



Présentation de la Recherche Opérationnelle

Qu'est-ce-que la Recherche Opérationnelle ?

- Résoudre les problèmes d'optimisation des décideurs (managers, ingénieurs, élus, ...)
- Au confluent de plusieurs champs : **informatique**, **mathématiques**, génie industriel, économie, management, théorie des jeux, théorie de la décision
- **Applications classiques**
 - ordonnancement et gestion de la production
 - conception et gestion de réseaux
 - supply-chain et logistique
 - tarification, allocation de ressources, emplois du temps

Qu'est-ce-que la Recherche Opérationnelle ?

La R.O. a accompagné le développement industriel en France et dans le monde.

Première étape : **production** industrielle (ordonnancement, conception de lots, planification de projet et **réseaux**)

Dans un premier temps, les avancées en terme de résolution de problèmes réels sont basées sur des algorithmes dédiés :

- théorie des graphes ;
- analyse des propriétés théoriques des problèmes (dominances, relaxations, ...) ;
- méthodes d'énumération intelligentes.

Montée en puissance simultanée des méthodes de prog. linéaire

Qu'est-ce-que la Recherche Opérationnelle ?

Deuxième grande époque : **supply-chain et logistique**

La R.O. accompagne cette fois la mondialisation des échanges, la **logistique** devient un enjeu clé.

La **volumétrie** devient très importante :

- on passe de « difficile d'avoir des données » à « trop de données » !
- c'est aussi le développement fort des **métaheuristiques**

Les problèmes sont encore souvent traités de manière hiérarchique.

La Recherche Opérationnelle

Pour de nombreux problèmes classiques, **modéliser est suffisant pour résoudre** grâce aux avancées des solveurs génériques.

- Convergence des algorithmes numériques
- Énumération efficace
- Décomposition, génération itérative de modèles

Les solveurs de programmation entière peuvent résoudre **en quelques secondes** des problèmes qui étaient, il y a 30 ans, **hors d'atteinte d'algorithmes spécialisés**.

Grandes familles de solveurs « universels »

- Programmation linéaire en nombres entiers
- Programmation par contraintes
- Solveurs par recherche locale

Nouveaux défis

De nombreux problèmes classiques sont résolus de manière satisfaisante pour des instances de taille réelle.

→ **structure bien identifiée**, qui est exploitée dans les techniques de résolution.

On s'intéresse désormais à des problèmes dont la **structure** est **plus complexe**.

- **Coopération** ou **compétition** entre entités d'un système
- **Équité** entre les sous-systèmes
- **Incertitude** (données incertaines, événements inattendus)

De nombreux problèmes de ce type sont **en dehors de la classe NP**, ce qui suggère des difficultés considérables de résolution.

Nouveaux défis

Principaux défis : incertitude sur la production (part du renouvelable), et de la consommation (impact de la météo), systèmes multi-énergies, multi-acteurs
Des problèmes d'optimisation **robustes** et/ou **stochastiques** et **de grande taille** et/ou **non-linéaires**.

Par exemple :

- **optimiser les investissements dans le réseau** pour éviter les blackouts, même dans des scénarios climatiques défavorables
- **optimiser la planification** des maintenances des cœurs nucléaires
- **planifier le stockage** sous forme d'hydrogène, d'énergie potentielle, de batteries
- ...

Nouveaux défis

Principaux défis : problèmes **intégrés** (localisation, stocks, routage, conditionnement, planification, ...), **multi-acteurs** (collaborateurs, concurrents, ...)

- nouvelles technologies (internet des objets)
- nouvelles réglementations (critères écologiques)

Par exemple :

- **réserver de l'espace dans les transports en commun** pour pouvoir transporter des colis qui vont avoir chacun leur propre politique de routage (« *physical internet* »)
- **revoir le design des réseaux logistiques** pour gérer l'interdiction de véhicules lourds en ville
- gérer conjointement les **stocks et les livraisons**
- livraisons réalisées par des **drones**
- ...

Perspectives

Les **défis** posés par les nouvelles problématiques industrielles et environnementales sont **considérables**.

De nombreux problèmes restent ouverts / hors de portée en pratique.

La R.O. est bien outillée pour continuer à accompagner (et parfois devancer) les changements de paradigme.

