

BEIJING UNIVERSITY OF CHEMICAL TECHNOLOGY

Computing Methods

计算方法实验指导书

CHENG YONG

目录

第	1章	Lagrange	插值方法	1
	1.1	实验目的		1
	1.2	实验原理		1
	1.3	实验环境		1
	1.4	实验内容		1
	1.5	样例程序		2
	1.6	实验报告		3
第	2 章	牛顿插值方	ī法	4
	2.1	实验目的		4
	2.2	实验原理		4
	2.3	实验环境		4
	2.4	实验内容		4
	2.5	样例程序		4
	2.6	实验报告		5
第	3 章	Newton-C	Cotes 方法	7

计算方法实验指导书

	3.1	实验目的	7
	3.2	实验原理	7
	3.3	实验环境	7
	3.4	实验内容	7
	3.5	样例程序	7
	3.6	实验报告	9
	3.7	实验分析	9
第	4 章	求非线性方程根的牛顿法 1	0
-1-	4.1	实验目的	
	4.2	实验原理 1	
	4.3	实验环境 1	
	4.4	实验内容 1	0
	4.5	样例程序 1	0
	4.6	实验报告 1	1
左 左	- -	47/ΛΣ ¼4 → 10/0 45/4 /\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\	_
弗	5章	解线性方程组的迭代法 1	
	5.1	实验目的	
	5.2	实验原理	
	5.3		
	5.4	实验内容	
	5.5	样例程序	
	5.6	实验报告 1	4
第	6 章	线性方程组的高斯消元法 1	5
	6.1	实验目的 1	5
	6.2	实验原理 1	5
	6.3	实验环境 1	5
	6.4	实验内容 1	5
	6.5	样例程序 1	5
	6.6	实验报告 1	6
第	7章	线性方程组的矩阵分解法 1	8
-	7.1	实验目的	8
	7.2	实验原理 1	8
	7.3	实验环境 1	8
	7.4	实验内容 1	8
	7.5	样例程序 1	Q

计算方法实验指导书

	7.6	实验报告	20
第	8章	常微分方程求解算法	21
	8.1	实验目的	21
	8.2	实验原理	21
	8.3	实验环境	21
	8.4	实验内容	21
	8.5	样例程序	21
	8.6	立	22

创建日期: 2019 年 11 月 13 日 更新日期: 2019 年 11 月 21 日

第 1 章 Lagrange 插值方法

1.1 实验目的

- (1) 熟悉简单的一阶和二阶 Lagrange 插值方法;
- (2) 学会计算 Lagrange 基函数;
- (3) 正确构造插值多项式;
- (4) 对插值结果进行合理分析;

1.2 实验原理

Lagrange 插值多项式: $L_n(x) = \sum_{i=0}^n l_i(x) y_i$,其中 $l_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \ j \neq i}}^n \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$ 。

