港湾技研資料

TECHNICAL NOTE OF
THE PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No.369 Mar. 1981

最小自乗法による潮汐・潮流の調和分解とその精度

村 上 和 男

運輸省港湾技術研究所

目　　次

The Harmonic Analysis of Tides and Tidal Currents by Least Square Method and Its Accuracy

Kazuo MURAKAMI*

Synopsis

This paper describes the investigation on the accuracy of the harmonic analysis of tides and tidal currents by least square method. Over a short period, the method may be unable to separate correctly two harmonics that are close in frequency. After the calculation, however, these harmonics can be separated correctly using the assumption of the Equilibrium Theory of Tide.

Tidal waves, which are synthesized with harmonic constants of Yokohama Port by computer, are separated to several harmonic constants by least square method. The differences between input harmonic constants and output results are estimated. Furthermore, estimate of the error due to atmospheric pressure fluctuation or data missing is investigated with several calculation tests.

Results of these calculations, 10 harmonics are separated for 15 days observation, and 13 harmonics are separated for 1 month observation. An influence of atmospheric pressure fluctuation on harmonic constants is negligible when the term of observation is long enough. And, an influence of data missing on harmonic constants is not so large if the term of data missing is less than 25 percent of total observation term.

---

* Cheif of Marine Diffusion Laboratory, Marine Hydrodynamics Division

最小自乗法による潮汐・潮流の調和分解とその精度

村上和男*

要　旨

比較的短かい観測期間のデータに関して，最小自乗法による潮汐・潮流の調和分解の精度の検討を行った。横浜港の調和定数を用い，計算機の中でそれらを合成することにより潮汐波を作成する。この潮汐波の一定期間の値を用いて，再び各分潮に分解した場合，得られた結果にどの程度誤差が含まれるかを，試算によって検討した。また，実際の潮位記録を用いて調和定数値の変動，および気圧変動，欠測などが調和定数に与える影響を検討した。

試算の結果，15日間の観測データでは10分潮，1か月間の観測データでは13分潮に分解するのが精度良いことがわかった。ただし，分潮のスピードが非常に近いK_1とP_1潮，S_2とK_2潮，およびN_2とν_2潮については，平衡潮汐論により求められた各分潮間の振幅の比率が測定点においても成立するという仮定に基づいて分離する必要がある。気圧の変動による調和定数の変化は，1か月間観測の場合，たかだか1cmである。また，3か月と比較的観測期間が長くなると，0.5 cm以下になり，気圧変動による影響は小さいと考えられる。

欠測による誤差は，15日間あるいは1か月間観測の場合，欠測期間が観測期間の1/4以下であれば，その影響は大きくないと考えられる。

1. まえがき

最近，沿岸海域の潮位・潮流観測が頻繁に行なわれている。これは，汚染問題を論ずるうえにも，また拡散問題を論ずるうえにも，流れが最も重要な要因のひとつであることを示している。

流れのデータを解析するにおいて，潮流の調和分解がよく用いられる。これは，調和分解が流れの成分を知るうえで，最も有効な方法であること，さらに沿岸域，特に閉鎖性の内湾では，潮流成分が流れの主要因であることに起因している。

しかしながら，流れの観測は測定点に流速計を設置し，それを長期間にわたって固定しなければならないために，観測期間が十分に長く取れないのが現状である。また，流速計の維持管理が難しいことから，データの欠測がよくみられる。さらに，流れには潮流成分のみならず，他の要因（例えば風，波，密度流）による流れ成分も大きく，現象は複雑である。

この様な観点から，ここでは比較的精度よく，かつ長時間の測定が容易な潮位のデータを用いて，短期間の観測による潮汐の調和分解法の精度についての検討を行なった。

潮汐の調和分解は，古くから種々の方法によって行なわれている。ここでは，電子計算機の発達によって開発された最小自乗法による方法[1)]を用いた。また，短期間の観測データからでは分離が難しい分潮（K_1とP_1，S_2とK_2およびN_2とν_2）については，彦坂ら[2)]の方法によって分離した。一般に，15日間観測では10分潮，1か月間観測では13分潮の成分に分離が可能であるとされている。ここでは，最小自乗法によって得られた調和定数値の精度について，計算機によって作られた潮汐波，あるいは現地の観測データを用いて検討した。さらに，潮位に影響を及ぼす気圧変動または欠測があった場合などの調和定数値に与える影響について試算した。

本論文では，2.に潮汐の調和分解について，3.に最小自乗法による調和分解の精度について，4.に潮流の調和分解について，5.にまとめという構成になっている。

なお，本計算に用いたプログラムは，当研究所のもつプログラムライブラリ[3)]（若干の修正を含む）であり，本資料は，プログラムライブラリーの使用に際して参考となるものと考えられる。

2. 潮汐の調和分解

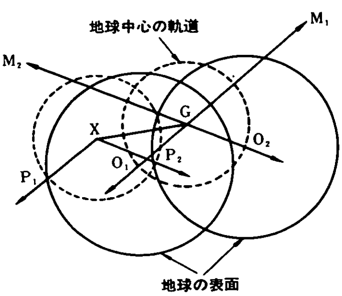
2.1 潮汐の起潮力[4),5)]

海岸に立って海面を眺めていると，普通1日2回の海面の昇降運動が見られる。この現象が潮汐（tide）である。この潮汐によって引き起こされる流れが潮流（tidal current）であり，一般に1日2回の上げ潮，下げ潮を

* 海洋水理部　海水汚染水理研究室長

繰り返す。

地球上に潮汐現象が発生する最も大きな要因は，月（太陰）と太陽の引力が地球表面の各点において異なることである。いま月と地球のみが存在するものとして，この起潮力について考える。月は地球の周りを約27日（27.3217日）で1公転する。厳密に云えば，月の中心と地球の中心とは，各々の共通の重心のまわりを約27日で1公転する。地球の質量は月の質量の約80倍，月と地球との間の距離は地球の半径の約60倍であることから，月と地球との共通重心は地球の内部にあることになる。図－1に示すごとく，地球中心Oが共通重心Gのまわりを

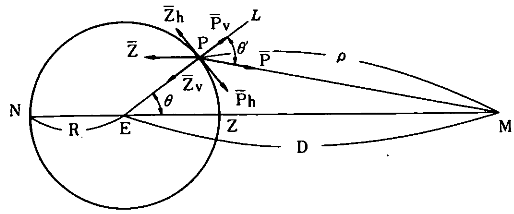


図－1　地球と月の公転と遠心力[5)]

公転して円運動を行うことになる。或る時の地球の中心の位置をO_1，地球表面の任意の点をP_1とする。地球の中心がO_2にきたとき，地球表面の点はP_2にくる。このように，O_1，O_2はGを中心とした円周上にあり，P_1，P_2はXを中心とした円周上にある。XP_1とGO_1およびXP_2とGO_2は平行の関係にあり，かつ$XP_1=XP_2=GO_1=GO_2$であるので，P点とO点における遠心力は等しくなる。すなわち，地球上における遠心力の値はすべて一定である。

地球全体に働く全遠心力は，月による全引力と釣り合っていなければならない。しかし，この月による引力は地球上のあらゆる点で等しい訳ではなく，ある点では遠心力の方が大きく，また他の点では逆に，引力の方が大きくなる。この地球表面上での点Pにおける引力と，地球中心Oにおける引力との差が起潮力（tide-generating force）となる。

図－2において，Eは地球の中心，Mは月の中心である。Pを地球表面上の任意の一点とすると，Pにおける月の引力は



図－2　地球上の一点に働く起潮力[5)]

$$\vec{P}=\frac{KM}{\rho^2} \tag{1}$$

であり，PMの方向に作用している。また，Pにおける遠心力は

$$\vec{Z}=\frac{KM}{D^2} \tag{2}$$

であり，MEと平行の方向に作用している。ここにおいて，

$\vec{P}$：点Pにおける月の引力
$\vec{Z}$：点Pにおける遠心力
R：地球の半径
K：万有引力の定数
M：月の質量
ρ：地球表面上の任意点Pから月までの距離
D：地球中心Eから月までの距離

を表わす。したがって，点Pにおける引力および遠心力の水平成分および鉛直成分は

$$\vec{P}_h=K\frac{M}{\rho^2}\sin\theta' \tag{3}$$

$$\vec{P}_v=K\frac{M}{\rho^2}\cos\theta' \tag{4}$$

および，

$$\vec{Z}_h=K\frac{M}{D^2}\sin\theta \tag{5}$$

$$\vec{Z}_v=K\frac{M}{D^2}\cos\theta \tag{6}$$

となる。ここにおいて，

θ：地心天頂距離（$\angle MEP$）
θ'：天頂距離（$\angle MPL$）

である。したがって，引力と遠心力の差によって得られる起潮力の水平および鉛直成分は，

$$\vec{f}_h=\vec{P}_h-\vec{Z}_h=KM\left(\frac{\sin\theta'}{\rho^2}-\frac{\sin\theta}{D^2}\right) \tag{7}$$

$$\vec{f}_v=\vec{P}_v-\vec{Z}_v=KM\left(\frac{\cos\theta'}{\rho^2}-\frac{\cos\theta}{D^2}\right) \tag{8}$$

となる。三角形EPMにおいて，次に示す三角公式

$$\sin\theta' = \frac{D\sin\theta}{\rho} \tag{9}$$

$$\cos\theta' = \frac{D\cos\theta - R}{\rho} \tag{10}$$

$$\rho = D\left(1 + \frac{R^2}{D^2} - \frac{2R}{D}\cos\theta\right)^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

を式(7)，式(8)に代入し，高次の微小項を省略すると，

$$\vec{f}_h = \frac{3}{2}K\frac{MR}{D^3}\sin 2\theta \tag{12}$$

$$\vec{f}_v = 3K\frac{MR}{D^3}\left(\cos^2\theta - \frac{1}{3}\right) \tag{13}$$

が得られる。これらの関係式をポテンシャルを用いて表わすと次式となる。

$$\Omega = -\frac{3}{2}\frac{KMR^2}{D^3}\left(\cos^2\theta - \frac{1}{3}\right) \tag{14}$$

ここに，

$$\vec{f}_v = -\frac{\partial\Omega}{\partial R} \tag{15}$$

$$\vec{f}_h = \frac{\partial\Omega}{R\partial\theta} \tag{16}$$

である。このΩを起潮ポテンシャル（tide－generating potential）という。

太陽についても，同様の関係式が得られる。

$$\vec{f}_{sh} = \frac{3}{2}K\frac{SR}{D_s^3}\sin 2\theta_s \tag{17}$$

$$\vec{f}_{sv} = 3K\frac{SR}{D_s^3}\left(\cos^2\theta_s - \frac{1}{3}\right) \tag{18}$$

$$\Omega_s = -\frac{3}{2}\frac{KSR^2}{D_s^3}\left(\cos^2\theta_s - \frac{1}{3}\right) \tag{19}$$

ここにおいて，サフィックスsは，太陽についての値を示す。また，Sは太陽の質量である。

2.2 平衡潮汐論[5)]

平衡潮汐論（Equilibrium theory of tide）とは，地球に対して天体が現在の位置を永久に保持した場合に，海洋の自由表面は時々刻々平衡形を維持すると仮定したもので，ニュートンによって提唱された。平衡潮汐論によれば，海洋の自由表面は重力と起潮力の合力に垂直な面で，その平衡形を維持する。月や太陽の位置は絶えず変化するので，自由表面の平衡形も絶えず変化し，それにしたがって海水の運動を起こす。そして，自由表面は天体によるその時の起潮力と重力とに，常に釣り合った形をとる。

以上のことは，重力と起潮力のポテンシャルがこの面上で一定であることを示している。したがって，

$$g\bar{\eta} + \Omega = \text{const.} \tag{20}$$

又は，

$$\bar{\eta} = -\frac{\Omega}{g} + \text{const.} \tag{21}$$

となる。ここに，$\bar{\eta}$は起潮力がないときの海水面からの上昇量であり，gは重力加速度で式(22)で表わされる。

$$g = \frac{KE}{R^2} \tag{22}$$

ここに，Eは地球の質量である。式(14)，式(22)を式(21)に代入することにより，月による太陰潮（lunar tide）の平衡潮高は

$$\bar{\eta} = \frac{3}{2}\,\frac{M}{E}\left(\frac{R}{D}\right)^3 R\cdot\left(\cos^2\theta - \frac{1}{3}\right) \tag{23}$$

となる。

同様に太陽潮（solar tide）の平衡潮高は

$$\bar{\eta}_s = \frac{3}{2}\,\frac{S}{E}\left(\frac{R}{D_s}\right)^3 R\cdot\left(\cos^2\theta_s - \frac{1}{3}\right) \tag{24}$$

となる。ここに，

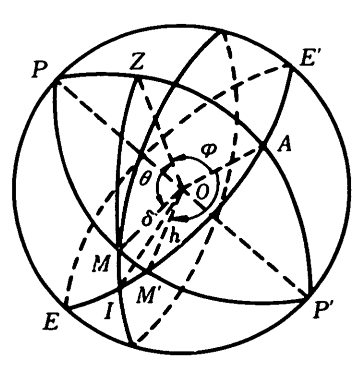
S：太陽の質量

D_s：太陽と地球中心との距離

θ_s：太陽に対する地心天頂距離

である。

式(23)および式(24)のθ，θ_sは天体の位置および地球上の観測点の緯度によって変化するものである。図－3において，Oを地球の中心，P，P'をそれぞれ天球の北極および南極，EAE'を赤道，Mを太陰，IMを太陰の軌道，Zを観測点の天頂，φを観測点の緯度，δ，hをそれぞ



図－3　天球上の地心天頂距離，赤緯，時角[5)]

れ太陰の赤緯（赤道から子午線に沿って南北に測った角度），および時角（観測点の子午線から太陰を通る子午線までの角）とすれば，

$$\cos\theta = \sin\varphi\cdot\sin\delta + \cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos h \tag{25}$$

なる関係式が得られる。これを式(24)に代入すると

$$\bar{\eta} = \frac{3}{4}\frac{M}{E}\left(\frac{R}{D}\right)^{3} R \times \left\{ \begin{array}{l} \cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta\cdot\cos 2h + \sin 2\varphi\cdot\sin 2\delta\cdot\cos h \\ +3\left(\frac{1}{3} - \sin^2\varphi\right)\cdot\left(\frac{1}{3} - \sin^2\delta\right) \end{array} \right. \tag{26}$$

となる。また，太陽潮についても，

$$\bar{\eta}_s = \frac{3}{4}\frac{S}{E}\left(\frac{R}{D_s}\right)^{3} R \times \left\{ \begin{array}{l} \cos^2\varphi\cdot\cos^2\delta_s\cdot\sin 2h_s + \sin 2\varphi\cdot\sin 2\delta_s\cdot\cos h_s \\ +3\left(\frac{1}{3} - \sin^2\varphi\right)\cdot\left(\frac{1}{3} - \sin^2\delta_s\right) \end{array} \right. \tag{27}$$

で表わされる。

式(26)，式(27)中のD，D_s，δ，δ_s，h，h_sは時間とともに複雑に変化する。ダーウィンは太陰軌道の昇交点に位置に関係する18.6年の周期をもった因数f，uを含む振幅と位相に関する展開を行った。これらの展開は非常に複雑であり，かつ天文学的知識が必要なため，ここでは結果を記すにとどめる。太陰潮については

$$\bar{\eta} = \frac{3}{4}\frac{M}{E}\left(\frac{R}{D}\right)^{3} R \times \left\{ \begin{array}{l} \cos^2\varphi\Sigma C_2(I,e)\cos(2t,s,h,p,\nu,\xi) \\ +\sin 2\varphi\Sigma C_1(I,e)\cos(t,s,h,p,\nu,\xi) \\ +(1-3\sin^2\varphi)\Sigma C_0(I,e)\cos(s,h,p,\nu,\xi) \end{array} \right. \tag{28}$$

と書き表わされる。ここにおいて，

t ：地方平時
s ：太陰の平均黄経
h ：太陽の平均黄経
p ：太陰の近地点の平均黄経
e ：太陰軌道の離心率
I，ξ，ν ：太陰の軌道の昇降点の位置に関するもので約18.6年の周期で変化するもの

である。式(28)において，右辺第一項が半日周潮に属するもの，第二項が一日周潮に属するもの，第三項が長周期潮に属するものを表わす。

太陽潮についても同様な式が，太陰に関する量の代りにこれに相当する太陽の量に置き換えることにより，得られる。太陰潮および太陽潮を総称して天文潮（astronomical tide）と呼ぶ。

2.3 潮汐の調和分解

前節の式(28)において潮汐はたくさんの分潮の和で表わすことができることが示された。これを簡単な形で表わすと

$$\bar{\eta} = G_1 \sum_i G_2\cdot C_i\cdot\cos(V_i + u_i) \tag{29}$$

となる。ここにおいて，

G_1 ：地球上のどこでも一定な量
G_2 ：緯度φに関する係数
C ：e，Iに関する係数
V ：時間tとともに一様に変化する因数
u ：ν，ξに関する因数で，あるせまい範囲を周期的に変化する量

である。したがって，各分潮は

$$\eta = G_1 G_2 C \cos(V + u) \tag{30}$$

で表わされる。各々の分潮は$V+u=0$のときに高潮に，$V+u=180°$のときに低潮となる。すなわち，平衡潮汐論によれば，仮想天体が観測地点の子午線を上経過（南中）する瞬間に，その地点でその分潮の満潮が起こるはずである。しかしながら，実際には海底摩擦および地形などの影響により，満潮は天体の南中時よりも遅れて起こり，またその振幅も変化するのが普通である。これらの振幅の変化および位相の遅れは，各々の分潮に対して，それぞれの観測地点に特有な値である。したがって，ある地点での実際の潮汐の調和定数値は，実測より得られた分潮の振幅と位相に，適当な補正および変換をほどこすことによって得られる。

一般に，実際の分潮の潮高は

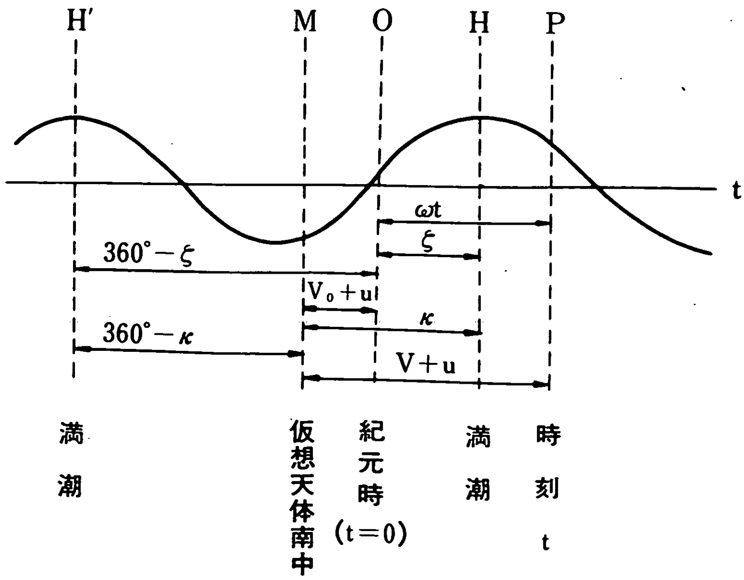
$$\eta = R\cos(V + u - \kappa) \tag{31}$$

で表わされる。ここに，Rは振幅を示し，月あるいは太陽の位置により年によってわずかに変化する量である。Rの平均をHとすると，

$$\eta = fH\cos(V + u - \kappa) \tag{32}$$

となる。ここに，

H ：潮汐の調和定数（振幅）
κ ：潮汐の調和定数（遅角）
f ：平衡潮汐論による振幅とその平均値との比



図－4　分潮の潮高と位相との関係[4)]

V：分潮の引数で，時間とともに変化する項と定数項を含んだもの

u：分潮の引数で，ある狭い範囲を周期的に変化する量

を示す。これらの関係を図－4に示す。図中の曲線が分潮の高さ（式(32)）を示している。M点は仮想天体が観測地点に南中した時刻を，H点は実際に満潮が起こった時刻を示す。故に，M点とH点との差が遅角となる。

潮汐の調和分解を実行するには，後で述べる方法により，ある期間の観測潮高を整理し，ある分潮（例えばM_2分潮）のみの一周期間の潮高を求める必要がある。いま，ある分潮の潮高が

$$\eta = A\cos\omega t + B\sin\omega t \tag{33}$$

で表わされたとする。ここにおいて，

A, B：係数（振幅）

t：紀元時から起算した時間

ω：分潮の速度

を示す。この様な係数を各々の分潮について求めるのが潮汐の調和分解である。各分潮の係数A．Bが求められたとすると，分潮の調和定数H，κは次のように求めることができる。式(33)は，三角関数の公式を用いて

$$\eta = \sqrt{A^2+B^2}\cos(\omega t-\zeta)$$

$$= R\cos(\omega t-\zeta) \tag{34}$$

のように書き表わせる。ここにおいて，

R：各分潮の振幅

ζ：$t=0$，すなわち紀元時から，この分潮が満潮になるまでの位相の遅れ

を示す。式(32)と式(34)は同一のものであるから，

$$R = fH \tag{35}$$

$$V + u - \kappa = \omega t - \zeta \tag{36}$$

となる。紀元時（$t=0$），すなわち観測期間の始めの時刻におけるVの値をV_0とし，短かい期間ではuの値の変化が小さいことから定数とすると，式(36)は

$$V_0 + u - \kappa = -\zeta \tag{37}$$

となり，遅角は

$$\kappa = V_0 + u + \zeta \tag{38}$$

で表わすことができる。よって，実際の分潮の高さは

$$\eta = fH\cos(V_0 + u + \omega t - \kappa) \tag{39}$$

と書き表わされる。したがって，観測地点での時刻$t = t_1$における実際の潮高は，

$$\bar{\eta} = H_0 + \Sigma f_1 H\cos(V_0+u_1+\omega t_1-\kappa) \tag{40}$$

となる。ここに，H_0は潮位の読み取り基準面から測った平均水面の高さである。

以上示したように，遅角κは仮想天体が観測地点の子午線を上経過してから観測地点にその分潮の満潮が起こるまでの時間（角度）であるから，詳しく言えば観測地点の子午線に準拠した値である。よって，κは時刻に無関係な観測地点に固有な値である。しかし，ある場合には，仮想天体が例えば標準時の子午線（我が国で言えば明石の東経135°)を上経過してから観測地点において分潮の満潮が起こるまでの時間を遅角κ_0として採用した方が便利なこともある。世界的な意味でグリニッチ（英国のGreenwich，経度0°）の子午線に準拠した遅角κ_Gを用いる方が便利な場合もある。さらに，地方標準時子午線0時からグリニッチ子午線0時までの角度を修正した修正遅角gを用いることもある。

