Fakultät für Informatik

Hochschule **Rosenheim**
University of Applied Sciences

Prüfung	**WS 2014/15**
Fach:	Grundlagen der Informatik 1
Prüfer:	Prof. Dr. J. Schmidt
Prüfung:	31.1.2015

90 Minuten. Hilfsmittel: alle Unterlagen außer Laptop, Handy, u.ä.
Insgesamt sind 90 Punkte zu erreichen. Die Punktzahl gibt damit auch einen Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit.
Sollten Ihrer Meinung nach Angaben in der Aufgabenbeschreibung fehlen, machen Sie sinnvolle Annahmen und dokumentieren Sie diese.
Der Berechnungsweg muss ersichtlich sein.
Die Seiten dürfen nicht getrennt werden.
Konzeptpapier muss (mit Namen versehen) mit abgegeben werden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	ges.
Punkte									

Note:

Name: ________________________________ **Matrikelnr.:**_________________

Aufgabe 1: Codierung (15 Punkte)

Gegeben sei eine Nachrichtenquelle, die das folgende tabellierte Alphabet mit den Zeichen $\{x_i\}$ und den zugehörigen Auftrittswahrscheinlichkeiten $\{p_i\}$ sendet.

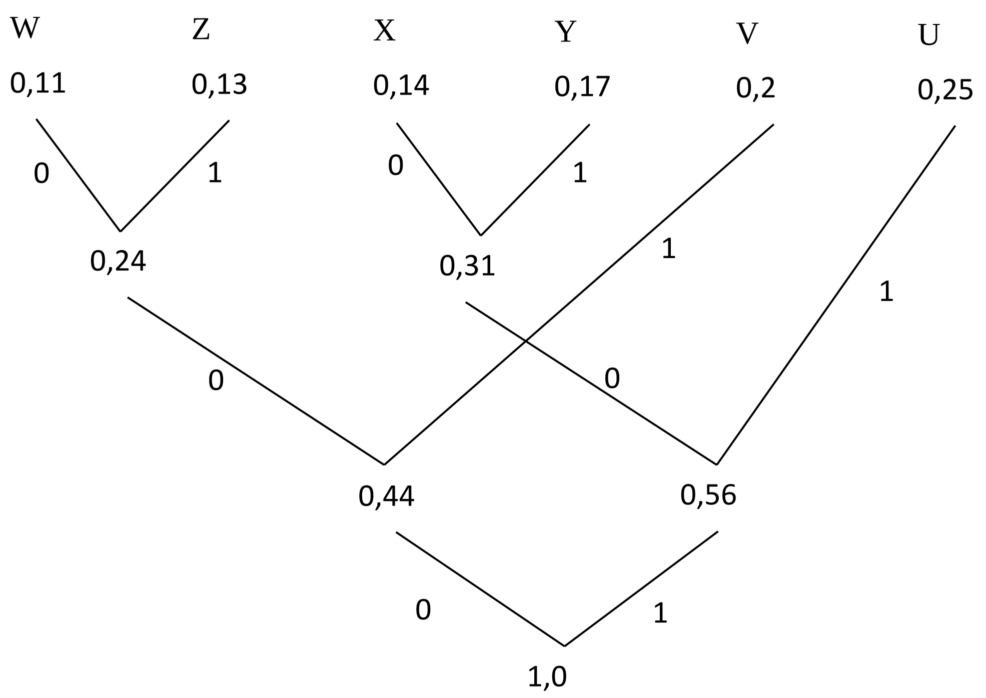
x_i	p_i	I_i	l_i	Code-Wörter
U	0.25			
V	0.2			
W	0.11			
X	0.14			
Y	0.17			
Z	0.13			

a) Berechnen Sie die Informationsgehalte I_i für das Alphabet und tragen Sie die Ergebnisse (mit 2 Nachkommastellen) in die oben stehende Tabelle ein. Berechnen Sie daraus die Entropie.

