BEIJING UNIVERSITY OF CHEMICAL TECHNOLOGY

COMPUTING METHODS

计算方法作业

目录

创建日期：2019 年 11 月 5 日

更新日期：2019 年 11 月 14 日

第 1 章　计算方法作业

1.1　注意事项

(1) 作业二需要交纸质版，不用交电子版；

(2) **上交日期 2019.12.12 7:30**；

(3) 发现雷同的直接算抄袭，两份都计 0 分；

(4) 使用学校作业纸，用蓝色的笔书写；

1.2　插值方法

(1) 第一章 PPT 第 38 页，试验证哪种递推算法更具稳定性。

(2) 将 $\frac{22}{7}$ 作为 π 的近似值，试计算有效数字位数。

(3) 依据下面的数据表，构造 Lagrange 插值多项式，并计算当 $x = 1.8$ 时的插值。

x_i	-1	0	1	2
y_i	0.65	1.2	-0.4	2.8

表 1.1: 数据表

(4) 依据上面的给出的数据表，构造相应的牛顿多项式，并计算 $x = 1.8$ 时的插值。

(5) 求做次数 ≤ 3 的多项式 $p(x)$，使满足条件：

$$\begin{aligned} p(0) &= 0, \quad p(1) = 1 \\ p'(0) &= 1, \quad p'(1) = 2 \end{aligned}$$

1.3　积分方法

(1) 5 阶精度的 Newton-Cotes 公式分别有 (　　) 和 (　　)。

(2) 确定下面求积公式的待定参数，使其代数精度尽可能高，并指明求积公式所具有的代数精度。

$$\int_0^1 f(x)dx \approx A_0 f\left(\frac{1}{4}\right) + A_1 f\left(\frac{1}{2}\right) + A_2 f\left(\frac{3}{4}\right) \tag{1.1}$$

(3) 使用 New-Cotes 公式计算积分 $\int_{-1}^{1} x^2 e^x dx$。

(4) 用待定系数法推导 $n = 4$ 的 Newton-Cotes 公式系数。

1.4 方程求根

(1) 利用牛顿法求 $x^3-2x-55=0$ 在区间 $[3,4]$ 内的根，要求列出迭代计算 3 次的计算结果。

(2) 用埃特金加速法求 $x^5+5x^4-2=0$ 在 -5 附近的根，要求迭代 1 次，结果保留 5 为有效数字 (精确解为 -4.9968)。

1.5 线性方程组的迭代法

(1) 线性方程组 $\begin{cases} 34x_1-32x_2=-13 \\ -8x_1+9x_2=15 \end{cases}$ 的系数矩阵是 (　　)。因此，Jacobi 迭代和 Gauss-Seidel 迭代都 (　　)。

(2) 设 $\boldsymbol{X}=(1,9,-5,2)^\top$，则 $\|\boldsymbol{X}\|_1=($　　$)$，$\|\boldsymbol{X}\|_2=($　　$)$，$\|\boldsymbol{X}\|_\infty=($　　$)$。

(3) 设 $A=\begin{pmatrix} 0.6 & 0.5 \\ 0.1 & 0.3 \end{pmatrix}$，计算 A 的行范数 (　　)，列范数 (　　)，2 范数 (　　)。

(4) 已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$，则 A 的谱半径 (　　)，则 $\|\boldsymbol{A}\|_\infty=($　　$)$。

(5) 写出用 Jacobi 法解此方程组，初值为 $\boldsymbol{x}^{(0)}=(0,0,0)^\top$，精度为 $\left\|\boldsymbol{x}^{(k+1)}-\boldsymbol{x}^{(k)}\right\|<10^{-4}$。

$$\begin{cases} 5x_1+2x_2+x_3=-12 \\ -x_1+4x_2+2x_3=20 \\ 2x_1-3x_2+10x_3=3 \end{cases} \tag{1.2}$$

(6) 写出线性方程组的 Gauss-Seidel 迭代法的迭代格式，并分析此格式的收敛性。

$$\begin{cases} 12x_1-5x_2+4x_3=5 \\ -4x_1+3x_2=-7 \\ 3x_1-3x_2+7x_3=2 \end{cases} \tag{1.3}$$

1.6 线性方程组的直接法

(1) 用列主元消去法求解方程组 $\begin{cases} 12x_1-3x_2+3x_3=15 \\ -18x_1+3x_2-x_3=-15 \\ x_1+x_2+x_3=6 \end{cases}$ 并求出系数矩阵 A 的行列式 detA 的值。

(2) 分别用 Doolittle 和 Crout 分解法求解线性方程组。

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 11 \end{cases} \tag{1.4}$$

1.7 常微分方程求解

(1) 用改进的欧拉法求解常微分方程初值问题 (步长 $h = 0.1$)。

$$\begin{cases} y' = 4x - 5y^2 + 4 \\ y(-1) = 1 \end{cases} \tag{1.5}$$

参考文献

[1] 靳天飞等. *计算方法 (C 语言版)*. 北京：清华大学出版社，ISBN(9787302221753)，2010.