

***EJERCICIOS RESUELTOS DE  
PROGRAMACIÓN LINEAL  
USANDO LA HOJA DE CÁLCULO  
EXCEL***

***(Ejercicios propuestos por los estudiantes)***

*(No tienen un orden establecido por dificultad o por tipo de problemas, se incluyen a medida que son enviados por los estudiantes – Actualizado hasta el 26SEP2010)*

***Ing. José Luis Albornoz Salazar***

**PROBLEMA TIPO :** Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo producto. Los planes de promoción para el próximo mes están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimada por unidad de publicidad se muestran a continuación :

	TELEVISION	RADIO	PRENSA
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	Bs. 2.000,00	Bs. 300,00	Bs. 600,00

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00. Se necesita determinar el plan óptimo para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

### SOLUCIÓN :

#### Variables de decisión:

- **T** = Unidades de publicidad a contratar en televisión.
- **R** = Unidades de publicidad a contratar en radio.
- **P** = Unidades de publicidad a contratar en prensa.

**Objetivo :** Maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

$$Z = 100.000 T + 18.000 R + 40.000 P$$

**Restricción 1 :** Presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00.

$$2.000 T + 300 R + 600 P \leq 18.500$$

**Restricción 2 :** La publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas.

$$R = 0,50 (T+R+P)$$

Restricción que al ser simplificada quedará expresada como :

$$- 0,50 T + 0,50 R - 0,50 P = 0$$

**Restricción 3 :** La cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado.

$$T \geq 0,10 (T+R+P)$$

Restricción que al ser simplificada quedará expresada como :

$$0,90 T - 0,10 R - 0,10 P \geq 0$$

## ***DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE PROG. LINEAL EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:***

Para facilitar las “consultas posteriores” se recomienda identificar los cuadros en Excel, para ello utilizamos las dos primeras filas.

Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.

	A	B	C	D	E	F
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)					
2						
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000		
4						

Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático. Sea muy cuidadoso en el uso de los signos.

Nota: Para escribir el signo “=” en alguna celda se recomienda presionar una vez la tecla espaciadora y después “=”.

F7      fx   0						
A	B	C	D	E	F	G
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)					
2						
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000		
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción	
5		2.000	300	600	≤	18.500
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0

Introduzca “ceros” en las celdas donde usted quiere que se reflejen los resultados de “T”, “R” y “P” (en este caso B10, C10 y D10).

D10      fx   0						
A	B	C	D	E	F	G
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)					
2						
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000		
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción	
5		2.000	300	600	≤	18.500
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0
8						
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>		
10		0	0	0		
11						
12						

Introduzca las fórmulas en las celdas **H5**, **H6** y **H7** ; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.

Nota: Estas fórmulas se pueden escribir con el uso del tablero, o con el uso del “mouse” colocándose sobre la celda donde está el valor que quiere introducir y haciendo “clic” sobre ella.

- Celda H5      **=B5\*B10+C5\*C10+D5\*D10**

- Celda H6      **=B6\*B10+C6\*C10+D6\*D10**

- Celda H7      **=B7\*B10+C7\*C10+D7\*D10**

H7      fx   =B7*B10+C7*C10+D7*D10								
A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)							
2								
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000				
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción			
5		2.000	300	600	≤	18.500	0	
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0	0	
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0	0	
8								
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>				
10		0	0	0				
11								

(En la hoja de cálculo se reflejarán “ceros” inicialmente)

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda H10.

- Celda H10      **=B3\*B10+C3\*C10+D3\*D10**

H10      fx   =B3*B10+C3*C10+D3*D10								
A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)							
2								
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000				
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción			
5		2.000	300	600	≤	18.500	0	
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0	0	
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0	0	
8								
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>				
10		0	0	0			<b>Zmáximo =</b>	0
11								

En ella se reflejará el valor de **Zmáximo** una vez aplicado “Solver”. Inicialmente reflejará cero.

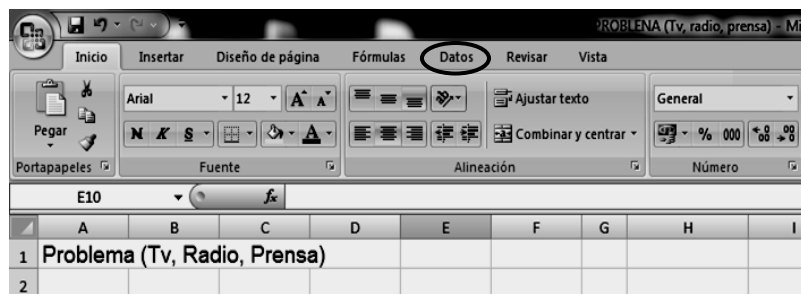
Una vez que se introduce el modelo en la hoja de cálculo, es sencillo analizar soluciones potenciales. Cuando se dan valores a las variables de decisión (celdas B10, C10 y D10), la columna “H” muestra de inmediato los valores de cada condición de restricción (celdas H5 hasta H7) y la celda H10 muestra la audiencia total.

Haga una prueba con este ejercicio y coloque “1” en las celdas B10, C10 y D10 respectivamente. Si ha llenado bien su hoja de cálculo en la pantalla de su PC aparecerán los valores que mostramos a continuación:

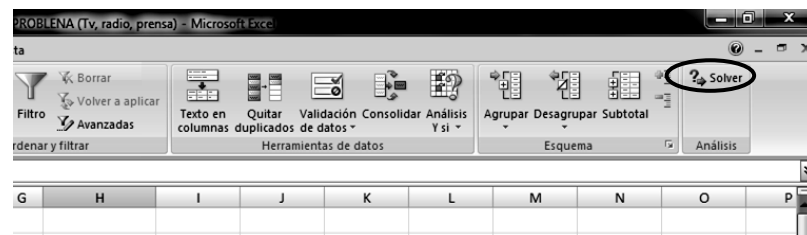
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)								
2									
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000					
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción				
5		2.000	300	600	≤	18.500		2900	
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0		-0,5	
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0		0,7	
8									
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>					
10		1	1	1		<b>Z<sub>máximo</sub> =</b>	158.000,00		
11									
12									

Para calcular el valor de Z máximo, se utiliza una herramienta que incluye Excel llamada “SOLVER”.

Para correr el Solver primero haga “clic” en el menú “**Datos**”.



Posteriormente haga “clic” sobre el logotipo de “**SOLVER**” en la parte superior derecha de la pantalla.



