Relatório EP2 - MAC0121

João Gabriel Basi - N° USP: 9793801

1. O programa

Utiliza a técnica de backtracking para achar uma solução para o jogo de tabuleiro "Resta Um". O programa recebe as dimenções do tabuleiro e um matriz com 0, -1 e 1, representando sem buraco, buraco sem peça e buraco com peça respectivamente, e retorna os movimentos realizados para resolver o tabuleiro ou "Impossivel"se não há como resolvê-lo.

2. As funções

Foi criada uma struct chamada pilha que contém uma matriz, de número de linhas definido de acordo com o tabuleiro e 3 colunas, uma para guardar uma posição de linha, uma para posição coluna e a terceira para o movimento executado, além de duas variáveis inteiras, uma para guardar o topo da pilha e outra para guardar o tamanho máximo da pilha.
Foram criadas também algumas funções sobre essa struct:

- *criaPilha*: Aloca uma pilha de número de linhas especificado;
- *pilhaVazia*: Verifica se a pilha está vazia;
- *pilhaCheia*: Verifica se a pilha está cheia;
- *empilha*: Empilha uma posição e um movimento na pilha;
- *desempilha*: Desempilha a posição e o mivimento que estão no topo da pilha;
- *imprimePilha*: Imprime as posições e movimentos guardados na pilha.

Foram criadas funções para ajudar na manipulação de matrizes:

- *criaMatriz*: Aloca uma matriz de número de linhas e colunas especificados;
- *podeMexer*: Verifica se a peça pode ser movida e indica a direção do movimento;
- *mexe*: Mexe ou volta uma peça.

Foram criadas algumas funções para verificações sobre matrizes:

- *concluido*: Verifica se as posições que estavam livres no começo estão ocupadas;
- *ehPossivel*: Faz alguns testes (especificados no item 3) na distribuição das peças do tabuleiro para identificar se a distribuição pode ser resolvida;
- *dfs*: Utilizada pela função *ehPossivel* para verificar se o tabuleiro tem partes desconexas.

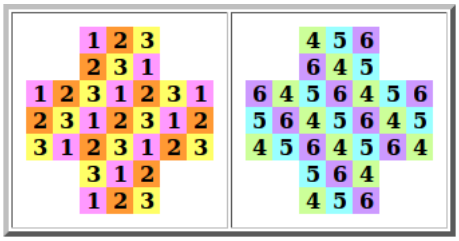
E, finalmente, algumas funções para resumir alguns processos:

- *criaVetor*: Aloca um vetor de tamanho especificado;
- *freeAll*: Desaloca as estruturas alocadas na função main;
- *freeAll2*: Desaloca as estruturas alocadas na função ehPossivel.

3. Conceitos matemáticos e simplificações utilizados

Na função *ehPossivel* foram feitos três testes para identificar se um tabuleiro tem potencial para ser resolvido:

- O primeiro teste checa se N° de peças $\geqslant 2 \cdot$N° de espaços iniciais, pois, para cada buraco sem peça do tabuleiro inicial é preciso de, no mínimo, um movimeto, e cada movimento precisa de duas peças para ser executado, então, se o tabuleiro tem n buracos, é preciso de, pelo menos, $2n$ peças para resolvê-lo.
- O segundo teste leva em conta a classe de posições do tabuleiro. Conforme foi descrito no site `http://recmath.org/pegsolitaire/index.html#pre`, a classe de posições do tabuleiro é definida enumerando as diagonais do tabuleiro do seguinte modo:



Numeração no resta um tradicional

A partir disso, definimos uma função N_i sobre o tabuleiro, que retorna a quantidade de casas ocupadas marcadas com número i, e a função T, que retorna o total de casas ocupadas. Com isso definimos a classe de posições do tabuleiro como sendo a 6-upla da forma $(T-N_1, T-N_2, T-N_3, T-N_4, T-N_5, T-N_6)\ mod\ 2$ (no site é colocado como a "paridade"desses números, mas no programa eu considerei como módulo 2). Definidas as classes, observamos que a cada movimento executado a paridade dos númes dessa 6-upla não muda. Pegando como exemplo o tabuleiro da imagem, com a posição central livre e as outras ocupadas, vemos que, ao mexer qualquer peça para a posição central, os N_2 e N_5 aumentam em 1 e os N_1, N_3, N_4, N_6 e T diminuem em 1, então, para os Ns que diminuiram, temos que $N-1-(T-1) \equiv N-T\ mod\ 2$, e para os que aumentaram $N+1-(T-1) \equiv N-T\ mod\ 2$, vemos que essa regra vale para todo o tabuleiro e, concluimos que, a partir de um tabuleiro com certa classe de posição, só é possível atingir tabuleiros com a mesma classe, então temos que os tabuleiros final e inicial têm que estar na mesma classe, se não o tabuleiro é impossível. Lembrando que esse teste indicar que um tabuleiro é impossível é suficiente para que ele seja impossível, mas não é necessário.
- O terceiro leva em conta a possibilidade de tabuleiros com partes desconexas, checando com a função *floodFill* se, sempre quando há uma parte desconexa, ela tem no mínimo uma casa vazia, para que todas as peças possam ser movidas.

4. Informações sobre os testes realizados

Considerando como núcleo a formação 3x3 central do tabuleiro tradicional (imagem do item anterior) com a posição central livre e as outras ocupadas, e como braços as quatro partes restentes, escrevemos que um tabuleiro é *nnnn* se tem o núcleo e 4 braços 3xn, contados a partir do de cima em sentido horário (notação encontrada no site citado no item 3).

- Testei com um tabuleiro 1111, que passou nos testes da *ehPossivel*, mas, depois de $140seg$, o programa concluiu que ele é impossível;
- Testei com o tabuleiro 2222, que ele resolveu em pouco mais de $1seg$;
- Testei com um tabuleiro 3322, que passou no teste da *ehPossivel*, mas o programa não cconsiguiu achar uma resolução depois de meia hora rodando;
- Testei para o tabuleiro francês, um tabuleiro com um núcleo 5x5, e 4 braços 3x1 (também descrito no site ja citado) e o programa concluiu, ainda no teste das classes, que esse tabuleiro não é possível;
- Testei com o tabuleiro 3333 (clássico) e não foi resolvido depois de 3 horas

5. Prós e contras

- **Prós**
  - Identifica boa parte dos tabuleiros que são impossíveis no começo do programa, deixando de gastar tempo tentando resolvê-los
- **Contras**
  - Não consegui dizer quais os melhores movimentos a serem feitos, então o programa demora para resolver tabuleiros grandes que possuem uma variedade pequena de soluções e tabuleiros que passaram nos pré-testes mas são impossíveis pois o algoritimo não está otimizado