



**UBA**  
1821 Universidad  
de Buenos Aires



TA135  
TALLER DE AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

# Control Digital

## Trabajo Práctico N°3

Grupo N°8

1°C 2025

---

**Autor:**

Marco Brischetto  
Ignacio Cavicchioli

**Padrón:**

110008  
109428

**Correo:**

mbrischetto@fi.uba.ar  
icavicchioli@fi.uba.ar

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Modelado del Sistema</b>	<b>2</b>
2.1. Entrada del Sistema . . . . .	2
2.2. Salida del Sistema . . . . .	2
2.3. Ángulo de la Barra . . . . .	2
2.4. Modelo del Sistema . . . . .	3
<b>3. Observador</b>	<b>4</b>
3.1. Simulaciones . . . . .	4
3.2. Mediciones . . . . .	6
<b>4. Diseño de controlador</b>	<b>8</b>
4.1. Realimentación de estados . . . . .	8
4.1.1. Selección del controlador . . . . .	8
4.1.2. Mediciones y análisis . . . . .	9
4.2. Realimentación de estados con <i>feedforward</i> . . . . .	12
4.2.1. Selección del controlador . . . . .	12
4.2.2. Mediciones y análisis . . . . .	12
4.3. Realimentación de estados con acción integral . . . . .	16
4.3.1. Modificaciones al esquema de control . . . . .	16
4.3.2. Selección del controlador . . . . .	17
4.3.3. Simulación . . . . .	18
4.3.4. Mediciones y análisis . . . . .	20
<b>5. Conclusión</b>	<b>28</b>
<b>6. Bibliografía consultada</b>	<b>28</b>

## 1. Introducción

El presente informe tiene como objetivo el análisis y determinación de las limitaciones de los sensores, actuadores y el propio sistema de control de un Ball and Beam, con un muestreo a 50 Hz.

## 2. Modelado del Sistema

### 2.1. Entrada del Sistema

La entrada del sistema es la señal de comando del servomotor. Se optó por una señal virtual con unidad en radianes, que refleja el ángulo del servomotor. Esta abstracción permite entender qué está pasando con la señal a simple vista, sin tener que pasar por la conversión entre PWM y ángulo. Además, otro beneficio es que comparte unidad con el ángulo medido con la IMU.

Los límites absolutos de la señal virtual son aproximadamente  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , pero la planta real la acota entre  $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$ , o  $\pm 45^\circ$ . Esto se debe a que el servomotor puede recibir señales de entrada que exceden los rangos de movimiento para los que fue diseñada la planta.

### 2.2. Salida del Sistema

La salida del sistema es la posición del carro  $p$ , que se mide desde la mitad del carro en unidades de metros. Además, se define positiva en la dirección que va desde el sensor de distancia hacia el otro extremo de la barra. El cero en la distancia coincide con el centro de la barra.

### 2.3. Ángulo de la Barra

El ángulo  $\theta$  de la barra es considerado positivo al moverse en dirección antihoraria (mirando la planta de frente) y se mide en radianes. Este ángulo es cero cuando la barra está alineada horizontalmente con la base. Debido a su conexión con el ángulo del servomotor, sus límites estarán restringidos por este, siendo aproximadamente  $[-\frac{0,42 \cdot \pi}{4}; \frac{0,42 \cdot \pi}{4}] \approx \pm 18,9^\circ$ . La constante que relaciona variaciones pequeñas de ángulos se determinó de forma experimental y vale alrededor de 0,42.

La figura 1 muestra un modelo simplificado de la planta donde se muestran los sentidos y direcciones de las variables.

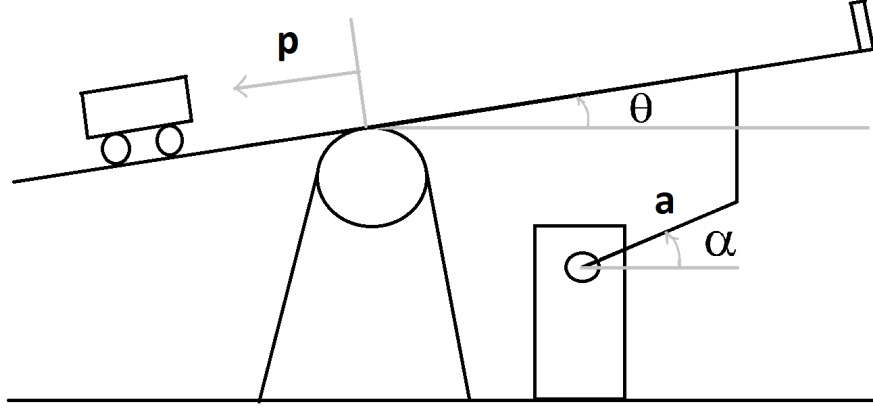


Figura 1: Esquema de la planta

## 2.4. Modelo del Sistema

El modelo del Sistema  $\theta_{\text{servo}} - X_{\text{carro}}$  ya fue identificado/creado en el trabajo anterior. El espacio de estado es el descrito en las ecuaciones (1) y (2), y consta de 4 variables de estado: la posición del carro, la velocidad del carro, el ángulo de la barra y la velocidad angular de la barra. La entrada al sistema es el ángulo del servo, mientras que las salidas son la posición del carro y el angulo de la barra.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3,81 & 8,78229 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -154,478 & -20,74 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 64,89 \end{bmatrix} u' \quad (1)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dónde  $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$  son la posición del carro, su velocidad, el ángulo de la barra y su velocidad angular respectivamente. La transferencia entrada-posición asociada a este sistema es:

$$\frac{Y}{u'} = \frac{X_{\text{carro}}}{\theta_{\text{servo}}} = \frac{569,88}{s \cdot (s + 3,81) \cdot (s^2 + 20,7398 \cdot s + 154,4779)} \quad (3)$$

Como se expresó en el trabajo anterior, el método de modelado usado coincide con el de caja gris, en el que se combina una estructura teórica (la dinámica  $\theta_{\text{barra}} - X_{\text{carro}}$ ) con datos reales ( $\theta_{\text{servo}} - \theta_{\text{barra}}$ ). El gran beneficio que se observa en nuestro caso es que las dinámicas más complejas de aproximar teóricamente se pueden resolver por una estimación del tipo caja negra, y después se combinan con las dinámicas modeladas matemáticamente. Esto resulta en un entendimiento parcial de como debe evolucionar el sistema pero con la certeza de que ciertas dinámicas están basadas en datos reales y no simplificaciones.

### 3. Observador

En esta sección se detalla el diseño un observador de Luenberger, usado para estimar el estado de las 4 variables de estado del sistema midiendo unicamente la posición y angulo. Como primer paso se verificó la observabilidad del sistema, comprobando que la matriz de observabilidad sea de rango completo.

El sistema se rige por las ecuaciones (4) y (5). En ellas se puede notar que, en cada iteración, el término  $\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k$  permite una corrección en la estimación, subsanando en cierta medida las diferencias que pueden haber entre la planta real y el modelo.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = A_d \hat{\mathbf{x}}_k + L(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k) + B_d \mathbf{u}_k \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_k = C_d \hat{\mathbf{x}}_k \quad (5)$$

La dinámica del observador queda definida por los autovalores de una nueva matriz  $A_e$ , descrita en la ecuación (6). Esta depende del modelo obtenido y de un vector  $L$  a definir en base a los autovalores deseados.

$$A_e = A_d - LC_d \quad (6)$$

La asignación de los autovalores de  $A_e$  debe ser tal que resulte en un sistema que capture las dinámicas más rápidas del sistema con holgura pero filtre el ruido lo más posible, mejorando la calidad de las señales a usar en el controlador. Se tomó como regla usar una velocidad/frecuencia 2 a 5 veces mayor que la del polo mas veloz de la planta. Los polos fueron ubicados alrededor de  $-40 \frac{rad}{s}$ , para ser precisos en:

$$p_{obs} = [-47,2; -39,77; -37,28; -32,31]$$

que se consideró lo suficientemente rápido como para observar a tiempo los cambios en la planta, manteniéndose lejos del límite impuesto por la frecuencia de Nyquist de 25 Hz o  $\sim 157 \frac{rad}{s}$ .

Con estos polos, la matriz del observador  $L$  resulta:

$$L = \begin{bmatrix} 1,1349 & 0 \\ 13,9806 & 0,1756 \\ 0 & 0,7963 \\ 0 & -1,3004 \end{bmatrix}$$

#### 3.1. Simulaciones

Las figuras 3a, 3b, 3c y 3d muestran las señales simuladas con la planta no lineal con *simulink* en la que se comparan los estados del modelo no lineal con los estimados por el observador. Dicho archivo de *simulink* (y el *script* .m necesario) se adjunta a la entrega. La figura 2 muestra un esquema básico de lo armado en *simulink*.

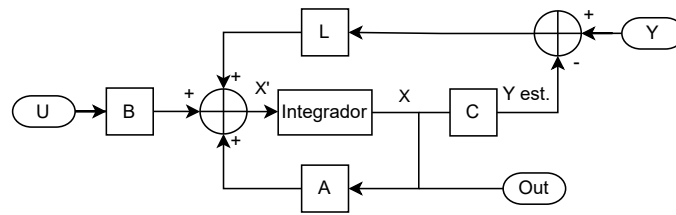
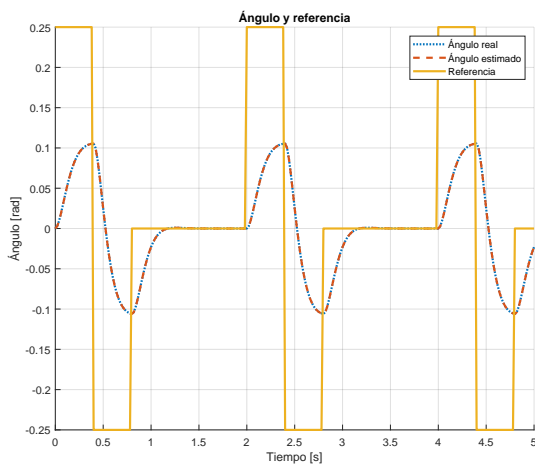
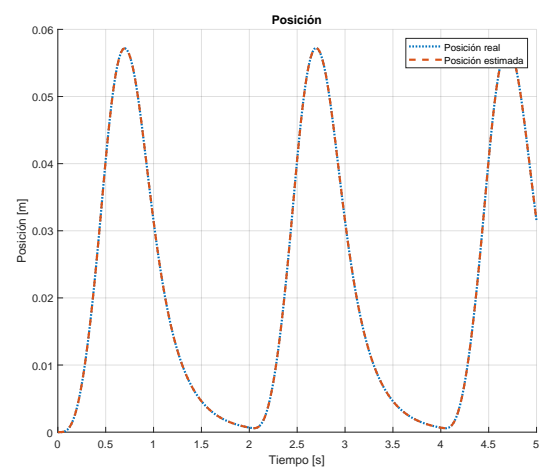


