Lista 3 - MAC105

João Gabriel Basi - N° USP: 9793801

1. (a) O autor define q para que, ao multiplicá-lo pelos números racionais $\frac{1}{m}$ e $\frac{1}{n}$, transformem-nos em números inteiros, sendo mais fácil de trabalhar, e define o p como um elemento de referência nos inteiros.

   (b) Se isolarmos o q desse modo:

$$q\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) > 1$$

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{n} > \frac{1}{q}$$

$$\frac{n-m}{mn} > \frac{1}{q}$$

$$\frac{mn}{n-m} < q$$

   veremos que q tem valor e que é maior que $\frac{mn}{n-m}$.

   (c) Como, fezendo a distributiva, vemos que $\frac{q}{m} - \frac{q}{n} > 1$, então sempre haverá ao menos um número inteiro entre $\frac{q}{m}$ e $\frac{q}{n}$, sendo que o autor o chama de p.

   (d) Manipulando a afirmativa $\frac{q}{m} < p < \frac{q}{n}$ temos que $\frac{1}{m} < \frac{p}{q} < \frac{1}{n}$. Como p não é necessáriamente divisível por q, então o resultado r de $\frac{p}{q}$ é um número racional, concluindo que sempre haverá um número racional entre $\frac{1}{m}$ e $\frac{1}{m}$ ($\frac{1}{m} < r < \frac{1}{n}$).

   (e) Em $q(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}) > 1$, se $q = 0$ o lado esquerdo zeraria e a sentença seria falsa já que $0 < 1$.

2. (a) A frase reescrita ficaria "Existe um elemento do conjunto S que é maior que 0";
   Seu objeto é o elemento;
   Sua propriedade é que ele pertence ao conjunto S;
   E acontece de ele ser maior que 0.

   (b) A frase reescrita ficaria "Existem os conjuntos S e T tal que sua interseção é não vazia";
   Seus objetos são os conjuntos S e T;
   Sua propriedade é a interseção dos conjuntos;
   E acontece da interseção não ser vazia.

   (c) A frase reescrita ficaria "Existe um inteiro positivo k tal que $x^2 - kx + 2 = 0$";
   Seu objeto é o número k;
   Sua propriedade é que ele é inteiro e positivo;
   E acontece que ao substisuí-lo na equação $x^2 - kx + 2 = 0$ a igualdade se torna verdadeira.

3. (a) Não está bem definida pois, ao fazer algumas contas, vemos, por exmplo, que $11 \in [2]$. Isso mostra que se n é par, $[n]$ não será par já que nela existem elementos ímpares.

   (b) Bem definida, pois podemos observar que se n é divisível por 3 então $n = 3k$. Subtituindo na equação $\frac{a-n}{9} = p$ temos

$$\frac{a - 3k}{9} = p$$

$$a = 3k + 9p$$

$$a = 3(k + 3p)$$

   Portanto para qualquer $a \in [n]$, a é divisível por 3.

   (c) Não está bem definida, pois como $[n]$ e $[m]$ são subconjuntos infinitos de $\mathbb{Z}$ e não têm maximizadores, então não há como comparar os dois conjuntos.