また，前述のV_0+uは仮想天体が観測地点の子午線を上経過してから紀元時までの間隔を示したもので，やはり観測地点の子午線に準拠した値である。したがって，グリニッチ子午線に準拠した$(V_0+u)_G$，標準時子午線に準拠した$(V_0+u)_0$はそれぞれ異った値をもつ。これらの関係を図－5に示す。この図は代表的なある短周期分潮について示したもので，横軸は左から右に向って進行する時間を角度で表わしたものである。分潮の角速度をω，平均太陽時の角速度をθ（毎時15°）とすると，これらの速度の比cはω/θで表わされる。また，pは長周期潮群においては0，日周潮群においては1，半日周潮群においては2，四分の一日周潮群においては4と表わされるものである。図－5から，種々の子午線に準拠したκおよびV_0+uの関係が次のように表わされる。

$$(V_0+u)_0=(V_0+u)-p(\lambda-\lambda_0) \tag{41}$$

$$(V_0+u)_G=(V_0+u)-p\lambda+c\lambda_0 \tag{42}$$

また遅角については

$$\kappa_0=\kappa-p(\lambda-\lambda_0) \tag{43}$$

$$\kappa_G=\kappa-p\lambda \tag{44}$$

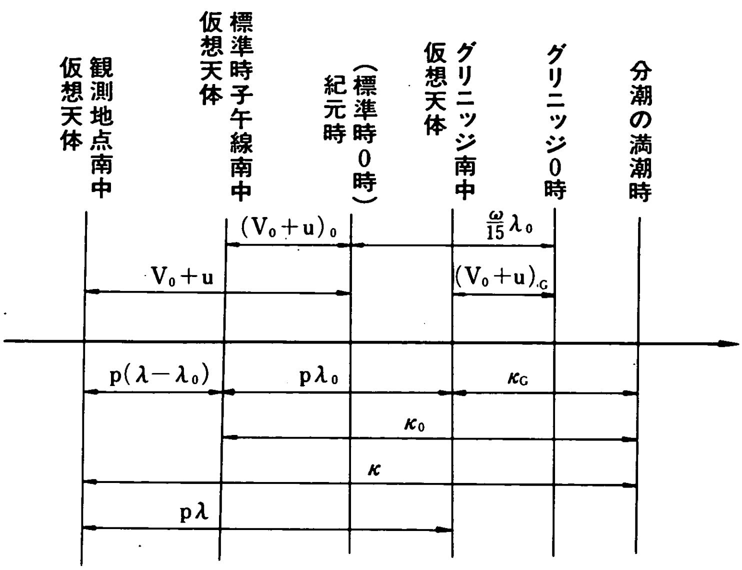
$$g=\kappa-p\lambda+c\lambda_0 \tag{45}$$

となる。ここにおいて，

λ：観測地点の東経

λ_0：標準時子午線の東経（明石，$\lambda_0=135°$）

を表わす。



図－5　種々の子午線に準拠した（V_0+u）とκ [5)]

2.4 最小自乗法による調和分解法[1)]

実際の潮汐は式 (40) に示されるように各分潮の和として表わされる。このように，各分潮の和として表わされた実際の潮汐の記録から，各々の分潮の振幅H，遅角κを求めるのが潮汐の調和分解である。調和定数値を正しく見積ることは，潮汐の予報をするうえにおいても，また工学上の観点からも重要なことである。

潮汐の調和分解は，昔から種々の方法が用いられてきた。主なものとしては，ダーウィンの方法，あるいはダッドソンによるT. I. 法[6)]があげられる。また，近年の電子計算機の発達により新しい方法が導入された。ここに述べる最小自乗法による方法はそのひとつである。

任意の時間tにおける潮高$\overline{\eta}$が式 (40) に示すごとく，n個の分潮の和で表わされるとすると

$$\overline{\eta}=R_0+R_1\cos(\omega_1 t-\zeta_1)+R_2\cos(\omega_2 t-\zeta_2)+\cdots\cdots+R_n\cos(\omega_n t-\zeta_n) \qquad (46)$$

となる。ここにおいて，

R_0：平均水面

R_r：潮汐成分rの振幅

ω_r：潮汐成分rの角速度

ζ_r：潮汐成分rの位相角

を示す。表－1に代表的な潮汐の分潮28個の記号，名称およびその角速度の値を示す。式 (46) は表－1に示した分潮の重ね合わせによって潮高を示したものである。各々の成分を示した余弦関数を正弦関数と余弦関数の和によって表わすと，式 (46) は

$$\begin{aligned}\overline{\eta}=&\,a_0\cos(\omega_0 t)+a_1\cos(\omega_1 t)+\cdots\cdots\\&+a_n\cos(\omega_n t)\\&+b_0\sin(\omega_0 t)+b_1\sin(\omega_1 t)+\cdots\cdots\\&+b_n\cos(\omega_n t)\end{aligned} \qquad (47)$$

と書き表わされる。ただし$\omega_0=0°$である。最小自乗法による方法とは，左辺の実測値と右辺の計算値との差の自乗の全期間にわたる総和を最小にするように係数a_r，b_rを決定する方法である。

まず，Sをその総和とすると

$$S=\sum_{i=1}^{N}\left\{\overline{\eta}_i-\sum_{r=0}^{n}(a_r\cos\omega_r t_i+b_r\sin\omega_r t_i)\right\}^2 \qquad (48)$$

表－1　代表的な潮汐の分潮

記号	名　　称	1平均太陽時の角速度(単位 度)
S_a	太陽年周潮	0.041067
S_{sa}	太陽半年周潮	0.082137
M_m	太陰月周潮	0.544375
M_{sf}	日月合成半月周潮	1.015896
M_f	太陰半月周潮	1.098033
Q_1	主太陰楕率潮	13.398661
O_1	主太陰日周潮	13.943036
M_1	副太陰楕率潮	14.496694
π_1		14.917865
P_1	主太陽日周潮	14.958931
K_1	日月合成日周潮	15.041069
J_1	小太陰楕率潮	15.585443
$2N_2$	二次太陰楕率潮	27.895355
μ_2	太陰二均差潮	27.968208
N_2	主太陰楕率潮	28.439730
ν_2	主太陰出差潮	28.512583
M_2	主太陰半日周潮	28.984104
L_2	副太陰楕率潮	29.528479
T_2	主太陰楕率潮	29.958933
S_2	主太陽半日周潮	30.000000
K_2	日月合成半日周潮	30.082137
M_3	太陰1/3日周潮	43.476156
M_4	太陰1/4日周潮	57.968208
MS_4	複合潮(M_2+S_2)	58.984104
M_6	太陰1/6日周潮	86.952313
$2MS_6$	複合潮	87.968208
$2SM_6$	複合潮	88.984104
M_8	太陰1/8日周潮	115.936417

で表わされる。ここにおいて

N：データの個数

n：分潮数

を示す。式 (48) のSを最小にするためには，これをa_mおよびb_m($m=0\sim n$)で偏微分し，その結果をゼロと置くと，次の連立方程式になる。

$$\frac{\partial S}{\partial a_m}=\sum_{i=1}^{N}\left[\left\{\overline{\eta}_i-\sum_{r=0}^{n}(a_r\cos\omega_r t_i+b_r\sin\omega_r t_i)\right\}\times\cos\omega_m t_i\right]=0 \qquad (m=0\sim n) \quad (49)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b_m}=\sum_{i=1}^{N}\left[\left\{\overline{\eta}_i-\sum_{r=0}^{n}(a_r\cos\omega_r t_i+b_r\sin\omega_r t_i)\right\}\times\sin\omega_m t_i\right]=0 \qquad (m=1\sim n) \quad (50)$$

これらの式をマトリックスの形に書き表わすと式 (51) のようになる。

$$\begin{bmatrix} CC_{00}, CC_{01}, \cdots, CC_{0n}, SC_{01}, \cdots, SC_{0n} \\ CC_{10}, CC_{11}, \cdots, CC_{1n}, SC_{11}, \cdots, SC_{1n} \\ \vdots \\ CC_{n0}, CC_{n1}, \cdots, CC_{nn}, SC_{n1}, \cdots, SC_{nn} \\ CS_{10}, CS_{11}, \cdots, CS_{1n}, SS_{11}, \cdots, SS_{1n} \\ \vdots \\ CS_{n0}, CS_{n1}, \cdots, CS_{nn}, SS_{n1}, \cdots, SS_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\eta}C_0 \\ \overline{\eta}C_1 \\ \vdots \\ \overline{\eta}C_n \\ \overline{\eta}S_1 \\ \vdots \\ \overline{\eta}S_n \end{bmatrix} \tag{51}$$

ここにおいて,

$$\overline{\eta}C_m = \sum_{i=1}^{N} (\overline{\eta}_i \cos\omega_m t_i) \quad (m=0\sim n) \tag{52}$$

$$\overline{\eta}S_m = \sum_{i=1}^{N} (\overline{\eta}_i \sin\omega_m t_i) \quad (m=1\sim n) \tag{53}$$

$$CC_{m,l} = \sum_{i=1}^{N} (\cos\omega_l t_i \cdot \cos\omega_m t_i) \quad (l, m=0\sim n) \tag{54}$$

$$SS_{m,l} = \sum_{i=1}^{N} (\sin\omega_l t_i \cdot \sin\omega_m t_i) \quad (l, m=1\sim n) \tag{55}$$

$$SC_{m,l} = \sum_{i=1}^{N} (\sin\omega_l t_i \cdot \cos\omega_m t_i) \quad \left(\begin{matrix} m=0\sim n \\ l=1\sim n \end{matrix}\right) \tag{56}$$

$$CS_{m,l} = \sum_{i=1}^{N} (\cos\omega_l t_i \cdot \sin\omega_m t_i) \quad \left(\begin{matrix} l=0\sim n \\ m=1\sim n \end{matrix}\right) \tag{57}$$

である。

式 (51) は未知数の数が $2n+1$ 個，方程式の数が $2n+1$ 個の連立方程式である。故に ($2n+1$) 元の連立方程式を解くことにより，$a_0 \sim a_n$，$b_1 \sim b_n$ を求めることができる。したがって，潮汐の分潮 m の振幅および位相角は，a_m，b_m の結果を用いて

$$振幅 (R_m) = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \tag{58}$$

$$位相角 (\zeta_m) = \tan^{-1}\left(\frac{b_m}{a_m}\right) \tag{59}$$

で表わすことができる。

次に，式 (58)，式 (59) で求めた振幅と位相角から，各々の分潮の調和定数値を求める手順を示す。これは，式 (35) 中の f の値，および式 (38) 中の V_0+u の値が各々の分潮について求められれば，各分潮の調和定数値を求めることが可能である。

表－2に，代表的な潮汐の V，f，u の値の公式を示す。この表において，

T ：観測地点の子午線から西の方向に測った平均太陽の時角 (地方平時)
V_0 ：$T=0$ の時の V の値
s ：太陰の平均黄経
p ：太陰の近地点の平均黄経
h ：太陽の平均黄経
p_1 ：太陽の近地点の平均黄経
N ：太陰の昇交点の黄経

を示す。これらの値は数表[4]，あるいは次に示す平均公式によって求めることができる。

$$s = 277.02° + 129.3848° (Y-1900) + 13.1764° (D+i) \tag{60}$$

$$h = 280.19° - 0.2387° (Y-1900) + 0.9856° (D+i) \tag{61}$$

$$p = 334.39° + 40.6625° (Y-1900) + 0.1114° (D+i) \tag{62}$$

$$N = 259.16° - 19.3282° (Y-1900) - 0.0530° (D+i) \tag{63}$$

$$p_1 = 282.00° \tag{64}$$

ここにおいて

Y ：西歴 (年)
D ：その年の1月1日より数えた日数 (日)
i ：1900 年からその年の1月1日までのうるう年の回数 (日)

を示す。したがって，潮位観測を実施した期日に即した Y，D，i を式 (60)～式 (63) に代入し，それらの値を表－2の公式に代入することにより，各分潮の観測期間中の f，V_0+u の値を求めることができる。ただし，ここに示した公式および参考文献4の巻末の表の V_0+u の値はグリニッチ標準時子午線に準拠した値であるので，式 (42) の補正公式により，各観測点の子午線に準拠した V_0+u の値を求める必要がある。

以上のことより，各分潮の調和定数値は次式により求めることができる。

$$H = \frac{R}{f} \tag{65}$$

$$\kappa = V_0 + u + \zeta \tag{66}$$

表－2　分潮のf，V，u（グリニッチに準拠）

分	潮	V	f	u
1	S_a	h	1	0
2	S_{sa}	$2h$	1	0
3	M_m	$s-p$	$1.000-0.130\cos N$	0
4	M_{sf}	$2s-2p$	$1/$(M_2分潮のf)	$2.1°\sin N$
5	M_f	$2s$	$1.043+0.414\cos N$	$-23.7°\sin N+2.7°\sin 2N-0.4°\sin 3N$
6	Q_1	$T+h-3s+p-90°$	$1.009+0.187\cos N-0.015\cos 2N$	$10.8°\sin N-1.3°\sin 2N+0.2°\sin 3N$
7	O_1	$T+h-2s-90°$	Q_1分潮のf	Q_1分潮のu
8	M_1	$T+h-s+p+90°$	注参照	注参照
9	π_1	$T+2h+p_1-90°$	1	0
10	P_1	$T-h-90°$	1	0
11	K_1	$T+h+90°$	$1.006+0.115\cos N-0.009\cos 2N$	$-8.9°\sin N+0.7°\sin 2N$
12	J_1	$T+s-p+90°$	$1.013+0.168\cos N-0.017\cos 2N$	$-12.9°\sin N+1.3°\sin 2N-0.2°\sin 3N$
13	$2N_2$	$2T+2h-4s+2p$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
14	μ_2	$2T+4h-4s$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
15	N_2	$2T+2h-3s+p$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
16	ν_2	$2T+4h-3s-p$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
17	M_2	$2T+2h-2s$	$1.000-0.037\cos N$	$-2.1°\sin N$
18	L_2	$2T+2h-s-p+180°$	注参照	注参照
19	T_2	$2T-h+p_1$	1	0
20	S_2	$2T$	1	0
21	K_2	$2T+2h$	$1.024+0.286\cos N+0.008\cos 2N$	$-17.7°\sin N+0.7°\sin 2N$
22	M_3	$3T+3h-3s$	(M_2分潮のf)$^{3/2}$	$3/2$(M_2分潮のu)
23	M_4	$4T+4h-4s$	(M_2分潮のf)^2	2(M_2分潮のu)
24	MS_4	$4T+2h-2s$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
25	M_6	$6T+6h-6s$	(M_2分潮のf)^3	3(M_2分潮のu)
26	$2MS_6$	$6T+4h-4s$	(M_2分潮のf)^2	2(M_2分潮のu)
27	$2SM_6$	$6T+2h-2s$	M_2分潮のf	M_2分潮のu
28	M_8	$8T+8h-8s$	(M_2分潮のf)^4	4(M_2分潮のu)

注）M_1：$f\cos u=2\cos p+0.4\cos(p-N)$，$f\sin u=\sin p+0.2\sin(p-N)$

L_2：$f\cos u=1-0.25\cos 2p-0.11\cos(2p-N)-0.02\cos(2p-2N)-0.04\cos N$

$f\sin u=-0.25\sin 2p-0.11\sin(2p-N)-0.02\sin(2p-2N)-0.04\sin N$

3. 調和分解結果とその精度

3.1 潮汐（潮流）の観測期間[4)]

調和分解を精度よく行なうためには，潮汐あるいは潮流の観測期間は，できるだけ長いことが望ましい。しかしながら，潮流観測のように，流速計を海中に固定しなければならない場合，あるいは早急に調和定数値を知りたい場合については，比較的短期間の観測データに頼らざるえない時がある。表－1に主要な潮汐の分潮28について示したが，これら総ての分潮を観測データより精度よく分離するためには，かなり長い年月の観測期間が必要であると考えられる。

ある分潮間（たとえばK_1潮とP_1潮）の角速度の差が極端に小さい場合には，短かい期間での観測データからは分離することができない。いま，ある二つの分潮の角速度をそれぞれω_1，ω_2としたとき，二つの分潮を組み合わせた$360°/(\omega_1-\omega_2)$を周期とした唸りの現象が生じる。これを，二つの分潮の相合周期（Synodic period）という。これらの二つの分潮を精度よく分離するためには，観測期間内にこの相合周期の波が数多く含まれることが望ましい。

一般に潮汐の観測期間は1か年，あるいは数か年であるのが標準となっている。潮位記録を長期間にわたって連続的にとることは，さして難かしい問題でないので，長期間のデータを用いることが望ましい。しかしながら，潮流観測については15日間，あるいは1か月間観測が標準となっている。時には，1昼夜（25時間）の観測ですましているのが現状である。

ここでは，観測期間の長さによる分離可能な分潮についての簡単な説明を行う。

(1) 15日間（あるいは14日間）の観測値を用いる場合

15日，あるいは14日という長さは，それぞれM_2, S_2分潮の相合周期（4.765日），およびK_1，O_1分潮の相合周期（13.66日）に対応している。したがって，15日間の観測結果を用いて調和分解を行えば，潮汐の主要四分潮K_1，O_1，M_2，S_2の分離は比較的精度良く可能である。一般に，15日間観測のデータにより分離可能な分潮は，M_2，S_2，K_2，N_2，K_1，O_1，P_1，Q_1，M_4，MS_4の10分潮である。しかしながら，表－1からもわかるように，S_2とK_2潮およびK_1とP_1潮のスピードが，それぞれ非常に近いために，単純な方法では分離できない。よって，3.2で述べるように，まず最小自乗法により得られたS_2分潮およびK_1分潮は，それぞれS_2とK_2分潮，あるいはK_1とP_1分潮の両者を合算したものであると考え，しかる後に，静力学的な仮定を用いてS_2とK_2分潮，およびK_1とP_1分潮の分離を行う。

(2) 1か月（あるいは29日）間の観測値を用いる場合

29日という長さはM_2とS_2潮．K_1とO_1潮，さらにはP_1とQ_1潮など，ほとんど総ての主要分潮の相合周期の倍数にあたっている。したがって，約1か月間のデータを用いて調和分解を実行すれば，主要分潮の分離は可能である。一般に，1か月間観測で分離できる分潮は，M_2，S_2，K_2，N_2，K_1，O_1，P_1，Q_1，M_4，MS_4，L_2，ν_2，μ_2の13分潮である。ただし，K_1とP_1潮，S_2とK_2潮，さらにN_2とν_2潮は前と同様に静力学的な仮定を用いて分離する必要がある。

(3) 1か年（あるいは369日）の観測値を用いる場合

369日という長さは，ほとんど総ての短周期分潮の相合周期の倍数にあたっているために，この期間分のデータを用いれば，短周期分潮のほとんど全部が完全に分離できる。また，気圧変動等の不規則な気象の影響も大部分取り除くことができる。したがって，観測データが十分にたくさんあるならば，369日分のデータを用いて調和分解を行うのが望ましい。また，観測データが369日未満の場合には，むしろ一部分のデータを捨てて355日分，あるいは326日分のデータを用いた方が精度がよいとされている。

3.2 K_1とP_1潮，S_2とK_2潮およびN_2とν_2潮の分離

前に述べたようにK_1とP_1潮，S_2とK_2潮，N_2とν_2潮の角速度は非常に近い（表－1参照）。これらの相合周期T_sを求めると

$$T_s(K_1,\ P_1)=\frac{360°}{(15.041069-14.958931)(°/\text{時})}=182.62\ (\text{日}) \tag{67}$$

$$T_s(S_2,\ K_2)=\frac{360°}{(30.0-29.958933)(°/\text{時})}=365.26\ (\text{日}) \tag{68}$$

$$T_s(N_2,\ \nu_2)=\frac{360°}{(28.512583-28.439730)(°/\text{時})}=205.89\ (\text{日}) \tag{69}$$

となる。したがって，これらの分潮は短期間の観測においては単純には分離できない。これらの分潮を精度よく分離する方法はLien[7]，小田巻[8]らによって提唱されているが，ここでは彦坂ら[2]の方法を用いた。彦坂らの方法によると，これらの分潮は短期間においては同一成分の分潮が合成したものとみなすことができる。ここで，これらの各分潮間には，平衡潮汐論による各分潮間の振幅比を用いて次の関係式が成立するものと仮定する。

$$R_{P_1}=0.333R_{K_1}\ \text{および}\ \kappa_{P_1}=\kappa_{K_1} \tag{70}$$

$$R_{K2}=0.272R_{S2}\ \text{および}\ \kappa_{K2}=\kappa_{S2} \tag{71}$$

$$R_{\nu 2}=0.194R_{N2}\ \text{および}\ \kappa_{\nu 2}=\kappa_{N2} \tag{72}$$

ここにおいて，Rは振幅，κは遅角を意味する。まず，S_2潮とK_2潮の分離について考える。最小自乗法によって得られたS_2分潮の結果は，実際はS_2分潮とK_2分潮の合成されたものであると考えられるので，次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}\text{最小自乗法による}S_2\text{分潮}&=A\cos(\omega_s t)+B\sin(\omega_s t)\\&=f_{S2}R_{S2}\cos(V_{0s}+\omega_s t-\kappa_s)\\&\quad+f_{K2}R_{K2}\cos(V_{0k}+\omega_k t-\kappa_k)\end{aligned} \tag{73}$$

式(73)に式(71)の関係式を代入すると

$$\begin{aligned}&=R_s\cos(V_{0s}+\omega_s t-\kappa_s)+\alpha R_s\cos(V_{0k}+\omega_k t-\kappa_s)\\&=R_s\cos(\kappa_s-V_{0s})\cos\omega_s t+R_s\sin(\kappa_s-V_{0s})\sin\omega_s t\\&\quad+\alpha R_s\cos(\kappa_s-V_{0k})\cos\omega_k t\\&\quad+\alpha R_s\sin(\kappa_s-V_{0k})\sin\omega_k t\end{aligned} \tag{74}$$