Figura 2: Diagrama en bloques del observador

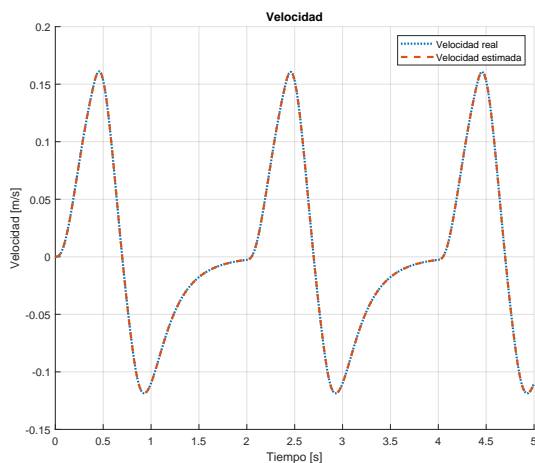
La referencia usada en las simulaciones fue un tren de impulsos simétricos de 0,25 radianes, que causa que la barra se incline para ambos lados y que el carro oscile alrededor del origen definido de la planta. Se usaron condiciones iniciales nulas. En todas las figuras se observa que la estimación coincide con el estado real, que significa que el observador funciona como se desea que lo haga en la realidad.



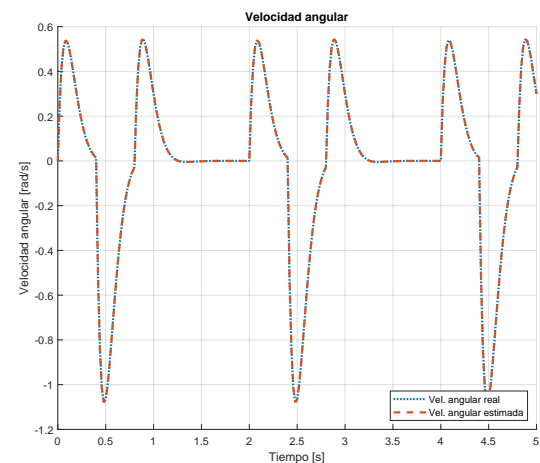
(a) Ángulos y referencia.



(b) Posiciones.



(c) Velocidades.



(d) Velocidad angular.

Figura 3: Resultados obtenidos en la simulación.

### 3.2. Mediciones

Las figuras 4a, 4b, 4c y 4d muestran las señales recopiladas de la planta real con *simulink* en la que se comparan los estados medidos con los estimados por el observador. Dicho archivo de *simulink* se adjunta a la entrega. Al no tener ningún sensor que mida velocidad de forma directa, la medición se aproxima derivando de forma discreta la posición medida.

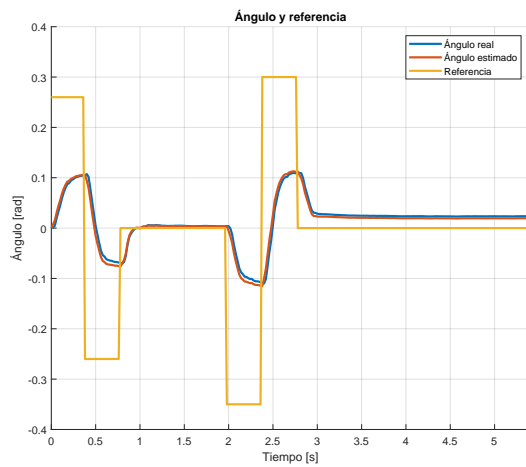
La figura 4a muestra el ángulo real y el estimado por el observador de la planta real. Los datos se capturaron enviándolos desde el microcontrolador Arduino al *simulink*. Se observa que el ángulo real y estimados difieren ligeramente. Esto se debe a un sesgo dependiente del mismo ángulo y la posición del carro. De igual manera, la estimación se considera adecuada para el propósito de realimentación de estados.

El gráfico 4b compara la posición real con la estimada por el observador. Se nota una buena coincidencia visual y no parecen haber atrasos temporales con las estimaciones. Estos resultados indican que la señal estimada es adecuada para la realimentación de estados desarrollada más adelante.

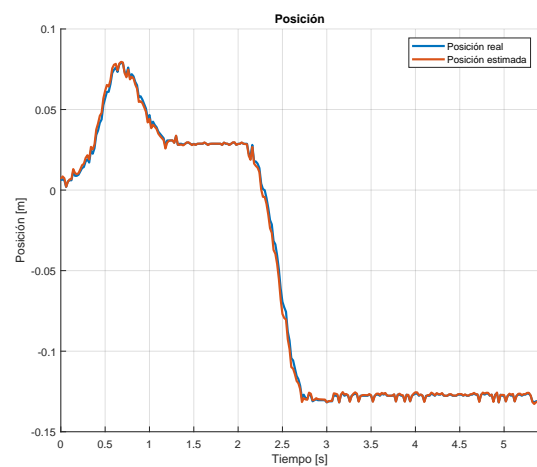
La imagen 4c muestra la velocidad “real” y la estimada por el observador. La velocidad “real” es muy ruidosa debido a que se tuvo que estimar derivando la posición, lo que amplifica el ruido introducido por el sensor de distancia. La señal generada por el observador es mucho menos ruidosa, un resultado deseado para los incisos siguientes porque la realimentación de una señal ruidosa conllevaría acciones de control ruidosas.

La figura 4d muestra una comparación entre la velocidad angular real (tomada de la IMU) y la estimada por el observador. Se nota un sesgo relativamente elevado, especialmente al compararlo con el de los estados estimados ya mostrados. Por lo que se discutió con el docente, este sesgo no debería ser de gran influencia en el control final por lo que no se corrige. Otra cosa notada en las señales es que el observador rechaza cierto ruido que se tendría si se usara la IMU directamente, lo que ayuda con la calidad de las señales a realimentar.

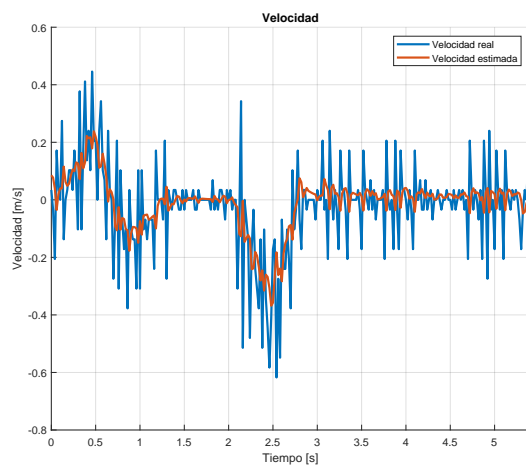
Resumiendo el análisis recién realizado, se puede afirmar que el observador funciona como se esperaba y produce salidas admisibles para la realimentación de estados que se afronta en la siguiente sección.



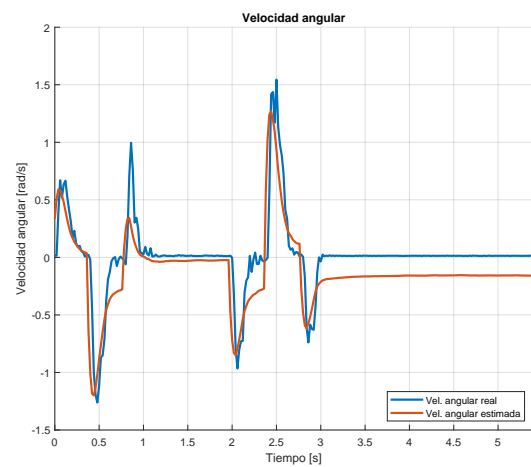
(a) Ángulos y referencia.



(b) Posiciones.



(c) Velocidades.



(d) Velocidad angular.

Figura 4: Resultados obtenidos en el sistema real.



## 4. Diseño de controlador

En esta sección se diseñaran controladores mediante realimentación de estados utilizando el modelo de observador previamente determinado. Los gráficos presentados estarán basados en los estados estimados por este observador, ya que son los empleados para el control. La planta analizada a lo largo de estos informes es controlable y será realimentada usando el vector completo de estados derivado del observador previamente diseñado (con la posibilidad de algún ajuste en su rapidez).

### 4.1. Realimentación de estados

En su forma más simple, el control por realimentación de estados se basa en tomar los estados del sistema, multiplicarlos por una matriz de ganancia  $K$  y realimentarlos a la entrada. La ecuación (7) detalla la ley de control mientras que la figura 5 muestra el diagrama en bloques.

$$\mathbf{u}_k = K \cdot \mathbf{x}_k \quad (7)$$

El sistema a lazo cerrado resulta en la ecuación (8).

$$\mathbf{x}_{k+1} = (A_d + B_d K) \cdot \mathbf{x}_k \quad (8)$$

Como se nota en (8), la dinámica a lazo cerrado del sistema queda determinada por los autovalores de la matriz  $A_d + B_d K$ , y estos coinciden con los polos del sistema a lazo cerrado. Entonces, la idea es elegir los  $k_i \in K$  tal que el sistema a lazo cerrado evolucione con los modos deseados. En otras palabras, la realimentación de estados implica la elección de los polos del nuevo sistema determinado por la matriz  $A_d + B_d K$  por medio de  $K$ .

La obtención del vector de ganancias  $K$  se hace por medio de la fórmula de Ackermann, en particular la implementada en *matlab*. El libro “Ingeniería de control moderna” de Ogata tiene una demostración de esta en la página 730.

