



Prüfung SS 2016

Studiengang: INF-B

Fach: Grundlagen der Informatik 2

Prüfer: Prof. Dr. J. Schmidt

Prüfung: 16.7.2016

90 Minuten. Hilfsmittel: alle Unterlagen, Taschenrechner, **kein** Laptop, Handy, u.ä.

Insgesamt sind 90 Punkte zu erreichen. Die Punktzahl gibt damit auch einen Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit.

Sollten Ihrer Meinung nach Angaben in der Aufgabenbeschreibung fehlen oder falsch sein, machen Sie sinnvolle Annahmen und dokumentieren Sie diese.

Der Berechnungsweg muss ersichtlich sein.

Die Seiten dürfen nicht getrennt werden.

Konzeptpapier muss (mit Namen versehen) mit abgegeben werden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	ges.
Punkte								

Note:

Name: _____

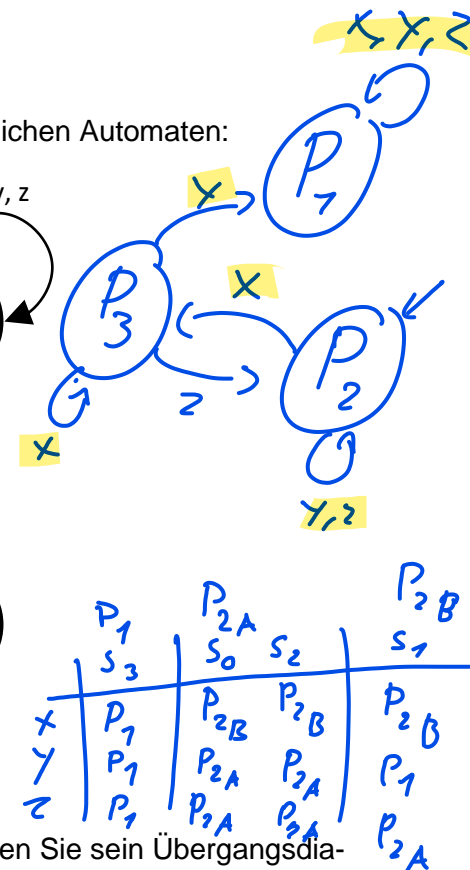
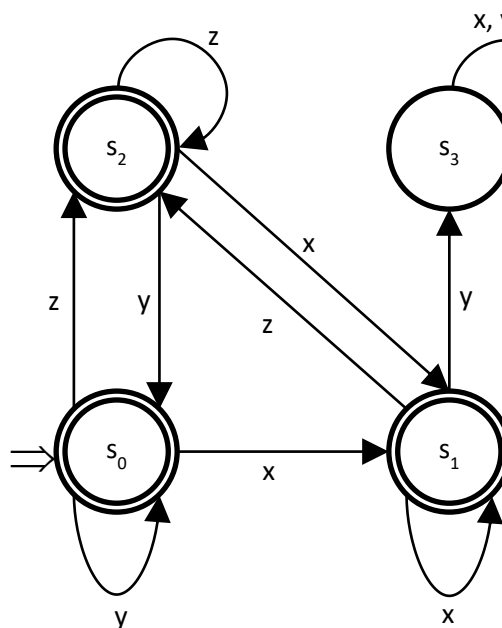
Matrikelnr.: _____

Aufgabe 1: Endliche Automaten (20 Punkte)

Gegeben sei das Übergangsdiagramm des folgenden erkennenden endlichen Automaten:

	s_0	s_1	s_2	s_3
x	s_1	s_1	s_1	s_3
y	s_0	s_3	s_0	s_3
z	s_2	s_2	s_2	s_3

	s_3	s_0	s_1	s_2
x	p_1	p_2	p_2	p_2
y	p_1	p_2	p_1	p_2
z	p_1	p_2	p_2	p_2



a) Konstruieren Sie den zugehörigen Minimalautomaten und zeichnen Sie sein Übergangsdiagramm.

b) Geben Sie die akzeptierte Sprache als regulären Ausdruck an.

$$L = (y|z)^* (x^+ z (y|z)^*)^+ x^+ x^+ (x|y|z)^*$$

Aufgabe 2: Grammatiken (14 Punkte)

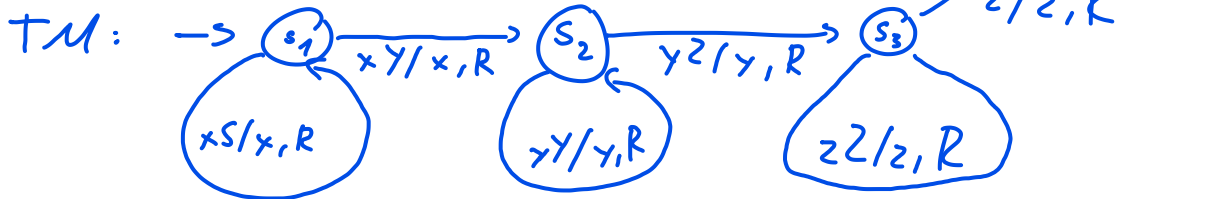
Gegeben ist folgende Grammatik

(Startsymbol S, Terminalsymbole $T = \{x, y, z\}$, Nichtterminale $N = \{S, Y, Z\}$):