$H = \sum p_i \cdot ld(1/p_i) \quad = \quad 0.11 \cdot 3.18 + 0.2 \cdot 2.32 + 0.25 \cdot 2$
$+ 0.14 \cdot 2.84 + 0.17 \cdot 2.56 + 0.13 \cdot 2.94$
$= 2.5288$ [Bit/Zeichen]

x_i	p_i	I_i	l_i	Code-Wörter
U	0.25	2,00	2	11
V	0.2	2,32	2	01
W	0.11	3,18	3	000
X	0.14	2,84	3	100
Y	0.17	2,56	3	101
Z	0.13	2,94	3	001

b) Bilden Sie den optimalen Binär-Code für das Alphabet mit Hilfe des Huffman-Verfahrens, zeichnen Sie den zugehörigen Code-Baum und tragen Sie die Wortlängen l_i und die Code-Wörter in die obige Tabelle ein.



c) Berechnen Sie nun die mittlere Wortlänge und die Redundanz für den in (b) ermittelten Code.

$L = \sum p_i l_i \quad = 0.11\cdot3 + 0.2\cdot2 + 0.25\cdot2 + 0.14\cdot3 + 0.17\cdot3 + 0.13\cdot3$
$= 2.55$ [Bit/Zeichen]

$R = L - H \quad = 2.55 - 2.5288$
$= 0.0212$ [Bit/Zeichen]

d) Geben Sie die Wortlänge des kürzesten Block-Codes für das Alphabet an. Mit welchem Kompressionsfaktor kann man unter Verwendung des Huffman-Codes die Länge eines mit dem Alphabet formulierten Textes im Vergleich zu dem kürzesten Block-Code verringern?

$L_{Block} = 3$
Kompressionsfaktor $k = L_{Huff}/L_{Block} = 2.55/3 = 0.85$

Aufgabe 2: Verschlüsselung (10 Punkte)

Beim Diffie-Hellman-Schlüsseltausch werden zwei öffentliche Zahlen benötigt: Eine Primzahl p sowie eine ganze Zahl $g \in \{2, 3, \ldots, p-2\}$.
Es seien p = 17 und g = 3.

a) Alice wählt nun als geheimen Exponenten die Zahl 2, Bob wählt 3.
   - Welche Zahl wird von Alice an Bob übertragen?
   - Welche Zahl wird von Bob an Alice übertragen?
   - Wie lautet der generierte Schlüssel?

b) Wie lautet der Wert der eulerschen Funktion ϕ(p).
c) Welche Kriterien sollten für p und g gelten, damit das Verfahren sicher ist? Sind diese für die gewählten Zahlen erfüllt?
d) Der berechnete Schlüssel soll nun als One-Time-Pad verwendet werden. Verschlüsseln Sie damit den Klartext gegeben durch die Zahl 12.
Hinweis: Falls Sie kein Ergebnis für den Schlüssel aus (a) haben, dann verwenden Sie bitte den Schlüssel 14.

a) Alice → Bob: y = 3^2 = 9 mod 17 = 9
Bob → Alice: y = 3^3 = 27 mod 17 = 10
Schlüssel: 10^2 mod 17 = 9^3 mod 17 = 15

b) ϕ(p) = p – 1 = 16

c) p sichere Primzahl: p = 2q + 1 → 17 = 2q + 1 → q = 8 → nicht sicher
g primitive Wurzel mod p: g^((p-1) / r) != 1 mod p für jeden Primfaktor r von p-1
Primfaktoren von 16: 2
3^(16/2) = 3^8 = 16 (mod 17) != 1 → prim. Wurzel → sicher

d) 15 = 1111, 12 = 1100 → XOR ergibt 0011 = 3
14 = 1110, 12 = 1100 → XOR ergibt 0010 = 2

Aufgabe 3: Kompression (10 Punkte)
Daten bestehend aus Zeichen des Alphabets A = {B, U,V, Z} wurden mit dem LZW-Verfahren komprimiert. Die initiale Code-Tabelle sieht wie folgt aus: 0 → Z, 1 → U, 2 → B, 3 → V

Kodieren Sie den Text UVUVZUVZUV.
Der Rechenweg muss ersichtlich sein, ebenso die vollständige sich ergebende Code-Tabelle!