En caso de que su computador no muestre en el menú “**Datos**” el comando “**Solver**”; haga “clic” en el “**Botón de Oficce**” que se encuentra en la parte superior izquierda de la pantalla; posteriormente haga “clic” en “**Opciones de Excel**” (parte inferior central); haga “clic” en “**Complementos**” (lado izquierdo de la pantalla); haga “clic” en el recuadro que está al lado izquierdo de la palabra “**Solver**” y una vez que aparezca indicado el testigo haga “clic” en la palabra “**Aceptar**” (parte superior derecha). Al final de estos apuntes se encuentra una “guía práctica” de cómo instalar Solver en Windows 2007.

**NOTA IMPORTANTE:** Si cuando trata de instalar “**SOLVER**” recibe un mensaje de que no es posible su instalación, lo más probable es que usted tenga instalada en su computador la “versión resumida” de MICROSOFT OFFICE. En tal caso se recomienda ir a su proveedor y exigir que le instale la “versión completa”.

Una vez instalado haga clic en “**Solver**” y se mostrará un cuadro de diálogo “**Parámetros de Solver**”.



Antes de que “Solver” pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud, donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. **Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.**

En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la “**Celda objetivo**” coloque **\$H\$10**. (Es más cómodo colocarse sobre la celda H10 y hacer “clic”)

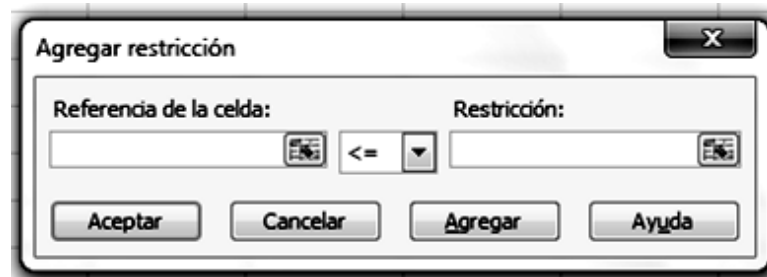
En los círculos blancos donde se solicita el “**Valor de la celda objetivo**” indique “**Máximo**”. El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).

En el espacio central izquierdo, donde se solicita “**Cambiando las celdas**” indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B10, C10 y D10, coloque **\$B\$10:\$D\$10**. (También puede colocarse con el “mouse” sobre la celda B10 y manteniendo apretado el botón de la izquierda puede “arrastrar el mouse” hasta la celda D10).



En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, “**Sujetas a las siguientes Restricciones**” indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en “**Agregar**”.

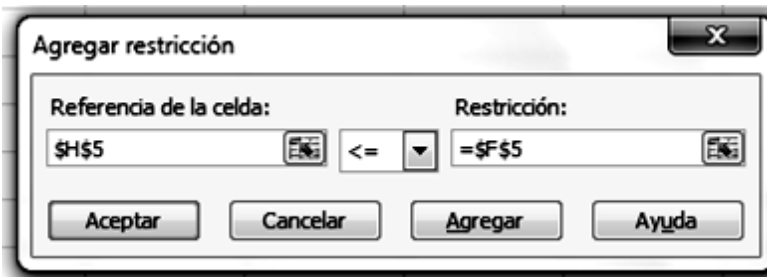
En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo “**Agregar Restricción**”.



Coloque: **\$H\$5 <= \$F\$5**

Se la está “ordenando” al programa que lo que se va a gastar en publicidad tiene que ser menor a Bs. 18.500,00

Recuerde que es más fácil hacer “clic” sobre las celdas y el signo que se quieren indicar que escribirlos.



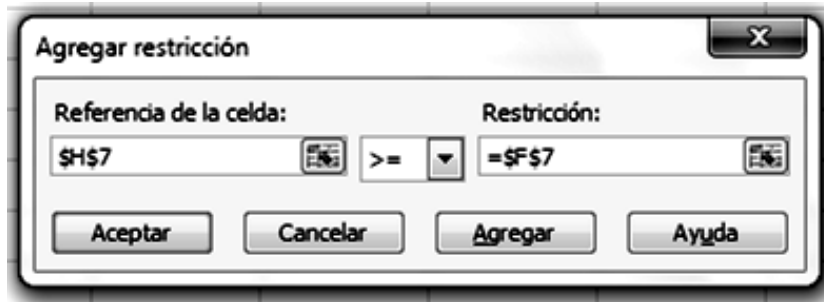
Ahora haga “clic” en “**Agregar**” e introduzca la segunda restricción :



Se le está “ordenando” al programa que  $-0,50 T + 0,50 R - 0,50 P = 0$

Nota : Sea muy cuidadoso al introducir las restricciones, sobre todo con los signos de desigualdad o igualdad (es el error más común que se comete).

Ahora haga “clic” en “**Agregar**” e introduzca la tercera restricción :



Se le está “ordenando” al programa que  $0,90 T - 0,10 R - 0,10 P \geq 0$

Como ya se introdujeron todas las restricciones haga “clic” en “**Aceptar**” y se presentará el cuadro de diálogo que resume el modelo completo.



Antes de pedir a “Solver” que resuelva el modelo, haga “clic” en el recuadro “**Opciones**” (lado central derecho) y aparecerá el cuadro de diálogo “**Opciones de Solver**”.

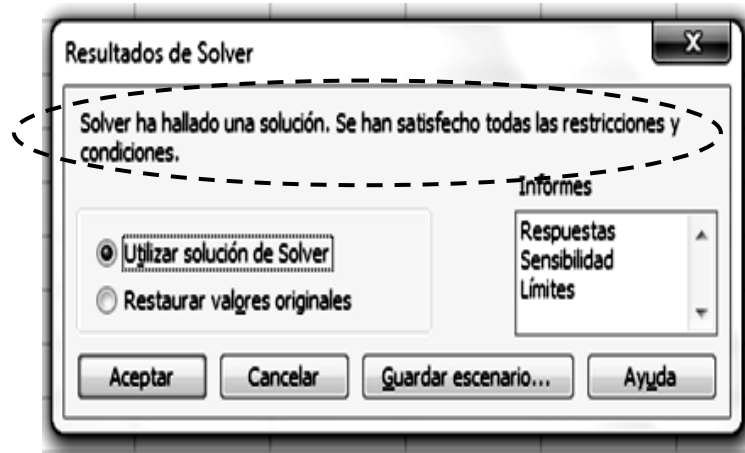


Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones “**Adoptar Modelo Lineal**” y “**Adoptar no negativos**” (asegúrese de hacer clic sobre ellos y que se enciendan los testigos).

