

## Solusi Soal Latihan Aljabar Boolean

1. Nyatakan fungsi-fungsi boolean berikut (i)  $f(x, y, z) = (x + z)y$  dan (ii)  $f(x, y, z) = x + y + z$  dalam bentuk kanonik SOP dan POS.

**Jawaban:**

a  $f(x, y, z) = (x + z)y$

- SOP

- $f(x, y, z) = (x + z)y = xy + yz$

- Lengkapi setiap literal

$$xy = xy(z + z') = xyz + xyz'$$

$$yz = (x + x')yz = xyz + x'yz$$

- Jumlahkan setiap literal

$$f(x, y, z) = xyz + xyz' + x'yz$$

- Bentuk kanonik SOP

$$f(x, y, z) = m_7 + m_6 + m_3 = \Sigma(3, 6, 7)$$

- POS

- Lengkapi setiap literal

$$x + z = x + yy' + z = (x + y + z)(x + y' + z)$$

$$y = xx' + y + zz' = (x + y + z)(x + y + z')(x' + y + z)(x' + y + z')$$

- Kalikan setiap literal

$$f(x, y, z) = (x + y + z)(x + y + z')(x + y' + z)(x' + y + z)(x' + y + z')$$

- Bentuk kanonik POS

$$f(x, y, z) = M_0 M_1 M_2 M_4 M_6 = \Pi(0, 1, 2, 4, 6)$$

b  $f(x, y, z) = x + y + z$

- SOP

- Lengkapi setiap literal

$$x = x(y + y')(z + z') = xyz + xyz' + xy'z + xy'z'$$

$$y = y(x + x')(z + z') = xyz + xyz' + x'yz + x'yz'$$

$$z = z(x + x')(y + y') = xyz + xy'z + x'yz + x'y'z$$

- Jumlahkan setiap literal

$$f(x, y, z) = xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'yz + x'yz' + x'y'z$$

- Bentuk kanonik SOP

$$f(x, y, z) = m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_3 + m_2 + m_1 = \Sigma(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$$

- POS

- Literal  $(x + y + z)$  sudah lengkap

- Bentuk kanonik POS:  $f(x, y, z) = M_0 = \Pi(0)$

2. Nyatakan fungsi Boolean  $f(x, y, z) = xy + z$  dalam bentuk POS!

Jawaban:

**POS**

$$f(x, y, z) = xy + z = (x + z)(y + z)$$

Lengkapi setiap literal:

$$(x + z) = x + z + yy' = (x + y + z)(x + y' + z)$$

$$(y + z) = y + z + xx' = (x + y + z) (x' + y + z)$$

Jadi,

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x + y + z) (x + y' + z) (x + y + z) (x' + y + z) \\ &= (x + y + z) (x + y' + z) (x' + y + z) \end{aligned}$$

Atau

$$f(x,y,z) = M_0 M_2 M_4 = \Pi(0, 2, 4)$$

3. Sederhanakan fungsi Boolean 4-variabel berikut ini dalam bentuk POS dengan menggunakan Peta Karnaugh:  $f(w,x,y,z) = (x + y + z) (x + y + z')(x + y' + z')(x + y' + z)(x' + y + z)$

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	1
	11	0	1	1	1
	10	0	0	0	0

Hasil Penyederhanaan:  $f(w,x,y,z) = x(y + z)$

Jumlah minterm = 0

Jumlah maxterm = 5

4. Buatlah gerbang logika dari fungsi boolean  $f(x,y,z) = x'y + z$  hanya dengan menggunakan gerbang NAND

**Jawaban:**

Konversi operasi logic menjadi hanya menggunakan NAND:

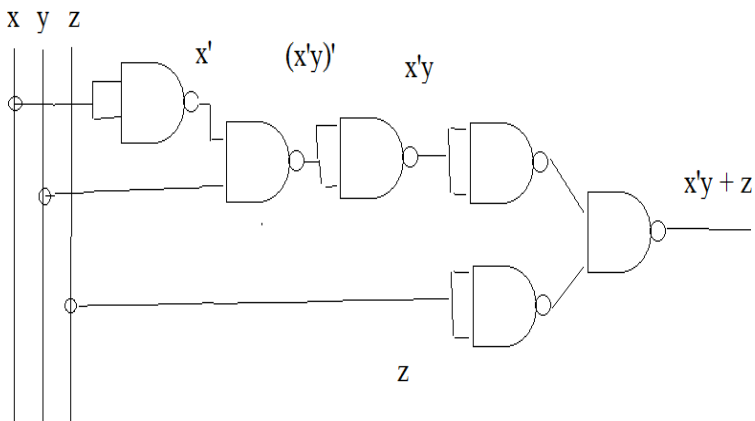
$$ab = ((ab)'(ab)')'$$

$$a + b = ((aa)'(bb)')'$$

$$a' = (aa)'$$

Hasil dan gerbang logikanya:

$$f(x,y,z) = (((((xx)'y)'((xx)'y)')'(((xx)'y)'((xx)'y)')')'(zz)')'$$



5. Buatlah sebuah rangkaian logika dengan memanfaatkan Peta Karnaugh untuk menentukan apakah suatu decimal dengan representasi 4 bit merupakan bilangan ganjil dan memiliki minimal dua bit 0.

Jawaban:

Misalkan decimal 4 bit direpresentasikan sebagai wxyz dengan w, x, y, z bernilai 1 atau 0.