1.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

1.4 实验内容

设函数为 $f(x) = \sqrt[5]{x}$, 已知

x	f(x)
24	1.888175
26	1.918645
28	1.947294
30	1.961009

表 1.1: 数据样本表

使用 Lagrange 插值多项式计算 f(25), f(27), f(29), 并给出插值多项式。修改程序直至运行成功,查看运行结果,并和如下真实值进行比较。

x	f(x)
25	1.903653938715879
27	1.933182044931763
29	1.961009057454548

表 1.2: 数据真实值

1.5 样例程序

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
   #define MAXSIZE 50
   void input(double x[MAXSIZE], double y[MAXSIZE], long n);
   void main(void) {
      double x[MAXSIZE], y[MAXSIZE], _x, _y, t;
8
      long n, i, j;
9
      printf("\n请输入插值节点的个数:");
10
      scanf("%ld", &n);
11
12
      input(x, y, n);
      printf("\n请输入插值点: ");
13
      scanf("%lf", &_x);
14
      _{\mathbf{y}} = 0;
15
16
      for(i = 0; i \le n - 1; i++) {
17
          t = 1;
18
          for(j = 0; j \le n-1; j++)
19
             if(j != i)
20
                t*=(_x-x[j])/(x[i] - x[j]);
21
          _y+= t*y[i];
22
23
24
      printf("\n插值点(x,y) = (%lf, %lf)。",_x, _y);
25
26
   void input(double x[MAXSIZE], double y[MAXSIZE], long n) {
27
28
      long i;
      for(i = 0; i \le n-1; i++) {
29
          printf("\n请输入插值节点x[%ld], y[%ld]:", i,i);
          scanf("%lf, %lf", &x[i], &y[i]);
32
      }
  }
33
```

运行结果如下:

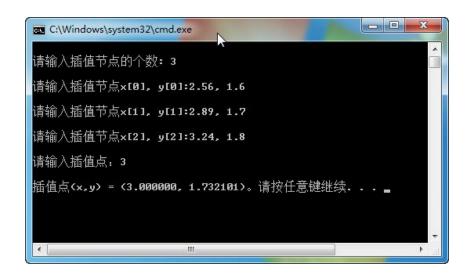


图 1.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第2章 牛顿插值方法

2.1 实验目的

- (1) 理解牛顿插值方法;
- (2) 学会计算差商;
- (3) 正确构造插值多项式;
- (4) 设计程序并调试得到正确结果;

2.2 实验原理

参考教材第5章。

2.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

2.4 实验内容

样本数据值如下:

x	0.4	0.55	0.65	0.8	0.9
f(x)	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811	1.02652

表 2.1: 样本值

```
1 #include<iostream>
2 #define N 4
3
   using namespace std;
6 void difference(float *x, float *y, int n) {
       float *f;
7
       int k,i;
8
9
       f =new float[(n*sizeof(float))];
       for(k=1; k<=n; k++) {</pre>
10
          f[0]=y[k];
11
          for(i=0; i<k; i++)</pre>
```

```
f[i+1]=(f[i]-y[i])/(x[k]-x[i]);
13
           y[k]=f[k];
14
       }
15
       cout<<endl;
16
       return;
17
   }
18
19
    void main() {
20
       int i;
21
       float varx =0.895, b;
22
       float x[N+1] = \{0.4, 0.55, 0.65, 0.8, 0.9\};
23
       float y[N+1] = \{0.41075, 0.57815, 0.69675, 0.88811, 1.02652\};
24
       difference(x,(float *)y,N);
25
26
       b = y[N];
       for (i=N-1; i>=0; i--) {
           b = b*(varx-x[i])+y[i];
28
           cout<<b<<endl;
29
30
       cout << "Nn(" << varx << ") =" << b << endl;
32 }
```

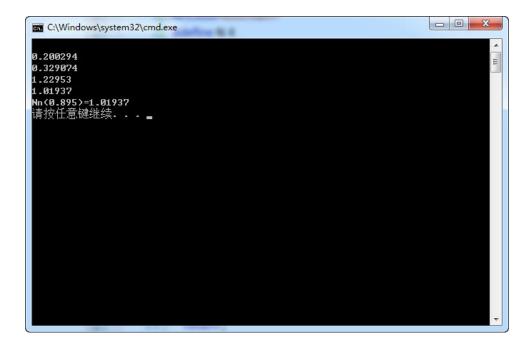


图 2.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;

(3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第 3 章 Newton-Cotes 方法

3.1 实验目的

- (1) 掌握 Newton-Cotes 算法;
- (2) 要求程序不断加密对积分区间的等分,自动地控制 Newton-Cotes 算法中的加速收敛过程;
- (3) 编写程序,分析实验结果;

3.2 实验原理

常见教材 P164 页。

3.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

3.4 实验内容

计算以下积分值:

$$I = \int_0^{1/4} \sqrt{4 - \sin^2 x} dx \quad (I \approx 0.4987111175752327)$$
 (3.1)

$$I = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \quad (f(0) = 1, \quad I \approx 0.9460831)$$
 (3.2)

$$I = \int_0^1 \frac{e^x}{4+x^2} dx \tag{3.3}$$

$$I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx \tag{3.4}$$

```
1 #include <stdio.h>
2 #define MAXSIZE 7

3 void input(double f[MAXSIZE+ 1], double a, double b, long n);

4 void main(void) {

5 long c[MAXSIZE][MAXSIZE/2+2] = {{2, 1}, {6, 1, 4}, {8, 1, 3}, {90, 7, 32, 12}, {288, 19, 75, 50}, {840, 41, 216, 27, 272}, {17280, 751, 3577, 1323, 2989}};

6 double a, b, f[MAXSIZE + 1], integral;