Con un clic en “**Aceptar**” (parte superior derecha) se regresa al cuadro de diálogo “**Parámetros de Solver**”.



Ahora todo está listo para hacer clic en **“Resolver”** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B10, C10 y D10, y en la celda objetivo (H10) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Z<sub>máx</sub>). En el cuadro final **“Resultados de Solver”**, haga clic en **“Aceptar”**. (Verifique primero si Solver ha hallado una solución).



Y aparecerá la hoja de resultados:

PROBLEMA (Tv, radio, prensa) - Micr							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)						
2							
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000			
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción		
5		2.000	300	600	≤	18.500	18500
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0	0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0	0
8							
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>			
10	<b>Solución :</b>	<b>3,14</b>	<b>15,68</b>	<b>12,54</b>		<b>Z<sub>máximo</sub> =</b>	<b>1.097.457,63</b>
11							

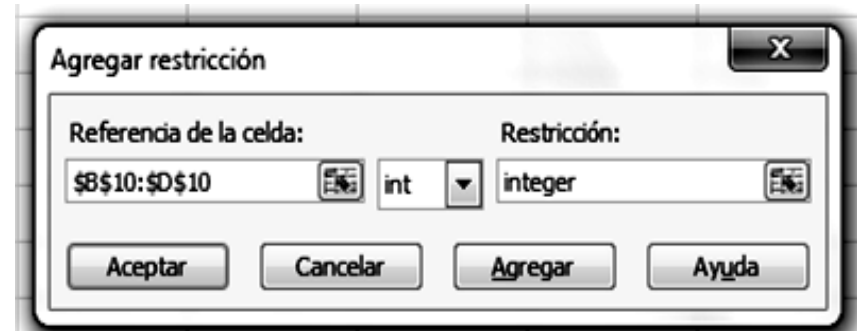
En muchos problemas prácticos, las variables de decisión o incógnitas tienen un sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, si representan el número de unidades que se deben construir, personas que se deban asignar a una actividad, vehículos a fabricar o vender, máquinas a producir o utilizar, etc.

En este caso en particular queremos determinar el número de unidades de publicidad. Al observar los resultados podemos notar que los mismos están indicados con decimales y no es lógica la respuesta.

En estos casos **NO SE RECOMIENDA HACER APROXIMACIONES**, generalmente se incurre en errores cuando así se hace. Debemos enfocarlo como un problema de **PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA**.

Un problema de Programación Lineal Entera se despliega en EXCEL como lo hemos hecho con este, pero con una restricción adicional que OBLIGA que los valores que se le asignen a las incógnitas sean números enteros positivos.

En este caso debemos regresar al paso **“AGREGAR RESTRICCIÓN”** y agregar:



Repito le estamos ordenando a SOLVER que los resultados sean números enteros positivos ya que se trata de unidades de publicidad.

Haga **“clic”** en **“Aceptar”** y se mostrará el cuadro de Parámetros de Solver completo :



Ahora haga "clic" en "Resolver" y se presentará la solución con números enteros:

PROBLEMA (Tv, radio, prensa) - Micro							
Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista							
Desde Access Desde Web Desde otras fuentes Conexiones existentes Actualizar todo Editar vínculos Conexiones Ordenar y filtrar							
H10 =B3*B10+C3*C10+D3*D10							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)						
2							
3	<b>Z =</b>	100.000	18.000	40.000			
4	Sujeto a:	<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>	Restricción		
5		2.000	300	600	≤	18.500	17700
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0	0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0	0
8							
9		<b>T</b>	<b>R</b>	<b>P</b>			
10	<b>Solución :</b>	<b>3,00</b>	<b>15,00</b>	<b>12,00</b>		<b>Z máximo =</b>	<b>1.050.000,00</b>

Los resultados de este ejercicio se "leen" de la siguiente manera:

Se contratarán tres (3) unidades de publicidad en Televisión ( $T = 3,00$ ), quince (15) unidades de publicidad en Radio ( $R = 15,00$ ) y doce unidades de publicidad en Prensa ( $P = 12,00$ ) para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

La audiencia máxima será de 1.050.000 personas ( $Z_{\text{máxima}}$ ).

**PROBLEMA 2 :** Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcular éste.

### SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Cantidad de paquetes "A" a vender.

**B** = Cantidad de paquetes "B" a vender.

Función Objetivo : **Z = 6A + 5B** (utilidad a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :



	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Refresco con cafeína	3	2	120
Refresco sin cafeína	3	4	180

Restricción 1:  $3A + 2B \leq 120$  (con cafeína)

Restricción 2:  $3A + 4B \leq 180$  (sin cafeína)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	6	5				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		3	2	<=	120		120
6		3	4	<=	180		180
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<u>Solución :</u>	20	30		<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>		<b>270,00</b>
10							

Se deben vender 20 paquetes del tipo “A” y 30 paquetes del tipo “B” generando un beneficio máximo de 270,00 euros.

**PROBLEMA 3 :** Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:

- dieta D<sub>1</sub>: 2 unidades de A y 3 unidades de B
- dieta D<sub>2</sub>: 1 unidad de A y 2 unidades de B.

Sabiendo que el precio de la dieta D<sub>1</sub> es 2,5 €. y el de la dieta D<sub>2</sub> es 1,45 €. ¿Cuál es la distribución óptima para el menor costo?

**SOLUCIÓN :**

Variables : **D<sub>1</sub>** = Cantidad de dieta D<sub>1</sub> a consumir.

**D<sub>2</sub>** = Cantidad de dieta D<sub>2</sub> a consumir.

Función Objetivo : **Z = 2,5 D<sub>1</sub> + 1,45 D<sub>2</sub>** (costo a minimizar)

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>	Requerimiento
Unidades de componente A.	2	1	70
Unidades de componente B	3	2	120

Restricción 1:  $2 D_1 + 1 D_2 \geq 70$  (componente A)

Restricción 2:  $3 D_1 + 2 D_2 \geq 120$  (componente B)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	2,5	1,45				
4		<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>				
5		2	1	>=	70		70
6		3	2	>=	120		120
7							
8		<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>				
9	<u>Solución :</u>	20	30		<b>Z<sub>mínimo</sub> =</b>		<b>93,50</b>
10							

Debe consumir 20 dietas “D1” y 30 dietas “D2” generándole un costo mínimo de 93,50 €.