となる。ここで，αはS_2とK_2潮の平衡潮汐論による振幅比を示し，0.272である。式(74)において，

$$\delta=\omega_s-\omega_k=-0.08214°/\mathrm{hour} \tag{75}$$

とおくと，

$$\cos\omega_k t=\cos(\omega_s-\delta)t=\cos\delta t\cos\omega_s t$$
$$+\sin\delta t\sin\omega_s t \tag{76}$$

$$\sin\omega_k t=\sin(\omega_s-\delta)t=\cos\delta t\sin\omega_s t$$
$$-\sin\delta t\cos\omega_s t \tag{77}$$

と書き表わすことができる。したがって，式(73)のA，Bは，それぞれ次のようになる。

$$A=R_s\cos(\kappa_s-V_{os})+\alpha R_s\cos(\kappa_s-V_{ok})\cos\delta t$$
$$-\alpha R_s\sin(\kappa_s-V_{ok})\sin\delta t \tag{78}$$

$$B=R_s\sin(\kappa_s-V_{os})+\alpha R_s\cos(\kappa_s-V_{ok})\sin\delta t$$
$$+\alpha R_s\sin(\kappa_s-V_{ok})\cos\delta t \tag{79}$$

観測期間中のA，Bの平均値をそれぞれ$\overline{A}$，$\overline{B}$とすると，

$$\overline{A}=R_s\cos(\kappa_s-V_{os})+\alpha R_s\cos(\kappa_s-V_{ok})\overline{\cos\delta t}$$
$$-\alpha R_s\sin(\kappa_s-V_{ok})\overline{\sin\delta t} \tag{80}$$

$$\overline{B}=R_s\cos(\kappa_s-V_{os})+\alpha R_s\cos(\kappa_s-V_{ok})\overline{\sin\delta t}$$
$$+\alpha R_s\sin(\kappa_s-V_{ok})\overline{\cos\delta t} \tag{81}$$

となる。いま，$2N+1$個の観測値を用いると，式(80)，式(81)の$\overline{\sin\delta t}$および$\overline{\cos\delta t}$は次のように表わされる。

$$\overline{\sin\delta t}=\frac{1}{2N+1}\sum_{t=-N}^{t=N}\sin\delta t=0 \tag{82}$$

$$\overline{\cos\delta t}=\frac{1}{2N+1}\sum_{t=-N}^{t=N}\cos\delta t=\frac{\sin(2N+1)\frac{\delta}{2}}{(2N+1)\sin\frac{\delta}{2}} \tag{83}$$

ここで，$t=0$は観測期間の中央時刻にとる。例として，15昼夜観測で毎時のデータを用いた場合は，$2N+1=361$，$\delta=\omega_s-\omega_k=-0.08214°$/時であるから

$$\overline{\cos\delta t}=0.988877 \tag{84}$$

となる。これらの結果を式(80)，式(81)に代入し，さらに$\gamma=V_{ok}-V_{os}$の表現式を用いると，

$$\overline{A}=R_s\cos(\kappa_s-V_{os})(1+0.988877\cdot\alpha\cos\gamma)$$
$$+R_s\sin(\kappa_s-V_{os})\cdot0.988877\alpha\sin\gamma \tag{85}$$

$$\overline{B}=R_s\sin(\kappa_s-V_{os})(1+0.988877\cdot\alpha\cos\gamma)$$
$$-R_s\cos(\kappa_s-V_{os})\cdot0.988877\alpha\sin\gamma \tag{86}$$

となる。いま

$$1+0.988877\alpha\cos\gamma=p \tag{87}$$

$$0.988877\alpha\sin\gamma=q \tag{88}$$

とおくと，$\overline{A}$，$\overline{B}$は

$$\overline{A}=p\cdot R_s\cos(\kappa_s-V_{os})+q\cdot R_s\sin(\kappa_s-V_{os}) \tag{89}$$

$$\overline{B}=p\cdot R_s\sin(\kappa_s-V_{os})-q\cdot R_s\sin(\kappa_s-V_{os}) \tag{90}$$

となり，

$$R_s\cos(\kappa_s-V_{os})=\frac{p\overline{A}-q\overline{B}}{p^2+q^2} \tag{91}$$

$$R_s\sin(\kappa_s-V_{os})=\frac{q\overline{A}+p\overline{B}}{p^2+q^2} \tag{92}$$

となる。これより，R_sとκ_sの値を求めることができる。よって，実際のS_2分潮，K_2分潮の調和定数値は

$$R_{S2}=\frac{R_s}{f_{S2}},\quad \kappa_{S2}=\kappa_s \tag{93}$$

$$R_{K2}=0.272\ R_{S2},\quad \kappa_{K2}=\kappa_{S_2} \tag{94}$$

より求まる。

K_1潮とP_1潮の分離，N_2潮とν_2潮の分離も同様な手順によって可能である。

3.3 観測期間の長さによる調和分解の精度および最適な分離法

大阪湾泉州沖の1年間の潮位記録のデータを1か月毎に分けて調和分解した結果を表－3に示す。全体としては，どの月も類似した結果を得ているが，分潮によっては比較的大きな変動となっているものもある。特に，振幅の小さな分潮の遅角の変動が大きい。次に，主要四分潮の調和定数値の変化の様子を図－6，図－7に示す。図中の破線は，1年間のデータを用いて得られた調和定数の値を示す。これらの図より，1か月間データによる主要四分潮の調和定数の変動は，振幅において3～4 cm，遅角において6～10°前後であることを示す。これらの変動の原因としては，潮位の測定誤差，気圧変動による水面上昇（降下），あるいは他の不規則な成分による誤差等が考えられるが，調和分解法による計算誤差もその原因のひとつであると考えられる。

表－3　調和定数の月変化（1978年1月～1979年1月）

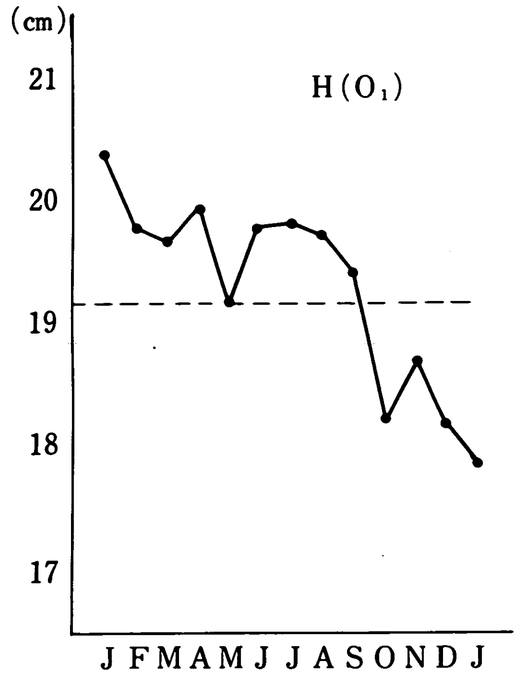
No.	分潮	1 月		2 月		3 月		4 月		5 月		6 月		7 月	
		H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	3.30	176.7	4.35	160.1	3.80	179.3	2.86	163.2	3.96	165.8	4.39	182.9	4.28	165.4
2	O_1	20.40	180.9	19.78	177.7	19.68	179.9	19.95	180.0	19.21	178.3	19.80	179.4	19.86	178.5
3	K_1	26.01	202.6	27.65	204.3	24.78	202.7	25.09	198.4	25.32	198.1	25.34	200.1	25.84	200.2
4	μ_1	4.09	159.9	3.37	157.7	4.08	159.6	4.39	160.6	4.70	160.1	4.39	164.3	4.83	176.5
5	N_2	6.88	210.4	8.08	204.5	6.96	202.2	6.61	196.3	6.23	203.4	5.76	206.5	6.49	208.5
6	M_2	30.29	212.8	30.54	209.4	31.66	207.7	30.16	210.2	27.79	210.9	28.11	208.7	28.50	205.9
7	L_2	1.18	317.0	0.84	247.0	0.94	197.1	1.71	193.5	0.49	222.8	0.60	56.1	1.06	37.7
8	S_2	18.67	222.8	18.85	227.6	18.80	229.6	17.83	228.0	17.00	229.4	15.71	229.3	16.41	223.3
9	M_4	1.63	18.1	1.43	15.6	1.27	17.0	1.53	62.8	1.43	62.4	1.56	56.2	1.24	50.8
10	MS_4	1.12	83.5	1.37	77.6	1.58	66.4	1.02	64.2	0.82	65.3	0.75	85.5	0.90	119.2
11	P_1	8.61	203.4	9.15	205.0	8.20	203.4	8.30	199.2	8.38	198.9	8.39	200.9	8.55	201.0
12	K_2	5.08	222.1	5.13	226.8	5.11	228.8	4.85	227.3	4.62	228.6	4.27	228.6	4.46	222.6
13	ν_2	1.33	209.7	1.57	203.8	1.35	201.5	1.28	195.7	1.21	202.7	1.12	205.9	1.26	207.8
平均水位		183.02		180.26		182.69		186.26		188.75		189.32		202.65	

No.	分潮	8 月		9 月		10 月		11 月		12 月		1 月		平 均		標準偏差	
		H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	3.92	164.2	3.30	159.1	2.84	182.5	4.00	168.7	3.78	168.3	3.67	182.1	3.73	170.6	0.50	8.5
2	O_1	18.75	182.5	19.45	179.6	18.22	175.1	18.72	179.2	18.21	178.6	17.90	181.1	19.23	179.3	0.76	1.7
3	K_1	26.55	203.8	26.27	207.4	25.81	200.9	25.77	199.3	26.82	202.0	27.41	204.2	26.05	201.8	0.84	2.6
4	μ_1	4.03	184.8	4.47	176.0	3.46	153.8	3.78	155.7	4.22	149.8	5.42	161.7	4.25	163.1	0.54	9.6
5	N_2	6.49	213.8	6.95	209.7	6.56	213.7	7.39	201.2	5.23	199.9	6.20	212.0	6.60	206.3	0.68	5.4
6	M_2	28.78	210.0	29.07	214.8	30.70	211.7	30.36	213.3	30.10	212.0	31.94	212.9	29.85	210.8	1.25	2.4
7	L_2	0.41	302.6	1.07	132.0	0.30	233.5	1.53	240.2	0.43	262.8	0.38	253.0	0.84	207.3	0.44	82.0
8	S_2	17.44	225.9	16.64	223.7	17.46	221.4	18.16	220.4	18.19	219.6	18.65	225.6	17.68	225.1	0.97	3.4
9	M_4	1.22	47.3	1.18	63.8	1.10	40.7	1.38	33.7	1.28	27.1	1.53	23.8	1.37	40.0	0.16	17.7
10	MS_4	1.22	88.3	1.57	87.9	1.45	52.0	1.05	36.6	0.87	65.3	0.91	86.6	1.13	75.3	0.28	19.6
11	P_1	8.79	204.5	8.69	208.2	8.54	201.6	8.53	200.1	8.88	202.8	9.07	205.0	8.62	202.6	0.28	2.6
12	K_2	4.74	225.1	4.52	222.9	4.75	220.6	4.94	219.6	4.95	218.9	5.07	224.9	4.81	224.4	0.27	3.4
13	ν_2	1.26	213.2	1.35	209.1	1.27	213.1	1.43	200.5	1.01	199.2	1.20	211.4	1.28	205.7	0.13	5.4
平均水位		202.57		204.03		198.06		189.34		182.87		173.10		189.46		9.31	

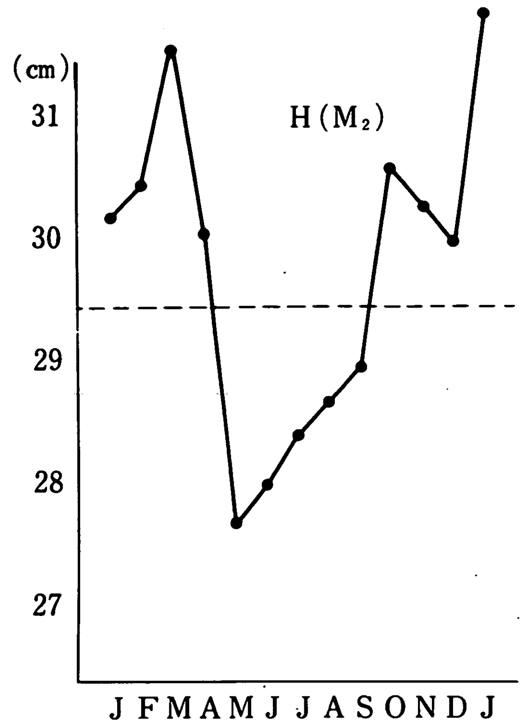
ここで，最小自乗法による調和分解の精度を考察するために，次に示す手順によって，観測期間および分離する分潮数を変化させて，数値計算による誤差を検討した。

まず，参考文献4の巻末に示された6か年の観測データより求めた横浜港の調和定数値を正しい値と考える。これを表－4に示す。この調和定数値を用いて，計算機の中で数値的に潮位変動を作成する。次に，ある限定された期間内（たとえば15日間，または1か月間）での計算機で合成されたデータを用いて，最小自乗法により調和分解を行い，入力された値と得られた計算結果との比較を行い，その差を計算による誤差と考える。この手順を図－8に示す。図中の①で与えた調和定数値と⑦で得られた結果が等しければ，その分潮は精度よく分離できたことを意味する。

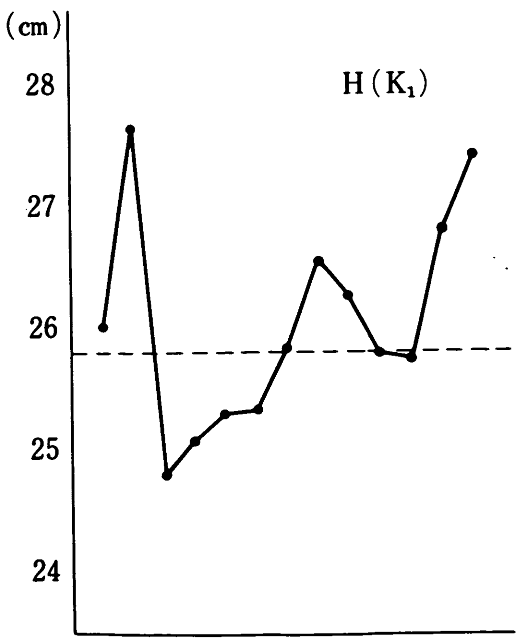
まず，15日間データのを用いて，表－5に示すCase A～Case Eの5つの方法についての計算誤差を検討する。計算機によって合成された潮位の1時間毎のデータ361個（15日間）を用いて，潮汐の主要四分潮（K_1，O_1，M_2，S_2）に分離した結果（Case A）を表－6に示す。表－6において，No.1～No.20は1968年から1987年の20年間にわたる8月14日から8月29日の



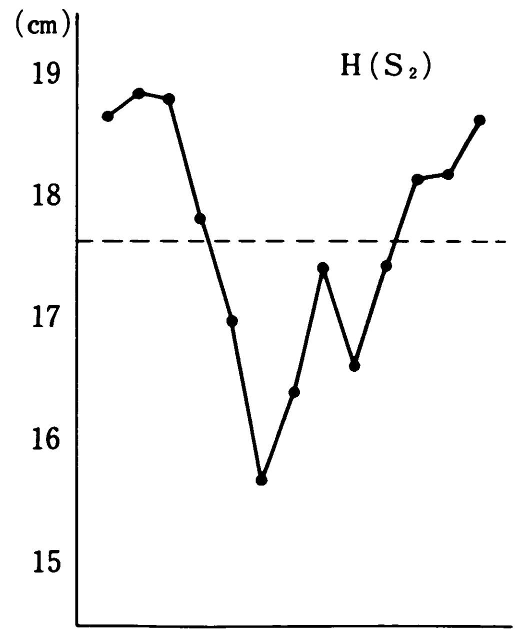
図－６（a） 調和定数の月変化（ O_1 潮 － 振幅 ）



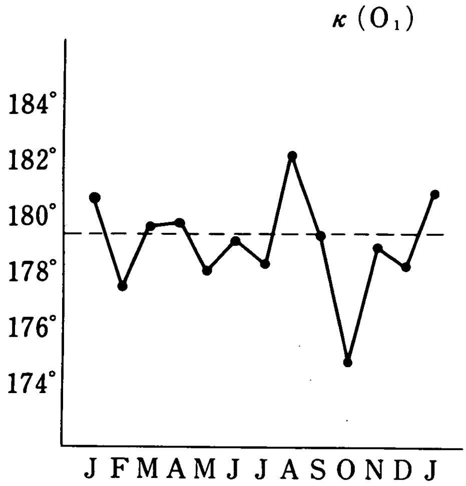
図－６（c） 調和定数の月変化（ M_2 潮 － 振幅 ）



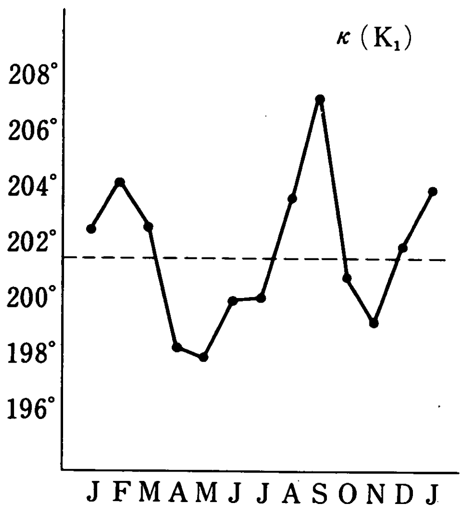
図－６（b） 調和定数の月変化（ K_1 潮 － 振幅 ）



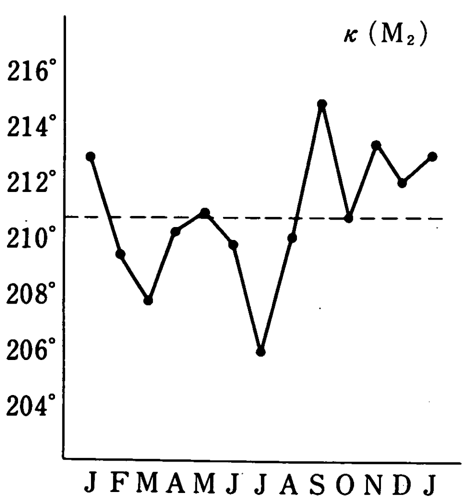
図－６（d） 調和定数の月変化（ S_2 潮 － 振幅 ）



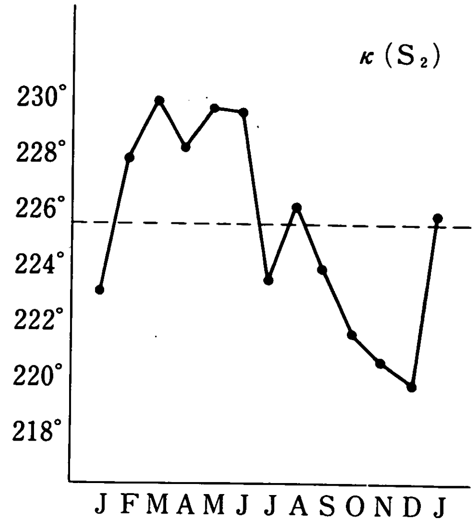
図－7（a） 調和定数の月変化（ O_1 潮 － 遅角 ）



図－7（b） 調和定数の月変化（ K_1 潮 － 遅角 ）



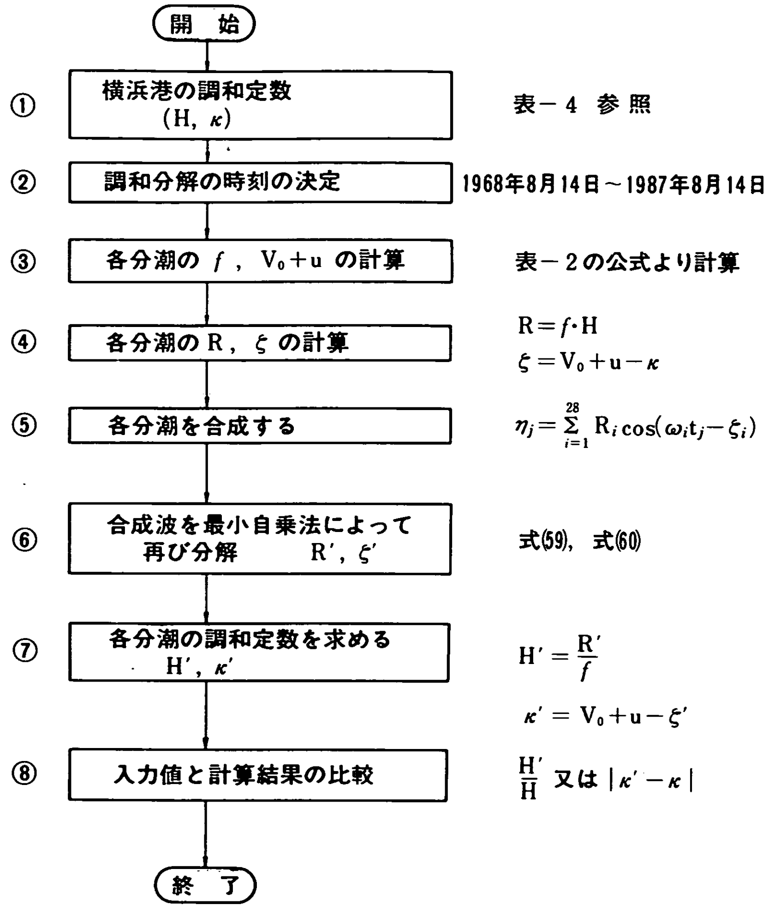
図－7（c） 調和定数の月変化（ M_2 潮 － 遅角 ）



図－7（d） 調和定数の月変化（ S_2 潮 － 遅角 ）

表－4 横浜港の調和定数[4)]