7 long n, i;

8 printf("\n请输入积分区间边界a, b:");
```

```
scanf("%lf, %lf", &a, &b);
      printf("\n请输入积分节点的个数(2~8):");
10
      scanf("%ld", &n);
11
      input(f, a, b, n);
12
      integral = 0;
13
      for(i = 0; i < n/2; i++)
14
          integral += (f[i]+f[n-i-1])*c[n-2][i+1]/c[n-2][0];
15
      if(n%2)
16
          integral += f[n/2]*c[n-2][n/2+1]/c[n-2][0];
17
      integral *= b-a;
18
      printf("\n积分值为=%lf", integral);
19
   }
20
   void input(double f[MAXSIZE+ 1], double a, double b, long n) {
21
22
      long i;
      double h;
      h = (b - a)/(n - 1);
24
      printf("\n请输入求积节点纵坐标:");
25
      for(i = 0; i <= n-1; i++) {
          printf("\nx[\%ld] = \%lf, f[\%ld] =", i, a+i*h, i);
          scanf("%lf", &f[i]);
28
29
30
   }
```

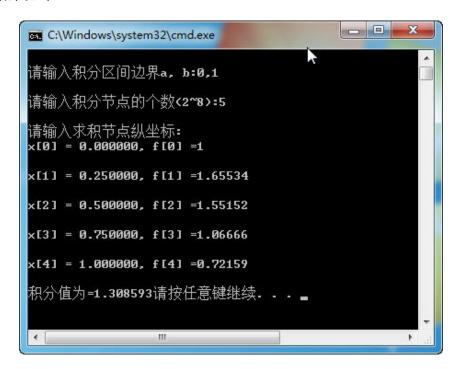


图 3.1: 运行结果

3.6 实验报告

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

3.7 实验分析

函数 (3.1) 计算过程如下:

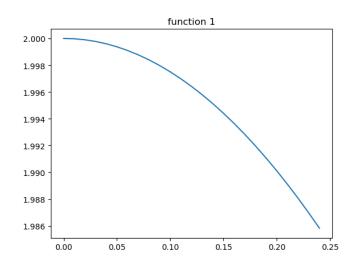


图 3.2: 函数 (3.1) 的图像

按照 Cotes 公式等距结点取样要求,得到函数值如下:

0	0.0625	0.125	0.1875	0.25
2.	1.99902447	1.99611027	1.99129451	1.98463883

表 3.1: 样本值

应用 Newton-Cotes 公式得到近似积分值为:

$$I = 0.4987111175077971 \tag{3.5}$$

积分精确值为 0.4987111175752327, 由此可见两者是非常接近的。

第 4 章 求非线性方程根的牛顿法

4.1 实验目的

- (1) 掌握求非线性方程根的牛顿法;
- (2) 进一步了解牛顿法的改进算法;
- (3) 编写程序,分析实验结果;

4.2 实验原理

参考教材第2章。

4.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

4.4 实验内容

用牛顿迭代法求 $xe^x - 1 = 0$ 的根, 迭代初始值为 $x_0 = 0.5$ 。

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3 double f(double x);
4 double df(double x);
5
   void main(void) {
      double epsilon, x0, x1, fx0, dfx0;
      long i, maxi;
9
      printf("\n请输入x的精度要求:");
10
      scanf("%lf", &epsilon);
      printf("\n请输入迭代初值: ");
      scanf("%lf", &x1);
      printf("\n请输入最大迭代次数:");
14
      scanf("%ld",&maxi);
15
16
      for(i=0; i<maxi; i++) {</pre>
17
          x0=x1;
          fx0=f(x0);
19
          dfx0=df(x0);
```

```
21
          x1=x0-fx0/dfx0;
          if(fabs(x1-x0) \le epsilon)
22
             break;
23
      }
24
25
      if(i<maxi)
26
          printf("\n 	au 	au f(x)=0的根x=\%lf。",x1);
27
28
          printf("\n迭代次数已超过上限。");
29
   }
30
31
32
   double f(double x) {
33
      return x*exp(x) - 1; /*计算并返回函数值f(x)*/
34
35
  double df(double x) {
      return exp(x) + x*exp(x); /*计算并返回函数值f'(x)*/
37
```