#### 4.1.1. Selección del controlador

La técnica de *pole placement* va a variar con la experiencia en el tema, por lo que en este trabajo se va a usar la forma simple: se llevan todos los polos menos dos a frecuencias suficientemente elevadas tal que la evolución del sistema se pueda aproximar a la de uno de segundo orden. Luego, se ajustan los polos dominantes para lograr la respuesta temporal deseada. Hay que tener cuidado de no elevar la velocidad del sistema demasiado porque eso conlleva acciones de control incrementalmente agresivas. En este caso se eligió ubicar los polos continuos en:

$$p_{control} = [-4 + 2i; -4 - 2i; -12,2957 + 1,80971i; -12,2957 - 1,80971i]$$

Los polos mas veloces se dejaron prácticamente en su lugar, mientras que los otros dos restantes fueron convertidos en complejos conjugados, con la intención de incrementar ligeramente la velocidad del sistema. Dicho esto, las ganancias de realimentación  $K$  resultaron en:

$$K = [-3,9340 \quad -0,9499 \quad -0,8737 \quad -0,0781]^T$$

Se mantuvo el mismo observador diseñado en la sección anterior.

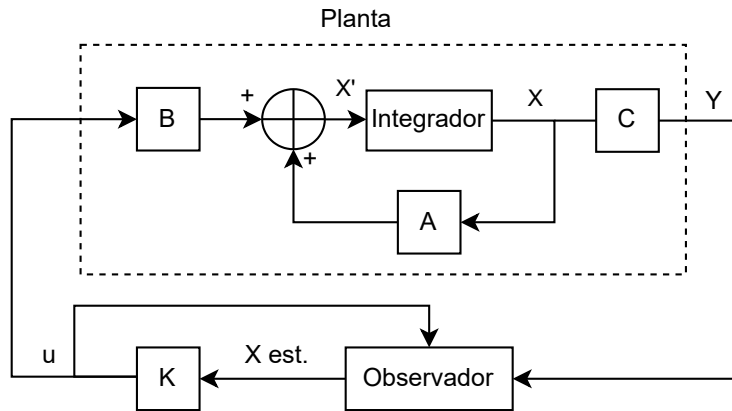


Figura 5: Diagrama en bloques del lazo cerrado

#### 4.1.2. Mediciones y análisis

El control fue implementado en el Arduino y, tal como piden las consignas, se evaluó la respuesta de la planta estabilizada ante perturbaciones en la posición al carro. Básicamente, lo que se hizo fue empujar el carro manualmente y graficar la evolución de los estados. Las curvas se pueden ver en la figura 6. En estas se nota que el controlador intenta volver al punto de equilibrio usado para la linealización: distancia de 0 mm, ángulo de  $0^\circ$  y velocidades nulas. Sin embargo, no lo logra porque la fricción detiene el carro antes de que vuelva al origen. Esto es de esperar ya que esta ley de control en particular no sigue referencias ni asegura error nulo en estado estacionario. Por su parte, el observador parece estar funcionando adecuadamente pero presenta más ruido que los ensayos si controlador previamente realizados porque el mismo control introduce ruido en el lazo. El ruido que tenga la variable observada se ve amplificado por una ganancia y termina en la acción de control, que se usa para estimar los estados.

Por otra parte, se simuló la evolución de estados simulados en *simulink* con el mismo controlador, mismo observador y la planta no lineal. Los resultados se pueden ver en la figura 7. Las perturbaciones son una serie de impulsos de tal forma que generen un desplazamiento similar al que se introdujo manualmente en la planta real. En estas curvas se nota un comportamiento ideal, en el que la planta no tiene fricción, lo que permite que el carro sea llevado al origen de forma perfecta.

Se considera que la principal causa de que las curvas medidas y simuladas no sean coincidentes (más allá de la diferencia en la perturbación) es la alinealidad de la planta real. Es más, la situación es similar al caso del controlador proporcional, en el que se encontró que existe un rango de acciones de control que se corresponden con una inclinación de la barra, pero no un movimiento del carro, porque no se vence el rozamiento estático.

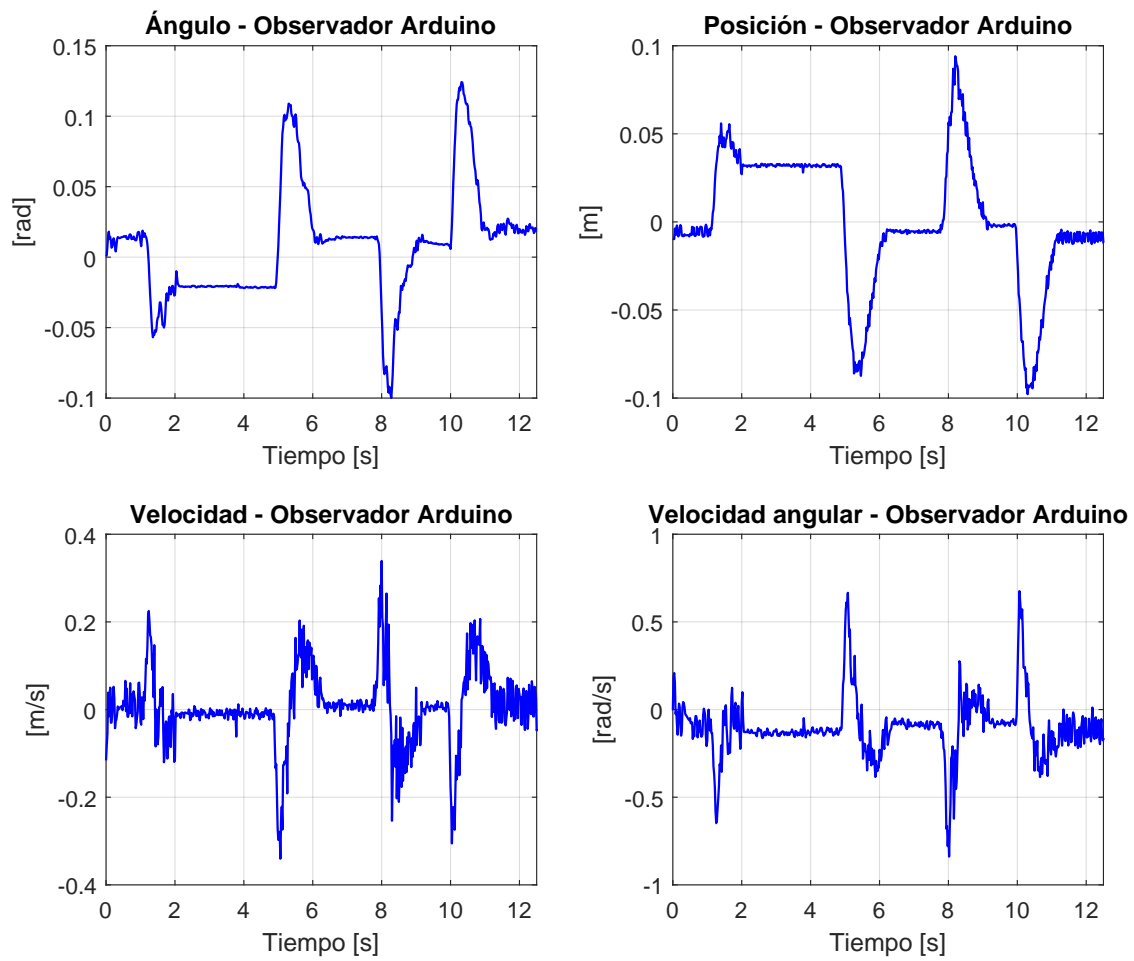
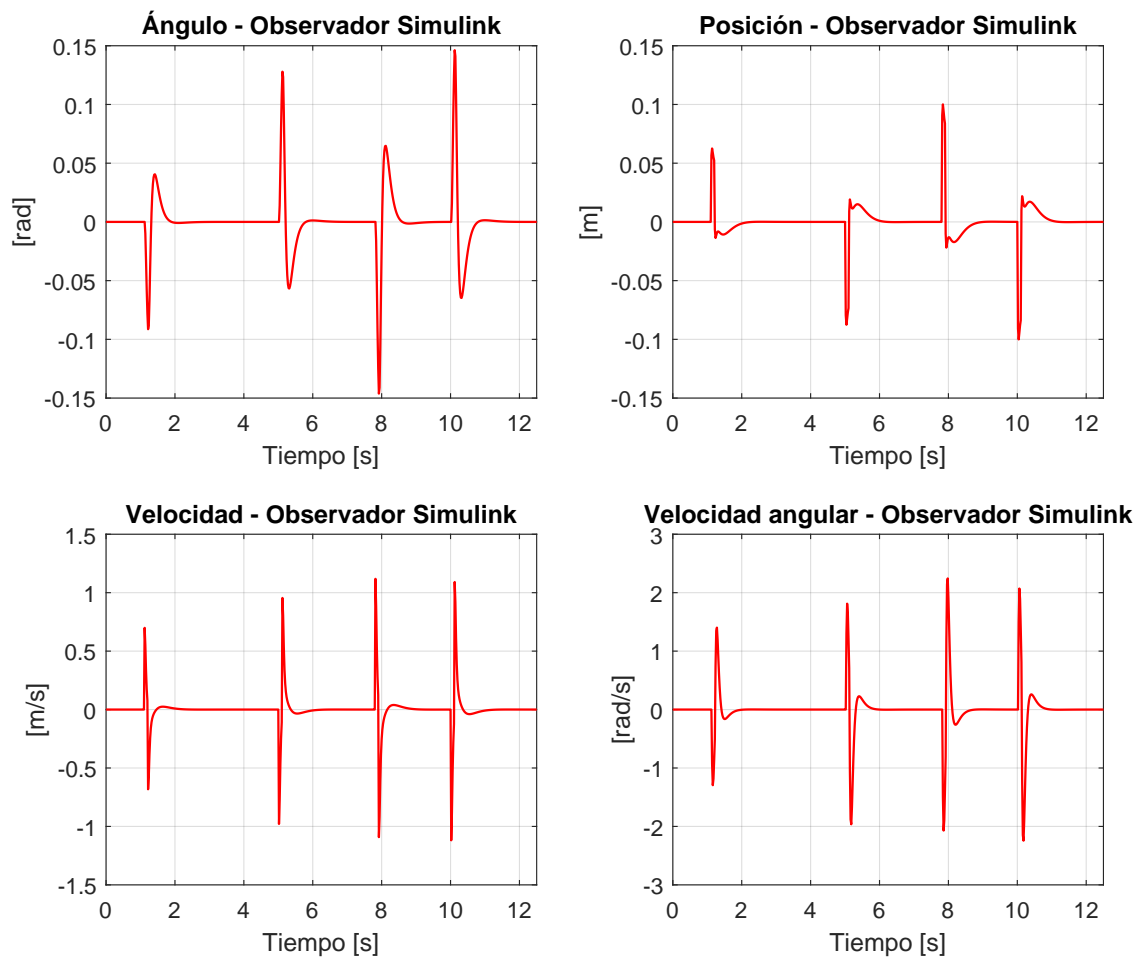