分	潮	振幅（cm）	遅角（度）
1	S_a	10.5	167.5
2	S_{sa}	2.3	184.8
3	M_m	1.8	285.8
4	M_{sf}	0.6	90.9
5	M_f	1.5	160.8
6	Q_1	4.0	154.2
7	O_1	19.3	160.2
8	M_1	1.0	196.5
9	π_1	0.0	0.0
10	P_1	8.2	176.7
11	K_1	24.9	179.7
12	J_1	1.3	194.7
13	$2N_2$	0.0	0.0
14	μ_2	1.5	180.8
15	N_2	6.9	149.4
16	ν_2	1.8	145.1
17	M_2	46.7	155.2
18	L_2	1.6	171.2
19	T_2	1.4	165.8
20	S_2	22.7	185.1
21	K_2	6.1	181.2
22	M_3	1.1	162.7
23	M_4	1.5	99.0
24	MS_4	3.1	133.6
25	M_6	0.2	106.1
26	$2MS_6$	0.0	0.0
27	$2SM_6$	0.0	0.0
28	M_8	0.0	0.0



図－8 計 算 手 順

表－5 計算ケース（表中のカッコは3.2の方法により分離したことを意味する）

計算ケース	分 解 し た 分 潮 名
Case A	O_1, K_1, M_2, S_2 の4分潮
Case B	O_1, K_1 (P_1), M_2, S_2 (K_2) の6分潮
Case C	Q_1, O_1, K_1, P_1, N_2, M_2, S_2, K_2, M_4, MS_4 の10分潮
Case D	Q_1, O_1, K_1, N_2, M_2, S_2, M_4, MS_4 の8分潮
Case E	Q_1, O_1, K_1 (P_1), N_2, M_2, S_2 (K_2), M_4, MS_4 の10分潮
Case F	Q_1, O_1, K_1 (P_1), μ_2, N_2 (ν_2), M_2, L_2, S_2 (K_2), M_4, MS_4 の13分潮

15日間の潮位を計算し，それを再び最小自乗法によって分離したものである。表－6に得られた結果と表－4の入力値との比較を，振幅比については図－9に，遅角差については図－10に示す。これらの結果から，O_1 潮および M_2 潮についての誤差は，振幅においては10％，遅角において10°以下であるのに対し，K_1 潮と S_2 潮についての誤差は，振幅においては15～20％，遅角においては20°前後と，かなり大きいことがわかる。これは，K_1 および S_2 潮はそれぞれ P_1，K_2 潮という非常に近い角速度をもった分潮が存在するために，15日間という短期間のデータでは，これらの誤差が大きくなって現われたものと考えられる。

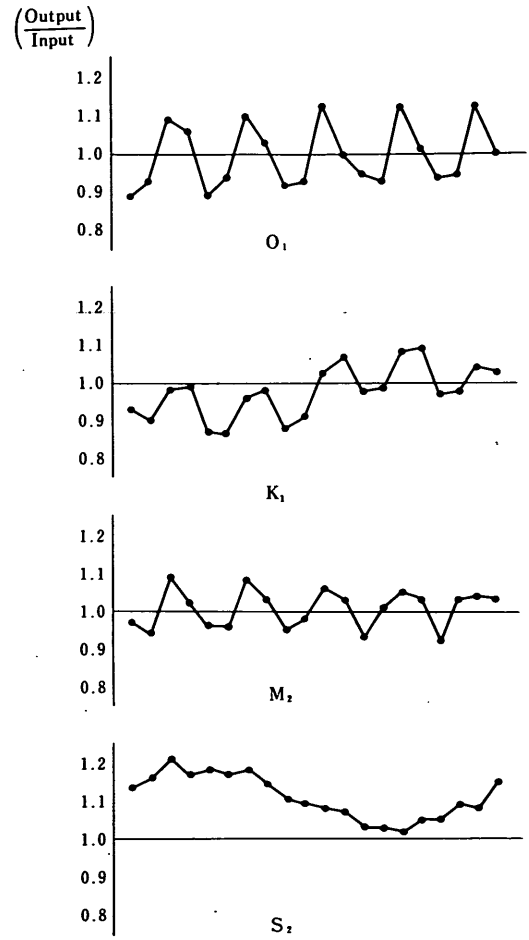
次に，Case Aで求められた結果の K_1 分潮と S_2 分潮を，3.2で述べた方法により K_1，P_1 分潮および S_2, K_2 分潮に分離した結果（Case B）を表－7に示す。また，計算結果と入力値との比較を振幅比については図－11に，遅角差については図－12に示す。O_1 および M_2 潮については補正をほどこしていないのでCase Aの結果と同じである。これらの結果より，前述の補正をほどこすことにより，K_1 および S_2 潮の調和定数値が入力値に近づいていることがわかる。特に遅角については，この補正により，20°前後あった誤差が5°以内に減小しており，かなり良い結果が得られることがわかる。

表－6　最小自乗法による計算誤差（15日間，Case A）

	No. 1		No. 2		No. 3		No. 4		No. 5	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	17.18	161.2	18.04	157.1	20.95	154.2	20.43	167.0	17.23	160.2
K_1	23.24	198.6	22.53	198.7	24.52	197.0	24.68	197.5	21.77	199.7
M_2	45.20	160.0	43.96	150.9	50.76	149.5	47.79	160.6	44.72	158.7
S_2	25.67	202.4	26.26	202.3	27.37	200.4	26.65	200.0	26.71	196.9
	No. 6		No. 7		No. 8		No. 9		No. 10	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	18.11	157.0	21.27	154.9	19.82	167.6	17.66	158.4	17.96	156.8
K_1	21.69	199.9	24.01	198.8	24.38	200.5	22.03	203.6	22.71	203.0
M_2	44.80	150.9	50.27	149.8	47.91	161.4	44.19	157.4	45.85	150.8
S_2	26.56	196.4	26.82	194.1	25.92	195.6	25.01	194.3	24.69	195.1
	No. 11		No. 12		No. 13		No. 14		No. 15	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	21.79	156.1	19.21	165.9	18.40	159.4	17.90	154.8	21.90	157.8
K_1	25.63	200.7	26.65	201.1	24.37	203.1	24.69	201.5	26.89	198.2
M_2	49.67	150.5	47.99	161.9	43.63	156.2	47.09	150.4	48.97	151.6
S_2	24.61	193.0	24.40	196.0	23.36	197.0	23.33	198.6	23.05	196.7
	No. 16		No. 17		No. 18		No. 19		No. 20	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	19.40	164.7	18.19	160.3	18.30	153.7	21.80	159.0	19.26	164.6
K_1	27.08	197.8	24.19	200.2	24.32	199.4	25.95	196.8	25.53	197.2
M_2	47.95	162.0	43.15	155.3	48.13	149.8	48.56	152.9	47.88	162.0
S_2	23.94	199.3	23.89	201.5	24.77	202.5	24.55	200.1	26.12	199.4

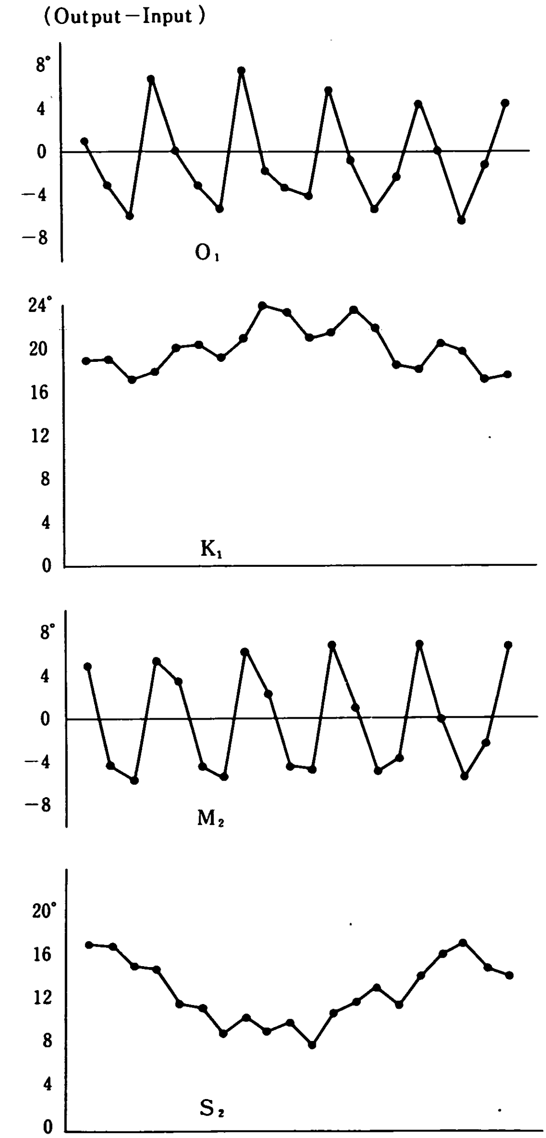
表－7　最小自乗法による計算誤差（15日間，Case B）

	No. 1		No. 2		No. 3		No. 4		No. 5	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	17.18	161.2	18.04	157.1	20.95	154.2	20.43	167.0	17.23	160.2
P_1	7.94	182.0	7.78	182.1	8.55	180.3	8.69	180.6	7.82	182.4
K_1	23.97	182.0	23.49	182.1	25.84	180.3	26.26	180.6	23.61	182.4
M_2	45.20	160.0	43.96	150.9	50.76	149.5	47.79	160.6	44.72	158.7
S_2	22.82	185.2	22.82	185.8	23.41	185.0	22.64	186.0	22.58	184.6
K_2	6.21	185.2	6.21	185.8	6.37	185.0	6.16	186.0	6.14	184.6
	No. 6		No. 7		No. 8		No. 9		No. 10	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	18.11	157.0	21.27	154.9	19.82	167.6	17.66	158.4	17.96	156.8
P_1	7.83	182.0	8.67	180.1	8.73	181.0	7.87	183.3	7.93	182.2
K_1	23.65	182.0	26.18	180.1	26.38	181.0	23.78	183.3	23.97	182.2
M_2	44.80	150.9	50.27	149.8	47.91	161.4	44.19	157.4	45.85	150.8
S_2	22.69	185.2	23.28	183.7	22.94	185.7	22.50	184.8	22.69	185.3
K_2	6.17	185.2	6.33	183.7	6.24	185.7	6.12	184.8	6.17	185.3
	No. 11		No. 12		No. 13		No. 14		No. 15	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	21.79	156.1	19.21	165.9	18.40	159.4	17.90	154.8	21.90	157.8
P_1	8.73	179.8	8.87	180.6	8.06	183.2	8.07	182.4	8.76	180.0
K_1	26.37	179.8	26.79	180.6	24.34	183.2	24.39	182.4	26.46	180.0
M_2	49.67	150.5	47.99	161.9	43.63	156.2	47.09	150.4	48.97	151.6
S_2	23.09	182.8	23.33	185.2	22.54	185.3	22.77	185.8	22.59	182.5
K_2	6.28	182.8	6.34	185.2	6.13	185.3	6.19	185.8	6.14	182.5
	No. 16		No. 17		No. 18		No. 19		No. 20	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
O_1	19.40	164.7	18.19	160.3	18.30	153.7	21.80	159.0	19.26	164.6
P_1	8.84	180.3	8.02	183.1	8.13	182.6	8.76	180.2	8.71	180.6
K_1	26.70	180.3	24.23	183.1	24.56	182.6	26.47	180.2	26.32	180.6
M_2	47.95	162.0	43.15	155.3	48.13	149.8	48.56	152.9	47.88	162.0
S_2	23.36	183.8	22.76	184.9	23.08	185.2	22.28	182.5	23.11	182.2
K_2	6.35	183.8	6.19	184.9	6.28	185.2	6.06	182.5	6.29	182.2

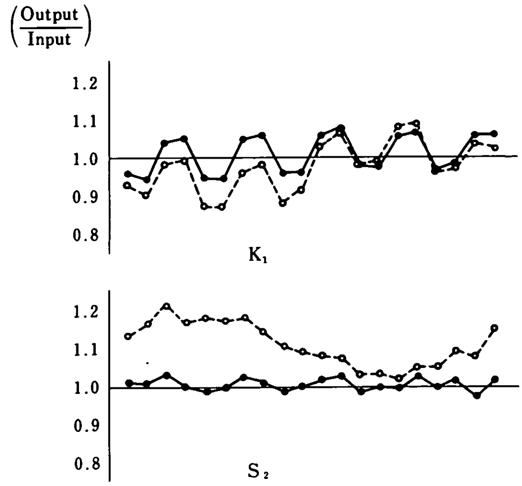


図－9　最小自乗法による振幅の計算誤差（15日間, Case A）

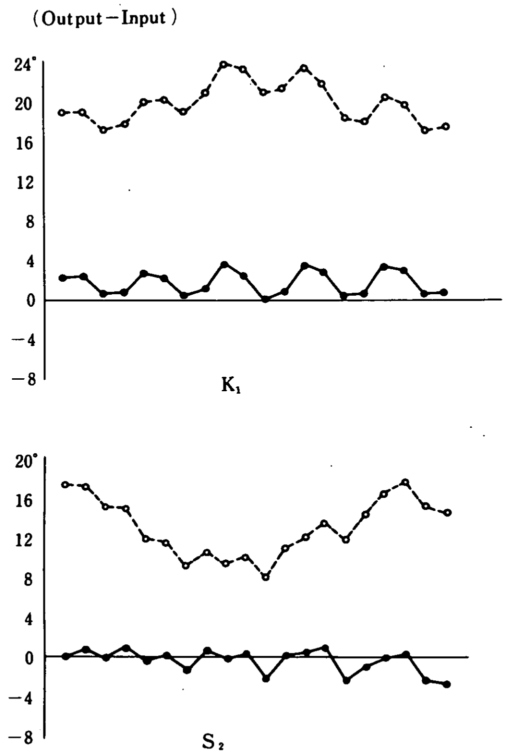
15日間観測の場合，一般に 3.1 (1)で示した10分潮に分離が可能であるとされている。そこでCase Cとして，これらの10分潮を直接調和分解した結果を図－13，図－14に示す。また，Case Dとして，上記の10分潮からP_1潮とK_2潮を除いた8分潮によって調和分解した結果を図－15，図－16に，さらにCase Dの結果から，平衡潮汐論の仮定を用いてK_1，S_2潮を分離した結果をCase Eとして，表－8および図－17，図－18に示す。また図－19には，以上の5ケースについての調和分解結果と入力した値との比較を，20年間の平均値および，その誤差の標準偏差として示す。これらの結果より，Case A，Case Dの方法では，K_1，S_2 分潮の遅角に特に誤差が大きいことがわかる。また，Case Cのように，非常に近い角速度を持った分潮を，短期間のデータを用いて，最小自乗法により強引に分離しようとすると，非常に大きな誤差あるいは大きな標準偏差となって現われることがわかる。Case B，Case Eの結果をみると，これらの誤差の大きさがかなり改善されているのがわかる。このことは，3.2で述べた分離法が，妥当な方法であることを示している。また，Case Eの方法によって得られた結果は，他の方法と比較して，K_1潮とS_2潮の値を補正しているのみならず，M_2潮，O_1潮の誤差，標準偏差の値を小さくしていることがわかる。このことは，たとえ主要四分潮の値のみを知りたい場合でも，Case Eの方法で10分潮の値を求め，その結果から主要四分潮



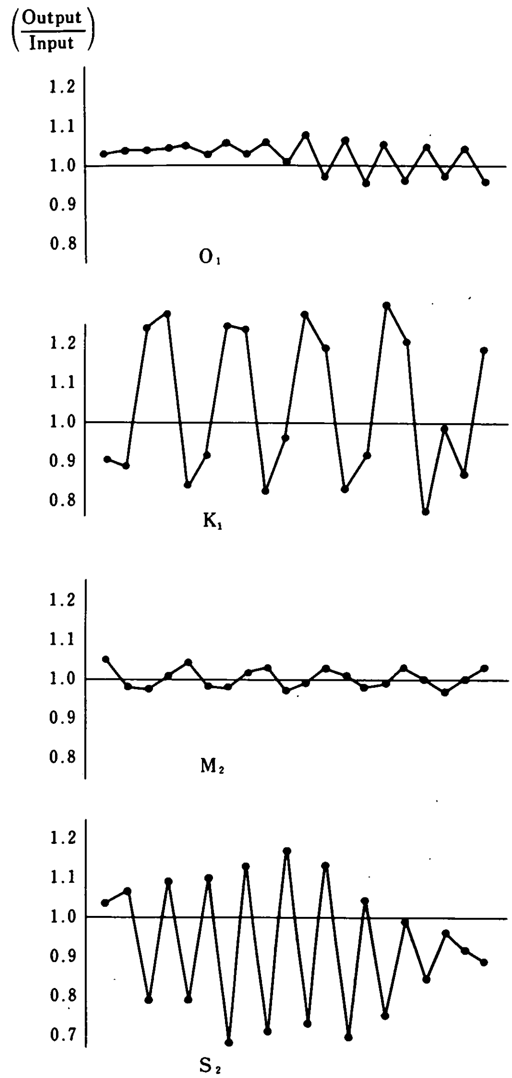
図－10　最小自乗法による遅角の計算誤差（15日間, Case A）



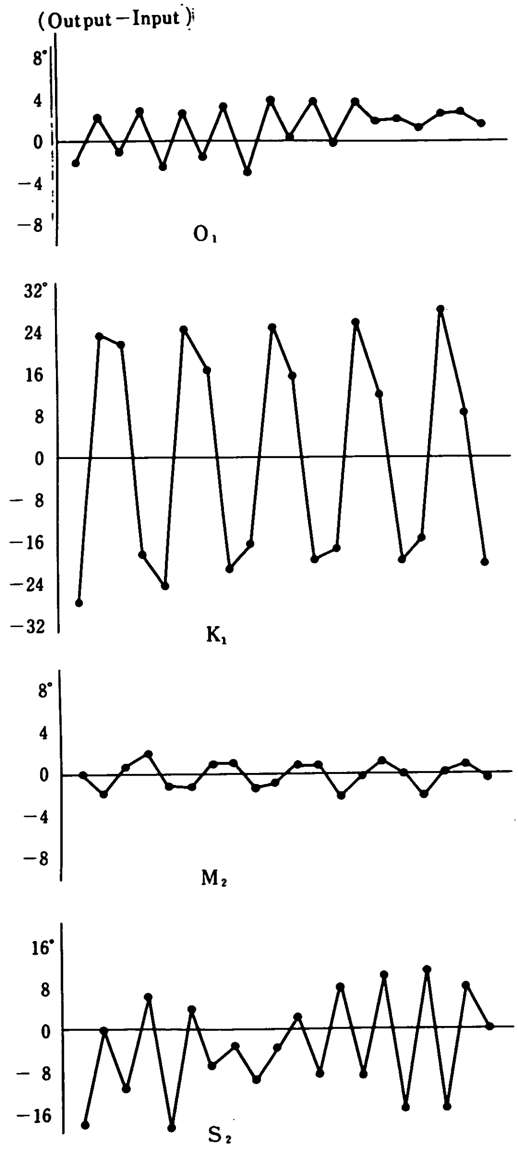
図－１１　最小自乗法による振幅の計算誤差（１５日間，
実線はCase B，破線はCase A）



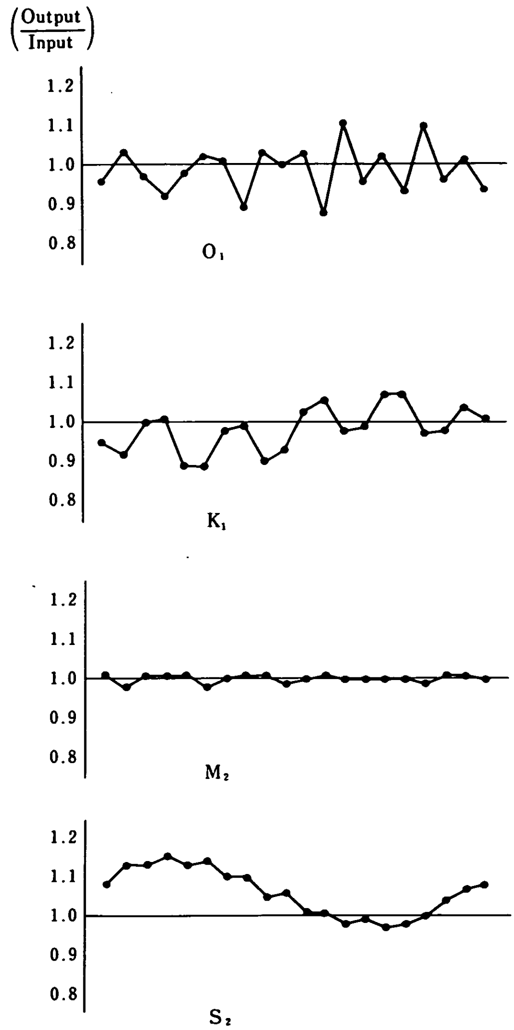
図－１２　最小自乗法による遅角の計算誤差（１５日間，
実線はCase B，破線はCase A）