$S \rightarrow xS \mid xY$

$Y \rightarrow yY \mid yZ$

$Z \rightarrow zZ \mid z$



- Von welchem Typ der Chomsky-Hierarchie ist diese Grammatik? Schränken Sie den Typ so weit wie möglich ein, begründen Sie Ihre Antwort. *Type 0 $S \rightarrow xS$*
- Geben Sie die zugehörige Sprache in Mengenschreibweise an. *$\{x^i y^j z^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}\}$*
- Zeichnen Sie das Übergangsdiagramm des dem Sprachtyp entsprechenden zugehörigen Automatenmodells. Fangzustände dürfen weggelassen werden.
- Bringen Sie die Grammatik in Chomsky-Normalform. Die Schritte der Entstehung müssen erkennbar sein. *$S \rightarrow xW$, $X \rightarrow X_0 X$, $W \rightarrow yZ$, $X_0 \rightarrow x$, $Y \rightarrow Y_0 Y$, $Z \rightarrow z_0 Z$, $Y_0 \rightarrow y$, $z_0 \rightarrow z$*

Aufgabe 3: Verschiedenes (16 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch? Kreuzen Sie das entsprechende Feld an. Falsche Antworten geben Punktabzug (wird nicht auf andere Aufgaben übertragen).

Aussage	richtig	falsch
Das Halteproblem ist für alle LOOP-berechenbaren <i>= Type 1</i> Probleme berechenbar	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3n \log_4 n + \log_2 n + n = O(n \log n)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mit einem nichtdeterministischen Kellerautomaten lässt sich das Wortproblem für Typ 2 Sprachen lösen	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Der folgende Graph lässt sich mit 5 Farben einfärben, so dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Wortproblem für Typ 1 Sprachen ist NP-vollständig	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mit dem Pumping Theorem für reguläre Sprachen kann bewiesen werden, dass eine gegebene Sprache von Typ 3 ist	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede reguläre Grammatik lässt sich durch einen deterministischen Kellerautomaten darstellen, der die gleiche Sprache akzeptiert	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Wenn der Fermat-Primzahltest für eine Zahl das Ergebnis „zusammengesetzt“ liefert, ist das immer richtig	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4: Berechenbarkeit (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(n) = \frac{n!}{3!(n-3)!}$ für $n \geq 3$ primitiv rekursiv ist. Zusätzlich zur Definition der primitiven Rekursion dürfen Sie verwenden, dass die folgenden Funktionen ebenfalls primitiv rekursiv sind:

- Multiplikation: $m(x, y) = xy$
- Division: $d(x, y) = \frac{x}{y}$
- Vorgänger: $v(x) = x - 1$

$fac(n)$:
 if $n = 0 \rightarrow \text{return } 1$
 else return $n \cdot fac(v(n))$

$$f(n) = d(fac(n), m(fac(3), fac(v(v(v(n))))))$$

- b) Geben Sie ein LOOP-Programm an, das $f(n)$ berechnet. Auch hier dürfen die Operationen Multiplikation und Division als gegebene LOOP-berechenbare Funktionen angenommen werden.

$x_1 = n$
 $x_0 = 1$
 $x_2 = n$

P: LOOP x_1 DO
 $x_0 = x_0 \cdot x_1$
 $x_1 = x_1 - 1$
 END;

LOOP 3 DO
 $n_2 = n_2 - 1$ END;

LOOP 1 DO
 $x_0 = x_0 / x_3$ END;

$x_3 = P(n_2) \cdot 27$

Aufgabe 5: Primzahltest (10 Punkte)

Prüfen Sie mit dem Miller-Rabin Test, ob die Zahl 17 prim ist. Es genügt ein Durchlauf mit einer Zahl Ihrer Wahl. Welches Ergebnis liefert der Test? Kann man dem Test immer trauen?

$17 = 2 + 4 \cdot 4^2$
 $q = 4 \quad k = 2$

$4^4 \% 17 = 1$ mostly reliable.
 $4^8 \% 17 = 1$ never certain
 $4^{16} \% 17 = 1 \rightarrow \text{prime! unless false.}$

Aufgabe 6: Komplexität (10 Punkte)

Der folgende C-Code implementiert eine Funktion zum Sortieren eines Integer-Arrays a mit n Einträgen:

```
void sort (int *a, int n) {
    int i, t, s = 1;
    while (s) {
        s = 0;
        for (i = 1; i < n; i++) {
            if (a[i] < a[i - 1]) {
                t = a[i];
                a[i] = a[i - 1];
                a[i - 1] = t;
                s = 1;
            }
        }
    }
}
```

Geben Sie die Zeitkomplexität in O-Notation für den schlechtesten und den besten Fall an. Begründen Sie Ihr Ergebnis!

best: $O(n)$ - iterating once over the array
 worst: $O(n^2)$ - iterating over the array
 and only moving 1 item to the final spot.
 bubble sort.

Aufgabe 7: Wortproblem (10 Punkte)

Gegeben ist folgende Grammatik

(Startsymbol S , Terminalsymbole $T = \{x, y, z\}$, Nichtterminale $N = \{S, A, B, C, Y, Z\}$):

$A \rightarrow x, B \rightarrow y, C \rightarrow z, Z \rightarrow z$

$S \rightarrow AS \mid AY$

$Y \rightarrow BY \mid BZ$

$Z \rightarrow CZ$

- a) Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $xyyyzzz$ Teil der durch die Grammatik definierten Sprache ist. Füllen Sie hierzu die unten stehende Tabelle aus:

x	x	y	y	y	z	z	z
A	A	B	B	B	C, Z	C, Z	C, Z
				Y	Z	Z	
			Y	Y	Z		
		Y	Y	Y			
	S	Y	Y				
S	S	Y					
S	S						
S							

Ist das Wort Teil der Sprache?

Yes

- b) Die Grammatik definiert eigentlich eine reguläre Sprache. Ist der CYK-Algorithmus das angemessene Verfahren zum Parsing?

no, rather use deterministic finite automata for type 3 languages.