图 4.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第 5 章 解线性方程组的迭代法

5.1 实验目的

- (1) 掌握雅可比迭代和 Seidel 迭代来求解方程组;
- (2) 掌握常用的几种迭代格式;
- (3) 编写程序实现上述迭代方法;
- (4) 分析实验结果,并估计误差;

5.2 实验原理

有如下线性方程组 Ax = b 如下:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$
(5.1)

使用迭代法进行求解,主要迭代方法为雅可比迭代和 Gauss-Seidel 迭代,分别见教材第 4 章。

5.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

5.4 实验内容

使用高斯-塞德尔迭代法求解下列方程组:

$$\begin{cases}
10x_1 - x_2 - 2x_3 = 7.2 \\
-x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 8.3 \\
-x_1 - x_2 + 5x_3 = 4.2
\end{cases}$$
(5.2)

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define MAXSIZE 50

void input(double a[MAXSIZE][MAXSIZE],double b[MAXSIZE],long n);
```

```
void output(double x[MAXSIZE],long n);
7
8
   void main(void) {
9
      double a[MAXSIZE][MAXSIZE],b[MAXSIZE],x[MAXSIZE];
10
      double epsilon, e, s, oldx;
11
12
      long n,i,j,k,maxk;
      printf("\n请输入原方程组的阶数:");
13
      scanf("%ld",&n);
14
      input(a,b,n);
15
      printf("\n请输入迭代初始向量:");
16
      for(i=0; i<=n-1; i++)
17
          scanf("%lf", &x[i]);
18
19
      printf("\n请输入最大迭代次数:");
      scanf("%ld",&maxk);
20
      printf("\n请输入误差上限:");
21
      scanf("%lf", &epsilon);
22
23
      for(k=1; k<=maxk; k++) {</pre>
          e=0;
24
          for(i=0; i<=n-1; i++) {
25
26
             oldx=x[i];
27
             s=0;
             for(j=0; j<=n-1; j++)
28
                if(j!=i) s+=a[i][j]*x[j];
29
             x[i]=(b[i]-s)/a[i][i];
30
             if(e<fabs(oldx-x[i]))</pre>
31
                e=fabs(oldx-x[i]);
32
          }
33
          if(e<epsilon) break;
34
35
      if(k<=maxk)
36
          output(x,n);
37
38
      else
          printf("\n迭代次数已超过上限。");
39
   }
40
41
   void input(double a[MAXSIZE][MAXSIZE],double b[MAXSIZE],long n) {
42
43
      long i,j;
      printf("\n请输入原方程组的增广矩阵: \n");
44
      for(i=0; i<=n-1; i++) {
45
          for(j=0; j<=n-1; j++)
46
47
             scanf("%lf",&a[i][j]);
          scanf("%lf", &b[i]);
48
      }
49
   }
50
51
   void output(double x[MAXSIZE],long n) {
      long i;
53
```

```
54 printf("\n原方程组的解向量为: \n");
55 for(i=0; i<=n-1; i++)
56 printf("%lf\n",x[i]);
57 }
```

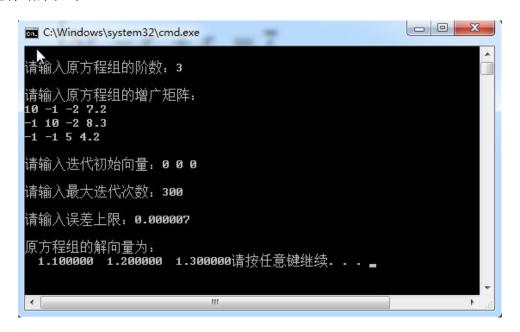


图 5.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第 6 章 线性方程组的高斯消元法

6.1 实验目的

- (1) 掌握高斯消元法求解方程组;
- (2) 掌握列主元高斯消元法求解方程组;
- (3) 分析实验结果,并估计误差;

6.2 实验原理

参考教材 PP52-59 页。

6.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

6.4 实验内容

使用高斯消元法求解下列方程组:

$$\begin{cases}
10x_1 - x_2 - 2x_3 = 7.2 \\
-x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 8.3 \\
-x_1 - x_2 + 5x_3 = 4.2
\end{cases}$$
(6.1)

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3 #define MAXSIZE 50
4 void input(double a[MAXSIZE][MAXSIZE+1],long n);
5 void output(double x[MAXSIZE],long n);
  void main(void) {
      double a[MAXSIZE][MAXSIZE+1],x[MAXSIZE],s;
      long n,i,j,k;
      printf("\n请输入原方程组的阶数:");
      scanf("%ld",&n);
10
      input(a,n);
      for(k=0; k<=n-2; k++)
12
         for(i=k+1; i<=n-1; i++) {
            a[i][k]/=-a[k][k];
14
            for(j=k+1; j<=n; j++)
15
               a[i][j]+=a[i][k]*a[k][j];
```

```
17
      for(k=n-1; k>=0; k--) {
18
          s=0;
19
          for(j=k+1; j<=n-1; j++) s+=a[k][j]*x[j];
20
          x[k]=(a[k][n]-s)/a[k][k];
21
22
23
      output(x,n);
   }
24
25
   void input(double a[MAXSIZE][MAXSIZE+1],long n) {
      long i,j;
27
      printf("\n请输入原方程组的增广矩阵: \n");
28
      for(i=1; i<=n; i++)
29
30
          for(j=1; j<=n+1; j++)
             scanf("%lf",&a[i-1][j-1]);
32
   void output(double x[MAXSIZE],long n) {
      long k;
      printf("\n原方程组的解为: \n");
35
      for(k=1; k<=n; k++)
          printf("%lf",x[k-1]);
37
38
```