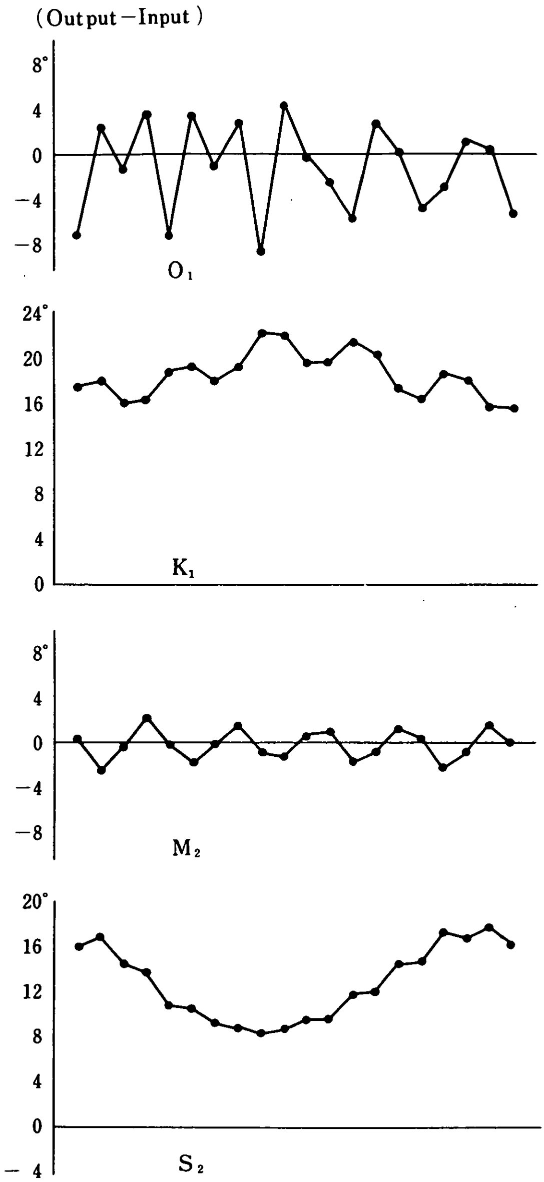
図－１３　最小自乗法による振幅の計算誤差（１５日間，
Case C）



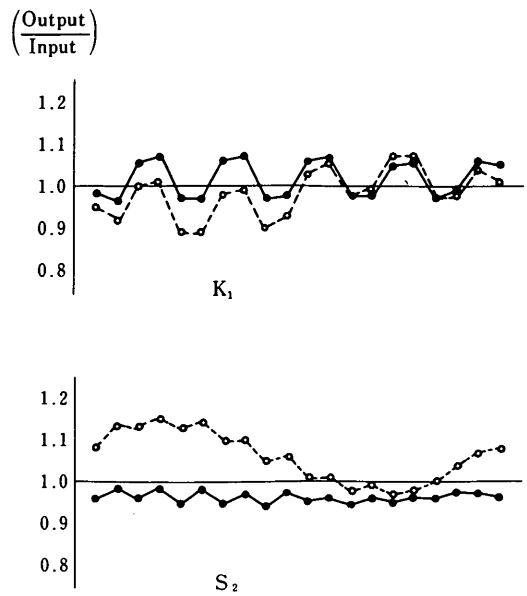
図－14　最小自乗法による遅角の計算誤差
（15日間，Case C）



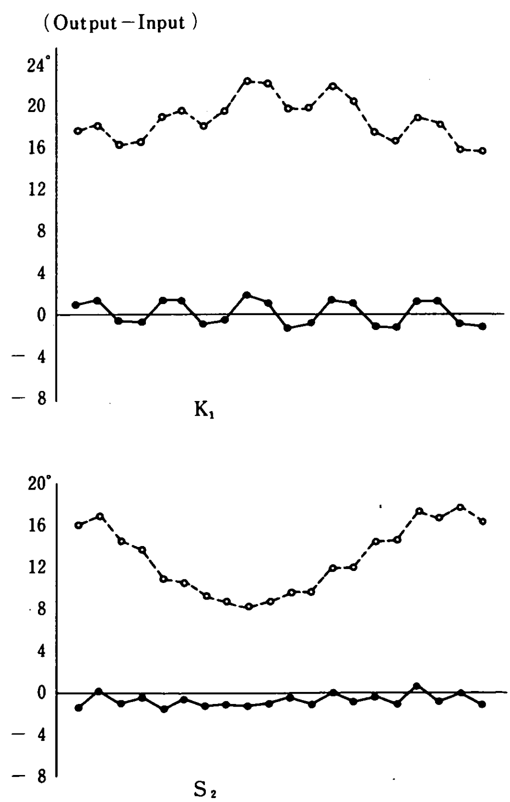
図－15　最小自乗法による振幅の計算誤差
（15日間，Case D）



図－16　最小自乗法による遅角の計算誤差
(15日間，Case D)



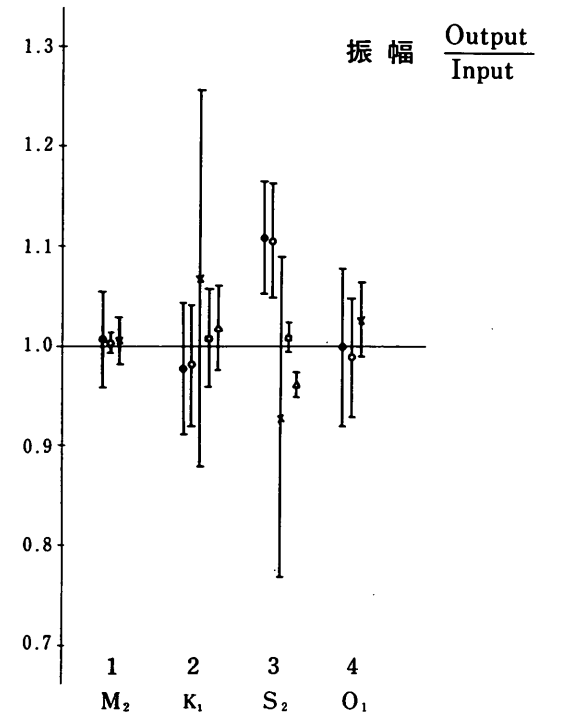
図－17　最小自乗法による振幅の計算誤差 (15日間，実線はCase E，破線はCase D)



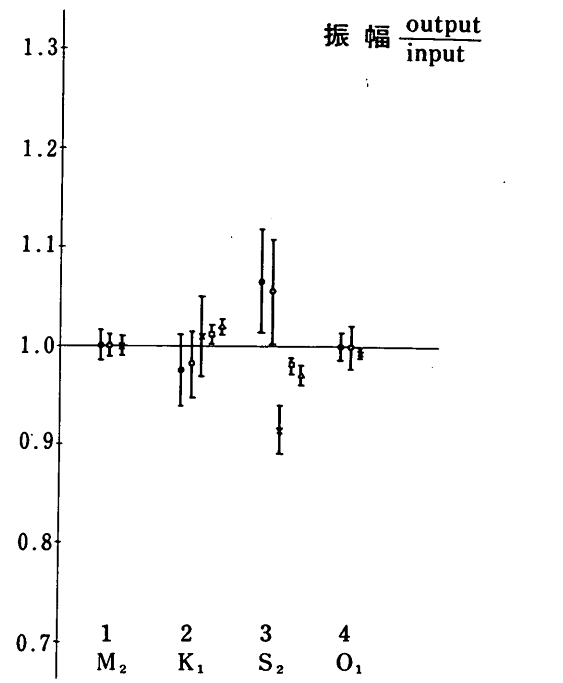
図－18　最小自乗法による遅角の計算誤差 (15日間，実線はCase E，破線はCase D)

表－8　最小自乗法による計算誤差（15日間，Case E）

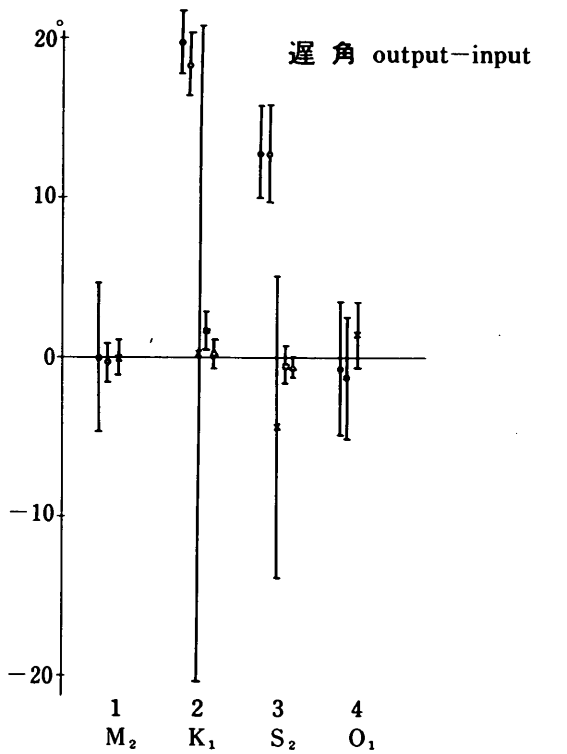
	No. 1		No. 2		No. 3		No. 4		No. 5	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
Q_1	4.81	133.1	4.50	154.2	4.07	156.9	4.75	138.9	4.72	133.3
O_1	18.48	153.1	19.88	162.6	19.23	158.8	17.84	163.7	18.83	153.0
P_1	8.08	180.7	7.94	181.1	8.68	179.2	8.82	179.1	7.98	181.1
K_1	24.42	180.7	24.00	181.1	26.23	179.2	26.64	179.1	24.11	181.1
N_2	7.05	133.9	4.14	140.8	10.07	140.7	4.97	185.4	6.67	134.5
M_2	47.13	155.7	45.74	152.8	47.11	154.7	47.13	157.4	47.06	155.0
S_2	21.87	183.8	22.25	185.3	21.90	184.1	22.15	184.7	21.64	183.6
K_2	5.95	183.8	6.05	185.3	5.96	184.1	6.03	184.7	5.89	183.6
M_4	1.57	101.2	1.49	98.8	1.50	101.8	1.54	96.9	1.49	101.5
MS_4	3.17	132.6	3.11	133.7	3.03	133.8	3.11	132.4	3.16	133.6
	No. 6		No. 7		No. 8		No. 9		No. 10	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
Q_1	4.65	156.5	4.08	154.8	5.06	137.3	5.30	133.5	4.76	158.0
O_1	19.67	163.7	19.48	159.1	17.15	163.0	19.87	151.6	19.21	164.6
P_1	8.02	181.1	8.76	178.9	8.81	179.3	7.98	181.6	8.06	180.9
K_1	24.23	181.1	26.48	178.9	26.63	179.3	24.12	181.6	24.36	180.9
N_2	3.90	155.3	10.01	130.2	6.99	180.7	6.55	135.7	4.56	170.3
M_2	45.82	153.4	46.88	155.2	47.18	156.7	46.98	154.4	46.04	153.9
S_2	22.18	184.5	21.66	184.0	22.01	184.0	21.44	184.0	22.08	184.1
K_2	6.03	184.5	5.89	184.0	5.99	184.0	5.83	184.0	6.01	184.1
M_4	1.51	100.1	1.49	99.4	1.52	98.9	1.51	100.4	1.49	98.7
MS_4	3.08	133.2	3.08	133.5	3.11	133.3	3.13	133.1	3.11	133.6
	No. 11		No. 12		No. 13		No. 14		No. 15	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
Q_1	3.97	152.2	5.63	145.3	5.89	143.2	4.41	160.0	3.94	153.7
O_1	19.91	160.0	16.91	157.7	21.47	154.6	18.53	162.9	19.80	160.5
P_1	8.71	178.4	8.81	178.9	8.06	181.3	8.10	180.9	8.69	178.7
K_1	26.30	178.4	26.61	178.9	24.34	181.3	24.46	180.9	26.24	178.7
N_2	9.24	119.0	8.51	172.4	6.57	133.8	5.82	175.0	8.02	108.0
M_2	46.85	155.8	47.07	156.2	46.68	153.5	46.59	154.4	46.84	156.5
S_2	21.57	184.6	21.87	183.9	21.37	185.2	21.88	184.3	21.64	185.4
K_2	5.87	184.6	5.95	183.9	5.81	185.2	5.95	184.3	5.88	185.4
M_4	1.46	100.3	1.58	99.3	1.46	99.6	1.52	100.0	1.48	98.2
MS_4	3.05	133.6	3.15	132.4	3.14	133.9	3.06	133.7	3.09	133.1
	No. 16		No. 17		No. 18		No. 19		No. 20	
	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
Q_1	5.48	152.5	5.45	147.5	4.19	159.4	4.13	154.4	5.54	151.6
O_1	17.97	155.5	21.24	157.5	18.54	161.4	19.52	160.7	18.21	154.9
P_1	8.72	178.6	8.01	181.1	8.14	181.0	8.73	178.8	8.62	178.7
K_1	26.36	178.6	24.19	181.1	24.60	181.0	26.38	178.8	26.03	178.7
N_2	9.64	163.2	6.49	130.6	7.28	174.0	6.14	97.9	9.97	154.8
M_2	46.80	155.6	46.31	153.0	47.01	154.5	47.12	156.8	46.60	155.3
S_2	21.68	184.1	21.73	185.8	21.93	184.4	22.05	185.2	21.77	184.1
K_2	5.90	184.1	5.91	185.8	5.97	184.4	6.00	185.2	5.92	184.1
M_4	1.53	101.1	1.52	99.7	1.51	99.0	1.47	98.8	1.54	102.2
MS_4	3.16	133.3	3.10	133.2	3.10	133.7	3.08	133.4	3.18	132.9



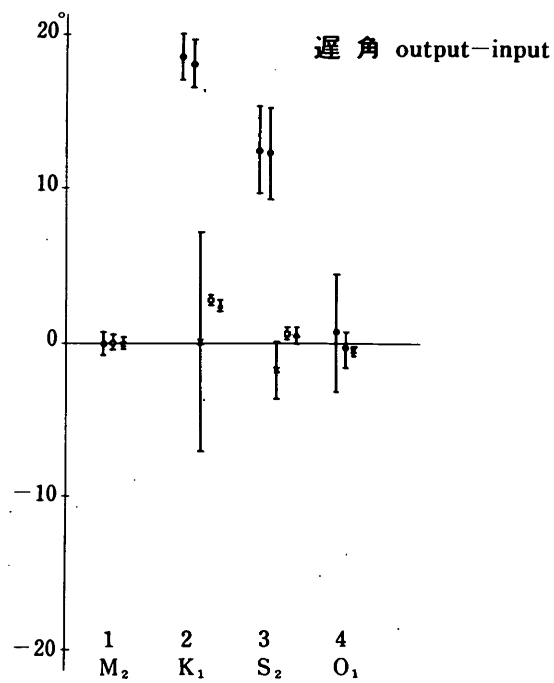
図－19(a) 15日間データ，振幅の平均値および標準偏差
（● Case A，□ Case B，× Case C，○Case D，△Case E）



図－20(a) 1か月間データ，振幅の平均値および標準偏差
（●Case A，□Case B，× Case C，○Case D，△Case E）



図－19(b) 15日間データ，遅角の平均値および標準偏差
（●Case A，□Case B，× Case C，○Case D，△Case E）



図－20(b) 1か月間データ，遅角の平均値および標準偏差
（●Case A，□Case B，× Case C，○Case D，△Case E）

表－9　Case EとCase Fの比較（1か月間データ）

		10分潮（Case E）				13分潮（Case F）			
分潮		H	$\sigma(H)$	κ	$\sigma(\kappa)$	H	$\sigma(H)$	κ	$\sigma(\kappa)$
1	Q_1	3.83	0.11	156.7	1.1	3.82	0.11	156.7	1.1
2	O_1	19.27	0.36	160.2	1.1	19.27	0.36	160.2	1.2
3	P_1	8.39	0.06	182.2	0.3	8.39	0.06	182.2	0.3
4	K_1	25.34	0.17	182.2	0.3	25.34	0.17	182.2	0.3
5	μ_2	–	–	–	–	1.49	0.26	180.7	8.6
6	N_2	7.37	1.52	149.0	17.6	7.05	0.44	150.0	3.6
7	ν_2	–	–	–	–	1.37	0.08	150.0	3.6
8	M_2	46.76	0.54	155.2	0.5	46.76	0.35	155.2	0.5
9	L_2	–	–	–	–	1.77	0.55	171.9	22.9
10	S_2	22.08	0.19	185.7	0.6	22.13	0.19	185.8	0.5
11	K_2	6.01	0.05	185.7	0.6	6.02	0.05	185.8	0.5
12	M_4	1.51	0.01	99.1	0.3	1.50	0.01	99.0	0.2
13	MS_4	3.10	0.01	133.6	0.1	3.10	0.01	133.6	0.1

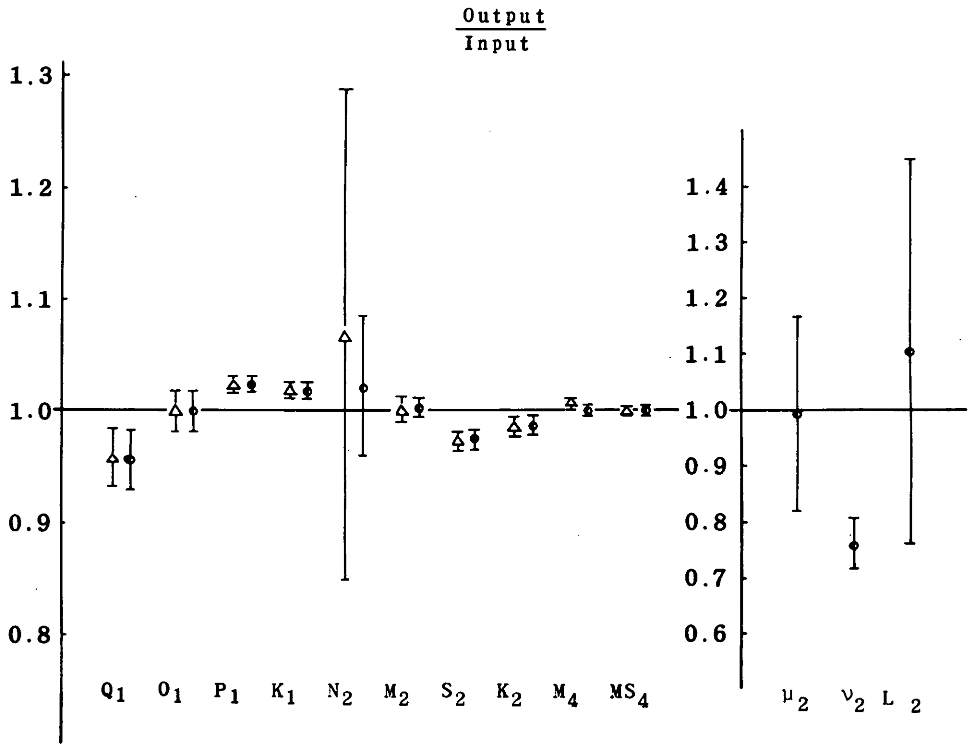
の値を取り出した方が精度良いことがわかる。しかしながら，表－8からわかるように，15日間データではQ_1潮あるいはN_2潮のように振幅の小さな分潮については，あまり精度よい結果は得られていないことがわかる。

同様の検討を1か月間データについても行った。その結果を図－20(a),(b)に示す。15日間データの場合と比べて，振幅・遅角とも，かなり精度が改善されているのがわかる。しかし，K_1潮，S_2潮の誤差については同様の傾向を示しており，やはり平衡潮汐論の仮定に基づいて，これらの分潮を分離する必要がある。

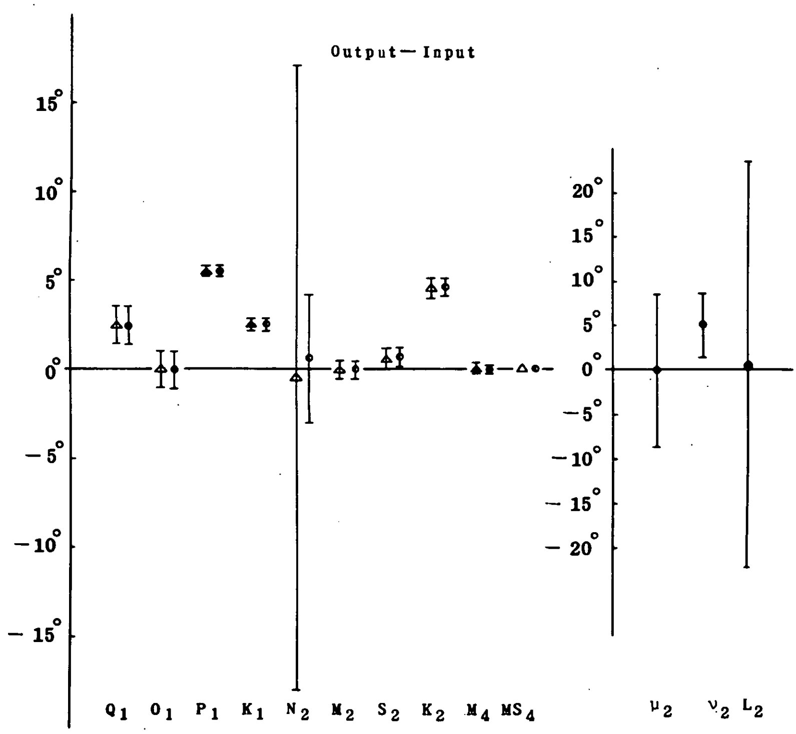
3.1で述べたように，1か月間観測で分離できる分潮は13（Q_1，O_1，P_1，(K_1)μ_2，N_2(ν_2)，M_2，L_2，S_2，(K_2)，M_4，MS_4）であるといわれている。そこで，表－5に示すCase EとCase Fの方法により，計算の精度の両者の比較を行った。その結果を，表－9，および図－21(a)，(b)に20年間の平均値および標準偏差として示す。これらの結果より，N_2潮の調和定数値の精度がCase Eでは悪いのに対し，Case Fでは，かなり改善されていることがわかる。他の分潮に対しては，M_2潮でCase Fの方が若干精度が向上している他は，ほとんど同じ精度をもっている。したがって，Case EよりはCase Fの方が精度が高いことを示している。しかし，Case Fを用いることによって増加したμ_2，ν_2，L_2潮の精度は30～40%の誤差を示しており，あまり良くない。特にL_2潮の精度は，極端に悪いことを示している。