**PROBLEMA 4 :** Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A, ni más de 10 has. con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m<sup>3</sup> de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m<sup>3</sup>. Se dispone anualmente de 44 m<sup>3</sup> de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 litros anuales de aceite:

a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.

b) Obtener la producción máxima.

### SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Cantidad de hectáreas de olivo del tipo "A".  
**B** = Cantidad de hectáreas de olivo del tipo "B".

Función Objetivo : **Z = 500A + 300B** (producción a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
M³ de agua anual	4	3	44
Inversión	500,00	225,00	4.500,00
Cantidad máxima a cultivar	8	10	

Restricción 1: **4A + 3B ≤ 44** (agua)

Restricción 2: **500A + 225B ≤ 4.500** (inversión)

Restricción 3: No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A  
**A ≤ 8**

Restricción 4: Ni más de 10 has. con olivos de tipo B  
**B ≤ 10**

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	500	300				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		4	3	<b>&lt; =</b>	44		44
6		500	225	<b>&lt; =</b>	4.500		4500
7		1		<b>&lt; =</b>	8		6
8			1	<b>&lt; =</b>	10		6,67
9							
10		<b>A</b>	<b>B</b>				
11	<b>Solución:</b>	6	6,67		<b>Z<sub>máximo</sub> =</b>	<b>5.000,00</b>	

Se deben cultivar 6 has. con olivos del tipo "A" y 6,67 del tipo "B" generando una producción máxima de 5.000 litros de aceite.

**PROBLEMA 5 :** Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este?

### SOLUCIÓN :

Variables :

**A** = Cantidad de fundas del tipo "A" a fabricar.

**B** = Cantidad de fundas del tipo "B" a fabricar.

Función Objetivo :

**Z = 40A + 20B** (beneficio a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Horas de trabajo	4	3	48
Unidades de tela	3	5	60
Cantidad máxima a fabricar	9		

Restricción 1: **4A + 3B ≤ 48** (horas de trabajo)

Restricción 2: **3A + 5B ≤ 60** (unidades de tela)

Restricción 3: A lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo "A".

**A ≤ 9**

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	40	20				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		4	3	<b>&lt;=</b>	48		48
6		3	5	<b>&lt;=</b>	60		47
7		1		<b>&lt;=</b>	9		9
8							
9		<b>A</b>	<b>B</b>				
10	<b>Solución:</b>	9	4		<b>Z máximo =</b>	<b>440,00</b>	
11							

Se deben fabricar 9 fundas del tipo “A” y 4 del tipo “B” generando un beneficio máximo de 440,00 euros.

**PROBLEMA 6 :** Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

#### SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Dinero a invertir en acciones del tipo “A”.  
**B** = Dinero a invertir en acciones del tipo “B”.

Función Objetivo : **Z = 0,10 A + 0,08 B** (maximizar interés)

Recuerde que 10% = 0,10 y 8% = 0,08

Restricciones :

Restricción 1: Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa.

$$A + B \leq 210.000$$

Restricción 2: Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A

$$A \leq 130.000$$

Restricción 3: y como mínimo 60.000 en las del tipo B

$$B \geq 60.000$$

Restricción 4: Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B.

$$A \leq 2B$$

Para introducir la restricción 4 en la hoja de cálculo Excel o en cualquier otro programa para solucionar problemas de Programación Lineal, se debe ordenar la misma de manera tal que las incógnitas queden del lado izquierdo del signo de desigualdad y el número del lado derecho. En este caso quedará :

$$A - 2B \leq 0$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	0,10	0,08				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		1	1	<b>&lt;=</b>	210.000		210000
6		1		<b>&lt;=</b>	130.000		130000
7			1	<b>&gt;=</b>	60.000		80000
8		1	-2	<b>&lt;=</b>	0		-30000,00
9							
10		<b>A</b>	<b>B</b>				
11	<b>Solución:</b>	130.000,00	80.000,00		<b>Z máximo =</b>	<b>19.400,00</b>	
12							

Se deben invertir 130.000,00 euros en acciones del tipo “A” y 80.000,00 en las del tipo “B” y esto generará 19.400,00 euros de interés máximo anual.

**PROBLEMA 7 :** En una pastelería se hacen dos tipos de tortas: Vienesas y Real. Cada torta Vienesa necesita un cuarto de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 Pts, mientras que una torta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 400 Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tortas de cada tipo. ¿Cuántas tortas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?

**SOLUCIÓN :**

Variables : **V** = Cantidad de tortas Vienesas a vender al día. .  
**R** = Cantidad de tortas Reales a vender al día. .

Función Objetivo :  **$Z = 250V + 400R$**  (beneficio a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	<b>V</b>	<b>R</b>	Disponibilidad
Relleno	0,25	0,50	50
Bizcocho	1	1	150
Máxima producción	125	125	

Restricción 1:  **$0,25 V + 0,50 R \leq 50$**  (relleno)

Restricción 2:  **$1 V + 1 R \leq 150$**  (bizcocho)

Restricción 3: No se pueden hacer más de 125 tortas Vienesas  
 **$V \leq 125$**

Restricción 4: No se pueden hacer más de 125 tortas Reales  
 **$R \leq 125$**

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	250,00	400				
4		<b>V</b>	<b>R</b>				
5		0,25	0,50	<b>&lt;=</b>	50		50
6		1	1	<b>&lt;=</b>	150		150
7		1		<b>&lt;=</b>	125		100
8			1	<b>&lt;=</b>	125		50,00
9							
10		<b>V</b>	<b>R</b>				
11	<b>Solución:</b>	100	50		<b>Z<sub>máximo</sub> =</b>		<b>45.000,00</b>
12							

Se deben vender 100 tortas Vienesas y 50 tortas Reales al día para obtener un beneficio máximo de 45.000,00 pesetas.

**PROBLEMA 8 :** Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?.

**SOLUCIÓN :**

Variables : **M<sub>A</sub>** = Días a trabajar en la Mina A. .  
**M<sub>B</sub>** = Días a trabajar en la Mina B. .