Il faudra néanmoins des avancées :

- théoriques : identifier précisément la **frontière entre les problèmes difficiles** et les problèmes *trop difficiles* ;
- pratiques : on a besoin **d'outils intermédiaires entre les solveurs universels et les applications** (solveurs semi-génériques).

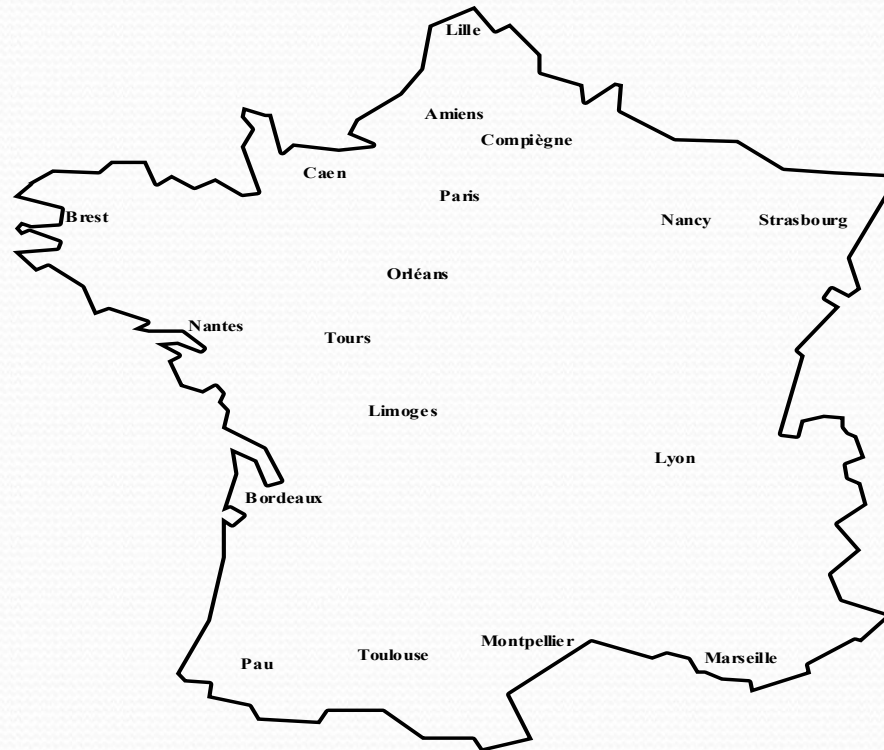
Les problèmes combinatoires

Les problèmes combinatoires

Quelques problèmes de RO:

- *Les problèmes combinatoires discrets*
 - *Le problème de voyageur de commerce*
 - *Le problème de l'arbre minimal*
- *Les problèmes combinatoires continus*
 - *Programmation linéaire,*
 - *Le problème de la reine DIDON*
- *Les problèmes aléatoires*
 - *Files d'attentes*
 - *Renouvellement d'équipements*
- *Les situations concurrentielles*
 - *Jeux à somme nulle*

Les problèmes combinatoires discrets



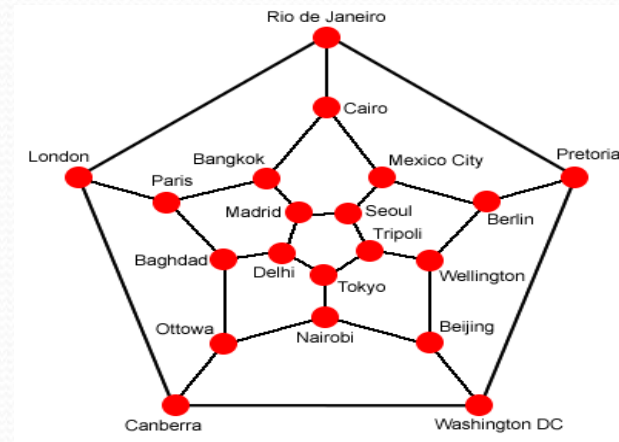
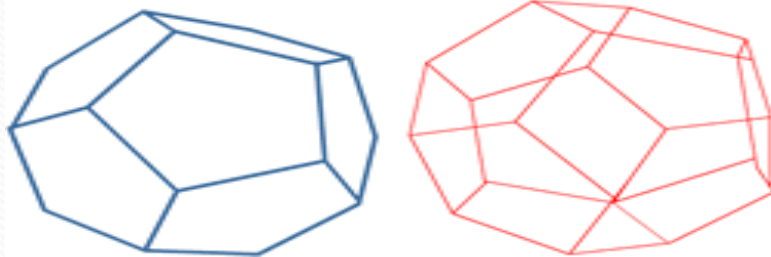
Comment un voyageur de commerce doit-il organiser son voyage si partant de Paris il doit visiter les autres villes.

