

代数与几何期中试题

A4 标准打印版 (试题源于群友)

注意事项:

1. 本次考试为闭卷考试, 考试时间为 90 分钟, 总分 30 分。
2. 仅供复习参考, 不作猜题押题之用。
3. 请务必限时训练, 不要中断计时, 把握好答题节奏。

注意行为规范 遵守考场纪律

得分	
阅卷人	

一、填空题: 本题共 5 小题, 每小题 1 分, 满分 5 分。

1. 已知行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, A_{ij} 表示行列式 D 中元素 a_{ij} 的代数余子式, 则 $2A_{11} + A_{21} + A_{31} + 2A_{41} =$ _____。

2. 设 A 为 4 阶可逆方阵, 将 A 的第 2 列和第 3 列对换而得到矩阵 B , 则 $B^{-1}A =$ _____。

3. 已知 A 为 3 阶方阵, 且 $A \neq 0$, $a_{ij} = A_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$, 则 $|A| =$ _____。

4. 设 A, B 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 7, |B| = -5$, 则 $\begin{vmatrix} A & BA \\ -A & 0 \end{vmatrix} =$ _____。

5. 已知 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c} \times \mathbf{d}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{d}$, 则 $\mathbf{a} - \mathbf{d}$ 与 $\mathbf{b} - \mathbf{c}$ 的位置关系是 _____。

得分	
阅卷人	

二、选择题: 本题共 5 小题, 每小题 1 分, 满分 5 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设有行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & b_1 & 0 & a_1 \\ 0 & b_2 & 0 & a_2 \\ b_3 & 0 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & a_4 & 0 \end{vmatrix}$, 则 D 的值为 ()

A. $(a_2b_1 - a_1b_2)(a_4b_3 - a_3b_4)$

B. $(a_1b_2 - a_2b_1)(a_3b_4 - a_4b_3)$

C. 0

D. $(a_2b_1 - a_1b_2)(a_3b_4 - a_4b_3)$

2. 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & -1 & b \\ 1 & 0 & -1 & c \end{pmatrix}$, 若矩阵 A 的秩为 2, 则以下正确的是 ()

A. $a = b$

B. $b = c$

C. $c = a$

D. $b = a + c$

3. 对 n 阶方阵 A , 其伴随矩阵为 A^* , 若矩阵 A 的秩 $R(A) = n - 1$, 则 ()
- A. A 可逆; B. $A^* = 0$;
C. $R(A) + R(A^*) = n$; D. $A + A^*$ 可逆。
4. 设矩阵 A 为 n 阶可逆矩阵, 矩阵 B 为 $n \times 1$ 矩阵, b 是常数, 再设 $M = \begin{pmatrix} A & B \\ B' & b \end{pmatrix}$, 则下列正确的答案是 ()
- A. 若 $b \neq 0$, 则矩阵 M 可逆; B. 若矩阵 M 可逆, 则 $b \neq 0$;
C. $b \neq 0$ 当且仅当矩阵 M 可逆; D. 以上说法都不对。
5. 设有两条直线 $\begin{cases} l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \\ l_2: x - 2 = y = z - 3 \end{cases}$, 则它们的位置关系是 ()
- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 共面

得分	
阅卷人	

三、(5 分)

求过点 $M_0(2, 1, 3)$, 且与直线 $L: \begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直相交的直线 L' 的方程。

得分	
阅卷人	

四、（5 分）

已知 n 维列矩阵 α 满足 $\alpha^T\alpha=1$, E_n 为 n 阶单位阵, $n>1,s\in R$, 对于矩阵 $M=\begin{pmatrix} 1 & -\alpha^T \\ \alpha & sE_n \end{pmatrix}$:

- (1)

讨论不同 s 下矩阵 M 的奇异性;
- (2)

在 M 可逆时, 求出 M 的由 α 表示的逆矩阵。

得分	
阅卷人	

五、（5 分）

已知矩阵 A 的伴随矩阵 $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

- (1) 证明 $R(A) = 4$;
- (2) 计算乘积矩阵 AB 。

密
封
线
内
不
得
密
题

得分	
阅卷人	

六、（5分）

设 A 是 n 阶方阵。

- (1) 若 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ，求 A^* ；
- (2) 若 $A^* = 0$ ，判断 A 是否为零矩阵，并说明理由；
- (3) 记 B' 是 B 的转置，若存在 $n \times m$ 非零矩阵 B ，使得 $B'A = 0$ ，求 $R(A)$ 的范围。