Función Objetivo :  **$Z = 2.000 M_A + 2.000 M_B$**  (costo a minimizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	$M_A$	$M_B$	Requerimiento
Hierro de alta calidad (ton.)	1	2	80
Hierro de media calidad (ton.)	3	2	160
Hierro de baja calidad (ton.)	5	2	200

Restricción 1:  $1 M_A + 2 M_B \geq 80$  (alta calidad)

Restricción 2:  $3 M_A + 2 M_B \geq 160$  (media calidad)

Restricción 3:  $5 M_A + 2 M_B \geq 200$  (baja calidad)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	2.000	2.000				
4		$M_A$	$M_B$				
5		1	2	$\geq$	80		80
6		3	2	$\geq$	160		160
7		5	2	$\geq$	200		240
8							
9		$M_A$	$M_B$				
10	<u>Solución:</u>	40	20		<b>Z<sub>mínimo</sub> =</b>		<b>120.000,00</b>
11							

Se deben trabajar 40 días en la Mina “A” y 20 días en la Mina “B” para que el costo sea mínimo (120.000,00 euros).

**PROBLEMA 9 :** Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cuál es este?

**SOLUCIÓN :**

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL

Variables :  $E$  = Cantidad de electricistas a elegir .

$M$  = Cantidad de mecánicos a elegir .

Función Objetivo :  $Z = 250 E + 200 M$  (beneficio a maximizar)

Restricciones :

Restricción 1: Es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas.

$M \geq E$  que se puede ordenar como  $-E + M \geq 0$

Restricción 2: y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas

$M \leq 2E$  que se puede ordenar como  $-2E + M \leq 0$

Restricción 3 y 4 : En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos.

$E \leq 30$

$M \leq 20$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	250	200				
4		<b>E</b>	<b>M</b>				
5		-1	1	$\geq$	0		0
6		-2	1	$\leq$	0		-20
7		1		$\leq$	30		20
8			1	$\leq$	20		20
9							
10		<b>E</b>	<b>M</b>				
11	<u>Solución:</u>	20	20		<b>Z<sub>máximo</sub> =</b>		<b>9.000,00</b>
12							

Deben elegirse 20 electricistas y 20 mecánicos para obtener un beneficio máximo de 9.000,00 euros.

Ing. José Luis Alborno Salazar - 12 -

**PROBLEMA 10 :** La compañía **ESPECIAS INDIAN C.A.**, tiene un stock limitado de dos hierbas que se utilizan en la producción de aderezos. **INDIAN** usa los dos ingredientes, **HB1** y **HB2**, para producir ya sea **curry** o **pimentón**. El departamento de mercadotecnia informa que aunque la empresa puede vender todo el **pimentón** que pueda producir, sólo puede vender hasta un máximo de 1500 botellas de **curry**. Las hierbas no utilizadas se pueden vender a \$375 la onza de **HB1** y a \$167 la onza de **HB2**. Determine el consumo de especias que maximice el ingreso de la Empresa.

Aderezo	Ingredientes (Onzas/Bot)		Demanda (Botellas)	Precio de Venta por botella (\$)
	HB1	HB2		
Curry	5	3	1500	2750
Pimentón	2	3	Ilimitada	1300
Disponibilidad (Onzas)	10000	8500		

### SOLUCIÓN :

Variables :

- **C** = Cantidad de botellas de curry a producir.
- **P** = Cantidad de botellas de pimentón a producir.
- **HB<sub>1</sub>** = Onzas de HB1 no utilizadas a vender.
- **HB<sub>2</sub>** = Onzas de HB2 no utilizadas a vender.

Función objetivo:  $Z = 2.750 C + 1.300 P + 375 HB_1 + 167 HB_2$

Restricciones:

Restricción 1 : Onzas de HB1 utilizadas en cada botella de aderezo :

$$5 C + 2 P \leq 10.000$$

Restricción 2 : Onzas de HB2 utilizadas en cada botella de aderezo :

$$3 C + 3 P \leq 8.500$$

Restricción 3 : Solo se pueden vender hasta 1.500 botellas de curry :

$$C \leq 1.500$$

Restricción 4 : Las onzas de HB1 no utilizadas y las utilizadas deben sumar 10.000 onzas :

$$HB_1 + 5 C + 2 P = 10.000$$

*EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL*

Restricción 5 : Las onzas de HB2 no utilizadas y las utilizadas deben sumar 8.500 onzas :

$$HB_2 + 3 C + 3 P = 8.500$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	<b>Z =</b>	2.750	1.300	375	167				
4		<b>C</b>	<b>P</b>	<b>HB<sub>1</sub></b>	<b>HB<sub>2</sub></b>				
5		5	2			<=	10.000		10000
6		3	3			<=	8.500		8250
7		1				<=	1.500		1500
8		5	2	1		=	10.000		10000
9		3	3		1	=	8.500		8500
10									
11		<b>C</b>	<b>P</b>	<b>HB<sub>1</sub></b>	<b>HB<sub>2</sub></b>				
12	<b>Solución:</b>	1500	1250	0	250		<b>Z máximo =</b>		<b>5.791.750,00</b>

Se deben producir 1.500 botellas de curry y 1.250 botellas de pimentón y se venderán 250 onzas de "HB2" que no se utilizaron. Todo generará un ingreso máximo de \$ 5.791.750,00.

**PROBLEMA 11 :** Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón requiere 1 m de algodón y 2 m de poliéster, cada chaqueta requiere 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

### SOLUCIÓN :

Variables :

**P** = Cantidad de pantalones a suministrar.

**C** = Cantidad de chaquetas a suministrar.

Función Objetivo :  $Z = 50 P + 40 C$  (venta a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	<b>P</b>	<b>C</b>	Disponibilidad
Tejido de algodón	1	1,5	750
Tejido de poliester	2	1	1.000

Restricción 1:  $1 P + 1,5 C \leq 750$  (algodón)

Restricción 2:  $2 P + 1 C \leq 1.000$  (poliester)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	50	40				
4		<b>P</b>	<b>C</b>				
5		1	1,5	<b>&lt;=</b>	750		750
6		2	1	<b>&lt;=</b>	1.000		1000
7							
8		<b>P</b>	<b>C</b>				
9	<u>Solución :</u>	375	250		<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>28.750,00</b>	
10							

Se le deberán suministrar 375 pantalones y 250 chaquetas para conseguir una venta máxima de 28.750,00 euros.

**PROBLEMA 12 :** Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, los del tipo A con un espacio refrigerado de 20 m<sup>3</sup> y un espacio no refrigerado de 40 m<sup>3</sup>. Los del tipo B, con igual cubicaje total, al 50% de refrigerado y no refrigerado. La contratan para el transporte de 3.000 m<sup>3</sup> de producto que necesita refrigeración y 4.000 m<sup>3</sup> de otro que no la necesita. El costo por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 € y el B de 40 €. ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar para que el coste total sea mínimo?

