 1, a terceira coluna do Passo 2 é C = (4,A), de B para D tem distância 2, somando com 3 do B à D, a quarta coluna do Passo 2 é igual a D = (5,B) , sendo menor que D=(6,A) do Passo 1. De B para E é uma distância de 9, pois 2+7 = 9, terminando de completar a última coluna do Passo 2 E=(9,B).
A tabela 2 abaixo ilustra o segundo passo.

Tabela 2

| | Passo 1 | Passo 2 | Passo 3 | Passo 4 | Passo 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | (0,A) | * | * | * | * |
| **B** | (2,A) | (2,A) | * | * | * |
| **C** | (4,A) | (4,A) | | | |
| **D** | (6,A) | (5,B) | | | |
| **E** | - | (9,B) | | | |

**Passo 3:**

Seguindo para o terceiro passo, nota-se que C=(4,A) é o menor valor, portanto a terceira coluna do Passo 3 é C = (4,A), uma vez que C não está ligado a D, repetimos o menor valor de D, ou seja, a quarta coluna do Passo 3 é D(5,B), o percurso de C para E é 4 + 9 = 13, sendo assim, 13 é maior que o valor de E = (9,B), então mantém o E=(9,B) do Passo 2, ou seja a última coluna do Passo 3 é E= (9,B).
A tabela 3 abaixo ilustra o terceiro passo.

Tabela 3

| | Passo 1 | Passo 2 | Passo 3 | Passo 4 | Passo 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | (0,A) | * | * | * | * |
| **B** | (2,A) | (2,A) | * | * | * |
| **C** | (4,A) | (4,A) | (4,A) | * | * |
| **D** | (6,A) | (5,B) | (5,B) | | |
| **E** | - | (9,B) | (9,B) | | |

**Passo 4:**

Avançando para o quarto passo, o menor valor do Passo 3 é D= (5,B), dessa forma, a quarta coluna do Passo 4 é D = (5,B), a menor distância para E é pelo percurso D à E, isto é, 5 + 1, a última coluna do Passo 4 é E=(6,D).
A tabela 4 abaixo ilustra o quarto passo.

Tabela 4

| | Passo 1 | Passo 2 | Passo 3 | Passo 4 | Passo 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | (0,A) | * | * | * | * |
| **B** | (2,A) | (2,A) | * | * | * |
| **C** | (4,A) | (4,A) | (4,A) | * | * |
| **D** | (6,A) | (5,B) | (5,B) | (5,B) | * |
| **E** | - | (9,B) | (9,B) | (6,D) | |

**Passo 5:**

Para finalizar, nota-se que só existe um caminho do Passo 4, E = (6,D), concluindo assim, que a última coluna do Passo 5 é E= (6,D).
A tabela 5 abaixo ilustra o quinto e último passo.

Tabela 5

| | Passo 1 | Passo 2 | Passo 3 | Passo 4 | Passo 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | (0,A) | * | * | * | * |
| **B** | (2,A) | (2,A) | * | * | * |
| **C** | (4,A) | (4,A) | (4,A) | * | * |
| **D** | (6,A) | (5,B) | (5,B) | (5,B) | * |
| **E** | - | (9,B) | (9,B) | (6,D) | (6,D) |