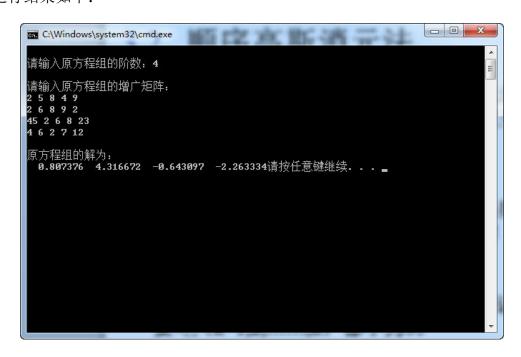


图 6.1: 运行结果

6.6 实验报告

(1) 包括实验主要内容;

- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第7章 线性方程组的矩阵分解法

7.1 实验目的

- (1) 掌握采用矩阵 LU 分解方法来求解线性方程组;
- (2) 编程实现矩阵 LU 分解算法;

7.2 实验原理

具体参见教材第3章。

7.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

7.4 实验内容

- (1) 写出矩阵 LU 分解法解线性方程组算法,编一程序上机调试出结果,要求所编程序适用于任何一解线性方程组问题,即能解决这一类问题,而不是某一个问题。
- (2) 使用矩阵 Doolittle 分解法求解下列方程组:

$$\begin{cases}
10x_1 - x_2 - 2x_3 = 7.2 \\
-x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 8.3 \\
-x_1 - x_2 + 5x_3 = 4.2
\end{cases}$$
(7.1)

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <iostream>
3 #include <math.h>
4

5 #define MAX_N 20

6

7 int main(int argc, char* argv[]) {
8    int n; // 未知数个数
9    int i, j, k;
10    static double a[MAX_N][MAX_N], b[MAX_N], x[MAX_N], y[MAX_N];
11    static double l[MAX_N][MAX_N], u[MAX_N][MAX_N];
12    printf("\nInput n value(dim of Ax=b):"); //输入系数矩阵维度
13    scanf("%d", &n);
14    if(n >MAX_N) {
```