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL

## SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Cantidad de camiones del tipo A a utilizar.

**B** = Cantidad de camiones del tipo B a utilizar.

Función Objetivo : **Z = 30 A + 40 B** (costo a minimizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

Como se dice que los camiones de tipo B tienen igual cubicaje que los del tipo A, significa que tienen un espacio total de 60 m<sup>3</sup> (20+40). Y como se especifica que 50% es refrigerado y 50% no refrigerado los datos del camión tipo B serán 30 y 30.

	<b>A</b>	<b>B</b>	Requerimiento
Espacio refrigerado	20	30	3.000
Espacio no refrigerado	40	30	4.000

Restricción 1:  $20 A + 30 B \geq 3.000$  (espacio refrigerado)

Restricción 2:  $40 A + 30 B \geq 4.000$  (espacio no refrigerado)

Restricción 3: Como las variables o incógnitas son cantidades de camiones a utilizar, los resultados tienen que ser números enteros positivos (PROGRAMACION LINEAL ENTERA),

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	30	40				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		20	30	<b>&gt;=</b>	3.000		3000
6		40	30	<b>&gt;=</b>	4.000		4020
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<u>Solución :</u>	51	66		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>	<b>4.170,00</b>	

Se utilizaran 51 camiones del tipo "A" y 66 del tipo "B" generando un costo mínimo de 4.170,00 euros por kilómetro.

Ing. José Luis Albornoz Salazar - 14 -

**Vamos a aprovechar este ejercicio para demostrar lo que hemos dicho anteriormente en lo relacionado a que no se recomiendan las aproximaciones de los resultados.**

Si no se “ordena” a SOLVER que los resultados tienen que ser enteros positivos el resultado será el siguiente :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	30	40				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		20	30	<b>&gt;=</b>	3.000		3000,1
6		40	30	<b>&gt;=</b>	4.000		4000,1
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<b>Solución :</b>	50	66,67		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>		<b>4.166,80</b>
10							

Si hacemos la aproximación y decimos que debemos utilizar 67 camiones del tipo B, los valores obtenidos serán :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	30	40				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		20	30	<b>&gt;=</b>	3.000		3010
6		40	30	<b>&gt;=</b>	4.000		4010
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<b>Solución :</b>	50	67		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>		<b>4.180,00</b>
10							

Note que el costo mínimo es de **4.180,00 €**, que es mayor a los **4.170,00 €** que se obtienen cuando utilizamos la Programación Lineal Entera (Restricción 3 de este ejercicio)

**PROBLEMA 13 :** En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 10 euros y del tipo Y es de 30 €. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?

### SOLUCIÓN :

Variables : **X** = Cantidad de compuesto X a comprar.  
**Y** = Cantidad de compuesto Y a comprar.

Función Objetivo : **Z = 10 X + 30 Y** (costo a minimizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	<b>X</b>	<b>Y</b>	Requerimiento
Unidades de sustancia A	1	5	15
Unidades de sustancia B	5	1	15

Restricción 1: **1 X + 5 Y ≥ 15** (Unidades de sustancia A)

Restricción 2: **5 X + 1 Y ≥ 15** (Unidades de sustancia B)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	10	30				
4		<b>X</b>	<b>Y</b>				
5		1	5	<b>&gt;=</b>	15		15
6		5	1	<b>&gt;=</b>	15		15
7							
8		<b>X</b>	<b>Y</b>				
9	<b>Solución :</b>	2,5	2,5		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>		<b>100,00</b>
10							



**PROBLEMA 14 :** Una escuela prepara una excursión para 320 alumnos. La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 900 € y el de uno pequeño 400 €. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

**SOLUCIÓN :**

Variables : **G** = Cantidad de autobuses grandes a utilizar.  
**P** = Cantidad de autobuses pequeños a utilizar.

Función Objetivo : **Z = 900 G + 400 P** (costo a minimizar)

Restricciones : Restricción 1: Los alumnos que “quepan” en cierto número de autobuses grandes más los que “quepan” en los autobuses pequeños tiene que ser mayor o igual que 320.

$$42 G + 20 P \geq 320$$

Restricción 2 y 3 : La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas.

$$P \leq 10 ; \quad G \leq 8$$

Restricción 4: Pero sólo dispone de 9 conductores (si se tienen 9 conductores no se pueden asignar más de 9 autobuses)

$$1 G + 1 P \leq 9$$

Restricción 5: Los valores tienen que ser enteros positivos (autobuses).

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	900	400				
4		<b>G</b>	<b>P</b>				
5		42	20	<b>&gt; =</b>	320		334
6		1		<b>&lt; =</b>	8		7
7			1	<b>&lt; =</b>	10		2
8		1	1	<b>&lt; =</b>	9		9
9							
10		<b>G</b>	<b>P</b>				
11	<b>Solución :</b>	7	2		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>		<b>7.100,00</b>

Se deberán utilizar 7 autobuses grandes y 2 autobuses pequeños generando un gasto mínimo de 7.100,00 euros.

**PROBLEMA 15 :** Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

**SOLUCIÓN :**

Variables : En el planteamiento del problema notamos que todos los datos están referidos a 100 metros de cable, en base a esto podemos definir las variables como :

- **A** = Cantidad de “rollos” de 100 mts. de cable del tipo A a fabricar.
- **B** = Cantidad de “rollos” de 100 mts. de cable del tipo B a fabricar.

Función Objetivo : **Z = 1.500 A + 1.000 B** (maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Kilogramos de Cobre	10	15	195
Kilogramos de Titanio	2	1	20
Kilogramos de Aluminio	1	1	14

Restricción 1:  $10 A + 15 B \leq 195$  (Kgs. de cobre)

Restricción 2:  $2 A + 1 B \leq 20$  (Kgs. de titanio)

Restricción 3:  $1 A + 1 B \leq 14$  (Kgs. de aluminio)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	1.500	1.000				
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		10	15	$\leq$	195		180
6		2	1	$\leq$	20		20
7		1	1	$\leq$	14		14
8							
9		<b>A</b>	<b>B</b>				
10	<u>Solución:</u>	6	8		<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>17.000,00</b>	
11							

El beneficio máximo asciende a 17.000,00 euros y se obtiene fabricando 600 metros (6 rollos de 100 metros) de cable de tipo A y 800 metros (8 rollos de 100 metros) de tipo B.

**PROBLEMA 16 :** Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

SOLUCIÓN:

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL

Variables :

➤ **A** = Cantidad de lotes A a preparar.

