

2022 / 2023 学 年 秋 季 学 期

代数与几何期中试题

A4 标准打印版 (试题源于群友)

注意事项：

1. 本次考试为闭卷考试，考试时间为 90 分钟，总分 30 分。
2. 仅供复习参考，不作猜题押题之用。
3. 请务必限时训练，不要中断计时，把握好答题节奏。

注意行为规范 遵守考场纪律

得分	
阅卷人	

一、填空题：本题共 5 小题，每小题 1 分，满分 5 分。

- 得 分
1. 已知行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, A_{ij} 表示行列式 D 中元素 a_{ij} 的代数余子式，则 $2A_{11} + A_{21} + A_{31} + 2A_{41} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 学 号 不
2. 设 A 为 4 阶可逆方阵，将 A 的第 2 列和第 3 列对换而得到矩阵 B ，则 $B^{-1}A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知 A 为 3 阶方阵，且 $A \neq 0$, $a_{ij} = A_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ ，则 $|A| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 设 A 、 B 为 4 阶方阵，且 $|A| = 7$, $|B| = -5$ ，则 $\begin{vmatrix} A & BA \\ -A & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 已知 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c} \times \mathbf{d}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{d}$ ，则 $\mathbf{a} - \mathbf{d}$ 与 $\mathbf{b} - \mathbf{c}$ 的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分	
阅卷人	

内 线

二、选择题：本题共 5 小题，每小题 1 分，满分 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 班 号
- 封 密
1. 设有行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & b_1 & 0 & a_1 \\ 0 & b_2 & 0 & a_2 \\ b_3 & 0 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & a_4 & 0 \end{vmatrix}$ ，则 D 的值为 ()

- A. $(a_2b_1 - a_1b_2)(a_4b_3 - a_3b_4)$
B. $(a_1b_2 - a_2b_1)(a_3b_4 - a_4b_3)$
C. 0
D. $(a_2b_1 - a_1b_2)(a_3b_4 - a_4b_3)$

- 学 院
2. 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & -1 & b \\ 1 & 0 & -1 & c \end{pmatrix}$ ，若矩阵 A 的秩为 2，则以下正确的是 ()
- A. $a = b$
B. $b = c$
C. $c = a$
D. $b = a + c$

3. 对 n 阶方阵 A , 其伴随矩阵为 A^* , 若矩阵 A 的秩 $R(A) = n - 1$, 则 ()

- A. A 可逆; B. $A^* = 0$;
C. $R(A) + R(A^*) = n$; D. $A + A^*$ 可逆。

4. 设矩阵 A 为 n 阶可逆矩阵, 矩阵 B 为 $n \times 1$ 矩阵, b 是常数, 再设 $M = \begin{pmatrix} A & B \\ B' & b \end{pmatrix}$, 则下列正确的答案是 ()

- A. 若 $b \neq 0$, 则矩阵 M 可逆; B. 若矩阵 M 可逆, 则 $b \neq 0$;
C. $b \neq 0$ 当且仅当矩阵 M 可逆; D. 以上说法都不对。

5. 设有两条直线 $\begin{cases} l_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \\ l_2 : x - 2 = y = z - 3 \end{cases}$, 则它们的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 共面

得分	
阅卷人	

三、(5 分)

求过点 $M_0(2, 1, 3)$, 且与直线 $L : \begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直相交的直线 L' 的方程。

得分	
阅卷人	

四、(5分)

已知 n 维列矩阵 α 满足 $\alpha^T \alpha = 1$, E_n 为 n 阶单位阵, $n > 1, s \in R$, 对于矩阵 $M = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha^T \\ \alpha & sE_n \end{pmatrix}$:

- (1) 讨论不同 s 下矩阵 M 的奇异性;
- (2) 在 M 可逆时, 求出 M 的由 α 表示的逆矩阵。

姓名:

题

答

得

不

内

线

班号:

封

密

学院:

得分	
阅卷人	

五、(5分)

已知矩阵 A 的伴随矩阵 $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

- (1) 证明 $R(A) = 4$;
- (2) 计算乘积矩阵 AB .

卷

王

线

内

不

得

答

题

得分	
阅卷人	

六、(5分)

设 A 是 n 阶方阵。

(1) 若 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, 求 A^* ;

(2) 若 $A^* = 0$, 判断 A 是否为零矩阵, 并说明理由;

(3) 记 B' 是 B 的转置, 若存在 $n \times m$ 非零矩阵 B , 使得 $B'A = 0$, 求 $R(A)$ 的范围。

姓名:

学号:

班号:

学院:

题
答

得
不

内
线

封

密