

Equivalentiebewijs

Stelling 2.3.2 De proposities in de volgende lijst zijn op eenzelfde regel gelijkwaardig aan elkaar

- | | | | | | | |
|-----|-----------------------------------|--|--|--|----------------|-----------------|
| 1. | p | $\neg(\neg p)$ | $p \wedge p$ | $p \vee p$ | $p \vee \perp$ | $p \wedge \top$ |
| 2. | $p \vee q$ | $q \vee p$ | | | | |
| 3. | $p \wedge q$ | $q \wedge p$ | | | | |
| 4. | $p \leftrightarrow q$ | $q \leftrightarrow p$ | $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ | $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ | | |
| 5. | $(p \vee q) \vee r$ | $p \vee (q \vee r)$ | | | | |
| 6. | $(p \wedge q) \wedge r$ | $p \wedge (q \wedge r)$ | | | | |
| 7. | $p \rightarrow q$ | $\neg p \vee q$ | $\neg q \rightarrow \neg p$ | | | |
| 8. | $\neg(p \rightarrow q)$ | $p \wedge \neg q$ | | | | |
| 9. | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ | | | | |
| 10. | $\neg(p \wedge q)$ | $\neg p \vee \neg q$ | | | | |
| 11. | $(p \vee q) \wedge r$ | $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$ | | | | |
| 12. | $(p \wedge q) \vee r$ | $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$ | | | | |
| 13. | $(p \vee q) \rightarrow r$ | $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ | | | | |
| 14. | $p \rightarrow (q \wedge r)$ | $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ | | | | |
| 15. | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $(p \wedge q) \rightarrow r$ | | | | |
| 16. | $p \vee \neg p$ | $p \vee \top$ | \top | | | |
| 17. | $p \wedge \neg p$ | $p \wedge \perp$ | \perp | | | |

Naam: Yunus Coskun

Studentnummer: 1788301

Klas: V1A

Datum: 15-02-2023

Docenten: Brian van der Bijl

Inleiding

Voor het vak Analytical Reasoning moet er een equivalentiebewijs gemaakt worden. In dit document wordt bewezen dat $((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow \neg p$ en $\neg p \vee \neg q$ gelijkwaardige proposities zijn. Voor het bewijzen van de gelijkwaardige proposities zal gebruik gemaakt worden van de herschrijfgeregels uit Stelling-2.3.2. Tot slot volgt een conclusie.

Alvast bedankt voor uw tijd en aandacht.

Veel leesplezier!

Opdracht

Laat zien dat

$$((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow \neg p$$

te vereenvoudigen is (zonder verlies van waarheid) tot

$$\neg p \vee \neg q$$

door enkel gebruik te maken van de herschrijfregels gegeven in Stelling 2.3.2 (zie sectie 2.3.2 van de reader).

Uitwerking:

$((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow \neg p$	\equiv	$\neg((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r)) \vee \neg p$	(St-2.3.2: 7)
	\equiv	$\neg p \vee \neg((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r))$	(St-2.3.2: 2)
	\equiv	$\neg p \vee \neg(\neg q \rightarrow (\neg r \wedge r))$	(St-2.3.2: 14)
	\equiv	$\neg p \vee \neg(\neg q \rightarrow (r \wedge \neg r))$	(St-2.3.2: 3)
	\equiv	$\neg p \vee \neg(\neg q \rightarrow \perp)$	(St-2.3.2: 17)
	\equiv	$\neg p \vee \neg(\neg(\neg q) \vee \perp)$	(St-2.3.2: 7)
	\equiv	$\neg p \vee \neg(\neg q \vee \perp)$	(St-2.3.2: 1)
	\equiv	$\neg p \vee \neg \neg q$	(St-2.3.2: 1)

QED

Conclusie

In de bovenstaande uitwerking is het bewezen dat $((\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow \neg p$ en $\neg p \vee \neg q$ gelijkwaardige proposities zijn. Ook is er bewezen dat 'r', overbodig is in de propositie. Kortom; in de uitwerking is te zien dat de proposities te vereenvoudigen zijn (zonder verlies van waarheid), door middel van de herschrijfregels uit Stelling-2.3.2.