➤ **B** = Cantidad de lotes B a preparar.

Función Objetivo :  $Z = 8 A + 10 B - 1.500$  (maximizar)

Note que en la función objetivo se ha indicado la resta de los 1.500 euros que se deben deducir de los beneficios.

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Bañadores	1	2	1.600
Gafas de baño	1	1	1.000
Gorros de baño	1		800

Restricción 1:  $1 A + 2 B \leq 1.600$  (bañadores)

Restricción 2:  $1 A + 1 B \leq 1.000$  (gafas de baño)

Restricción 3:  $1 A \leq 800$  (gorros de baño)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	8	10	-1.500			
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		1	2	$\leq$	1.600		1600
6		1	1	$\leq$	1.000		1000
7		1		$\leq$	800		400
8							
9		<b>A</b>	<b>B</b>				
10	<u>Solución:</u>	400	600		<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>7.700,00</b>	
11							

Se deben preparar 400 lotes A y 600 lotes B para obtener el máximo beneficio que asciende a 7.700,00 euros.

**PROBLEMA 17 :** Se desea obtener la mezcla de petróleo a partir de crudos de distintas procedencias, cada uno de los cuales tienen distintas características. En la tabla adjunta se detallan los distintos crudos (4 en total) y sus características más importantes : el tanto por ciento de azufre, la densidad y el precio por TM en pesetas.

Origen	% Azufre	Densidad	Precio
Kuwait	0.45	0.91	35.000
Arabia	0.40	0.95	31.000
Noruega	0.38	0.89	39.000
Venezuela	0.41	0.92	34.000

Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre y una densidad igual al 91%. Se desea que el precio de la mezcla sea mínimo.

#### SOLUCIÓN :

Variables :

- **K** = Cantidad de crudo procedente de Kuwait.
- **A** = Cantidad de crudo procedente de Arabia.
- **N** = Cantidad de crudo procedente de Noruega.
- **V** = Cantidad de crudo procedente de Venezuela.

Función Objetivo : (minimizar costo de la mezcla)

$$Z = 35.000 K + 31.000 A + 39.000 N + 34.000 V$$

Restricciones :

Restricción 1: Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre

$$0,45 K + 0,40 A + 0,38 N + 0,41 V = 0,40$$

Restricción 2: y una densidad igual al 91%.

$$0,91 K + 0,95 A + 0,89 N + 0,92 V = 0,91$$

Restricción 3: Aunque no se haga mención en el problema, la suma de las proporciones de cada crudo debe ser igual a la unidad.

$$K + A + N + V = 1,00$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	<b>Z =</b>	35.000	31.000	39.000	34.000				
4		<b>K</b>	<b>A</b>	<b>N</b>	<b>V</b>				
5		0,45	0,40	0,38	0,41	<b>=</b>	0,4		0,4
6		0,91	0,95	0,89	0,92	<b>=</b>	0,91		0,91
7		1	1	1	1	<b>=</b>	1		1
8									
9		<b>K</b>	<b>A</b>	<b>N</b>	<b>V</b>		<b>Z<sub>mínima</sub> =</b>	<b>35.666,67</b>	
10	<b>Solución :</b>	0,00	0,00	0,33	0,67				
11									

La mezcla óptima debe tener 33% de crudo procedente de Noruega y 67% de crudo procedente de Venezuela generando un gasto mínimo de 35.666,67 pesetas por TM.

**PROBLEMA 18 :** Una perfumería produce el perfume “OXES”. Este perfume requiere de Esencia y Fijador para su producción. Dos procesos están disponibles. El proceso “A” transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. El proceso “B” transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Cada onza de fijador le cuesta a la perfumería Bs. 10.000,00 y cada onza de esencia Bs. 15.000,00. Se tiene una disponibilidad máxima de 200 onzas de fijador y un máximo de 350 onzas de esencia para este período de planificación. Para estimular la demanda la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00. El perfume se vende en embases de una onza a Bs. 40.000,00 c/u. Determine la producción óptima que permita obtener la máxima utilidad tomando en cuenta que se debe producir únicamente lo que se va a embasar.

## SOLUCIÓN :

### Variables :

- **A** = Cantidad de onzas de perfume elaborado con el proceso "A".
- **B** = Cantidad de onzas de perfume elaborado con el proceso "B".

Función Objetivo : Como se nos habla de maximizar la utilidad lo primero que debemos hacer es calcular la utilidad de cada onza de perfume.

Si tomamos en cuenta que la utilidad es igual al precio de venta menos el precio de costo, y ya conocemos el precio de venta (Bs. 40.000,00), solo nos falta conocer el precio de costo.

### **Costo de cada onza de perfume elaborado con el proceso "A" :**

El proceso "A" transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. Esto nos indica que cada onza de perfume utiliza 1/3 de fijador y 2/3 de esencia. Luego el costo será:

$$(1/3).(10.000) + (2/3).(15.000) = 3.333,33 + 10.000 = 13.333,33$$

### **Costo de cada onza de perfume elaborado con el proceso "B" :**

El proceso "A" transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Esto nos indica que cada onza de perfume utiliza 2/5 de fijador y 3/5 de esencia. Luego el costo será:

$$(2/5).(10.000) + (3/5).(15.000) = 4.000 + 9.000 = 13.000,00$$

$$\text{Utilidad de A} = 40.000,00 - 13.333,33 = 26.666,67$$

$$\text{Utilidad de B} = 40.000,00 - 13.000,00 = 27.000,00$$

Tomando en cuenta que para estimular la demanda la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00.

$$Z = 26.666,67 A + 27.000 B - 4.000.000,00$$

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Onzas de Fijador	1/3	2/5	200
Onzas de Esencia	2/3	3/5	350

Restricción 1:  $1/3 A + 2/5 B \leq 200$  (fijador)

Restricción 2:  $2/3 A + 3/5 B \leq 350$  (esencia)

Restricción 3: Como se debe producir únicamente lo que se va a embasar estamos en presencia de un problema de **Programación Lineal Entera** (resultados enteros positivos).