表－10　3か月間データによる調和分解（28分潮）

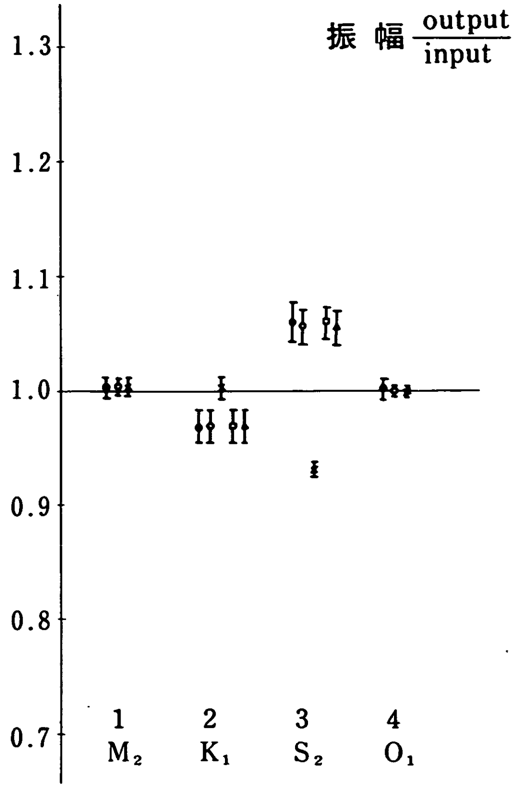
分潮		Case 1		Case 2		Case 3	
		H	κ	H	κ	H	κ
1	S_a	10.38	167.8	10.29	168.0	10.47	167.6
2	S_{sa}	2.29	185.7	2.29	186.4	2.30	185.0
3	M_m	1.80	285.8	1.80	285.8	1.80	285.8
4	M_{sf}	0.60	90.9	0.60	90.9	0.60	90.9
5	M_f	1.50	160.8	1.50	160.8	1.50	160.8
6	Q_1	4.00	154.2	4.00	154.2	4.00	154.2
7	O_1	19.30	160.2	19.30	160.2	19.30	160.2
8	M_1	1.00	196.5	1.00	196.5	1.00	196.5
9	π_1	0.00	–	0.00	–	0.00	–
10	P_1	8.20	176.7	8.20	176.7	8.20	176.7
11	K_1	24.90	179.7	24.90	179.7	24.90	179.7
12	J_1	1.30	194.7	1.30	194.7	1.30	194.7
13	$2N_2$	0.00	–	0.00	–	0.00	–
14	μ_2	1.50	180.8	1.50	180.8	1.50	180.8
15	N_2	6.90	149.4	6.90	149.4	6.90	149.4
16	ν_2	1.80	145.1	1.80	145.1	1.80	145.1
17	M_2	46.70	155.2	46.70	155.2	46.70	155.2
18	L_2	1.60	171.2	1.60	171.2	1.60	171.2
19	T_2	1.40	165.8	1.40	165.8	1.40	165.8
20	S_2	22.70	185.1	22.70	185.1	22.70	185.1
21	K_2	6.10	181.2	6.10	181.2	6.10	181.2
22	M_3	1.10	162.7	1.10	162.7	1.10	162.7
23	M_4	1.50	99.0	1.50	99.0	1.50	99.0
24	MS_4	3.10	133.6	3.10	133.6	3.10	133.6
25	M_6	0.20	106.1	0.20	106.1	0.20	106.1
26	$2MS_6$	0.00	–	0.00	–	0.00	–
27	$2SM_6$	0.00	–	0.00	–	0.00	–
28	M_8	0.00	–	0.00	–	0.00	–



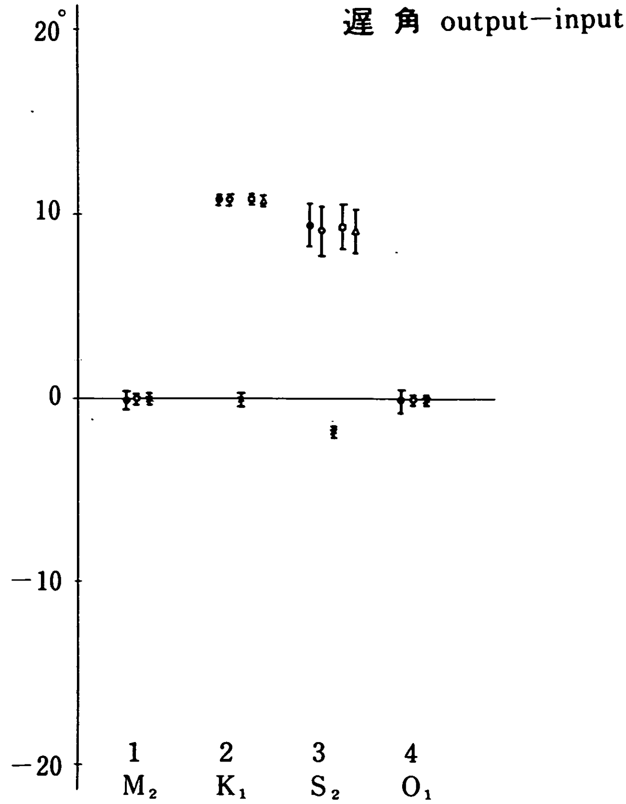
図－21 (a)　1ケ月間データ　振幅の平均値および標準偏差　（△Case E，◐Case F）



図－21 (b)　1か月間データ　遅角の平均値および標準偏差　（△Case E，◐Case F）



図－22(a)　3か月間データ，振幅の平均値および標準偏差
（●Case A，□Case B，×Case C，○Case D，△Case E）



図－22(b)　3か月間データ，遅角の平均値および標準偏差
（●Case A，□Case B，×Case C，○Case D，△Case E）

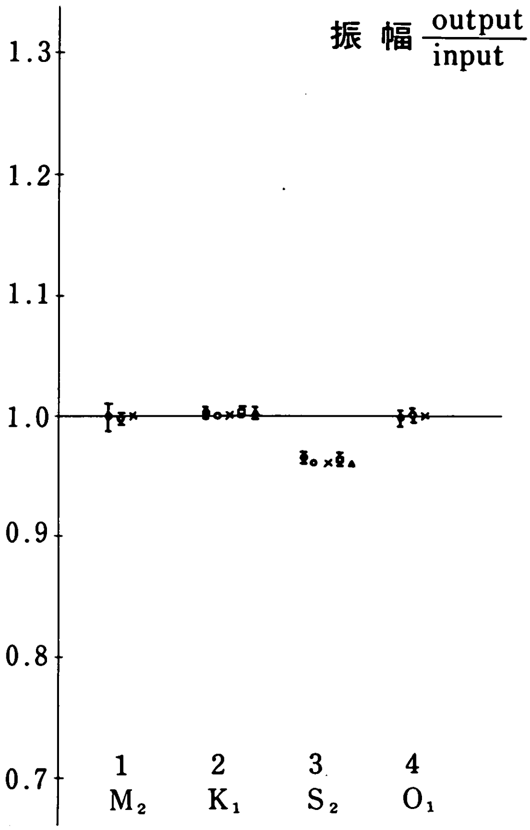
以上のように，分離する分潮数を適切に増加することにより，比較的振幅の大きな分潮に対しての精度は向上するが，後から追加した比較的振幅の小さな分潮の精度は，あまり良くないことに注意を要する。

次に3か月間という比較的長い観測期間についての検討を行なう。図－22(a)，(b)よりわかるように，Case C，すなわち10分潮を直接調和分解する方がCase Eよりも良い結果を示している。したがって，3か月間の場合にはCase Cによる方法，あるいは観測データを1か月毎に分割して，その各々についてCase EあるいはCase Fの方法で求め，それらを平均する方法が良いものと考えられる。3か月間データの場合にCase Eの方法の精度が悪くなる原因は，式(83)の$\overline{\cos\delta t}$の値が1に比べてかなり小さくなることからもわかるように，平衡潮汐論の仮定を用いて式(70)，(71)を長期間にわたって成立するとしたことに無理があるものと考えられる。また，表－10には3か月間のデータを28分潮に調和分解した結果を示す。非常に精度が良いのがわかる。これは，計算機の中で作られた潮汐波は，28分潮の合成波であり誤差を全然含まないことから，本来分離しにくい分潮も精度良く分離できたものと考えられる。

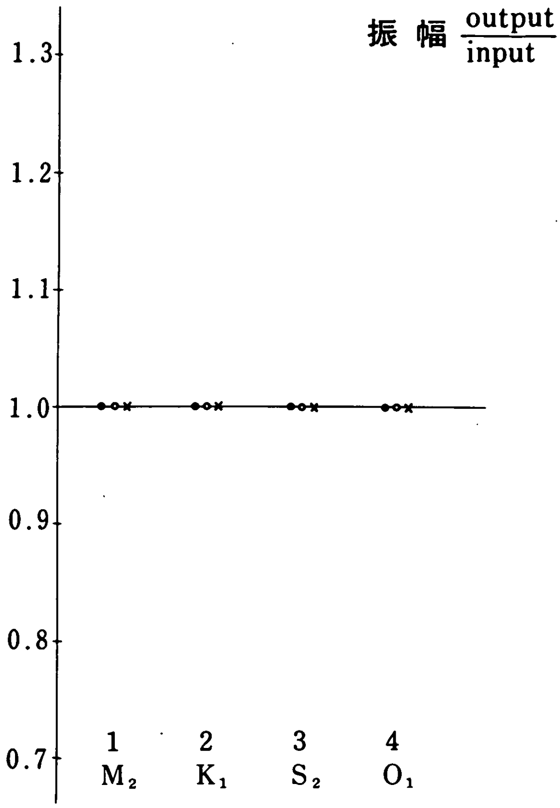
以上のことより，3か月という比較的長いデータを用いる場合には，Case Cの方法によるか，あるいは13分潮または28分潮について調和分解を実行し，その結果から主要な分潮の値のみを取り出した方が良いと思われる。

6ヶ月間データ（図－23(a)，(b)）の結果についても，大体において，3か月間データの場合と同じようなことが言える。

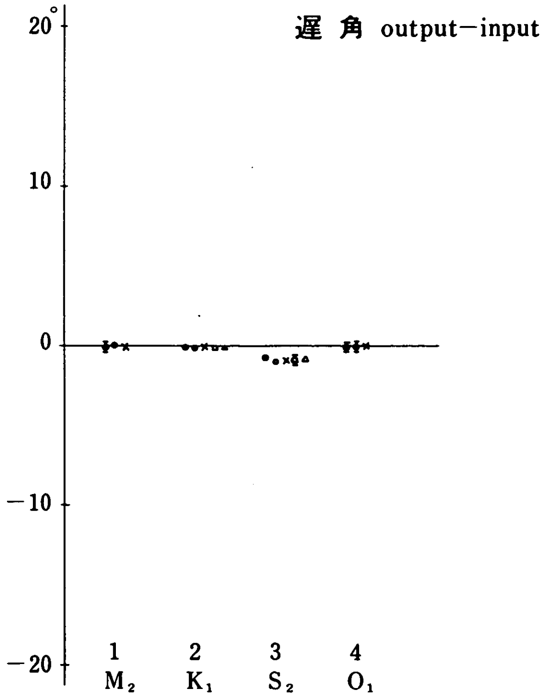
1か年のデータを用いた場合になると，図－24(a)，(b)に示すように，Case A，C，Dのいずれの方法を用いても，振幅・遅角ともに精度良い結果を得ており，ど



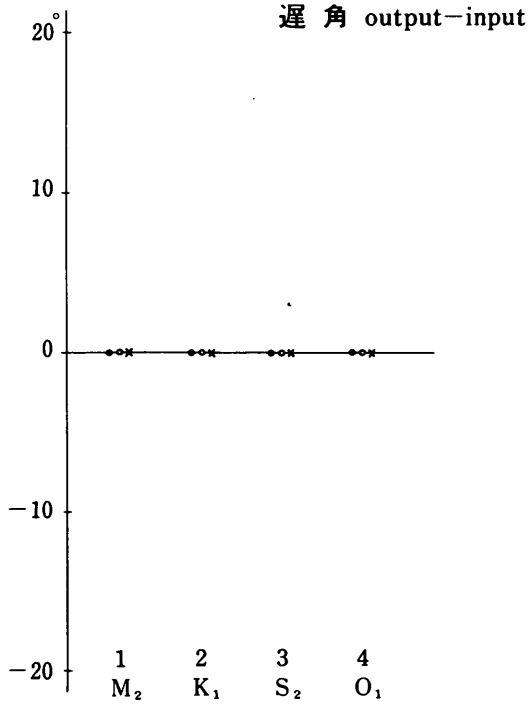
図−23(a)　6か月間データ，振幅の平均値および標準偏差
(● Case A，□ Case B，× Case C，○ Case D，△ Case E)



図−24(a)　1か年データ，振幅の平均値および標準偏差
(● Case A，× Case C，○ Case D)



図−23(b)　6か月間データ，遅角の平均値および標準偏差
(● Case A，□ Case B，× Case C，○ Case D，△ Case E)



図−24(b)　1か年データ，遅角の平均値および標準偏差
(● Case A，× Case C，○ Case D)

の方法を採っても問題はないと思われる。また，28分潮について調和分解を実行しても，総ての分潮が精度よく分離が可能である。

以上に述べた検討結果より，測得されたデータの期間の長さにより，それ相応の分潮に調和分解することが精度良いことを示した。簡単にまとめると，15日間観測ではCase E，1か月間観測ではCase F，3か月以上の観測ではCase C，あるいはそれ以上の分潮数を直接最小自乗法により調和分解するのが最も精度が良い。また，1年間のデータがあれば，短周期の分潮は総て分離が可能である。これらの結果を表－11に示す。

表－11　観測期間の長さと精度良い分離法

観測期間	精度良い分離法
15日間データ	Case E (Q_1, O_1, P_1 (K_1), N_2, M_2, S_2 (K_2), M_4, MS_4)
1ケ月間データ	Case F (Q_1, O_1, P_1 (K_1), μ_2, N_2 (ν_2), M_2, L_2, S_2 (K_2), M_4, MS_4)
3ケ月間～6ケ月間データ	データを1か月毎に分割してCase F，あるいはCase C 又はそれ以上の主要な分潮で最小自乗法により直接分離
1年間データ	短周期の分潮であれば総て分離可能，最小自乗法により直接分離

ただし，ここで用いた潮位記録は計算機の中で作られた誤差を含まない理想的なものであって，潮汐以外の原因による水位変化は全然含まれていない。しかしながら，実際の潮位記録には，気圧変動，風の吹きよせ，波の効果，海流の影響等が含まれており複雑である。また，これらの影響は比較的振幅の小さな分潮の調和定数に大きく表われるものと考えられる。したがって，ここでの精度に対する量的な議論は計算機の中だけのものであって，実際の問題とは若干異なるものであることを考慮する必要がある。

3.4　気圧変動，欠測などによる調和分解の誤差

実際の海の水位は，常に潮汐予報通りとは限らない。これは，潮汐の予報値そのものにも誤差が含まれていると思われるが，その他の要因，たとえば気圧変動，風の吹きよせによる水位上昇，異常潮位などによる差異も考えられる。特に，気圧変動による影響が最も大きいと考えられる。一般に高気圧と低気圧との気圧差は20～30 mb程度ある。1 mbの気圧差が水位変動に及ぼす影響は約1 cmであるから，気圧変動の水位に及ぼす影響は無視できないものと考える。

ここでは，気圧変動が調和定数値に与える影響を調べるために，以下に述べる検討を行った。表－3に示す調和定数は気圧変化を考慮しない結果である。次に，潮位記録から気圧変動による水位上昇（あるいは降下）量を考慮した値を用いて調和分解を実施する。修正された潮位のデータは

$$\eta_{mod} = \eta_{ob} + (P_{ob} - \overline{P}) \tag{95}$$

で与えられる。ここにおいて

η_{mod} ：修正された潮高（cm）
η_{ob} ：観測された潮高（cm）
P_{ob} ：観測された気圧（mb）
$\overline{P}$ ：平均気圧（mb）

である。表－12 に気圧変動の影響を考慮に入れた結果を示す。表－3の結果と比較すると，3月のK_1 潮の振幅が約1 cm変化したのが最大で，他の分潮については5 mm 以下と，その変化が小さいことがわかる。また，3か月間のデータを用いて計算した結果について比較したものが表－13である。気圧を考慮した場合としない場合の差異は，S_2潮において最大で，振幅が4 mm，遅角が2°程度で，他の分潮の結果はほとんど同じである。以上のことより，気圧変動が調和分解に与える影響はあまり大きいものではないと考えられる。これは，気圧差による水位上昇（降下）の大きさは20～30 cmと非常に大きいのに対して，その変動の周期が，たとえば春・秋の移動性高気圧の場合を考えると，約1週間と潮汐の周期と大きく異っているために，その影響が取り除けるものと考えられる。当然のことながら，気圧変動を考慮に入れた場合，調和分解の結果の精度は上がるものと考えられるが，計算の入力データの量が2倍になること，短期間のデータでは計算そのものに若干の誤差が含まれること，さらに長期間のデータになれば，気圧変動の効果は除去され易いこと等を考えると，気圧についてはあまり神経質になる必要はないと思われる。ただし，振幅の小さな分潮まで精度良く分離するためには，観測期間を十分に長くするとともに，気圧変動の影響を考慮する必要があるであろう。

次に，データの欠測についての考察を加える。潮流観測の場合，複数の流速計を海中に設置する必要があるために，長期間の観測が難しいばかりでなく，欠測を含んだデータとなることがよくある。この場合，再度同様な調査を行うことが望ましいが，予算の関係上再調査は困難であることが多い。このような観点から，データに欠測があった場合の調和分解の結果の誤差について若干の考察を行った。

表－14に，15日間のデータにおいて3日間の欠測があった場合，5日間の欠測があった場合，および7日間の欠測があった場合についての結果を示す。3日間の欠

表－12　気圧変動を考慮に入れた調和分解（1か月間）

分潮		1978年3月		1978年11月		1978年12月		1979年1月	
		H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	4.08	181.9	4.22	169.4	3.79	166.4	3.64	186.8
2	O_1	19.70	181.9	18.95	179.2	18.18	178.3	17.70	180.8
3	K_1	23.76	203.8	26.16	199.7	27.23	203.0	27.69	204.8
4	μ_2	4.16	159.0	3.76	154.8	4.14	150.0	5.40	161.8
5	N_2	6.92	202.7	7.39	201.2	5.17	200.1	6.23	212.4
6	M_2	31.65	202.7	30.37	213.2	30.15	211.9	32.01	212.9
7	L_2	0.93	196.1	1.59	241.3	0.49	269.2	0.37	247.2
8	S_2	18.43	227.7	17.86	218.0	17.70	217.2	18.16	223.8
9	M_4	1.25	16.9	1.36	34.3	1.28	26.9	1.47	22.3
10	MS_4	1.59	64.1	1.04	38.0	0.86	62.8	0.88	86.2
11	P_1	7.87	204.5	8.66	200.4	9.01	203.7	9.17	205.5
12	K_2	5.01	227.0	4.86	217.3	4.82	216.5	4.94	223.1
13	ν_2	1.34	202.1	1.43	200.5	1.00	199.4	1.21	211.8

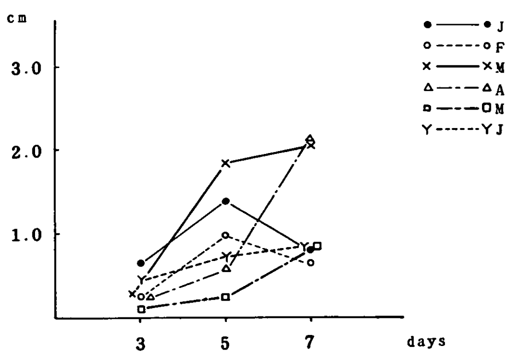
表－13　気圧変動を考慮に入れた調和分解
（3か月間）

分潮		考慮したケース		無視したケース	
		H	κ	H	κ
1	Q_1	3.99	177.5	3.97	176.2
2	O_1	18.97	179.5	18.98	179.5
3	P_1	9.01	200.5	8.94	199.2
4	K_1	26.05	204.1	25.74	203.7
5	μ_2	4.45	155.6	4.50	155.7
6	N_2	6.81	209.0	6.82	209.0
7	ν_2	0.85	274.6	0.83	275.9
8	M_2	30.84	212.9	30.80	213.0
9	L_2	0.66	276.2	0.63	277.5
10	S_2	18.40	219.9	18.81	221.8
11	K_2	5.61	215.4	5.60	216.1
12	M_4	1.40	27.0	1.41	27.6
13	MS_4	0.90	59.3	0.90	60.6

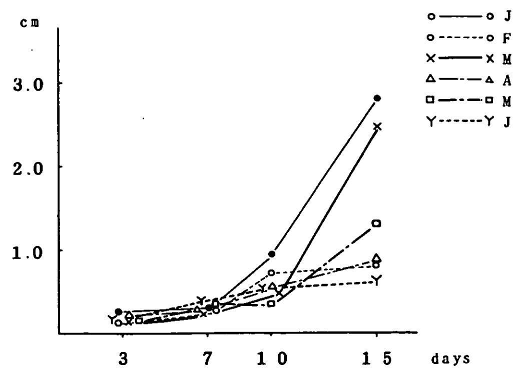
測の場合の振幅の差異が最大1.5 cm程度，また7日間の欠測の場合が最大3.5 cm程度であった。遅角については，振幅の小さな分潮の場合には，かなり大きな差異となって現われているが，主要四分潮の場合にはそう大きな差異とはなっていない。

1か月間データについての同様の検討結果を表－15に示す。この表より，観測期間の1/2の15日間の欠測の場合には，計算結果に大きな違いが現われるが，約1/4の7日間程度の欠測では，振幅の誤差は1 cm以内にはいっており，そう大きな差異はないものと考えられる。

これらの欠測による誤差の程度を1978年1月から6月までのデータに人為的に欠測期間を作り見積った。その結果を図－25に示す。図中の誤差の見積りは式(96)によった。



図－25(a)　欠測による誤差（15日間観測の場合）



図－25(b)　欠測による誤差（1か月間観測の場合）

表－14　欠測がある場合（15日間データ）

1978年1月		欠測なし		3日欠測		5日欠測		7日欠測	
分	潮	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	3.86	152.2	4.02	151.8	3.04	142.4	3.93	110.9
2	O_1	20.31	180.5	19.98	180.1	18.59	180.0	22.73	179.6
3	K_1	25.96	200.2	25.64	200.6	24.24	201.8	26.11	202.7
4	N_2	9.05	168.9	8.43	176.1	8.36	182.2	9.08	176.3
5	M_2	31.10	219.6	32.09	220.0	32.56	220.6	31.25	221.3
6	S_2	17.10	213.8	18.53	211.3	19.87	211.8	16.80	209.2
7	M_4	1.95	7.6	1.51	1.0	0.84	354.8	2.15	339.2
8	MS_4	0.94	96.5	1.37	113.6	1.90	130.8	1.56	73.1
9	P_1	8.59	200.9	8.49	201.4	8.02	202.6	8.64	203.4
10	K_2	4.64	213.0	5.04	210.6	5.40	211.1	4.57	208.4
1978年2月		欠測なし		3日欠測		5日欠測		7日欠測	
分	潮	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	2.64	201.5	2.99	193.0	1.10	192.5	3.52	183.7
2	O_1	21.59	178.1	21.81	168.8	21.73	173.0	21.19	169.1
3	K_1	28.42	199.0	28.40	199.3	30.87	196.1	28.73	199.2
4	N_2	10.09	169.0	10.10	156.7	10.09	173.6	9.28	149.2
5	M_2	27.81	213.9	28.22	204.4	28.41	214.9	29.38	205.3
6	S_2	19.69	222.1	20.15	220.7	20.57	222.6	19.54	222.2
7	M_4	1.56	29.8	1.20	4.7	1.47	10.8	1.51	6.5
8	MS_4	1.27	101.1	1.24	109.6	0.86	99.8	1.55	114.4
9	P_1	9.41	199.7	9.40	199.3	10.22	196.9	9.51	199.2
10	K_2	5.36	221.3	5.48	220.7	5.60	221.9	5.31	222.2