Figura 6: Estados observados por el Arduino - Feedback sin Feedforward

Figura 7: Estados observados en *simulink* - Feedback sin Feedfoward

## 4.2. Realimentación de estados con *feedforward*

El problema del controlador por realimentación de estados recién explicado es que carece de una entrada de referencia, limitándose a estabilizar el sistema alrededor del punto de equilibrio. Para solucionar esto, se incorpora una ganancia de *feedforward*  $F$  de forma que la transferencia entre la referencia y la salida sea unitaria. Esta ganancia se determina mediante la fórmula (9).

$$F = \frac{1}{(C_d(I - (A_d + B_d K))^{-1} B_d)} \quad (9)$$

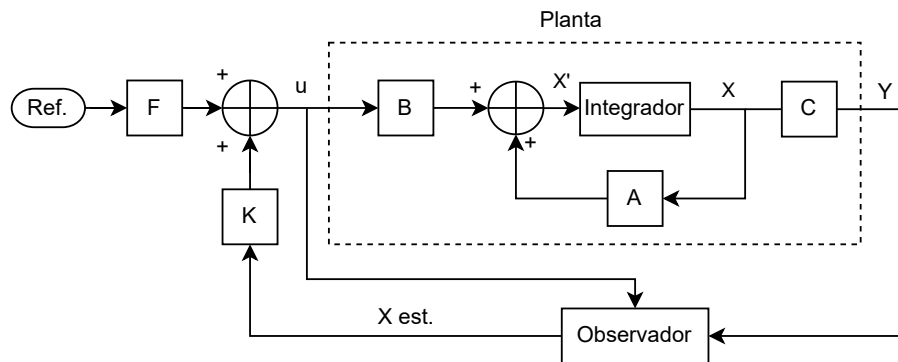


Figura 8: Diagrama en bloques del lazo cerrado - *State feedback* con *feedforward*

La *performance* de este tipo de realimentación es dependiente de la calidad del modelo que se tiene de la planta ya que la  $F$  va a permitir seguir referencias para el sistema determinado por  $A_d$ ,  $B_d$ ,  $C_d$  y  $D_d$  (si hubiera). Si la planta real difiere de esto, el sistema a lazo cerrado va a converger a un valor diferente al deseado.

Respecto al uso de múltiples referencias, cuando se quiso agregar una referencia angular a la planta la ganancia asociada a dicha referencia resultó en cero en todas las pruebas, indicando que es imposible controlar el ángulo con el planteo actual.

### 4.2.1. Selección del controlador

El *pole placement* fue idéntico al del caso anterior, por lo que la matriz de ganancias  $K$  no varió. Por su parte, el término de *feedforward*  $F$  resultó en el siguiente:

$$F = [3,9340 \quad 0]$$

### 4.2.2. Mediciones y análisis

Para evaluar esta estrategia de control primero se diseñó un control por realimentación de estados con polos y el término de *feedforward* obtenido anteriormente. Luego, se hicieron 2 experimentos, uno con la planta real y otro con *simulink*, resultando en las figuras 9 y 10 respectivamente. Estas muestran la evolución de los estados cuando el sistema recibe de referencia una señal de control de  $\pm 80$  mm, que en los gráficos se ve como 0,08 m.

Por un lado, la figura 9 muestra la evolución de estados observados desde el Arduino ejecutando el control recién explicado. Se nota que el controlador intenta seguir las referencias de posición (la señal cuadrada negra) pero a veces se pasa y estabiliza en otro valor que no es el buscado. Esto sucede por dos cosas:

1. El modelo identificado de la planta no contiene todas las dinámicas de la planta a la perfección, y menos las alineales. Esto causa que la ganancia de lazo no sea unitaria para la referencia que entra.
2. El control por realimentación de estados con término de *feedforward* solo tiene error nulo en estado estacionario si solo si el modelo es perfectamente coincidente con la realidad, que obviamente no lo es y nunca lo va a ser en este caso con el rozamiento observado.

Ahora bien, la figura 10 muestra el funcionamiento del controlador en condiciones ideales, en las que el modelo coincide con la planta simulada. Se nota que la referencia en posición (señal negra) se sigue a la perfección. Este resultado era el esperado.

De todas formas, se nota cierta correlación entre las señales de las figuras recién tratadas: Las respuestas transitorias son similares más allá de los sesgos del observador real y el error en estado estacionario. Esto indica que el control tiene buena respuesta transitoria pero se ve incapaz de seguir las referencias por un tema de modelo/planta. El ruido que se ve en los estados observados por el Arduino se deben a los ruidos de medición, los causados por el control y vibraciones de la misma planta.

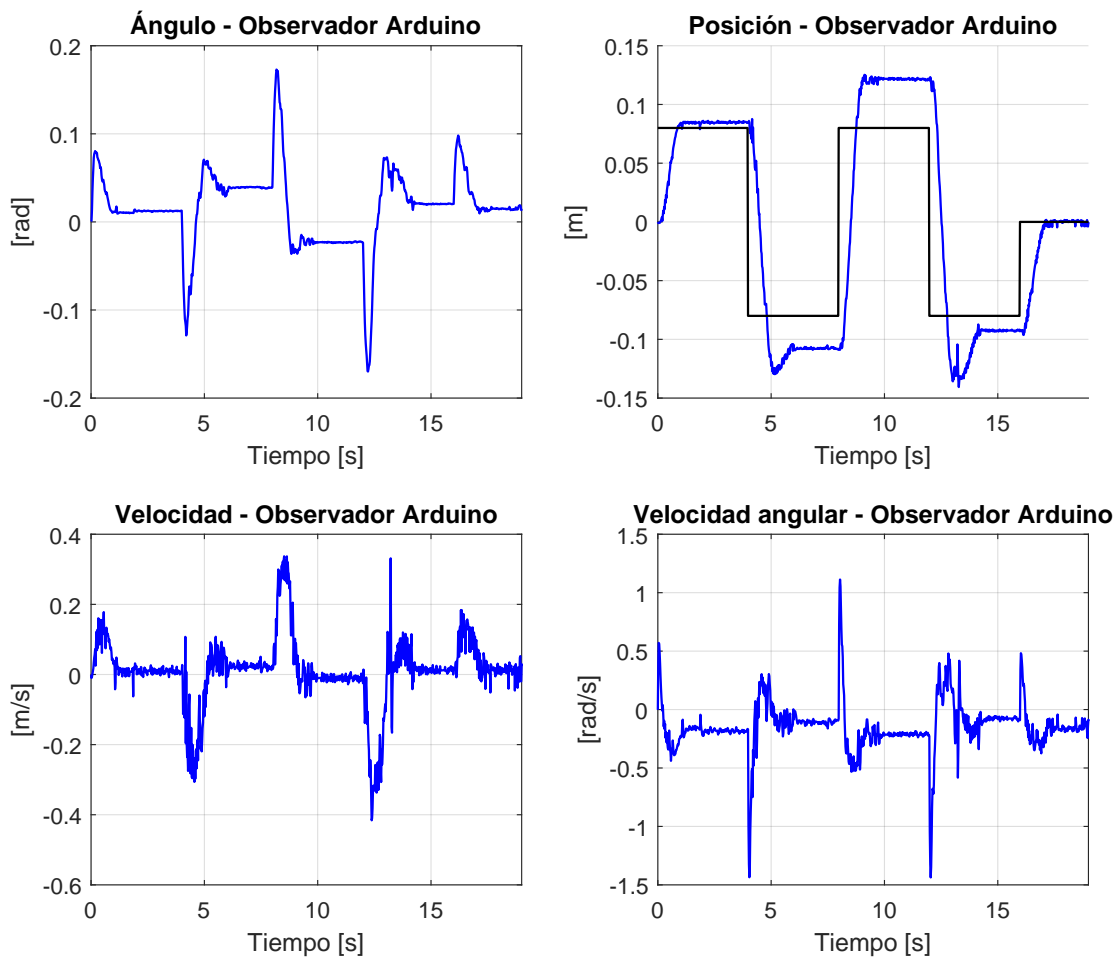
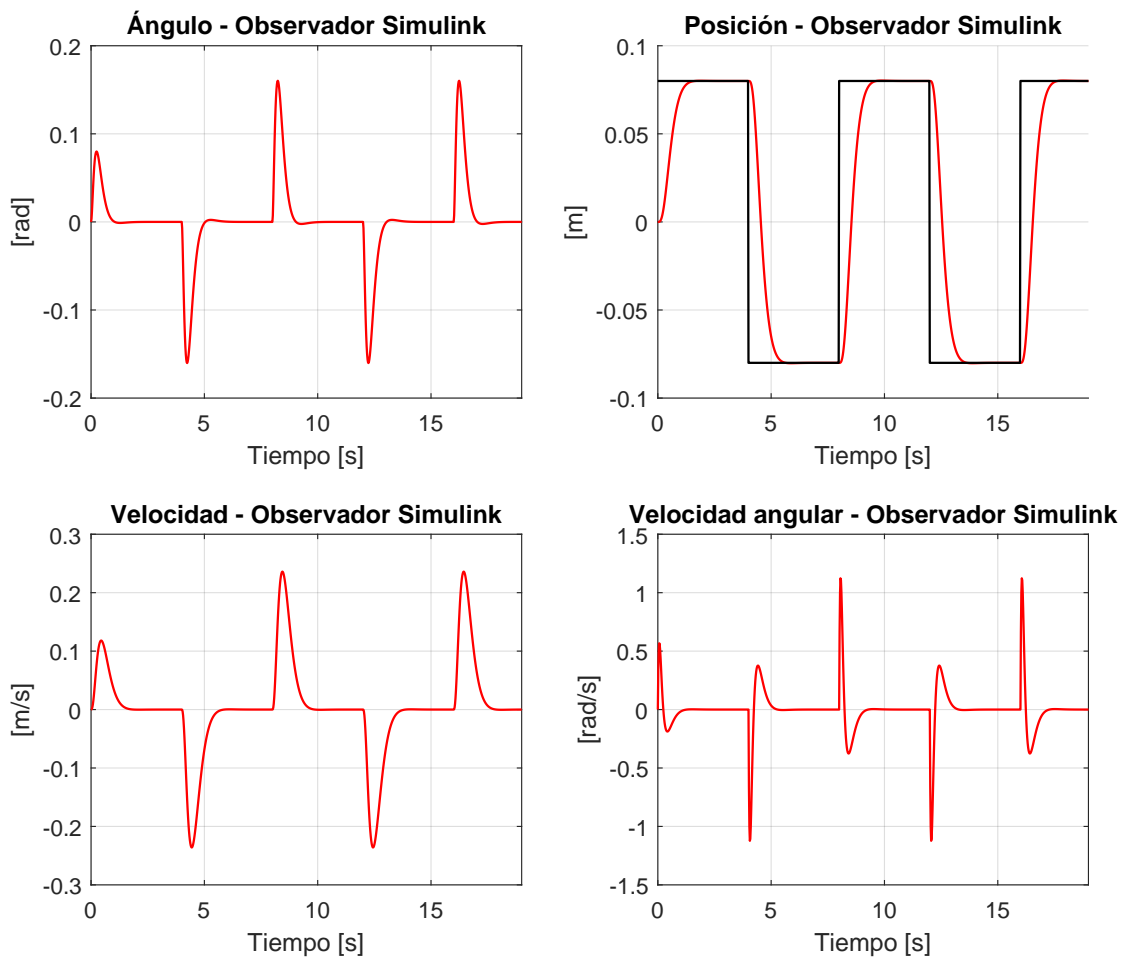