Le problème de voyageur de commerce

- Ce problème est modélisé par un graphe valué dont les sommets sont les villes et les arêtes les liaisons entre ces villes. On doit chercher dans ce graphe un cycle Hamiltonien de valeur minimale. Généralement, s'il y a N villes, il y a $N-1!$ circuits. Il est en général impossible d'énumérer.
- DEFENSE D'ÉNUMÉRER DANS LE COMBINATOIRE : **DIFFICILE**

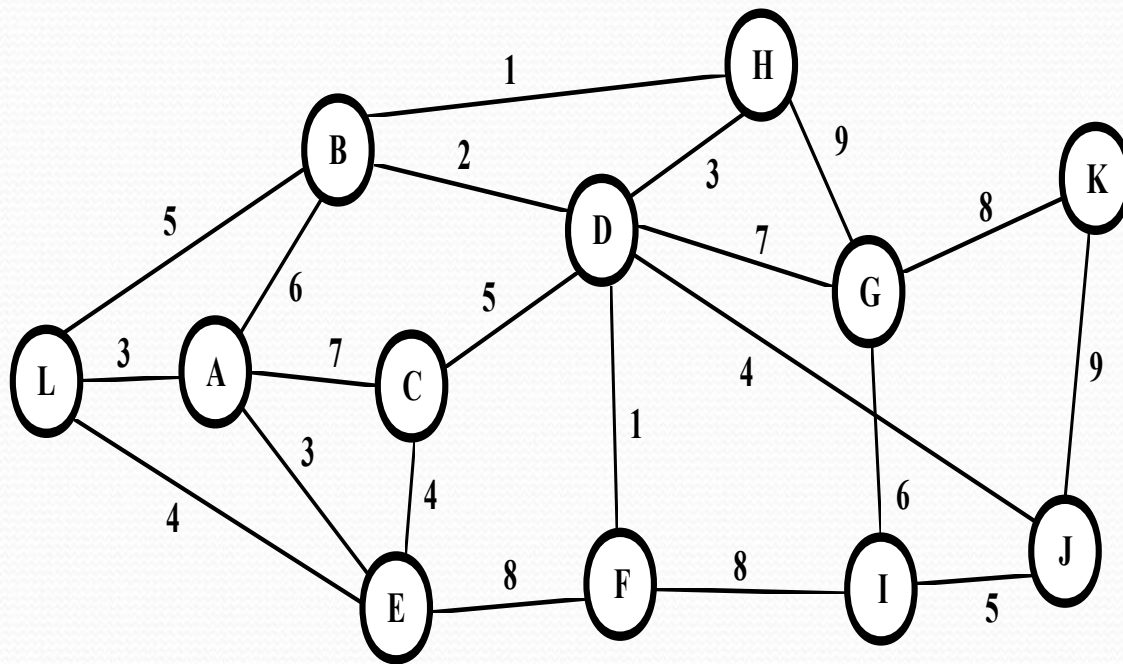
Le problème de voyageur de commerce

En 1859, le mathématicien Sir W. R. Hamilton a construit un puzzle dodécahédron en bois. Ce dodécahédron a 20 sommets et 12 faces:



Trouver un circuit hamiltonien (qui passe une et une seule fois par chacun des sommets du dodécahédron).

Le problème d'arbre minimal



Les problèmes combinatoires continus

- Un pays veut acheter des armes et s'adresse à un marchand d'armes international qui possède des stocks volés ou achetés. Celui-ci propose 2 types de lots. Le premier type de lot contient 100 mitraillettes, 200 gilets pare-balles, 5 auto-mitrailleuses légères et 50 bazookas. Le deuxième type de lot contient 50 mitraillettes, 100 gilets pare-balles, 10 auto-mitrailleuses légères et 100 bazookas. Un lot de type 1 coûte p_1 francs et un lot de type 2, p_2 francs. Le pays désire acheter au minimum 1000 mitraillettes, 2500 gilets pare-balles, 30 auto-mitrailleuses légères et 250 bazookas. Si on note x_1 le nombre de lots 1 et x_2 le nombre de lots 2 qu'il achète alors il doit résoudre le programme linéaire suivant :