表－15　欠測がある場合（1か月間データ）

1978年1月		欠測なし		3日欠測		7日欠測		10日欠測		15日欠測	
分	潮	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	3.30	176.7	2.98	174.1	3.22	163.9	3.39	139.3	4.67	105.1
2	O_1	20.40	180.9	19.94	180.8	20.55	180.6	21.66	178.0	24.65	178.5
3	K_1	26.01	202.6	25.78	203.6	25.71	204.3	24.75	205.0	25.25	203.2
4	μ_2	4.09	159.9	3.60	159.0	3.21	154.8	2.29	145.6	5.58	120.6
5	N_2	6.88	210.4	7.00	213.8	6.62	214.6	5.59	215.8	12.47	192.8
6	M_2	30.29	212.8	30.52	213.5	30.27	213.0	30.25	210.9	33.39	230.4
7	L_2	1.18	317.0	1.03	334.3	1.22	334.7	1.79	2.6	7.07	252.8
8	S_2	18.67	222.8	19.01	222.0	19.16	221.4	20.14	222.2	19.48	208.5
9	M_4	1.63	18.1	1.44	21.2	1.48	12.4	1.45	0.2	1.54	332.6
10	MS_4	1.12	83.5	1.29	88.7	1.40	76.2	1.73	76.8	1.68	101.5
11	P_1	8.61	203.4	8.53	204.3	8.51	205.1	8.19	205.7	8.36	204.0
12	K_2	5.08	222.1	5.17	221.3	5.21	220.7	5.48	221.5	5.30	207.8
13	ν_2	1.33	209.7	1.36	213.2	1.28	213.9	1.08	215.1	2.42	192.2
1978年2月		欠測なし		3日欠測		7日欠測		10日欠測		15日欠測	
分	潮	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	Q_1	4.35	160.1	4.26	166.2	4.46	159.3	5.18	149.8	4.29	169.8
2	O_1	19.78	177.7	19.53	178.7	20.06	179.3	20.57	181.4	20.51	175.8
3	K_1	27.65	204.3	27.30	204.5	26.94	204.3	27.50	204.0	28.25	203.4
4	μ_2	3.37	157.7	3.27	155.4	3.21	146.8	2.16	144.1	3.70	123.0
5	N_2	8.08	204.5	8.01	205.1	7.67	202.5	6.47	207.4	9.27	185.7
6	M_2	30.54	209.4	30.49	209.4	30.97	209.1	31.32	206.6	31.11	215.9
7	L_2	0.84	247.0	0.84	248.1	0.77	216.3	1.10	135.6	2.83	281.6
8	S_2	18.85	227.6	18.83	227.4	18.92	228.8	19.54	231.8	20.06	225.7
9	M_4	1.43	15.6	1.34	12.5	1.39	7.6	1.37	0.8	1.24	345.1
10	MS_4	1.37	77.6	1.27	81.0	1.42	78.9	1.59	82.5	1.56	98.8
11	P_1	9.15	205.0	9.04	205.2	8.92	205.0	9.10	204.7	9.35	204.1
12	K_2	5.13	226.8	5.12	226.6	5.15	228.1	5.32	231.1	5.46	224.9
13	ν_2	1.57	203.8	1.55	204.5	1.49	201.9	1.26	206.7	1.80	185.1

$$E=\left\{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(h_i-H_i)^2\right\}^{1/2} \tag{96}$$

ここにおいて，

E：欠測による振幅の平均的な誤差

N：調和分解の分潮数

h_i：欠測があった場合の分潮 i の振幅

H_i：欠測がない場合の分潮 i の振幅

を示す。この図より，15日間観測の場合には3日程度，1か月間観測の場合には7日程度の欠測であるならば，0.5～1cmの誤差の範囲におさまるものと期待される。したがって，短期間の観測において1/4程度のデータの欠測した場合の調和分解は，結果の精度が落ちることは避けられないとしても可能であると考えられる。

以上述べた結果は，あくまでも試算であって厳密な誤差の検討ではない。欠測に対する精度の見積りはかなり複雑な問題である。それは，欠測が連続して起った場合，あるいは断続的に起った場合，また欠測の時期が大潮の場合あるいは小潮の場合など数多くの欠測の可能性があり，その欠測の仕方によって誤差の程度が変化するものと思われる。ここでは，3～4通りの場合の欠測例について計算を実施したのみにすぎない。もちろん，精度上から言っても，欠測はないことが望ましいことは言うまでもない。また，欠測が生じた場合には，結果にそのことを明記する必要があるであろう。

3.5 長期間の観測結果に基づく調和定数の変動

これまで，比較的短期間での観測データについての調和分解の誤差について述べた。これは，1年間のデータがあれば，計算法による誤差は非常に小さくなるためである。しかしながら，実際の長期間の潮位記録から，1年間毎にデータを分割し，その各々について調和分解を実行すると，必ずしも同じ調和定数を得るとは限らない。表－16に久里浜湾の10年間の潮位記録を1年毎に分割して調和分解した結果を示す。長周期潮の S_a，S_{sa} 潮については変動幅が大きく，あまり良い精度とは言えない。短周期潮については，π_1，L_2，T_2 潮を除いて，ほぼ満足できる結果であると思われる。表－16 の結果から，主要四分潮についての振幅および遅角の変化の様子を図－26(a)，(b)に示す。1972年の結果を除いて，変動の

表－16　10年間の調和定数の変化（久里浜湾）

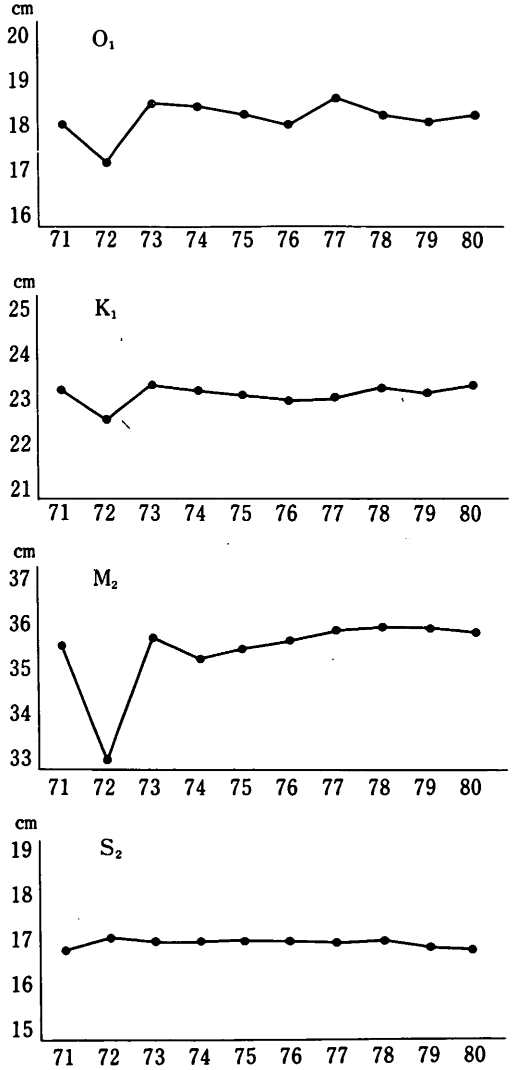
		1971		1972		1973		1974		1975	
		H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	S_a	10.87	169.8	10.70	174.9	6.99	169.2	10.20	145.8	11.48	188.3
2	S_{sa}	7.06	293.6	3.47	261.4	3.04	62.7	1.67	351.7	2.14	280.1
3	M_m	0.47	262.2	1.36	306.0	1.09	8.3	1.71	161.4	0.28	146.5
4	M_{sf}	2.39	219.4	1.46	3.3	1.29	250.5	2.42	325.0	0.60	259.0
5	M_f	1.16	145.0	1.30	176.2	0.65	52.1	1.87	94.3	1.02	259.9
6	Q_1	3.97	146.9	3.94	160.7	3.82	149.8	3.65	153.2	3.98	147.4
7	O_1	18.23	158.4	17.36	159.6	18.72	158.5	18.62	159.4	18.46	159.2
8	M_1	0.90	170.1	0.59	235.3	0.85	253.6	0.66	293.1	0.77	333.3
9	π_1	0.50	202.2	1.19	275.7	0.56	209.3	0.35	183.4	0.43	205.9
10	P_1	7.48	175.6	8.11	178.4	7.77	174.9	7.54	172.7	7.57	173.3
11	K_1	23.38	178.0	22.74	175.3	23.50	177.0	23.40	177.2	23.30	176.9
12	J_1	1.31	198.8	1.61	173.3	1.28	192.2	1.14	183.5	1.15	201.2
13	$2N_2$	0.59	165.8	2.19	146.9	0.79	144.1	0.74	180.4	0.80	154.7
14	μ_2	0.86	147.4	0.91	122.2	0.93	149.1	1.42	166.6	0.91	149.7
15	N_2	5.10	137.8	4.93	163.7	5.62	141.4	5.34	144.0	5.71	146.2
16	ν_2	1.03	145.2	2.38	139.8	1.24	141.5	1.30	158.3	1.02	157.5
17	M_2	35.80	148.0	33.18	146.7	35.95	147.1	35.44	147.7	35.69	148.2
18	L_2	1.17	140.0	2.16	221.9	1.00	163.7	1.55	165.9	1.40	163.4
19	T_2	0.89	154.5	0.86	248.4	1.07	164.3	1.06	139.6	0.09	157.3
20	S_2	16.99	176.8	17.29	177.1	17.20	176.1	17.19	175.7	17.22	176.4
21	K_2	4.52	169.8	4.47	190.4	4.62	170.2	4.51	176.2	4.81	170.9
22	M_3	0.48	131.5	0.51	314.2	0.52	320.9	0.56	320.0	0.51	327.8
23	M_4	0.14	341.2	0.04	13.4	0.09	40.6	0.04	98.9	0.07	110.3
24	MS_4	0.15	27.2	0.23	4.4	0.20	2.4	0.18	2.9	0.14	19.8
25	M_6	0.05	314.9	0.06	113.0	0.04	340.9	0.02	299.1	0.02	53.0
26	$2MS_6$	0.03	318.5	0.03	102.7	0.04	30.1	0.09	121.4	0.08	76.1
27	$2SM_6$	0.06	63.6	0.05	316.9	0.02	217.0	0.03	89.3	0.10	81.4
28	M_8	0.02	253.9	0.03	354.3	0.03	117.6	0.04	323.1	0.02	74.2
Mean level		165.35		169.9		169.5		168.7		161.9	

表－16 (2)

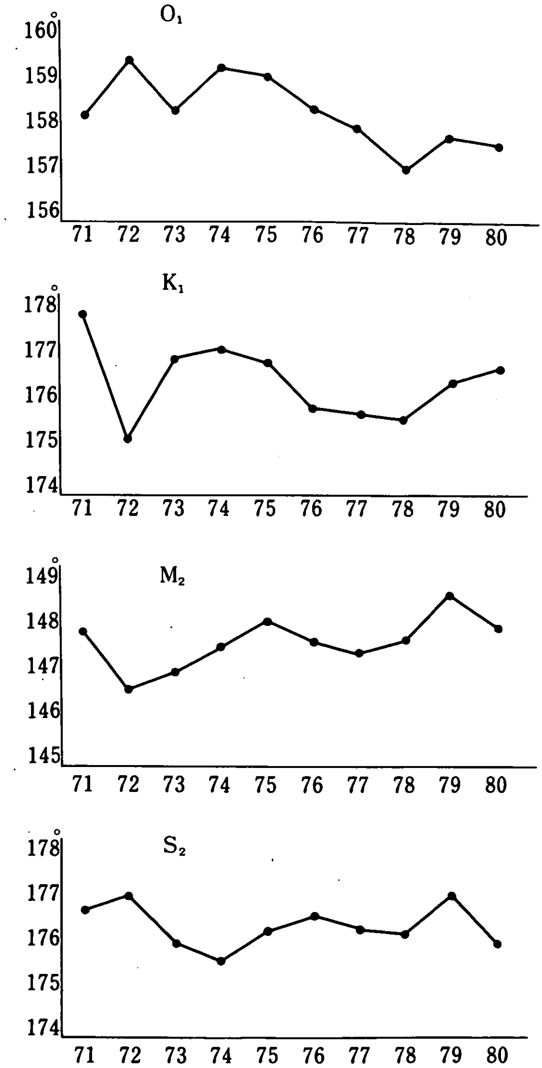
		1976		1977		1978		1979		1980*	
		H	κ	H	κ	H	κ	H	κ	H	κ
1	S_a	8.46	166.0	8.55	177.3	7.94	167.9	8.46	166.3	10.12	188.2
2	S_{sa}	1.34	76.9	1.60	197.6	3.18	297.2	0.52	337.8	1.84	159.9
3	M_m	0.49	168.4	1.04	121.2	0.42	133.1	1.86	43.5	1.22	50.1
4	M_{sf}	0.90	70.5	1.52	254.7	1.08	345.9	1.73	32.6	0.44	182.3
5	M_f	1.28	160.7	1.01	116.2	1.31	42.4	0.67	350.8	1.28	237.7
6	Q_1	3.88	147.3	3.68	152.6	3.77	145.4	3.78	147.0	3.80	146.7
7	O_1	18.23	158.5	18.78	158.1	18.45	157.2	18.33	157.9	18.46	157.7
8	M_1	0.99	6.0	0.96	49.9	0.87	96.5	0.96	140.5	0.76	167.9
9	π_1	0.49	203.4	0.39	234.4	0.39	196.0	0.36	199.8	0.57	207.6
10	P_1	7.71	173.2	7.76	173.7	7.77	173.7	7.65	176.5	7.65	174.1
11	K_1	23.15	175.9	23.23	175.8	23.44	175.7	23.35	176.5	23.52	176.8
12	J_1	0.99	202.8	1.37	196.3	1.36	199.1	1.22	195.9	1.02	194.6
13	$2N_2$	0.79	153.4	0.76	144.0	0.86	158.3	0.71	159.4	0.68	154.6
14	M_2	0.89	157.4	0.91	159.0	0.98	160.1	0.96	156.0	0.75	148.0
15	N_2	5.60	147.3	5.50	147.6	5.35	145.2	5.38	146.7	5.22	145.4
16	ν_2	1.22	148.2	0.95	146.8	1.06	139.6	0.95	139.0	1.06	131.9
17	M_2	35.85	147.8	36.13	147.5	36.14	147.8	36.13	148.8	36.04	148.1
18	L_2	1.41	147.4	1.44	153.2	1.35	146.4	1.28	156.7	1.21	145.6
19	T_2	1.04	157.4	1.01	160.6	0.91	151.7	1.09	152.0	1.02	153.7
20	S_2	17.21	176.7	17.17	176.4	17.20	176.3	17.04	177.2	17.02	176.1
21	K_2	4.65	173.9	4.60	171.4	4.75	170.8	4.85	171.8	4.59	174.3
22	M_3	0.62	321.2	0.52	318.6	0.55	321.9	0.55	318.5	0.63	329.1
23	M_4	0.12	30.8	0.12	47.6	0.13	53.3	0.25	49.4	0.19	76.9
24	MS_4	0.12	6.7	0.21	21.8	0.16	6.1	0.20	34.9	0.26	32.2
25	M_6	0.07	26.9	0.02	48.7	0.06	350.2	0.06	26.4	0.07	341.6
26	$2MS_6$	0.07	76.7	0.06	58.2	0.10	61.2	0.16	85.4	0.10	67.7
27	$2SM_6$	0.05	20.7	0.02	12.3	0.06	99.6	0.07	126.3	0.06	90.5
28	M_6	0.06	97.9	0.06	124.1	0.03	285.8	0.02	96.8	0.07	230.4
Mean level		164.01		161.50		164.07				161.61	

* 1980年については1979. 9. 28～1980. 9. 30のデータを使用

範囲は，振幅については1 cm以内，遅角について3° 以内におさまっている。これは，1か月間データについての調和分解の結果（図－6，および図－7）と比較すると，変動幅がかなり小さくなっていることがわかる。田辺・肥後[9]による瀬戸内海での主要四分潮の調和定数の計算結果をみても，振幅および遅角の標準偏差が，それぞれ1 cm以内，2度以内となっている。したがって，この程度の変動は，1年間という長い期間のデータを用いたとしても，避けることができない誤差と考えられる。



図−26(a)　1か年データによる調和定数の変化（振幅）



図−26(b)　1か年データによる調和定数の変化（遅角）

4. 潮流の調和分解

4.1　潮流の調和分解

潮流とは，潮汐の干満にともなって水平方向に周期的に運動する海水の流動であって，潮汐の場合と同様に各々の分潮に調和分解が可能である。調和分解の方法は，潮汐の場合と全く同じである。ただし，潮流の場合には海水の流れの速さ（流速）と海水の流れ去る方向（流向）の2要素がある。したがって，潮流の場合には，東西および南北方向の2成分に分解し，その各々について調和分解する必要がある。

前にも述べたように，潮流の長期観測は非常に難しい。このため，短期間のデータによる調和分解が一般的である。また従来は，1昼夜（25時間）観測ですましていたのが現状である。ここでは，潮流の1昼夜観測の場合について述べる。いま，潮流の東方成分をU，北方成分をVとすると，次のように表わされる。

$$U = U_0 + U_1 \cos(\sigma t - \mu_1) + U_2 \cos(2\sigma t - \mu_2) + U_3 \cos(4\sigma t - \mu_3) \tag{97}$$

$$V = V_0 + V_1 \cos(\sigma t - \nu_1) + V_2 \cos(2\sigma t - \nu_2) + V_3 \cos(4\sigma t - \nu_3) \tag{98}$$

ここにおいて

U_0, V_0 ：１昼夜程度では変化しない恒流成分

U_1, V_1 ：日周潮流（$M1$）

U_2, V_2 ：半日周潮流（$M2$）

U_3, V_3 ：1/4日周潮流（$M4$）

を示す。なお，ここで分潮流の速度であるが，日周潮流の主なるものはK_1潮とO_1潮であるから，この二つを合成したものが日周潮流であると考えると，約25時間となる。これは，K_1潮の周期が23.934時間，O_1潮の周期が25.819時間，そしてK_1とO_1潮の起潮力の比が0.2655：0.1866であるから，この二つの分潮を合成したものの周期は

$$\frac{23.934\times0.2665+25.819\times0.1866}{0.2655+0.1866}=24.7 \qquad (99)$$

となり，約25時間となる。

同様の考えが半日周潮流のM_2, S_2, N_2, K_2潮にもあてはまり，日周潮流の半分の約12.5時間の周期となる。また，1/4日周潮流の場合はその半分の約6.25時間の周期となる。ただし，一昼夜観測の場合は，これらの主要な分潮が分離できないために不十分なデータとなる。

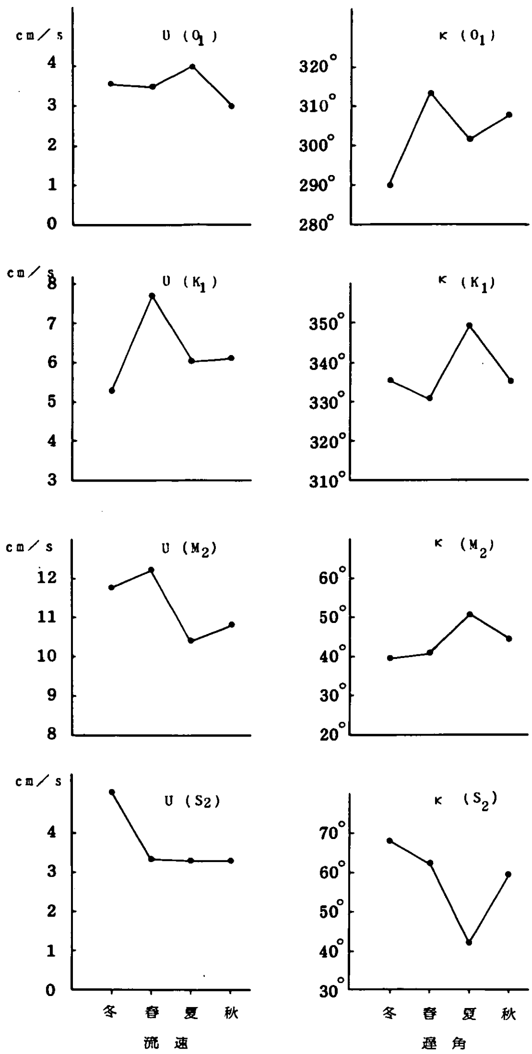
調和分解の方法は潮汐の場合と同じく，最小自乗法によって行う。また，潮流の観測期間が15日間，あるいは1か月間のような場合には，主要四分潮あるいは10～13分潮に分解することが可能である。

潮流の場合は，潮汐の場合と異なって，種々の要因が容易に流れに影響を及ぼすために，調和分解の精度は極端に悪くなるものと考えられる。また，海域によっては，潮流成分よりも他の要因（たとえば海流，沿岸流）による流れの成分の方が大きい場合もある。したがって，潮流観測はできる限り長い期間の観測が望ましい。