Figura 9: Estados observados por el Arduino - Feedback con Feedforward

Figura 10: Estados observados en *simulink* - Feedback con Feedforward



### 4.3. Realimentación de estados con acción integral

Debido a que el modelo tiene diferencias con la planta real, el termino de *feedforward* no es suficiente para asegurar que el sistema tenga error estacionario nulo. La solución es introducir acción integral para eliminar el error en estado estacionario. Esto equivale a introducir el error entre la referencia y salida a seguir (la posición) en la ecuaciones como una variable de estado adicional para ser integrado. El sistema discreto aumentado se detalla en (10).

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ q_{k+1} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ -\tilde{C}_d \cdot T & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} [K \ H] \right) \begin{bmatrix} x_k \\ q_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

La matriz  $\tilde{C}_d$  se encarga de elegir el estado al cual se le quiere aplicar la realimentación integral, en este caso a la posición. Como en los caso anteriores, la determinación de las ganancias  $K$  y  $H$  se hará a través de la formula de Ackermann.

Haciendo los desarrollos matemáticos pertinentes la ley de control se llega a la ecuación (11), donde  $e_k$  denota la diferencia entre la referencia y la salida.

$$u_k = Kx_k + H(q_{k-1} + Te_k) \quad (11)$$

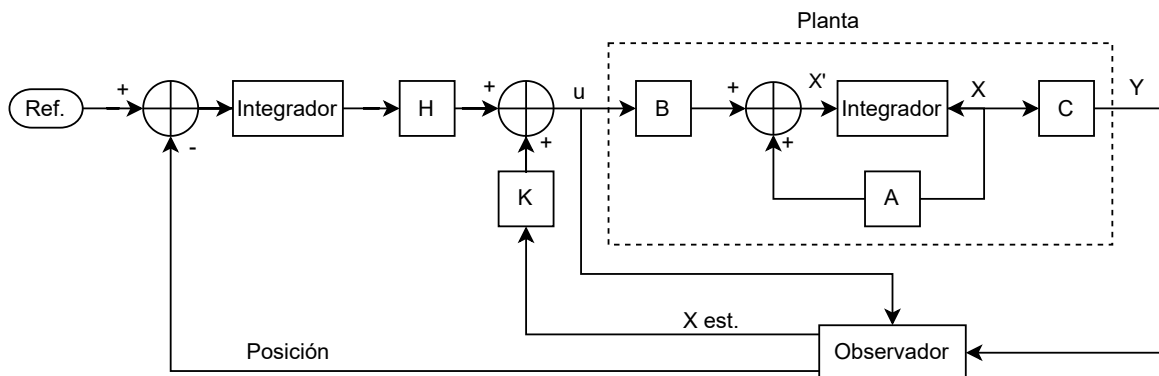


Figura 11: Diagrama en bloques del lazo cerrado - *State feedback* con acción integral

#### 4.3.1. Modificaciones al esquema de control

La alinealidad de la planta causó problemas en el desempeño del lazo de la figura 11. Ya habiendo probado múltiples observadores y controladores se decidió probar las siguientes mejoras:

- Saturar el “error integral” (el estado agregado para hacer control integral) : Esta mejora viene del TP anterior. Evita que la acción integral retrase el control por error acumulado, ya que esta la referencia no se manifiesta de forma directa sino a través del error. La implementación involucró limitar el valor del error integral.
- Reiniciar el error integral con el cambio de la diferencia: La idea era que, cada vez que se cambiaba la referencia, el error vuelva a 0. Así, el controlador no se vería obligado a corregir un error “viejo”. Al final no se utilizó.

- Filtro complementario de las mediciones de posición y ángulo: Se probó filtrando las mediciones de forma en la que la estimación es un promedio ponderado de la medición actual y la estimación anterior. Se usó con un valor muy a favor de la medición actual, haciendo que filtre ligeramente. Si se usan valores bajos, el control experimenta lag y oscila.
- Filtro de media móvil de los estados observados: La anteúltima estrategia para mejorar el lazo fue filtrar los estados observados, que, dado todo lo expuesto previamente, son algo ruidosos. El filtro se implementó y probó pero no se terminó usando.
- *Slew rate* en la referencia: Esta estrategia fue compartida por un docente del área de control, que recomendó suavizar la referencia para que la acción de control sea menos agresiva. Esta estrategia funciona extremadamente bien, y ayuda mucho al lazo en el transitorio. Está implementada en el control final. Lo único que hace es darle al controlador una referencia ficticia que se va acercando progresivamente hasta la referencia real. En este caso se usó una rampa como función de acercamiento a la referencia, aunque se probó una sigmoide, que no se usó porque resultó en un control inferior al de la rampa. Esto ayuda a suavizar las derivadas de las variables de esta y a su vez da mas tiempo a los actuadores a transicionar.

La figura 14 muestra el diagrama en bloques con las mejoras sí implementadas o probadas (son los bloques en rojo).

#### 4.3.2. Selección del controlador

En las pruebas de seguimiento a una referencia cuadrada se usó un observador más lento que el inicialmente probado para que filtre más los estados. Sus polos están en:

$$p_{obs} = [-43,5012; -43,5012; -33,5580; -33,5580]$$

Se probaron observadores más lentos pero presentan un problema de lag en la estimación, que es contraproducente para la ley de control a usar. En cuanto al controlador, los polos fueron colocados en:

$$p_{control} = [-4,5 - 0,1j; -4,5 + 0,1j; -10; -10,1; -10,05]$$

Para lograr una dinámica críticamente amortiguada de segundo orden se colocó un polo doble en 4,5 rad/s, obteniendo un transitorio veloz y con poco sobre-pico. Por su parte, los tres polos restantes se llevaron a  $\sim 10$  rad/s para que no molesten a la dinámica conseguida. No se aumentó mucho su frecuencia para evitar esfuerzos de control desmesurados. La respuesta al escalón de la planta se muestra en la figura 12, la cual cumple con las cotas solicitadas de tiempo de establecimiento de 2,5 s y sobre-pico de 15 %.

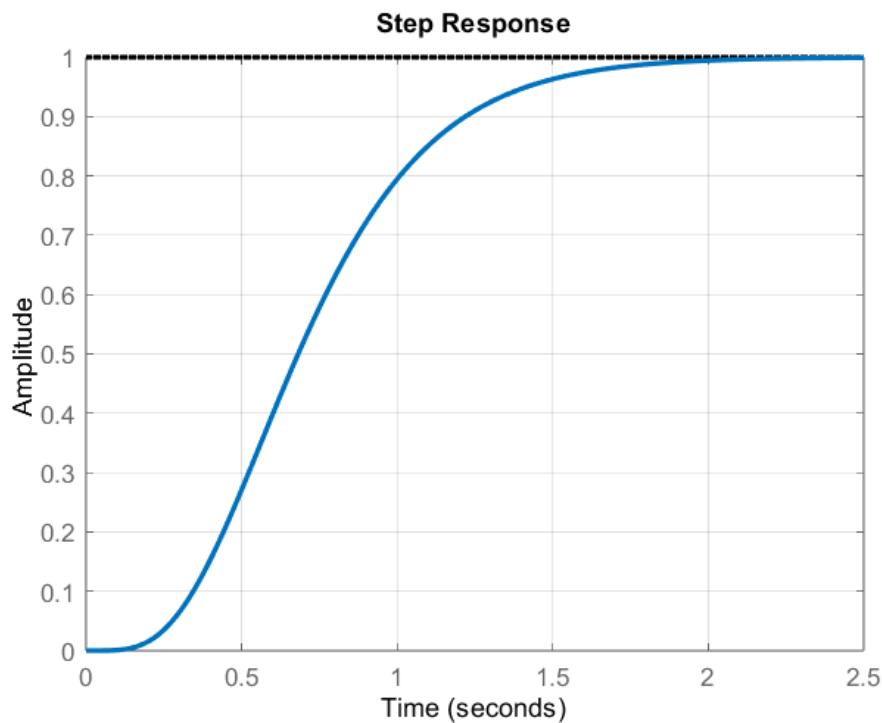


Figura 12: Respuesta al escalón de la dinámica planteada para el controlador con realimentación integral