Minimiser $p_1 x_1 + p_2 x_2$

sous les contraintes :

$$100x_1 + 50x_2 \geq 1000$$

$$200x_1 + 100x_2 \geq 2500$$

$$5x_1 + 10x_2 \geq 30$$

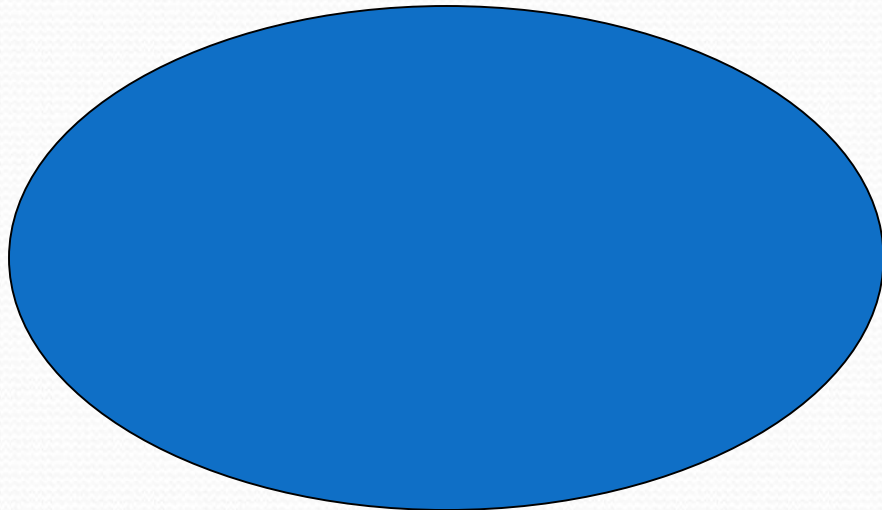
$$50x_1 + 100x_2 \geq 250$$

$$x_1 \geq 0 \text{ et } x_2 \geq 0 \text{ et } x_1 \text{ et } x_2 \text{ entiers}$$

Les problèmes combinatoires continus

Programmation mathématique

- Un exemple est fourni par le problème qu'a eu à résoudre la reine DIDON lors de la fondation de Carthage à savoir : quelle est la figure géométrique de périmètre donné ayant la plus grande surface? La réponse est le cercle.



Les problèmes aléatoires

Un phénomène aléatoire se présente aux caisses d'un supermarché. Un observateur a pu mesurer la fréquence du nombre de clients qui arrive par minute pendant 30 minutes.

Nombre de clients par minute	0	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'observation	4	8	8	6	3	1	0

Il a également observé la répartition des temps de services :

Temps de service	effectif des clients
Moins de 1 mn	24
1 à 2 mn	14
2 à 3 mn	8
3 à 4 mn	5
4 à 5 mn	3
5 à 6 mn	2
6 à 7 mn	1
7 à 8 mn	1
8 à 9 mn	1

Ces statistiques permettent d'estimer les lois d'arrivées et des services. Ici par exemple on a des arrivées poissonniennes et des services exponentiels.

Théorie des jeux

- Il existe deux grandes catégories de jeux. Les jeux coopératifs et les jeux non coopératifs.
- Le jeu sera dit « à somme nulle » si ce qui est gagné par l'un est perdu par l'autre. En 1928, John von Neumann a défini le théorème du minimax : « Tout jeu à somme nulle et à deux joueurs, qui ont fait leurs choix dans des ensembles finis de stratégie pure, comporte au moins un équilibre. », qui a été ensuite étendu à une théorie complétée en 1944 (et Oskar Morgenstern).
- John Nash l'a étendu en 1950 au cas des jeux à somme non nulle et à plusieurs joueurs (équilibre de Nash).

Présentation de RO03

Recherche Opérationnelle : Optimisation Combinatoire

Mots clés :

*optimisation,
combinatoire,
algorithmes,
graphes,
informatique,
structures de données,
complexité.*

Pédagogie

- Un polycopié complet :
Cours + TD
- Complexe pour l'enseignant – plus de 170 étudiants
Cela nécessite une responsabilisation de tous les étudiants
Interdiction de perturber le cours;
Préparer le cours et les TD.

