Relatório EP3 - MAC0121

João Gabriel Basi - N° USP: 9793801

1. O programa

O programa recebe um vetor desordenado de n posições e o ordena usando 3-reversões. Quando é possível ordená-lo, o programa imprime uma sequência de movimentos que o fazem, quando não é possível, o programa imprime "Nao e possivel".

2. As funções

O programa utiliza uma biblioteca feita por mim com algumas funções auxiliares:

- *myvector.h*: Tem funções que ajudam no manuseio de vetores e matrizes.

A função principal do programa é a $triSort$, que coordena como o vetor será ordenado. Para ordenar vetores com tamanhos ímpares ela utiliza as funções:

- $pMaior$: Recebe um vetor e seu tamanho e retorna a posição do maior elemento do vetor;
- $triReversao$: Recebe um vetor, seu tamanho e uma posição e realiza uma 3-reversão na posição fornecida.

Já para vetores de tamanhos pares, ela utiliza as funções:

- $separa$: Recebe um vetor, seu tamanho e dois vetores com metade de seu tamanho e separa os elementos do vetor maior pela paridade de seus índices nos dois vetores menores;
- $junta$: Faz o contrário da função $separa$, ou seja, volta os elementos dos vetores menores para o vetor maior, intercalando-os;
- $mergeSort$: Função de ordenação recursiva que recebe um vetor, o intervalo a ser ordenado, um coeficiente de paridade e uma variável booleana "print". Ordena o vetor normalmente utilizando um Merge Sort, calcula a posição relativa dos elementos movimentados no vetor original utilizando o coeficiente de paridade e as imprime se "print"for verdadeira.

3. Condições e limitações

Primeiro de tudo, como o próprio nome já diz, é preciso que haja, no mínimo, 3 elementos no vetor para que possa ser realizada uma 3-rotação, pois ela involve movintar 3 posições distintas do vetor.

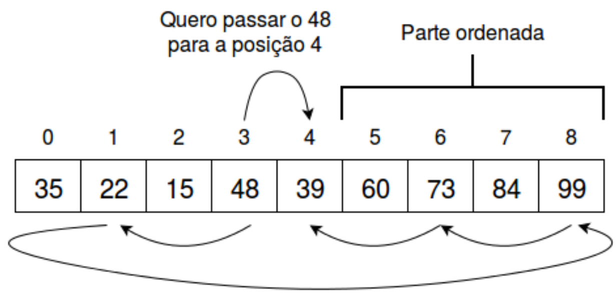
Em segundo lugar, é preciso escolher bem a quantidade de elementos do vetor para que ele possa ser ordenado.

Suponhamos um vetor com um número ímpar de posições n. Começando da posição 0, ao realizarmos uma 3-rotação, o número contido nessa posição andará 2 casas para frente, e, se a posição for maior que n, temos que considerar o vetor como circular, com isso podemos definir uma função $f(x) = (x + 2)\ mod\ n$, que retorna a próxima casa em que o número estará. Se formos aplicando a função repetidamente a partir do 0, iremos conseguir números pares consecutivos menores que n, porém, ao chegarmos em $n - 1$, observamos que $f(n - 1) = 1$, que é um número ímpar. Continuando a aplicar a função, agora obteremos números ímpares consecutivos, então concluímos que um elemento de um vetor com n ímpar pode ocupar qualquer casa do vetor, já que ele consegue passar por todos os números ímpares e pares menores que n.

