

高等数学 A (期中) 试题

主管
领导
审核
签字

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

考生须知：本次考试为闭卷考试，考试时间为 90 分钟，总分 30 分。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

一、本题得分_____

填空题（每小题 1 分，共 4 小题，满分 4 分）

1. 设 $0 < a < b$ ，则数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a^{-n} + b^{-n})^{\frac{1}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.2. 若记曲线 $3x + 2y^3 - 2x^2 \sin y = 2$ 与 y 轴的交点为 P ，则曲线在点 P 处的法线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.3. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 互为反函数， $f(x)$ 二阶可导，且 $f(1) = 3, f'(1) = -2, f''(1) = 4$ ，则 $g''(3) = \underline{\hspace{2cm}}$.4. 已知函数 $f(x) = x^2 e^{-x+3}$ ，则 $f^{(20)}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、本题得分_____

选择题（每小题 1 分，共 4 小题，满分 4 分，每小题中给出的四个选项中只有一个符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$ ， $g(x) = \begin{cases} 2 - ax, & x \leq -1, \\ x, & -1 < x < 0, \\ x - b, & x \geq 0 \end{cases}$ ，若 $f(x) + g(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上连续，则()(A) $a = 3, b = 1$; (B) $a = 3, b = 2$; (C) $a = -3, b = 1$; (D) $a = -3, b = 2$ 。2. 设函数 $g(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内可导且只有一个零点 $x = -3$ ，则函数 $f(x) = |x^3 + 2x^2 - 3x| g(x)$ 的不可导点的个数是()

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4。

3. 设 $k \neq 0$ 为常数, 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的增量 $\Delta y \Big|_{x=x_0} = k(\Delta x)^{\frac{1}{3}} + o(\Delta x)$, 则函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处()

(A) 连续, 不可微; (B) 可微且 $f'(x_0) = k$;

(C) 可微且 $f'(x_0) = 0$; (D) 可微且 $f'(x_0) = 1$ 。

4. 有一圆柱体底面半径与高随时间变化的速率分别为 2 cm/s , -3 cm/s , 当底半径为 10 cm , 高为 5 cm 时, 圆柱体的体积与侧表面积 (即圆柱面上的那部分面积) 随时间变化的速率分别为()

(A) $125\pi \text{ cm}^3/\text{s}, 40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$; (B) $125\pi \text{ cm}^3/\text{s}, -40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$;

(C) $-100\pi \text{ cm}^3/\text{s}, 40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$; (D) $-100\pi \text{ cm}^3/\text{s}, -40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$ 。

三、本题得分_____

(4 分) 求函数 $f(x) = \frac{(1+x)\sin x \cos \frac{x}{2-x}}{|x|(x+1)(x-1)}$ 的间断点, 并判断间断点的类型。

四、本题得分_____

(4 分) 设参数方程 $\begin{cases} x = t + \arctan t + 1, \\ y = t^3 + 6t - 2 \end{cases}$, 确定函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 。

姓名

学号

班号

学院

密

五、本题得分_____

(4 分) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{x^2} \right)$ 。

六、本题得分_____

(3分) 设函数 $f(x)$ 当 $|x| \leq 1$ 时具有二阶导数, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - 1}{\ln(e^{\sin x} + 4x)} = -3$, 求 $f(0), f'(0)$ 及 $f''(0)$ 。

七、本题得分_____

(3分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 2]$ 上连续, 在开区间 $(0, 2)$ 内可导, 且 $f(2) = 0$,
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 5$, 证明: (1) 存在 $\eta \in (1, 2)$, 使得 $f(\eta) = \eta$; (2) 存在 $\xi \in (0, \eta)$, 使得
 $f'(\xi) = \frac{2\xi - f(\xi)}{\xi}$ 。

八、本题得分 _____

(4 分) 设数列 $\{x_n\}$ 满足关系式 $0 < x_1 < \pi$, $x_{n+1} = \sin x_n$ ($n = 1, 2, \dots$), (1) 证明极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

存在, 并计算此极限; (2) 计算极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{\frac{1}{x_n^2}}$ 。

姓名 _____

学号 _____

班号 _____

学院 _____

学院_____ 班号_____ 学号_____ 姓名_____

密封

(第 7 页，共 5 页)

学院_____ 班号_____ 学号_____ 姓名_____

密封

(第 9 页，共 5 页)