Contrôle :

Un examen médian : **40%** (semaine des médians avril)

Un examen final : **60%** (semaine des examens)

Plan du cours

- **LES GRAPHS**
- **ALGORITHMES POLYNOMIAUX POUR LES GRAPHS**
- **METHODES ARBORESCENTES**
- **PROBLEMES DE CHEMINEMENT**
- **PROBLEMES D'ORDONNANCEMENT**
- **COMPLEXITE DES PROBLEMES COMBINATOIRES**
- **INTRODUCTION A LA PROGRAMMATION LINEAIRE**
- **LE PROBLEME DU FLOT MAXIMAL**
- **LES PROBLEMES DE FLOTS CANALISES A COUT MINIMAL**

Planning des interventions

				L	Ma	Me	J	V	Observations
du	19-févr	au	24-févr	Semaine de rentrée : ni TD, ni TP - COURS 1					inscriptions
du	26-févr	au	03-mars	COURS2/TD1/TD1		TD1	TD1/TD1	TD1	
VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES	VACANCES
du	11-mars	au	15-mars	COURS3/TD2/TD2		TD2	TD2/TD2	TD2	
du	18-mars	au	22-mars	COURS4/TD3/TD3		TD3	TD3/TD3	TD3	
du	25-mars	au	29-mars	COURS5/TD4/TD4		TD4	TD4/TD4	TD4	
du	01-avr	au	05-avr	ferie		TD5	TD5/TD5	TD5	
du	08-avr	au	12-avr	COURS6/TD5/TD5		TD6	TD6/TD6	TD6	
du	15-avr	au	19-avr	COURS7/TD6/TD6	pas de TD	pas de TD	pas de TD	pas de TD	
du	22-avr	au	26-avr	MEDIAN RO03		TD7	TD7/TD7	TD7	
du	29-avr	au	03-mai						
du	06-mai	au	10-mai	COURS8/TD7/TD7	jeudi TD8/TD8	ferie	ferie	TD8	
du	13-mai	au	17-mai	COURS9/TD8/TD8		TD8	TD9/TD9	TD9	
du	20-mai	au	24-mai	ferie		TD9	Lundi COURS10/TD9/TD9	TD10	
du	27-mai	au	31-mai	COURS11/TD10/TD10		TD10	TD10/TD10	TD11	
du	03-juin	au	07-juin	COURS12/TD11/TD11		TD11	TD11/TD11	TD12	
du	10-juin	au	14-juin	COURS13/TD12/TD12		TD12	TD12/TD12	TD13	
du	15-juin	au	20-juin	COURS14/TD13/TD13		TD13	TD13/TD13		
du	22-juin	au	27-juin	examens finaux					

Intervenants

Cours :					TD		
cours 1	Introduction + codage des graphes			Dritan Nace	TD 1. codage + notions de base		
cours 2	algorithme polynomiaux des graphes			Dritan Nace	TD 2: Fermeture transitive - CFC		
cours 3	algorithme de couplage			Dritan Nace	TD 3 : modelisation train electrique + cfc		
cours 4	algorithme de Little			Dritan Nace	TD 4 : graphe biparti et bicoloration		
cours 5	Complexité			Thesards HDS	TD 5 : Recherche en profondeur		
cours 6	Initiation à la Recherche			Dritan Nace	TD 6 : methode arborescente		
cours 7	cheminement			Antoine Jouglet	TD 7: methode de little		
cours 8	cheminement			Antoine Jouglet	TD 8 : etude de noyau- jeux		
cours 9	ordonancement			Antoine Jouglet	TD 9 : dijkstra modifié		
cours 10	flots			Dritan Nace	TD 10 : ordonancement		
cours 11	Application de la RO dans l'industrie			Marwane Bouznif	TD 11 : sac a dos		
cours 12	flots			Dritan Nace	TD 12 : circulation urbaine		
cours 13	PL			Dritan Nace	TD 13 : probleme d'affectation		
cours 14	Le final de P2020			Dritan Nace			

Intervenants Cours :
Dritan Nace
Antoine Jouglet
+ intervenants externes

Intervenants TD:
Lundi 8-10h Loic Adam
Lundi 10h15-12h15 Isabel Barros-Garcia
Mercredi 8-10h Antoine Jouglet
Jeudi 14h15-16h15 David Savourey
Jeudi 14h15-16h15 Dritan Nace
Vendredi 14h15-16h15 Estia Maliqari