LZW-Kompression einer Nachricht

Initialisiere die Code-Tabelle mit den Einzelzeichen
Weise dem Präfix P den Leerstring zu

Wiederhole, solange Eingabezeichen vorhanden sind:
Lies nächstes Eingabezeichen c aus dem Eingabestring Z
Wenn Pc in der Code-Tabelle gefunden wird:
Setze P=Pc
Sonst:
Trage Pc in die nächste freie Position der Code-Tabelle ein
Gib den Code für P aus
Setze P=c
Ende der Schleife

Gib den Code für das letzte Präfix P aus

Schritt	Zeichen	Präfix	Ausgabe	Eintrag CT	Code-Tabelle	
0	U	U	-	-	0	Z
1	V	V	1	4=UV	1	U
2	U	U	3	5=VU	2	B
3	V	UV			3	V
4	Z	Z	4	6=UVZ	4	UV
5	U	U	0	7=ZU	5	VU
6	V	UV			6	UVZ
7	Z	UVZ			7	ZU
8	U	U	6	8=UVZU	8	UVZU
9	V	UV				
10			4			

Aufgabe 4: CRC (7 Punkte)
Zur Absicherung während der Übertragung sollen Daten mit einem CRC-Code versehen werden.
Die (binäre) zu sendende Nachricht lautet: 1101 1100
Als Generatorpolynom wird $x^6 + x + 1$ verwendet.

Wie lautet die zu sendende Nachricht inklusive des angehängten CRC-Codes?

Generator: 1000011
k = 6 → 6 Nullen an Nachricht anhängen

```
1101 1100 000000
1000 011
________
 101 1010
 100 0011
 ________
   1 1001 00
   1 0000 11
   ____________
     1001 110
     1000 011
     ________
        1 101 000
        1 000 011
   ____________
          101 011 = Rest = CRC
```

zu senden: 1101 1100 101011

Aufgabe 5: Hamming-Code (9 Punkte)

Zur Absicherung während der Übertragung sollen Daten wurden Daten mit einem (15, 11) Hamming-Code versehen gesichert.
Empfangen wurde das Codewort: 1010 0101 0111 111

a) Welche Hamming-Distanz hat dieser Code?
b) Prüfen Sie das Codewort auf Korrektheit und korrigieren Sie es, falls Übertragungsfehler aufgetreten sind.
c) Wie lautet die korrekte Nachricht (d.h. das Codewort ohne Prüfinformation)?

a) alle Hamming Codes haben Hamming-Distanz 3

b) empfangen:

15 1	14 0	13 1	12 0	11 0	10 1	9 0	2^3 8 P	7 0	6 1	5 1	2^2 4 P	3 1	2^1 2 P	2^0 1 P
1		1		0	-	0	-	0	-	1	-	1	-	1
1	0	-	-	0	1	-	-	0	1	-	-	1	1	-
1	0	1	0	-	-	-	-	0	1	1	1	-	-	-
1	0	1	0	0	1	0	1	-	-	-	-	-	-	-

Paritätsbit Nr	falsch/richtig	Prüfbit
1	falsch	1
2	falsch	1
3	falsch	1
4	richtig	0

zu lesen von unten nach oben: 0111 → Fehler in Bit Nr 7 →
korrigiertes Codewort: 1010 0101 1111 111

c) Nachricht korrekt ohne Paritäten: 1010 0101 111

Aufgabe 6: Zahlendarstellung (20 Punkte)

a) Geben Sie die Zahl $814_{(10)}$ im System zur Basis Sechs an.

814 : 6 = 135 Rest 4
135 : 6 = 22 Rest 3
22 : 6 = 3 Rest 4
3 : 6 = 0 Rest 3
$814_{dez} = 3434_{sechs}$

b) Geben Sie die Zahl $814_{(10)}$ in BCD-Darstellung an.

814 = 1000 0001 0100

c) Rechnen Sie die Zahl $101101011_{(2)}$ vom System zur Basis 2 ins System zur Basis 4 um.