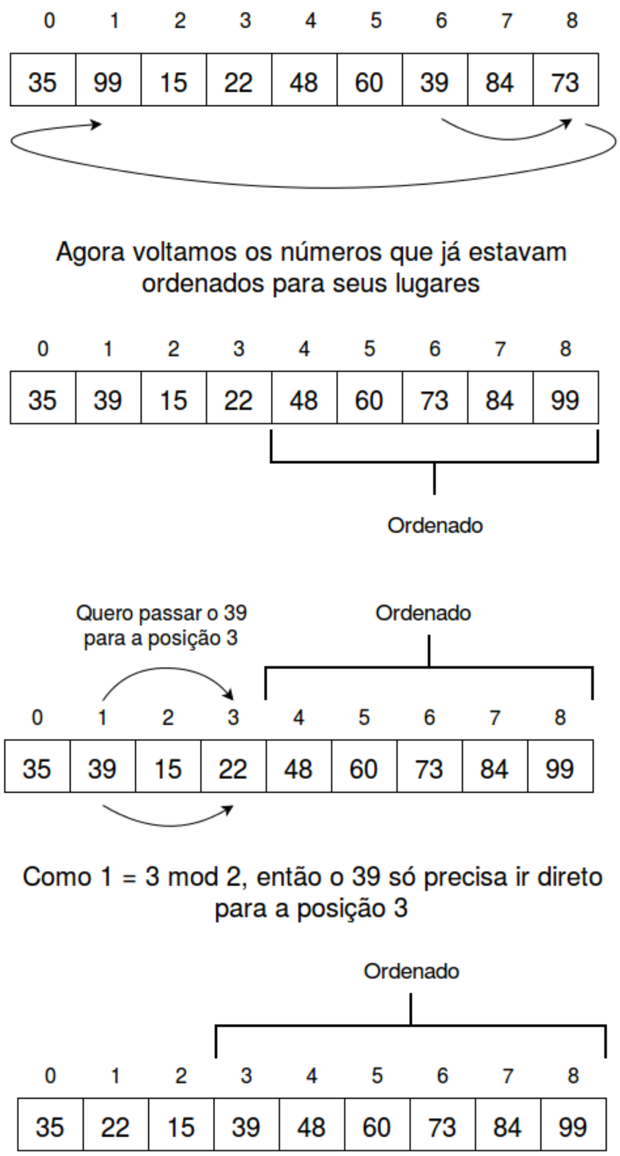
Agora, suponhamos n par. Começando do 0 e aplicando a função repetidamente, obteremos novamente números pares consecutivos, porém, ao chegarmos em $n - 2$, vemos que $f(n - 2) = 0$ é um número par também, e, inclusive, já sabemos que obteremos só númes pares aplicando a função nele. A mesma coisa acontece se começarmos do 1, só que dessa vez obtemos somente números ímpares. Então concluímos que, em um vetor com n par, elementos de índice par não podem ocupar posições de índice ímpar e vice versa, abrindo a possibilidade de haver vetores pares que não podem ser resolvidos.

4. Métodos e otimizações

Para vetores com um número ímpar de posições, a cada passo eu identifico o maior número da parte desordenada do vetor utilizando a $pMaior$, se a paridade do índice dele for igual à paridade do índice da posição final, ele faz 3-reversões no elemento para frente até ele chegar na posição final, se for diferente, ele faz 3-reversões para trás até o número dar a volta no vetor e chegar na posição de destino e volta para arrumar os números que já tinham sido ordenados. Exemplo na imagem.



Como 3 != 4 mod 2, então o 48 tem que mudar de paridade. O caminho mais curto é voltando no vetor



Como sempre é possível ordenar vetores ímpares, já que um número pode ir para qualquer posição do vetor, o programa imprime os movimentos feitos à medida que eles vão acontecendo.

Para vetores com um número par de posições, como não importa qual rotação seja feita, a paridade da posição de um elemento não muda, separei os números com índices pares e ímpares em dois vetores menores e os ordenei com um algoritmo de ordenação tradicional (nesse caso é utilizado o merge sort), já que nesses vetores uma 2-rotação é equivalente à uma 3-rotação no vetor original. Como é possível que o vetor seja impossível de ordenar, já que um número não pode ir para qualquer posição do vetor, o programa realiza dois merge sorts, o primeiro identifica se o vetor pode ser ordenado, se ele conseguir ordenar o vetor ele realizao o segundo sort para verificar quais movimentos o algoritmo fez e imprimi-los, caso contrário, ele imprime "Nao e possivel".

5. Desempenho nos testes

Funcionou para todos os testes , sendo os maiores deles um vetor de 60.001 posições, que demorou 95s para ser ordenado, um de 15.001 posições no pior caso que demorou 10s e um de 60.000, que demorou 30s (os tempos foram calculados colocando a saída do programa em um arquivo).

6. Prós e contras

Prós:

- Ordena vetores pares em ordem $\mathrm{O}(n \log n)$ no pior caso, pois utiliza um merge sort;
- Dos muitos casos de teste realizados, o algoritmo funcionou para todos eles.

Contras:

- Também tem complexidade $\mathrm{O}(n \log n)$ para vetores pares já ordenados, por utilizar o merge sort, e complexidade $\mathrm{O}(n^2)$ no pior caso para vetores ímpares, já que ele faz $\frac{(n-1)^2}{2}$ movimentos e $\frac{n(n-1)}{2}$ comparações;
- O algoritmo de ordenação para ímpares não é muito eficiente, por isso ele pode não achar os melhores movimentos que ordenam o vetor.