```
printf("The input n is larger than MAX_N, please redefine the MAX_N.\n");
15
           return 1;
16
       }
17
       if(n \ll 0) {
18
           printf("Please input a number between 1 and %d.\n", MAX_N);
19
           return 1;
20
21
       printf("Now input the matrix a(i, j), i, j = 0, ..., %d: \n", n-1); //输入 系数矩阵
22
       for (i=0; i<n; i++)
23
           for (j=0; j< n; j++)
24
               scanf("%lf", &a[i][j]);
25
       printf("Now input the matrix b(i), i = 0, ..., %d: \n", n-1); //输入常数项
26
       for(i=0; i<n; i++)
27
28
           scanf("%lf", &b[i]);
       for(i=0; i<n; i++)
29
           l[i][i] = 1;
30
       for(k=0; k<n; k++) {
31
32
           for(j=k; j<n; j++) { // dolittle分解
               u[k][j]=a[k][j];
33
               for(i=0; i<=k-1; i++)
34
35
                   u[k][j] = (l[k][i] * u[i][j]);
36
               printf("%f \setminus n", u[k][j]);
           }
37
           for(i=k+1; i<n; i++) {
38
               l[i][k]=a[i][k];
               for(j=0; j<=k-1; j++)
                   l[i][k] -= (l[i][j]*u[j][k]);
41
               l[i][k]/=u[k][k];
42
               printf("%f \setminus n", l[i][k]);
43
44
           }
       }
45
46
       for(i=0; i<n; i++) { // 解Ly = b
47
           y[i] = b[i];
48
           for(j=0; j<=i-1; j++)
49
               y[i] -= (l[i][j]*y[j]);
50
       }
51
52
       for(i=n-1; i>=0; i--){ // MUX = Y
53
           x[i]=y[i];
54
           for(j=i+1; j<n; j++)</pre>
55
56
               x[i] -= (u[i][j]*x[j]);
           x[i]/=u[i][i];
57
       }
58
59
       printf("Solve...x_i = \n"); // 输出结果
60
       for(i=0; i<n; i++)
61
           printf("%f \setminus n", x[i]);
62
```

```
63 system("pause");
64 return 0;
65 }
```

```
Input n value(dim of fix=b): 3
Now input the matrix a(i, j), i, j = 0, ..., 2:
12 45 67 43
23 46 35 73
23 65 78 32
Now input the matrix b(i), i = 0, ..., 2:
Solve...x_i = 0.889849
-0.309154
1.018414
请按任意键继续...__
```

图 7.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

第8章 常微分方程求解算法

8.1 实验目的

- (1) 掌握采用欧拉法来求解常微分方程;
- (2) 掌握采用改进的欧拉法来求解常微分方程;
- (3) 编程实现上述两个算法;

8.2 实验原理

具体参见教材第8章。

8.3 实验环境

Windows 10 + Visual Studio

8.4 实验内容

- (1) 写出欧拉法或改进的欧拉法来求解常微分方程,编程序上机调试出结果。
- (2) 使用常微分方程例子如下:

$$\begin{cases} y' = 3x - 2y^2 - 12(0 < x < 5) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$
 (8.1)

```
1 #include<iostream>
2 #define N 10
4 using namespace std;
5
   void modEuler(float (*f1)(float, float), float x0, float y0, float xn, int n) {
7
       int i;
       float yp,yc,x=x0,y=y0,h=(xn-x0)/n;
       // cout << "x[0] = " << x << ' \ t' << "y[0]" << y << endl;
       for(i=1; i<=n; i++) {
10
           yp=y+h*f1(x,y);
           x=x0+i*h;
           yc=y+h*f1(x,yp);
           y=(yp+yc)/2.0;
           cout << "x[" << i << "] = " << x << " y[" << i << "] = " << y << endl;
16
```

```
17  }
18  void main() {
19
20     float xn=0.0,x0=-1.0,y0=2.0;
21     float fl(float ,float);
22     modEuler(fl,x0,y0,xn,N);
23  }
24  float fl(float x,float y) {
25     return 3*x-2*y*y-12;
26  }
```

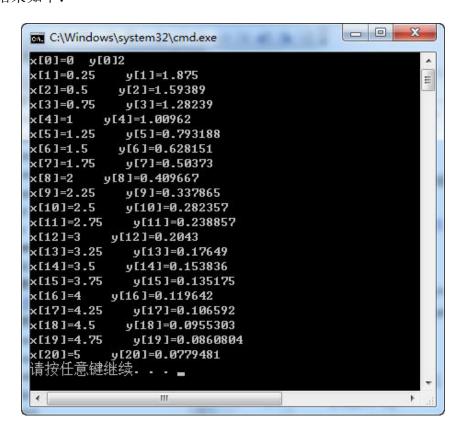


图 8.1: 运行结果

- (1) 包括实验主要内容;
- (2) 理解算法并编写程序,调试成功;
- (3) 撰写实验报告,实验报告纸上写上自己的代码;

参考文献

[1] 靳天飞等. **计算方法** (C 语言版). 北京:清华大学出版社,ISBN(9787302221753), 2010.