表－17に示すのは，大阪湾において15日間の潮流観測を年4回行った時の潮流の主要四分潮の調和定数である。東方成分，北方成分，および潮流楕円の長軸方向，短軸方向について，それぞれ流速の振幅および遅角を示す。潮流楕円の長軸方向の振幅，遅角の変化を図－27に示す。大阪湾のように潮流成分が卓越している海域においても，15日間程度の観測による潮流の調和定数値には，流速で2～3 cm，遅角で20～30° 前後の変動がみられる。また，物質の拡散パターンに大きな影響を与える恒流成分は，2～6 cm／s の南南西向きの流れとなって

表－17　潮流の調和定数[10]（大阪湾，15日間観測）

	東方成分		北方成分		長軸方向			短軸方向		
	U	κ	V	κ	U	θ	κ	V	θ	κ
冬の観測										
O_1	2.06	114.5	2.08	107.3	3.53	215.6	289.7	0.21	305.6	19.7
K_1	3.34	161.5	4.08	151.2	5.25	219.3	335.3	0.47	309.3	65.3
M_2	5.54	215.6	10.38	220.6	11.76	208.1	39.5	0.43	298.1	309.5
S_2	2.31	231.7	4.56	252.2	5.06	206.0	68.2	0.73	296.0	338.2
恒　流	−0.60		−2.24							
春の観測										
O_1	2.40	99.3	3.01	151.1	3.49	214.8	313.2	1.63	304.8	223.2
K_1	5.46	178.7	6.31	131.4	7.66	219.0	330.6	3.30	309.0	60.6
M_2	5.59	195.5	11.19	226.4	12.23	204.4	40.9	2.63	294.4	310.9
S_2	1.59	194.6	3.21	249.3	3.36	198.5	62.3	1.24	288.5	332.3
恒　流	−2.93		−5.77							
夏の観測										
O_1	1.8	111.5	3.6	123.9	4.0	206.6	301.4	0.3	296.6	211.4
K_1	4.7	182.8	4.1	150.5	6.0	229.9	349.3	1.7	319.9	79.3
M_2	5.1	221.4	9.1	233.7	10.4	208.7	51.0	1.0	298.7	321.0
S_2	2.1	219.8	2.6	223.2	3.3	218.8	41.8	0.1	308.8	311.8
恒　流	−1.8		−2.5							
秋の観測										
O_1	2.4	153.1	2.4	101.7	3.0	225.6	307.9	1.5	315.6	37.9
K_1	3.7	162.7	4.8	150.5	6.1	217.5	335.0	0.6	307.5	65.0
M_2	5.2	217.9	9.5	226.4	10.8	208.4	44.5	0.7	298.4	314.5
S_2	2.0	221.7	2.8	248.5	3.3	215.6	59.3	0.8	305.6	329.3
恒　流	−4.3		−3.6							



図－27　潮流楕円の長軸方向の流速および遅角

いる。このように，潮流の調和定数は，潮汐のそれと比べて変動幅が大きい。

一般に，ある海域の流況を調査しようとする場合に，数台（7～10台）の流速計を設置する。これら全測点において，長期間の連続観測をすることが望ましいが，経費的に困難な場合がある。しかしながら，潮流の性質を把握するためには，少なくとも2～3の測点では15日間あるいは1か月間の連続観測が必要である。したがって，最近ではこれらを併用して，2～3点で15昼夜,その他の5～6点で1昼夜の観測を実施している例がよくみられる。

4.2　潮流楕円

潮流の調和定数が決定すれば，これらを合成した流れと実際に観測された潮流とを比較して，調和定数値の妥当性，あるいは潮流の性質を考察する必要がある。このような場合には，潮流のホドグラフを描くか，あるいは潮流楕円を描くのがよい方法である。

25時間観測の場合について述べる。物質の拡散のパターンに大きな影響を与える恒流成分については，東方成分をU_0，北方成分をV_0とすると，

$$W_0=\sqrt{U_0^2+V_0^2},\quad \tan\theta_0=\frac{U_0}{V_0} \qquad (100)$$

で示される。ここに，

W_0 ：恒流成分の流速の絶対値

θ_0 ：流向（流れ去る方向を真北より時計廻りに測った角度）

である。

次に，日周潮流成分について示す。日周潮流の東方成分および北方成分はそれぞれ

$$\text{東方成分}=U_1\cos(\sigma t-\mu_1) \qquad (101)$$

$$\text{北方成分}=V_1\cos(\sigma t-\nu_1) \qquad (102)$$

によって表わされるから，流速W_1および流向θ_1は

$$W_1=\sqrt{U_1^2\cos^2(\sigma t-\mu_1)+V_1^2\cos^2(\sigma t-\nu_1)} \qquad (103)$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{U_1\cos(\sigma t-\mu_1)}{V_1\cos(\sigma t-\nu_1)}\right) \qquad (104)$$

で与えられる。式(103)の流速を表わすベクトルの先端を時間的に連結すると，ひとつの楕円となる。このことは，東方をx，北方をyとし時刻tを消去すれば

$$V_1^2x^2-2U_1V_1\cos(\mu_1-\nu_1)xy+U_1^2y^2=U_1^2V_1^2\sin^2(\mu_1-\nu_1) \qquad (105)$$

と，楕円を示す方程式となることからもわかる。この楕円を潮流楕円という。式(103)において，$dW_1/dt=0$，すなわち潮流の最大・最小値を示すtの値をt_0とすると

$$\tan 2\sigma t_0=\frac{U_1^2\sin 2\mu_1+V_1^2\sin 2\nu_1}{U_1^2\cos 2\mu_1+V_1^2\cos 2\nu_1} \qquad (106)$$

となる。また，この2つのt_0の値において，$d^2W_1/dt^2<0$ 場合が極大値を，$d^2W_1/dt^2>0$ の場合が極小値を示す。

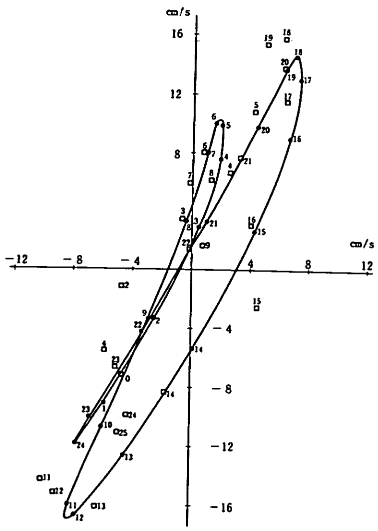
また，流向の回転方向は

$$\frac{d\theta_1}{dt}=\frac{\sigma U_1V_1\sin(\mu_1-\nu_1)}{U_1^2\cos^2(\sigma t-\mu_1)+V_1^2\cos^2(\sigma t-\nu_1)} \qquad (107)$$

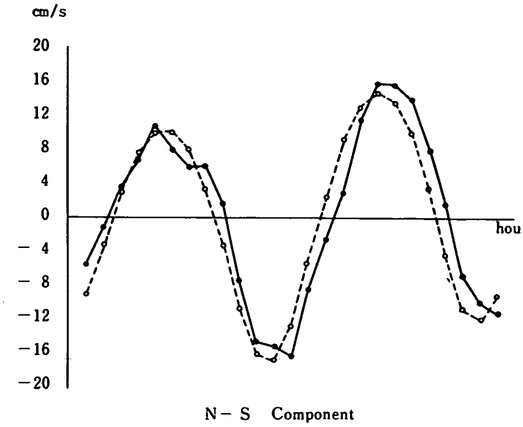
において, $d\theta_1/dt>0$, すなわち $\sin(\mu_1-\nu_1)>0$ であるならば時計廻り, また逆に $d\theta_1/dt<0$, すなわち $\sin(\mu_1-\nu_1)<0$ であるならば反時計廻りである。特に, $\sin(\mu_1-\nu_1)=0$ の時の潮流楕円は一本の直線となり, 流れは直線上を往復することになる。

以上述べたことは, 半日周潮流および1/4日周潮流についても全く同様である。

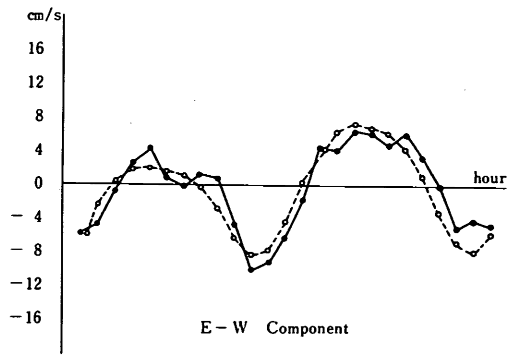
大阪湾で実際に観測された潮流のホドグラフを図−28に示す。調和分解から得られた恒流, 日周潮流, 半日周潮流, 1/4



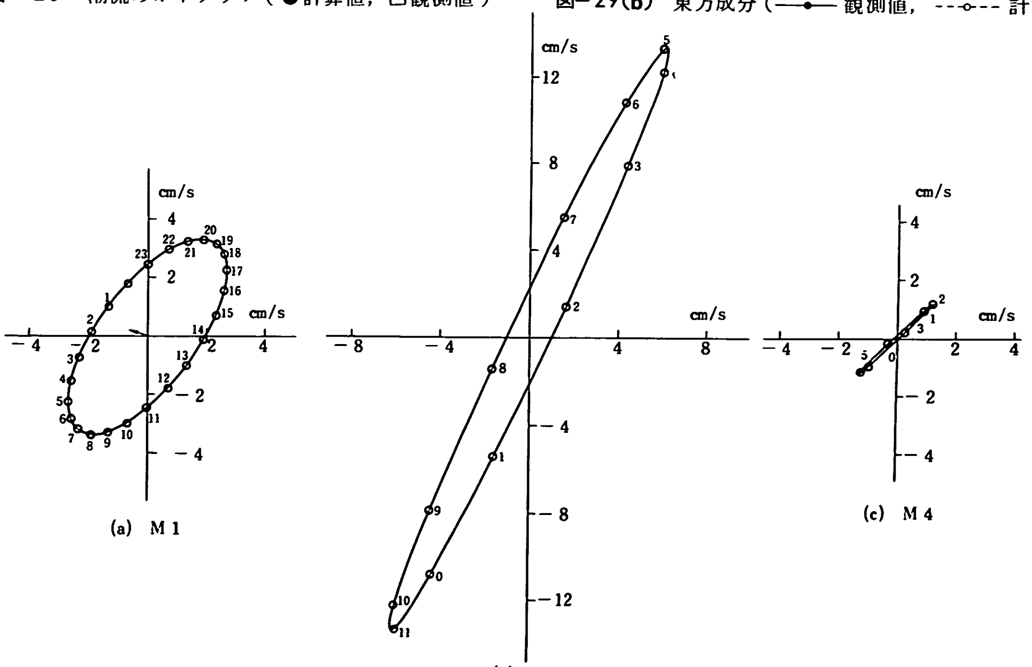
図−28　潮流のホドグラフ（●計算値, □観測値）



図−29(a)　北方成分（—●— 観測値, ---○--- 計算値）



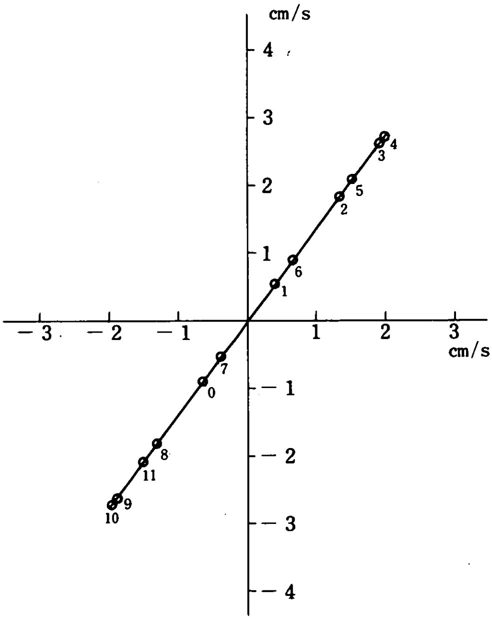
図−29(b)　東方成分（—●— 観測値, ---○--- 計算値）



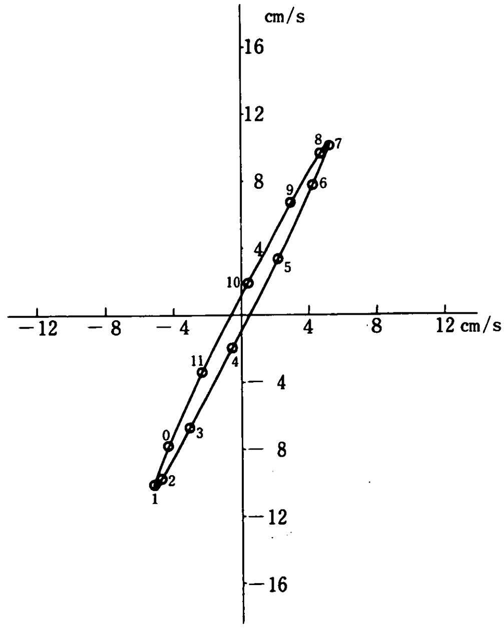
(b) M2

図−30　潮流楕円（1昼夜観測）

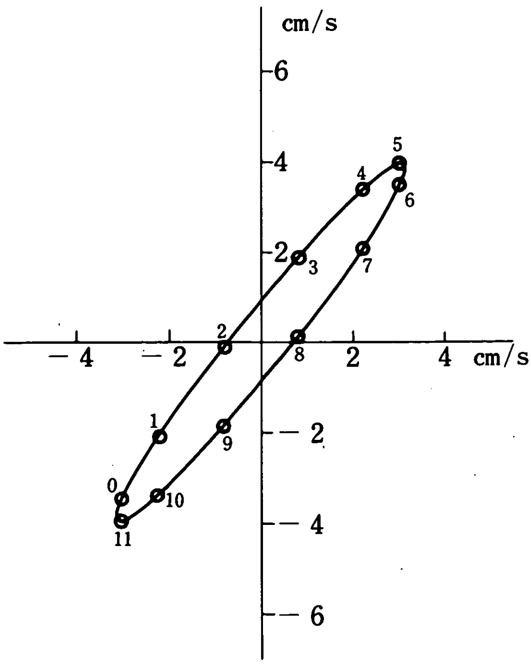
日周潮流の各成分を合成したものを曲線で示す。図中の丸印は，各々の1時間毎の時刻に対する合成流を，四角印は実際の観測値を示す。この結果を北方成分および東方成分別に示したのが図－29(a),(b)である。多少の誤差は見られるが，主流の方向，最大流速の値等，潮流の性質をよく示した潮流ホドグラフであると考えられる。



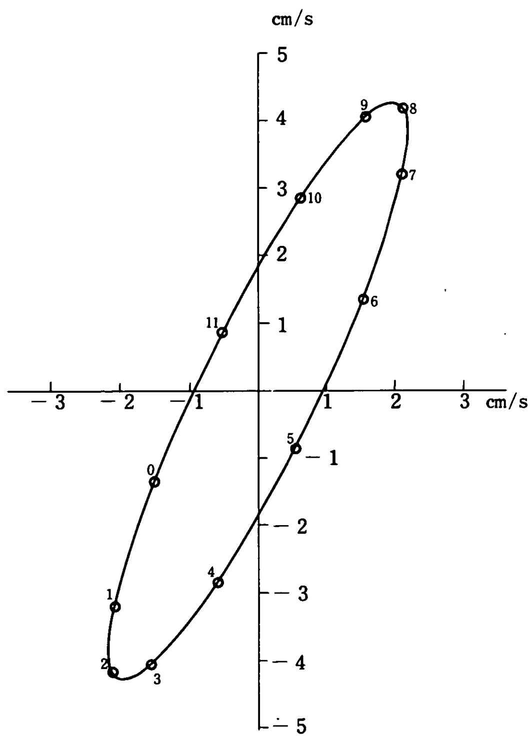
図－31(a)　潮流楕円（O_1潮－15昼夜観測）



図－31(c)　潮流楕円（M_2潮－15昼夜観測）



図－31(b)　潮流楕円（K_1潮－15昼夜観測）



図－31(d)　潮流楕円（S_2潮－15昼夜観測）

次に潮流の日周潮（$M1$），半日周潮（$M2$），1/4日周潮（$M4$）の潮流楕円をそれぞれ図－30に示す。図中の数字は約1.04時間毎（$M1$に対しては15°，$M2$に対しては30°，$M4$に対しては60°毎）の各々の成分の値を示す。これらの図より，この海域の潮流は半日周潮流が最も卓越していることがわかる。

次に，潮流の15昼夜観測から求めた主要四分潮の潮流楕円を図－31(a)，(b)，(c)，(d)に示す。図中の数字は，分潮の仮想天体が南中した時の流速を図中の点0で示し，以下30°経過毎に，その値を示したものである。ここで示された潮流楕円の結果より，この海域での潮流はM_2潮成分が最も大きいことを示している。

潮流の性質を次の式によって分類[5]する。

$$\text{半日周潮型}\quad \frac{K_1+O_1}{M_2+S_2} < 0.25 \qquad (108)$$

$$\text{混合潮型}\quad 0.25 < \frac{K_1+O_1}{M_2+S_2} < 1.25 \qquad (109)$$

$$\text{日周潮型}\quad \frac{K_1+O_1}{M_2+S_2} > 1.25 \qquad (110)$$

この分類法にしたがって，表－3および表－17に示された結果を代入すると，潮汐の場合が平均0.95，潮流の場合が平均0.66であった。このことより，大阪湾の潮汐は日周潮型に近い混合潮型を示し，潮流は比較的半日周潮型に近い混合潮型を示していることがわかる。

5. まとめ

最小自乗法による調和分解の精度について，観測期間の長さ，分離する分潮数，気圧変動の影響，さらに欠測による誤差などの検討を行った。ここで明らかになったことを，箇条書きにして以下に示す。

(1) 短期間の観測データを用いて調和分解を行う場合に，角速度の近い分潮の分離は平衡潮汐論により求められた各分潮間の振幅の比率が測定点においても成立するという仮定の下で行うことができる。

(2) 15日間データの場合Case E（すなわち，最小自乗法によってQ_1，O_1，K_1，N_2，M_2，S_2，M_4，MS_4の8分潮を分離し，後にK_1とP_1潮，S_2とK_2潮を分離する方法）が最も精度が良い。

(3) 同様に，1か月間データの場合はCase Fが最も精度が高い。観測期間の長さと精度良い調和定数の分離法については表－11に示す通りである。

(4) 現地で得られた観測データの場合，短期間では振幅の小さな分潮の精度はあまり良くない。したがって，Case E，あるいはCase Fの方法により計算し，その結果より主要四分潮あるいはその他の主要な分潮の調和定数を用いるのが良いと思われる。

(5) 気圧変動が調和定数に与える影響はあまり大きくない。最大でたかだか1 cm程度である。この影響は，観測期間が長くなればさらに小さくなる。

(6) 欠測による調和定数の誤差は，15日観測および1か月観測の場合，欠測期間が観測期間の1/4以下程度であるならば，あまり大きくない。

(7) 1年間の観測記録による調和分解は，2～3の分潮を除いた短周期の分潮については，比較的精度良く分離できる。主要な分潮に対する調和定数値の変動は，振幅において1 cm以内，遅角において3°以内である。しかし，長周期潮については精度が悪い。

(8) 潮流の調和分解は潮汐の場合と全く同様にできる。ただし，潮流の調和定数の変動は，潮汐のそれに比べて大きい。これは，流れには潮流以外の成分が数多く含まれており，その影響がかなり大きいためである。

ここで行った検討は，横浜港の調和定数を用いて計算機の中で潮汐を作成し，その結果を用いて最小自乗法による調和分解の精度についての試算を行ったものである。したがって，ある程度長い期間のデータを用いると，非常に小さな振幅の分潮まで精度良く分離可能であるという計算結果が得られている。しかしながら，実際の潮位記録には種々の要因の誤差が含まれており，振幅の小さな分潮については，あまり良い精度は期待できない。また，実際の観測データを用いて行った検討は，理論的でなく，数少いケースの試算にすぎない。したがって，定性的な誤差については把握できたが，定量的な検討がまだ不十分であると考えられる。

本資料では，工学的に重要と思われる主要四分潮，あるいは主要な10分潮についての考察を主に行った。潮汐，あるいは調和分解について，より詳細に知りたい場合には，中野猿人の潮汐学[4]，小倉伸吉の潮汐[11]がよい参考書であると考えられるので，これらを参照されたい。

最後に，本資料をまとめるに際し，潮位記録のデータを提供していただいた，港湾技術研究所の海象観測研究室，および運輸省第三港湾建設局の担当者の方々に感謝いたします。また，調和分解のプログラムの作成に際し，当研究所プログラム開発室の横田技官，ならびに(株)三洋水路の堀口氏に多大の助言をいただいたことを感謝いたします。（1980年11月29日受付）

参 考 文 献

1. Chamberlain, R. N. : Some practical applications of species analysis for numerical tidal model, Hydraulic Research Station, Wallingford, INT 142, 1975
2. 彦坂繁雄・赤木登・矢野雄幸：最小自乗法による潮汐調和分解とその精度について，水路部研究報告 1，1966
3. プログラムライブラリ（L 024）── 潮汐・潮流の調和分解，港湾技術研究所，1979. 2
4. 中野猿人：潮汐学（復刻版），生産技術センター，1975
5. 彦坂繁雄：潮汐（海洋科学基礎講座 ── 海洋物理Ⅲ）東海大学出版会，1971
6. Doodson, A. : The analysis of tidal observation, Phil. Trans. Royal Society of London, 227 A, 1928
7. Lien, San − Lang : Method of selection of constituents in harmonic analysis, Acta Oceanographica Taiwanica, Science Reports of the National Taiwan University, No.7, 1977. 12
8. 小田巻実：最小自乗法による短期潮汐調和分解の再検討，1980 年秋季日本海洋学会要旨集，1980
9. 田辺弘道・肥後竹彦：潮汐調和定数の経年変化について，中国工業技術試験所報告，No. 12，1980
10. 土砂による海水汚濁の予測方法 ── 手法開発のための調査研究，運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所，昭和 54 年 3 月
11. 小倉伸吉：潮汐，岩波全書，1934

港湾技研資料　No.369

1981・3

編集兼発行人　運輸省港湾技術研究所

発行所　運輸省港湾技術研究所
横須賀市長瀬3丁目1番1号

印刷所　株式会社　東京プリント

Published by the Port and Harbour Research Institute
Nagase, Yokosuka, Japan.