Umrechnung: aus zwei Ziffern wird eine
$101101011_2 = 11223_4$

d) Führen Sie die Rechenoperation $123_{(10)} – 412_{(10)}$ in binärer Arithmetik unter Verwendung des Zweierkomplements (mit 10 Stellen) aus und rechnen Sie Ihr Ergebnis anschließend in dezimale, oktale und hexadezimale Form um!

0001111011 123
0110011100 412
1001100011 Stellenkomplement von 412
1001100100 Zweierkomplement
0001111011 123
1011011111 Summe
0100100000 Stellenkomplement Summe
0100100001 Zweierkomplement => -289
$-289_{dez} = -441_{okt} = -121_{hex}$

e) Geben Sie $1.67125 \cdot 10^2$ als 32-Bit Gleitpunktzahl nach IEEE-Format sowohl in binärer Form als auch in hexadezimaler Form an.

$1.67125 \cdot 10^2 = 167,125$
Vorkommastellen:
$167_{dez} = A7_{16}$
Nachkommastellen:
$0,125 = 0,2_{16}$
→ $A7,2_{16} =$ $1010\ 0111\ ,\ 001_2$
Normalform: $1,0100111001_2 \cdot 2^7$
→ e = 7, c = 7 + 127 = 134 = 10000110 Exponent
Vorzeichen = 0 (negativ)
Mantisse: 0100 1110 0100 0000 0000 000 (führende 1 fehlt)
Ergebnis:
167,125 = 0100 0011 0010 0111 0010 0000 0000 0000
= 43 27 20 00

f) Multiplizieren Sie die Gleitpunktzahl aus der vorhergehenden Teilaufgabe mit vier und geben Sie das Ergebnis nach IEEE-Format in binärer Form an.

Exponent anpassen (2 addieren): 10000110 → 10001000
Zahl aus (e): 0100 0011 0010 0111 0010 0000 0000 0000
Zahl * 4: 0100 0100 0010 0111 0010 0000 0000 0000

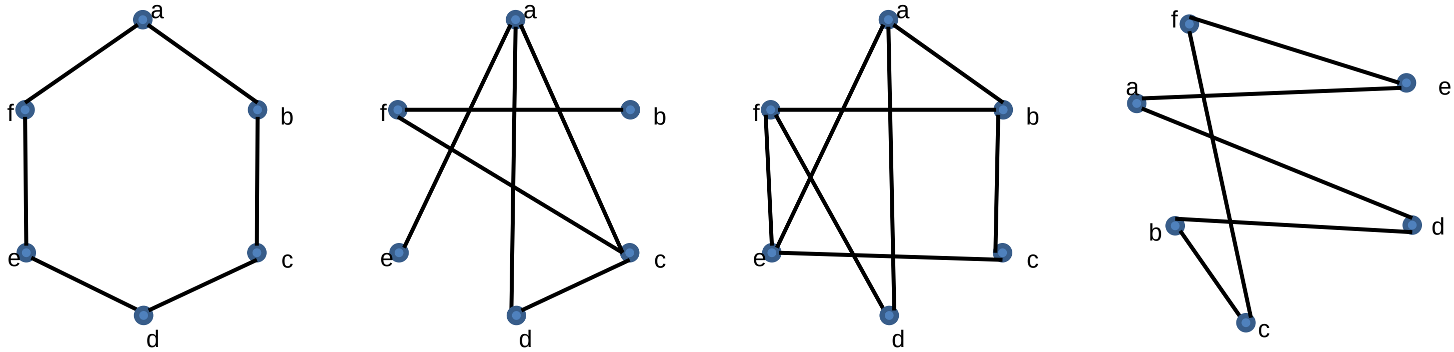
Aufgabe 7: Graphen (9 Punkte)

a) Gegeben ist die Adjazenzmatrix eines gerichteten Graphen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Zeichnen Sie den Graphen!