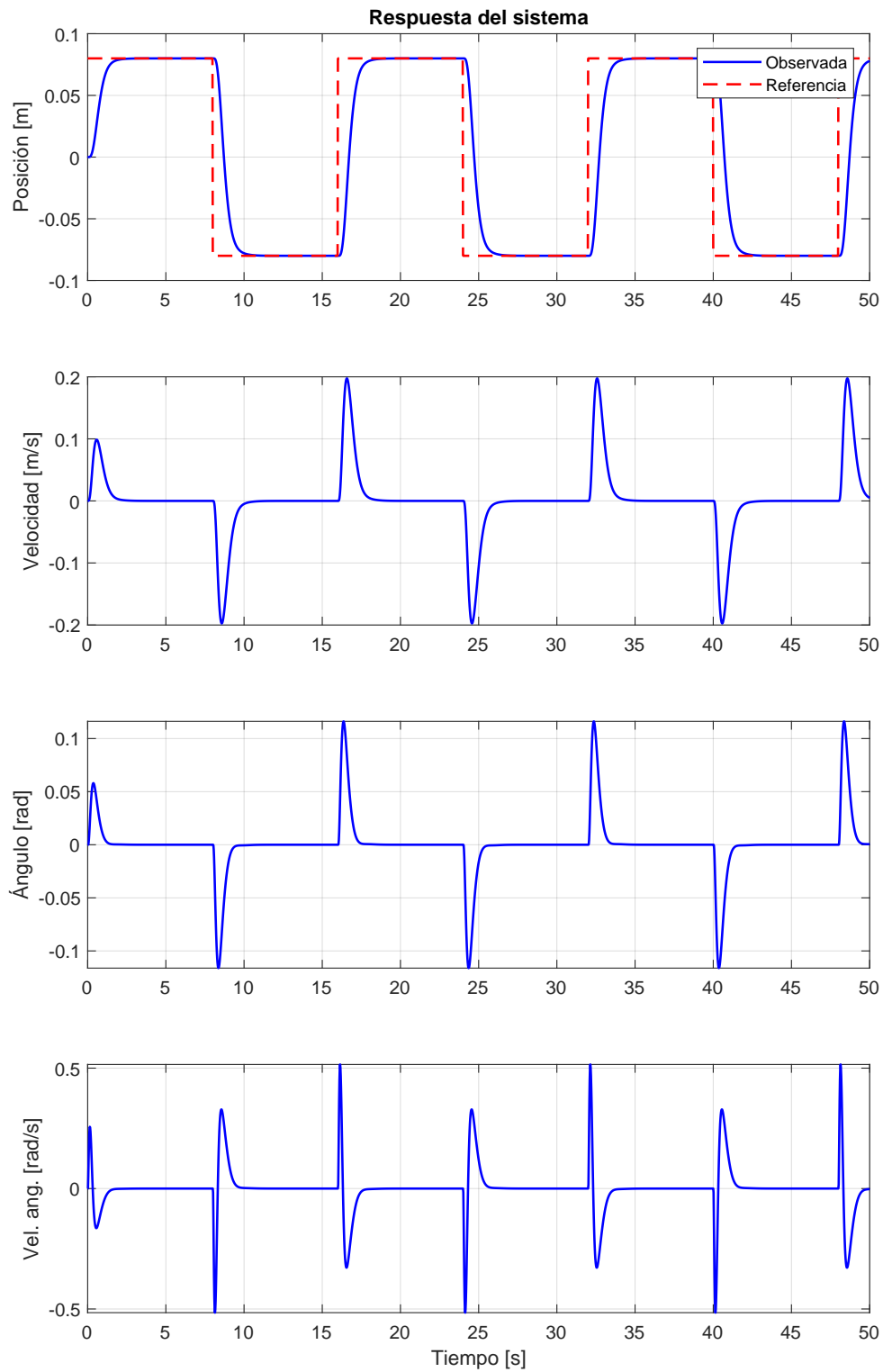
Aparte, se usó el filtro complementario con un coeficiente  $\alpha = 0,9$ , priorizando mucho la medición actual sobre la estimación previa. Por último, se usó un slew rate discreto de  $0,0002 \frac{\text{mm}}{\text{ciclo}}$ , efectivamente convirtiendo los flancos de la cuadrada en rampas relativamente rápidas.

#### 4.3.3. Simulación

La figura 13 muestra la simulación del control creado ante una referencia cambiante de  $\pm 0,08 \text{ m}$  de  $0,0625 \text{ Hz}$  (período de  $8 \text{ s}$ ) (con *slew rate*). Lo primero que se nota es que la respuesta siempre es la misma, con un *rise time* de  $1,8 \text{ s}$  (0% a 95%) y sin *overshoot* (críticamente amortiguado).

Se probó sin *slew rate* pero el *rise time* solo mejoró por  $0,07 \text{ s}$ , que no es significativo para este caso (2,8%).

lo más importante de esta simulación es notar que se sigue la referencia con el transitorio deseada, y da un punto de inicio para el control real.

Figura 13: Estados observados - Control integral mejorado - *simulink*

#### 4.3.4. Mediciones y análisis

A continuación se desarrolla la presentación y análisis de resultados experimentales sobre la planta. Como esta última se comporta muy diferente cuando ciertos tornillos están más o menos ajustados, particularmente los del brazo que controla la barra, se hicieron 2 experimentos: uno con tornillos ajustados y otro con tornillos no ajustados, para tener casos extremos de uso de la planta. De alguna manera evalúa la robustez del control (cuanto puede variar la planta antes de que el control falle).

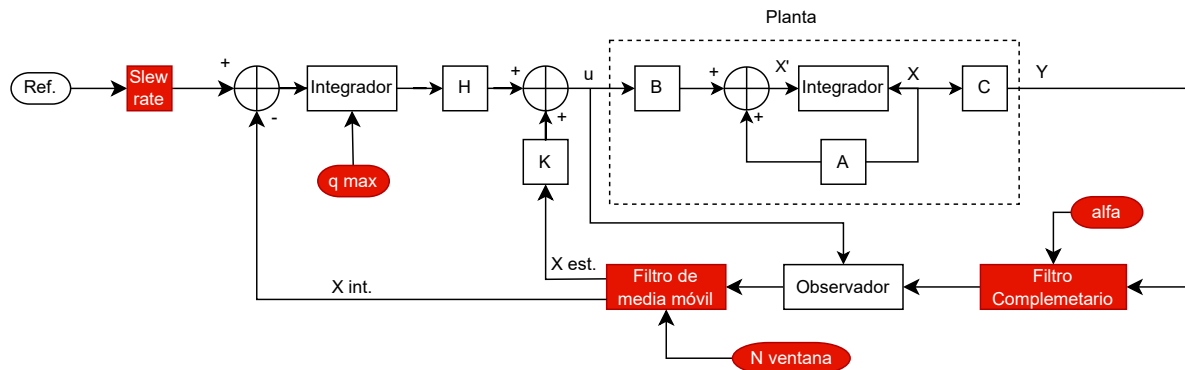


Figura 14: Diagrama en bloques con las mejoras que si se probaron o usaron

#### Planta ajustada

La figura 15 muestra la evolución temporal de los estados de la planta con los tornillos ajustados, bajo control por realimentación de estados con acción integral, observador y *slew rate* en la referencia. La referencia es una señal cuadrada con flancos suavizados por el *slew rate*, lo que genera transitorios de mejor calidad que cuando se usó la referencia perfectamente cuadrada. En la respuesta del estado de posición se observan sobrepicos superiores al 15 % en la mayoría de los transitorios generados por los cambios de referencia. El sistema intenta seguir dicha referencia, y en muchos casos logra frenar el carro en el lugar correcto, pero en otros, la alinealidad de la planta provoca sobrecompensaciones o subcompensaciones. En estos casos, el controlador reacciona con una acción integral que, si la planta fuese más lineal, sería efectiva, pero acá termina en un constante intento de corrección con la alinealidad en contra. En cuanto a los otros estados, aunque su análisis no es tan directo, se observa que el ángulo en particular presenta acciones de control abruptas en ciertos momentos. Por ejemplo, entre los segundos 45 y 50 se produce un sobrepico pronunciado en la posición, originado por un pico masivo en el ángulo, que a su vez genera oscilaciones importantes tanto en la velocidad angular como en la velocidad del carro.

La figura 16 muestra un recorte temporal de 15, en el que se puede apreciar mejor la forma típica de la respuesta. A veces converge como si fuera críticamente amortiguado (sin sobrepico), a veces como sobreamortiguado, y otras como subamortiguado (se corta antes). En estas últimas 2 la acción integral pasa a tener mayor potestad sobre la ley de control e intenta corregir el estado. Lamentablemente, como se expresó antes, la alinealidad juega en contra del seguimiento de la referencia y a veces se sobre/subcompensa. Se puede ver que a veces la posición observada interseca la referencia ficticia, causando que el controlador se detenga (Ej.: ver segundo 110).

Otras observaciones:

- El problema de que el controlador detiene el carro cuando la posición observada interseca la referencia se puede arreglar haciendo que la rampa tenga mayor pendiente o introduciendo lag en el lazo (que es lo que parecería hacer aflojar los tornillos).
- En los casos que son como el estacionario en el segundo  $\sim 70$  lo que sucede es que la acción de control integral va aumentando el ángulo de la barra, pero el carro no se mueve hasta que se sobrecompensó, por lo que se pasa de la referencia.
- Los estados observado presentan ruido, el observador no filtra perfectamente las mediciones o el ruido que mete .

En promedio (con los flancos menos anómalos) se notó un tiempo de establecimiento de  $\sim 2,5$  s. Igualmente, mucho sobrepico y a veces no se cumplen las cotas en simultaneo. Dicho de otra manera, cuando el controlador funciona como se espera, sin cosas espurias, el tiempo de establecimiento se cumple.

Por completitud, se detallan los parámetros utilizados durante la medición. El observador empleado corresponde a una configuración intermedia, con polos ubicados en  $-[43,5, 43,5, 33,5, 33,5]$  rad/seg. El controlador, por su parte, posee polos en  $[-4,5 \pm 0,1j, -10, -10,1, -10,05]$  rad/seg, lo que define una dinámica suficientemente rápida y dominante para el seguimiento. Además, se utilizó un filtro de primer orden con coeficiente  $\alpha = 0,9$  para suavizar las mediciones y reducir el impacto del ruido.