Berikut ini adalah tabel kebenaran yang menentukan apakah susunan decimal dalam 4 bit memenuhi prinsip bilangan ganjil pada desimal dan memiliki minimal dua bit 0.

w	x	y	z	f(w, x, y, z)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0

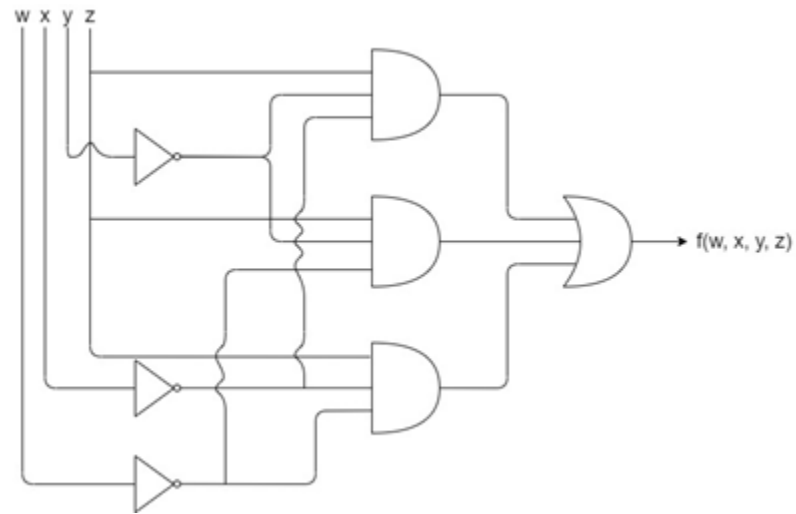
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Berikut ini adalah Peta Karnaugh yang terbentuk dari tabel kebenaran di atas.

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	1	1	0
	01	0	1	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	1	0	0

Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = w'x'z + w'y'z + x'y'z$

Berikut ini adalah rangkaian logika



6. Buatlah rangkaian logika yang membandingkan dua bilangan bulat biner ( $x_1x_0$ ) dan ( $y_1y_0$ ). Sirkuit akan mengembalikan 1 jika  $x > y$ . Sederhanakan terlebih dahulu dengan peta Karnaugh.

Jawaban:

Fungsi dapat diperoleh melalui enumerasi nilai ataupun logika sederhana.

Tabel nilai

$x_1$	$x_0$	$y_1$	$y_0$	$f(x_1, x_0, y_1, y_0)$
1	1	1	1	0
1	1	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	1	0
1	0	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

$x$  lebih besar dari  $y$  jika  $x_1 > y_1$  ( $x_1 = 1, y_1 = 0$ ), atau jika  $x_1 = y_1$  dan  $x_0 > y_0$  ( $x_0 = 1, y_0 = 0$ ).

Fungsi Boolean:

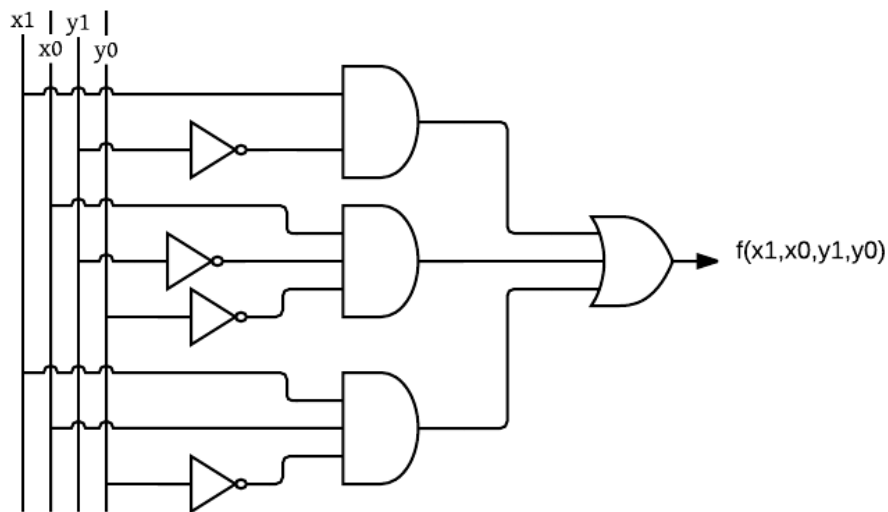
$$f(x_1, x_0, y_1, y_0) = x_1 y_1' + ((x_1 y_1 + x_1' y_1') x_0 y_0'$$

Peta Karnaugh

$x_1 x_0 / y_1 y_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	0

Fungsi Boolean hasil penyederhanaan:

$$f(x_1, x_0, y_1, y_0) = x_1 y_1' + x_0 y_1' y_0' + x_1 x_0 y_0'$$



7. Sistem penerangan jalan mengatur nyala atau tidaknya lampu berdasarkan tiga faktor, yaitu switch/tombol, timer, dan sensor cahaya. Ketika switch dinyalakan, lampu pasti akan menyala. Ketika switch tidak dinyalakan, lampu akan menyala hanya jika timer menunjukkan waktu malam dan sensor cahaya menangkap sedikit cahaya. Buatlah fungsi Boolean dan rangkaian logika untuk sistem penerangan jalan ini dengan permisalan x sebagai switch, y sebagai timer, dan z sebagai sensor cahaya!

Jawaban:

Misalkan:

x = Switch, bernilai 1 jika dinyalakan dan bernilai 0 jika dimatikan

y = Timer, bernilai 1 jika malam hari dan bernilai 0 jika siang hari

z = Sensor cahaya, bernilai 1 jika menangkap banyak cahaya dan bernilai 0 jika menangkap sedikit cahaya

Karena ketika switch dinyalakan lampu pasti akan menyala, maka berlaku  $f(x,y,z) = x \dots$  Ketika switch dimatikan, lampu akan menyala hanya jika timer menunjukkan malam hari dan sensor cahaya menangkap sedikit cahaya, maka berlaku  $f(x,y,z) = x + (yz')$ . Sehingga, susunan rangkaian logika dari fungsi Boolean tersebut adalah