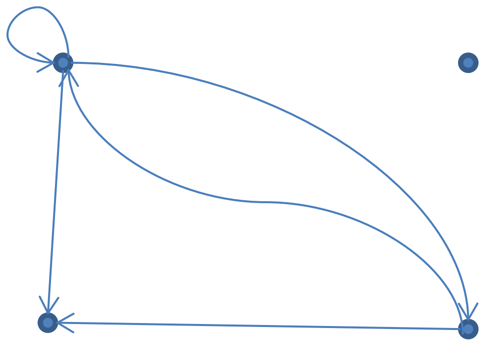
b) Bestimmen Sie die Gradfolge von jedem der nachfolgend dargestellten Graphen:



G_1 G_2 G_3 G_4

c) Sind von den Graphen welche zueinander isomorph? Falls ja: Welche sind dies? Geben Sie die Isomorphieabbildung an!

a)



b) Gradfolgen:
(2, 2, 2, 2, 2, 2), (1, 1, 2, 2, 3, 3), (2, 2, 3, 3, 3, 3), (2, 2, 2, 2, 2, 2)

c) G1 und G4 sind isomorph:

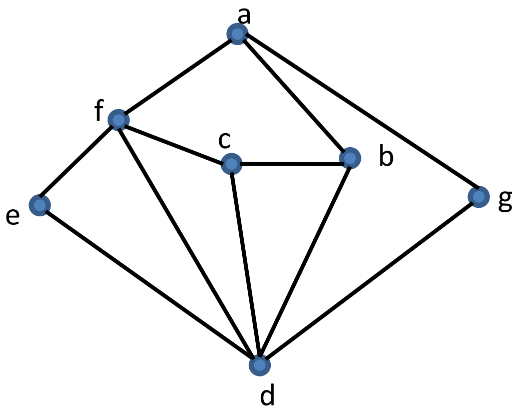
G1 | a b c d e f
\---------------------
G4 | a d b c f e

oder

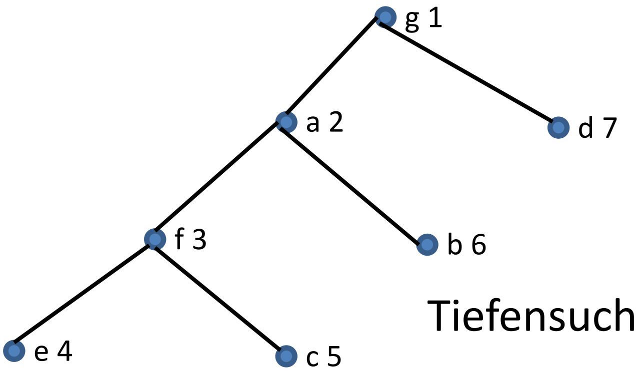
G1 | a b c d e f
\---------------------
G4 | a e f c b d

(oder beliebige andere Zyklen aus diesen)

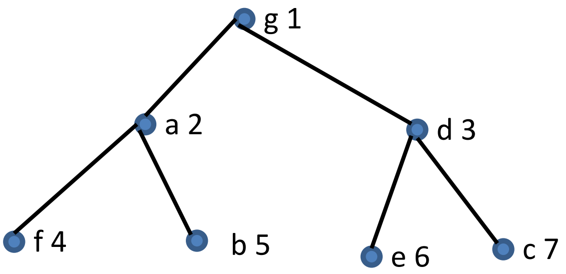
Aufgabe 8: Graphsuche (10 Punkte)
Gegeben ist der folgende Graph:



Zeichnen Sie den vollständigen Suchbaum mit Startknoten g, einmal für die Tiefensuche, einmal für die Breitensuche. Nummerieren Sie die Knoten im Baum in der Reihenfolge, in der sie besucht (und damit expandiert) werden.



Tiefensuche



Breitensuche

voraussichtlicher Notenschlüssel:

0-36: 5,0	37 – 45: 4,0	46 – 50: 3,7	51 - 54: 3,3	55 - 59: 3,0	60 - 63: 2,7
	64 – 68: 2,3	69 – 72: 2,0	73 – 77: 1,7	78 – 81: 1,3	82 - 90: 1,0