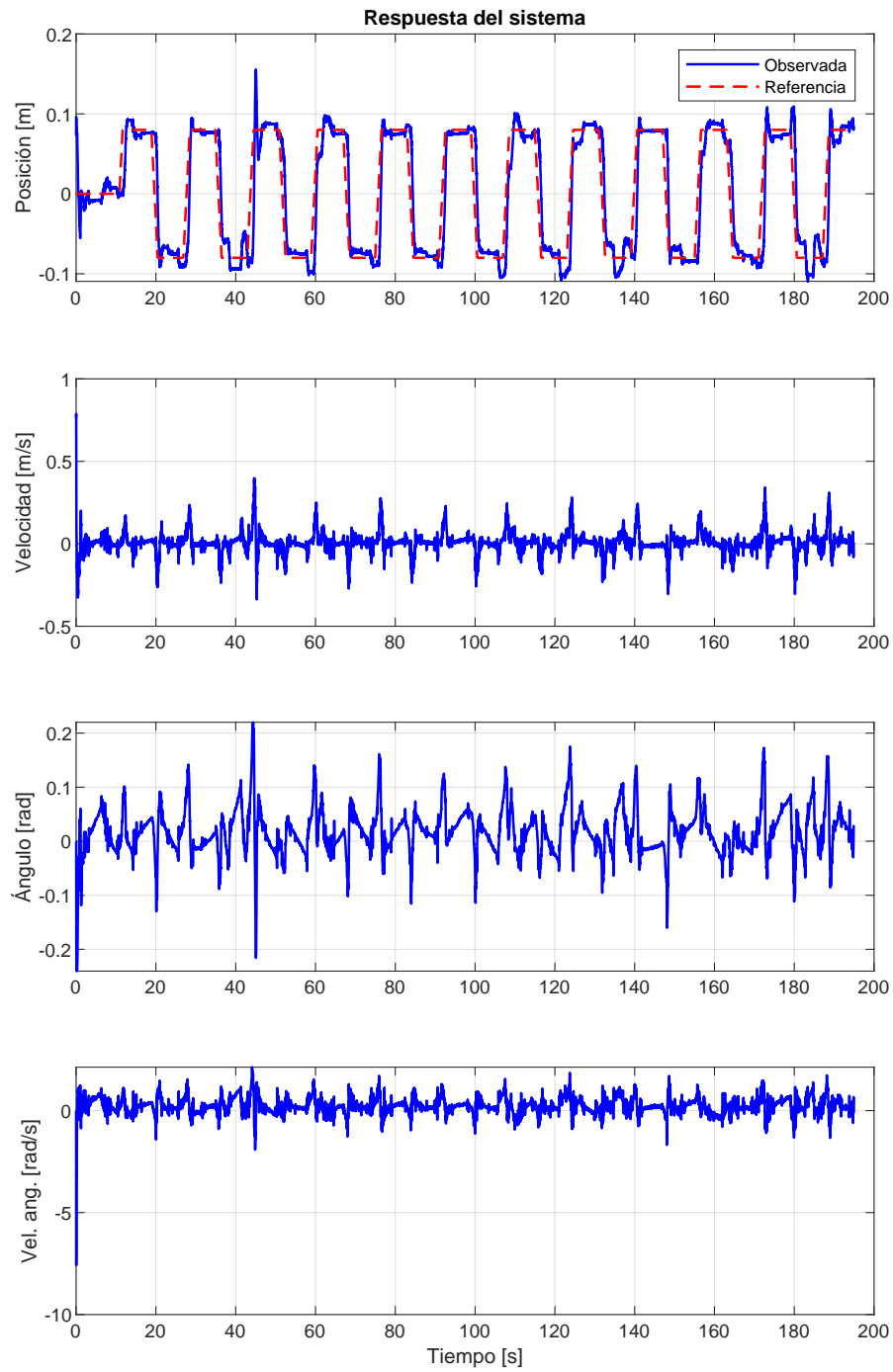


Figura 15: Estados observados - Control integral mejorado - Planta ajustada

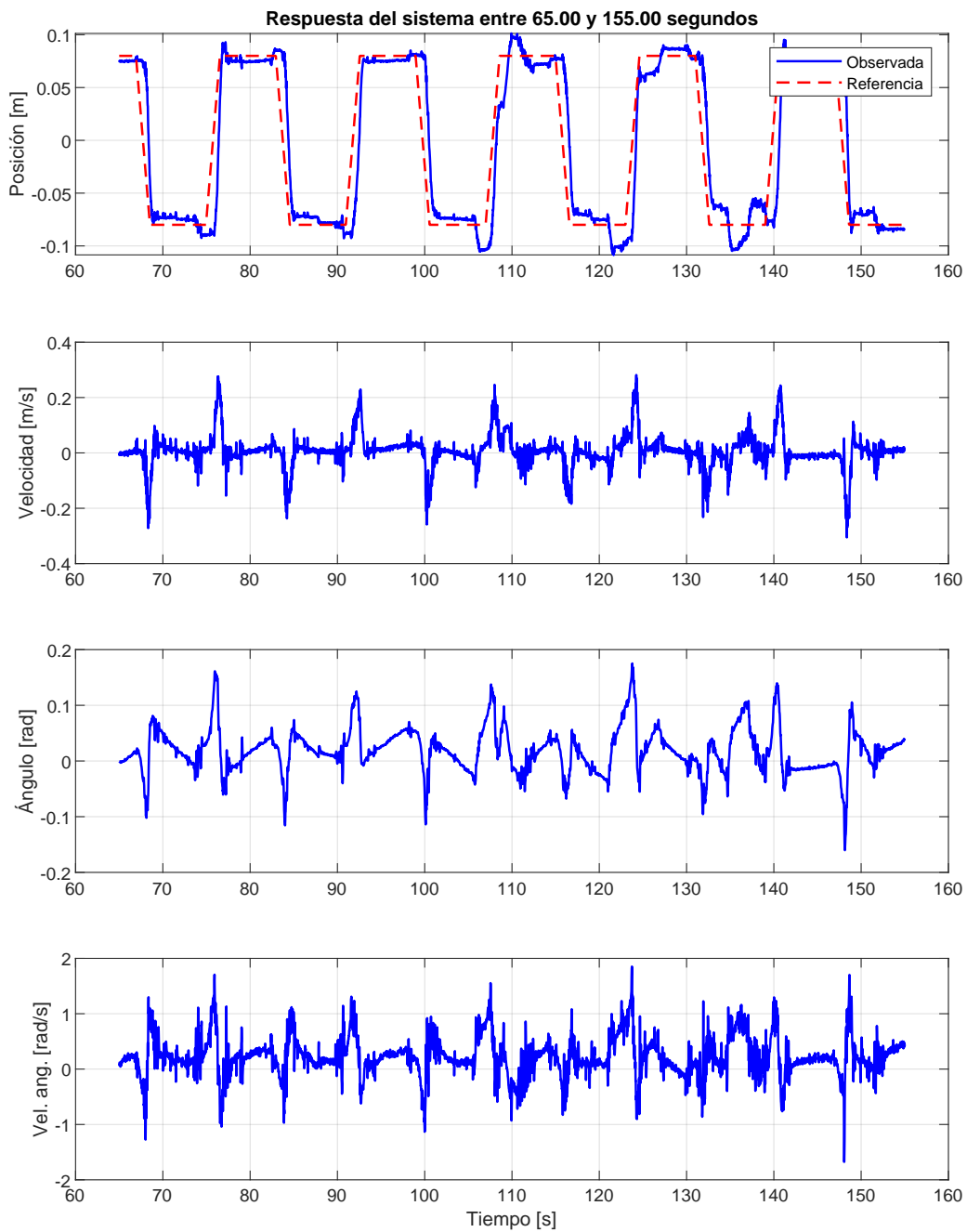


Figura 16: Estados observados entre 65 y 155 segundos - Control integral mejorado - Planta ajustada



## Planta desajustada

La figura 17 muestra el resultado completo de la prueba realizada con la planta en condiciones de tornillos más desajustados, manteniéndose la misma referencia que en el caso anterior. En cuanto al estado de posición, se observa un seguimiento a la referencia notablemente mejor, lo cual podría atribuirse a que esta configuración floja de la planta se aproxima más al modelo utilizado en el diseño del controlador, o bien a que el juego presente en las uniones mecánicas del brazo que controla la barra contribuye a compensar la alinealidad de la planta. Independientemente del motivo, se registra un menor sobrepico general, aunque del lado negativo de la posición este es más pronunciado, posiblemente debido a la asimetría propia de la planta. El tiempo de convergencia resulta ser igual o menor al especificado en todos los casos, con la salvedad de que a veces se queda corrigiendo por acción integral. A diferencia del caso anterior, no se evidencian acciones de control abruptas en el ángulo, lo cual es un indicio favorable. Sin embargo, se observa una mayor presencia de ruido, atribuible probablemente al mayor juego mecánico.

La figura 18 muestra un recorte temporal de 17, en el que se puede apreciar mejor la forma típica de la respuesta. Se nota que, contrario al recorte de los estados de la planta bien ajustada, la posición siempre está por detrás de la referencia ficticia. Este lag asegura que no se repita el problema del caso anterior, en el que el controlador detiene el carro prematuramente (prematureo para lo que es la referencia real).

En promedio (con los flancos menos anómalos) se notó un tiempo de establecimiento de  $\sim 2,7$  s, que está cerca de lo pedido. Lamentablemente es lo mejor que se logró con la planta. Igualmente esto es sobre escalones de 0,16 m, que, si bien el tiempo de establecimiento no depende de la altura del escalón, al tener alinealidades puede variar.

Por completitud, se detallan los parámetros utilizados durante la medición, que son casi idénticos que los del caso anterior. El observador empleado corresponde a una configuración intermedia, con polos ubicados en  $-[43,5, 43,5, 33,5, 33,5]$  rad/seg. El controlador, por su parte, posee polos en  $[-4,5 \pm 0,1j, -10, -10,1, -10,05]$  rad/seg, lo que define una dinámica suficientemente rápida y dominante para el seguimiento. Además, se utilizó un filtro de primer orden con coeficiente  $\alpha = 1$ , sin atenuación, lo que implica que no se aplicó filtrado sobre las mediciones.

