在 MySQL 数据库中由经纬度计算最近的点

Yuhong Zhong

Symphony

1 问题背景

给定点集 $S = \{(x,y) \mid x \in [-90,90], y \in [-180,180]\}$,其中每一个点 $(x,y) \in S$ 都表示三维球面上的一个点,并且 x 表示纬度,y 表示经度。假设 S 存储在 MySQL 数据库 sites 中,并且 sites 的列为 latitude,longitude,以及 route_id,其中 route_id $\in \{0,1,2,\ldots\}$,且 S 中每个元素都有不同的 route_id。现有点 $a = (x_0,y_0)$ $(x_0 \in [-90,90], y_0 \in [-180,180])$,往求解在球面距离下 S 中距离 a 最短的点 $b \in R$ 。

2 距离的计算

对于三维球面坐标系下已知经度纬度时在球面上的距离的计算,我们有如下定理。

定理 1 (三维球体表面的距离). 设两个点 s_1, s_2 在半径为 R 的三维球体表面,并且 s_1 的纬度为 ϕ_1 , s_2 的纬度为 ϕ_2 , s_1, s_2 的纬度差为 $\Delta \phi$, 经度差为 $\Delta \lambda$, 则 s_1, s_2 间的距离 d 满足:

$$\operatorname{haversin}(\frac{d}{R}) = \operatorname{haversin}(\Delta \phi) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\operatorname{haversin}(\Delta \lambda)$$

其中, haversion(
$$\theta$$
) = $\frac{\mathrm{versin}(\theta)}{2} = \sin^2(\frac{\theta}{2})$, $\mathrm{versin}(\theta) = 1 - \cos(\theta) = 2\sin^2(\frac{\theta}{2})$.

在 MySQL 数据库中, 若第一个点的纬度为 orig.latitude, 经度为 orig.longitude, 第二个点的纬度为 dest.latitude, 经度为 dest.longitude, 则可用如下命令计算两个点之间在球表面的距离:

3956 * 2 * ASIN(SQRT(

POWER(SIN((orig.latitude - dest.latitude) * PI() / 180 / 2), 2)

- + COS(orig.latitude * PI() / 180) * COS(dest.latitude * PI() / 180)
- * POWER(SIN((orig.longitude dest.longitude) * PI() / 180 / 2), 2)))

AS distance

3 计算最近点的 MySQL 语句

首先,根据上一节中距离的计算公式,我们可以直接得到一个直接的命令来求解最近的点:

```
SELECT *, 3956 * 2 * ASIN(SQRT(
POWER(SIN((@orig_latitude - dest.latitude) * PI() / 180 / 2), 2)
+ COS(@orig_latitude * PI() / 180) * COS(dest.latitude * PI() / 180)
* POWER(SIN((@orig_longitude - dest.longitude) * PI() / 180 / 2), 2)))
AS distance
FROM sites dest
ORDER BY distance LIMIT 1;
```

其中,@orig_latitude,@orig_longitude 的值分别为点 a 的纬度与经度值。

以上命令在数据量较小时有较好的表现,但是当数据量增多时,则查询速度明显较慢。因此,在数据量较大时,我们需要采取一些方法提高计算的性能。

一个可行的改进即为限定搜索的区域,即划定一个边长为 2d km 的区域,仅在此区域内计算距离进行搜索。首先,需要计算这个正方形区域主对角线两个项点的经纬度。我们知道,1 latitude 对应的距离约为 111 km,1 longitude 对应的距离约为 $111 \times \cos(\text{latitude})$ km。因此,我们有计算正方形两个项点的经纬度的 MySQL 命令:

```
SET @lon1 = @orig_longitude - @d / ABS(COS(RADIANS(@orig_latitude)) * 111);
SET @lon2 = @orig_longitude + @d / ABS(COS(RADIANS(@orig_latitude)) * 111);
SET @lat1 = @orig_latitude - (@d / 111);
SET @lat2 = @orig_latitide + (@d / 111);
由此,可将查询最近点的 MySQL 命令改写为:

SELECT *, 3956 * 2 * ASIN(SQRT(
POWER(SIN((@orig_latitude - dest.latitude) * PI() / 180 / 2), 2)
+ COS(@orig_latitude * PI() / 180) * COS(dest.latitude * PI() / 180)
* POWER(SIN((@orig_longitude - dest.longitude) * PI() / 180 / 2), 2)))
AS distance
FROM sites dest
WHERE dest.longitude BETWEEN @lon1 AND @lon2
AND dest.lantitude BETWEEN @lat1 AND @lat2
ORDER BY distance LIMIT 1;
```

由实验可知,该查询语句能够大大提高查询速度。最后,还可将上述过程利用 MySQL 中的存储过程 (Storage Procedure) 加以实现,以进一步提高查询的速度。该存储过程的定义命令如下:

```
DELIMITER $$
```

CREATE PROCEDURE find_nearest_point(IN lat DOUBLE, IN lon DOUBLE)
BEGIN

DECLARE lon1 DOUBLE; DECLARE lon2 DOUBLE;

```
DECLARE lat1 DOUBLE; DECLARE lat2 DOUBLE;
DECLARE dist DOUBLE;
SET dist = 100;
SET lon1 = lon - dist / ABS(COS(RADIANS(lat)) * 111);
SET lon2 = lon + dist / ABS(COS(RADIANS(lat)) * 111);
SET lat1 = lat - (dist / 111);
SET lat2 = lat + (dist / 111);
SELECT *, 3956 * 2 * ASIN(SQRT(
POWER(SIN((lat - dest.latitude) * PI() / 180 / 2), 2)
+ COS(lat * PI() / 180) * COS(dest.latitude * PI() / 180)
* POWER(SIN((lon - dest.longitude) * PI() / 180 / 2), 2)))
AS distance
FROM sites dest
WHERE dest.longitude BETWEEN lon1 AND lon2
AND dest.lantitude BETWEEN lat1 AND lat2
ORDER BY distance LIMIT 1;
END $$
```

由此,我们只需通过命令 CALL find_nearest_point(@orig_latitude, @orig_longitude); 即可较为高效的查询距离 a 最近的点 $b \in S$ 。

参考文献

[1] Alexander Rubin: Geo (proximity) Search with MySQL

附录

附录中将给出在"跟着电影去旅行"应用中创建寻找最近点的 MySQL 存储过程的命令,以及在 Django 中调用该存储过程的命令。

创建存储过程的 MySQL 命令为:

```
USE symphony;

DELIMITER $$

CREATE PROCEDURE find_nearest_point(IN lat DOUBLE, IN lon DOUBLE)

BEGIN

DECLARE lon1 DOUBLE; DECLARE lon2 DOUBLE;

DECLARE lat1 DOUBLE; DECLARE lat2 DOUBLE;

DECLARE dist DOUBLE;
```

```
SET dist = 100;
SET lon1 = lon - dist / ABS(COS(RADIANS(lat)) * 111);
SET lon2 = lon + dist / ABS(COS(RADIANS(lat)) * 111);
SET lat1 = lat - (dist / 111);
SET lat2 = lat + (dist / 111);
SELECT *, 3956 * 2 * ASIN(SQRT(
POWER(SIN((lat - dest.lat) * PI() / 180 / 2), 2)
+ COS(lat * PI() / 180) * COS(dest.lat * PI() / 180)
* POWER(SIN((lon - dest.lng) * PI() / 180 / 2), 2)))
AS distance
FROM main_page_site dest
WHERE dest.lng BETWEEN lon1 AND lon2
AND dest.lat BETWEEN lat1 AND lat2
ORDER BY distance LIMIT 1;
END $$
在 Django 中调用存储过程的 Python 命令为:
from django.db import connection
cur = connection.cursor()
cur.callproc('find_nearest_point', [str(lat), str(lng)])
results = cur.fetchall()
cur.close()
result_id = results[0][0]
```