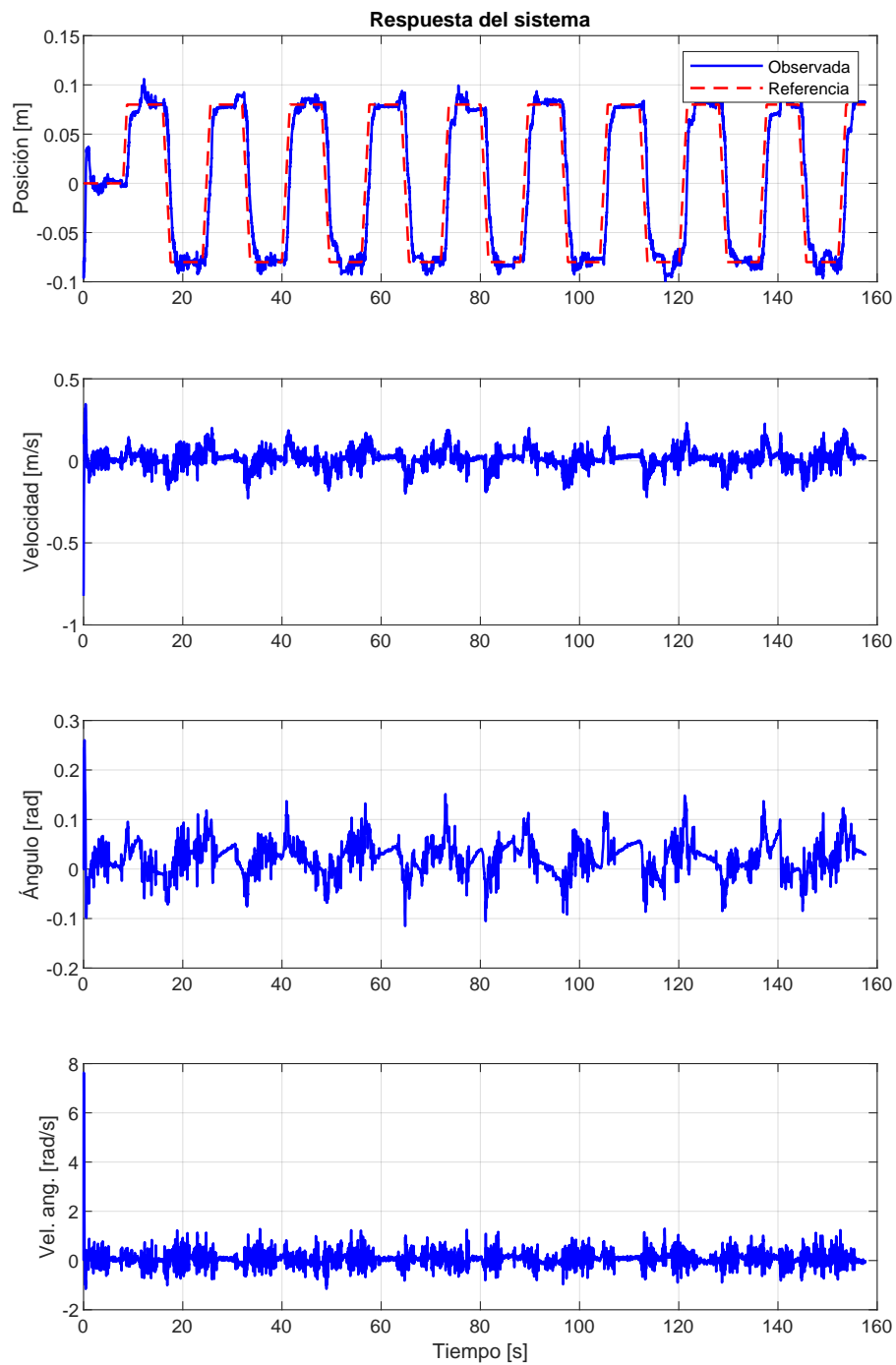


Figura 17: Estados observados - Control integral mejorado - “Planta floja”

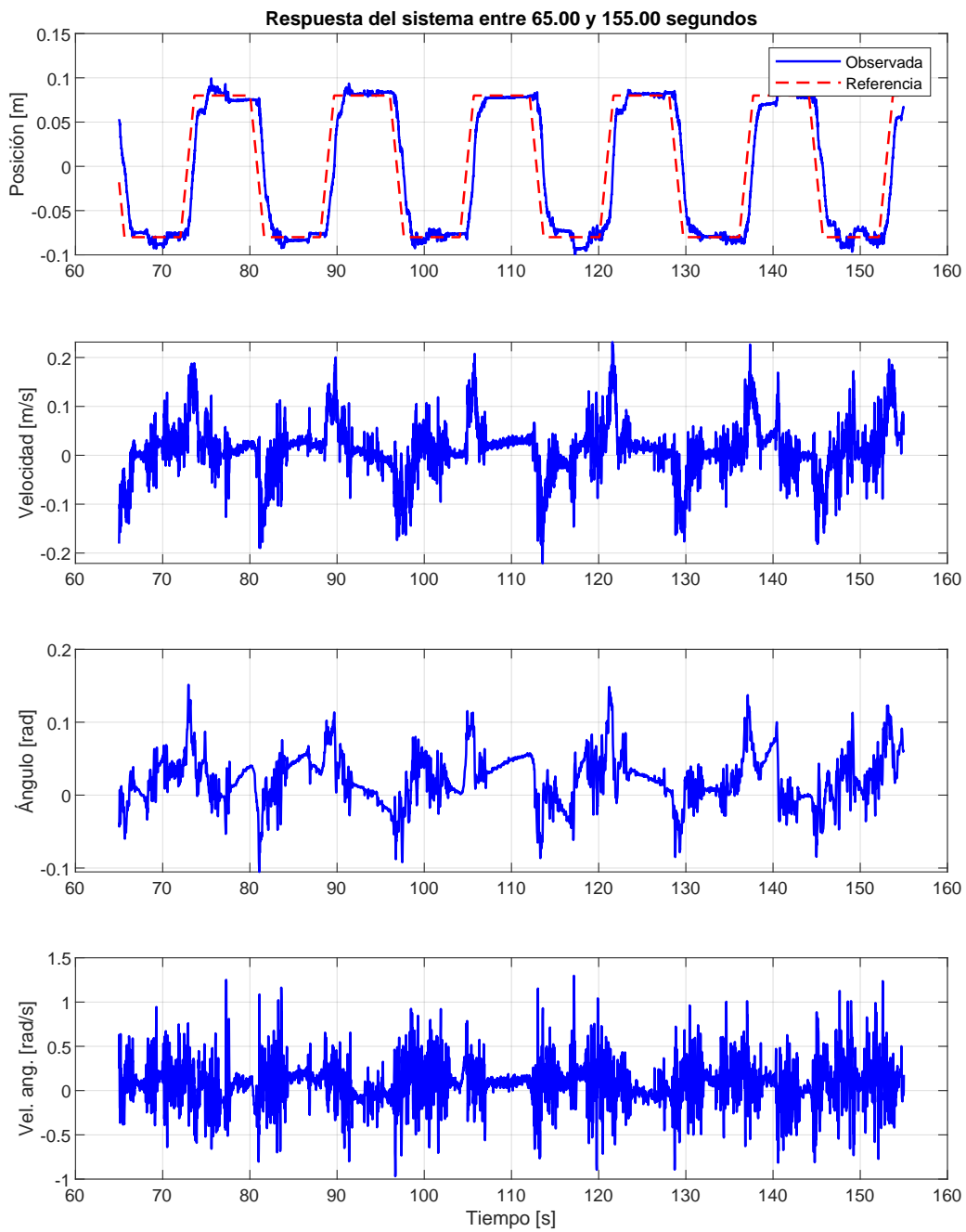


Figura 18: Estados observados entre 65 y 155 segundos - Control integral mejorado - Planta “floja”

## Resumen de resultados

A continuación se resumen las diferencias observadas para ambos casos.

- Con los tornillos ajustados, el sistema presenta un comportamiento más estable en régimen permanente (ver la diferencia de ruido en el ángulo entre casos), con menor nivel de ruido en los estados observados, lo cual se debe a una mayor rigidez mecánica que reduce el juego entre componentes. Además, esta configuración es estructuralmente más robusta y menos susceptible al desgaste a lo largo del tiempo. No obstante, el transitorio resulta más errático: se observan sobrepicos más frecuentes y pronunciados, así como oscilaciones causadas por la alinealidad de la planta. Esto lleva a que la acción integral del controlador trabaje en condiciones menos favorables. En algunos casos, el sistema detiene prematuramente el movimiento del carro debido a la intersección entre la posición observada y la referencia ficticia, un problema que no se presenta en la configuración floja.
- Con los tornillos flojos sucede lo contrario: el transitorio es más fluido, con menor sobrepico en general y mejor seguimiento de la referencia, posiblemente debido a una mayor similitud con el modelo o a que el juego mecánico actúa como una forma de compensación pasiva de la alinealidad. Sin embargo, el estacionario es mucho más ruidoso, especialmente en los estados observados, lo que se atribuye al juego mecánico adicional. Aun así, este mismo juego reduce el efecto del rozamiento estático, permitiendo que el carro se mantenga en movimiento continuo y evitando que la acción de control quede estancada. En definitiva, se observa una mejora en el comportamiento transitorio a costa de una mayor sensibilidad al ruido.

Ambas variantes de la planta resultan en un tiempo de establecimiento similares, por encima del requerimiento. Se considera que el problema no está en la estrategia de control en sí, porque se probó un gran abanico de soluciones (controladores, observadores, saturadores, limitaciones, filtros) y no se encontró una configuración que compense la alinealidad del sistema. Es más, se probó con un carro más pesado, haciéndole un baño de vapor de acetona a las ruedas, lijando la barra (como otros grupos), cambian el servo, pegando la IMU, etc, y la dinámica no mejoró substancialmente.

## 5. Conclusión

Como se detalló en el inciso anterior, los resultados obtenidos no satisfacen los requerimientos, pero no consideramos que sea por falta de intentarlo, evidenciado por todas alternativas por fuera del control de realimentación de estados que se usaron para mejorar la dinámica. Las posibles mejoras futuras serían usar mejores materiales para la planta que aseguren bajo rozamiento, integridad estructural y repetitividad entre armados. También se indagó en controladores más complejos, como el agregado de una ganancia previa a la integración, que mejoraría el transitorio, pero no se implementó. Invertimos mucho tiempo en que el sistema funcione lo mejor posible.

De igual manera, se entiende que se lograron los objetivos académicos del trabajo práctico, ahondando en lo que es observadores, realimentación de estados (las 3 variantes), implementación digital, uso de sensores, uso de *simulink*, Etc. .

## 6. Bibliografía consultada

- Diapositivas provistas por la cátedra, Campus de la materia.
- *Control System Design*, de Goodwin, Graebe y Salgado. Año 2000. Versión digital.
- [Curso del MIT que toca temas de control por realimentación de estados](#)
- *Feedback systems: An introduction for scientists and engineers*  
Åström, K. J., & Murray, R. M. Año 2019, versión digital.
- [Control Systems 414, Discrete State Space Control](#), de Mr I.K. Peddle.
- [Diseño de filtros digitales](#), Analog Systems.