Algunos estudiantes, por comodidad, expresan los valores en decimales quedando la tabla y las restricciones como se muestran a continuación :

	<b>A</b>	<b>B</b>	Disponibilidad
Onzas de Fijador	0,33	0,40	200
Onzas de Esencia	0,67	0,60	350

Restricción 1:  $0,33 A + 0,40 B \leq 200$  (fijador)

Restricción 2:  $0,67 A + 0,60 B \leq 350$  (esencia)

**Usando decimales la solución será :**

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	26.666,67	27.000,00	-4.000.000,00			
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		0,33	0,40	$\leq$	200		199,65
6		0,67	0,60	$\leq$	350		349,35
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<b>Solución :</b>	285	264			<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>10.728.000,95</b>
10							

Usando fracciones la solución será :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	<b>Z =</b>	26.666,67	27.000	-4.000.000			
4		<b>A</b>	<b>B</b>				
5		1/3	2/5	<b>&lt; =</b>	200		200
6		2/3	3/5	<b>&lt; =</b>	350		350
7							
8		<b>A</b>	<b>B</b>				
9	<b>Solución :</b>	300	250		<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>10.750.001,00</b>	
10							

Note que en el segundo caso los valores de las incógnitas o variables de decisión son mayores y lo mismo pasa con la función objetivo (Z<sub>máxima</sub>). Esto ocurre porque cuando se usan decimales con aproximación se arrastran errores que afectan el resultado final. Por lo tanto se **recomienda trabajar siempre con fracciones**.

**Se deben fabricar 300 onzas de perfume con el proceso “A” y 250 con el proceso “B” generando una utilidad máxima de Bs. 10.750.001,00**

**PROBLEMA 19 :** Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5 horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra

que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son \$22, \$35 y \$45 respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?

### SOLUCIÓN :

Variables :

- **P** = Cantidad de cuadros pequeños a fabricar.
- **M** = Cantidad de cuadros medianos a fabricar.
- **G** = Cantidad de cuadros grandes a fabricar.

Función Objetivo : **Z = 22 P + 35 M + 45 G** (maximizar utilidad))

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

Para elaborar la tabla hay que tomar en cuenta varios aspectos:

**Primero :** De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Esto significa que un cuadro pequeño requiere de 1/12 hoja de triplay, un cuadro mediano requiere de 1/8 de hoja y uno grande requiere de 1/5 de hoja.

**Segundo :** El estambre que se utiliza en cada cuadro se expresa en metros y se dice que se cuenta con 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno. Es necesario expresar lo que se tiene de estambre en metros, luego (68).(500) = 34.000 metros de estambre disponibles.

	<b>P</b>	<b>M</b>	<b>G</b>	Disponibilidad
Hojas de Triplay	1/12	1/8	1/5	15
Metros de Estambre	200	300	400	34.000
Clavos	85	100	125	12.500
Horas de trabajo	3	5	6	530

Restricción 1: **1/12 P + 1/8 M + 1/5 G ≤ 15** (triplay)

Restricción 2: **200 P + 300 M + 400 G ≤ 34.000** (estambre)

Restricción 3:  $85 P + 100 M + 125 G \leq 12.500$  (clavos)

Restricción 4:  $3 P + 5 M + 6 G \leq 530$  (horas de trabajo)

Restricción 5: La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños.

Sea muy cuidadoso al expresar esta restricción, es muy común que los estudiantes cometan el error de expresar  $25 G \geq 60 P$ . Lo correcto es expresarlo recordando lo aprendido en bachillerato (proporciones) y que se puede hacer de dos maneras:

$$\frac{G}{25} \geq \frac{P}{60} \quad \text{ó} \quad \frac{G}{P} \geq \frac{25}{60}$$

Cualquiera de estas dos desigualdades al ser despejada quedará :

Restricción 5:  $-25 P + 60 G \geq 0$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3	<b>Z =</b>	22	35	45				
4		<b>P</b>	<b>M</b>	<b>G</b>				
5		1/12	1/8	1/5	$\leq$	15		15
6		200	300	400	$\leq$	34.000		34000
7		85	100	125	$\leq$	12.500		12225
8		3	5	6	$\leq$	530		530
9		-25		60	$\geq$	0		0
10								
11		<b>P</b>	<b>M</b>	<b>G</b>				
12	<u>Solución:</u>	60	40	25			<b>Z<sub>máxima</sub> =</b>	<b>3.845,00</b>
13								

Se deben fabricar 60 cuadros pequeños, 40 cuadros medianos y 25 cuadros grandes y su venta generará una utilidad máxima de \$ 3.845,00.

**PROBLEMA 20 :** Debido a las fuertes lluvias de los últimos días en el sur, la empresa “Stop-lluvia” dedicada al rubro de los paraguas, ha visto un aumento en la demanda de sus productos. Los paraguas se arman en dos plantas, según la siguiente tabla:

Planta	Capacidad de producción [paragua]	Costo de producción [US\$/paragua]
A	2600	2300
B	1800	2500

Cuatro cadenas de multitiendas están interesadas en adquirir los paraguas, con las siguientes características :

Cadena	Máxima demanda [paragua]	Precio dispuesto a pagar [US\$/paragua]
1	1800	3900
2	2100	3700
3	550	4000
4	1750	3600

El costo de traslado a cada tienda (fijo) se muestra en la siguiente tabla :

Costo Fijo [US\$]	1	2	3	4
A	600	800	1100	900
B	1200	400	800	500

Determinar la mejor decisión de entrega, para la empresa productora de paraguas.

### SOLUCIÓN:

En el análisis y solución de este tipo de problemas es recomendable hacer los cuadros o tablas que muestren mejor toda la información de interés. Una de las tablas más usada es similar a la matriz de costos del método de transporte pero adaptada a cada uno de los aspectos que queremos visualizar mejor.

En este caso en particular resultaría muy útil conocer la utilidad que obtendrá la fábrica por la venta de cada paragua a cada una de las 4 cadenas de multitiendas interesadas.

Al saber que utilidad es la diferencia entre precio de venta y costos vamos a construir cada una de las tablas que muestren dicha información:

Precio que cada cadena de multitiendas está dispuesto a pagar por cada paragua:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	3900	3700	4000	3600	2600
Planta B	3900	3700	4000	3600	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Costo de producción por cada paragua:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	2300	2300	2300	2300	2600
Planta B	2500	2500	2500	2500	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Costo de traslado a cada tienda:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	600	800	1100	900	2600
Planta B	1200	400	800	500	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Para construir la tabla de utilidad debemos tomar en cuenta lo siguiente:

- 1) Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 1 tendrá una utilidad de  $3900 - 2300 - 600 = 1000$ . Es decir : el precio de venta (3900) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (600).
- 2) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 1 tendrá una utilidad de  $3900 - 2500 - 1200 = 200$ . Es decir : el precio de venta (3900) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (1200).
- 3) Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 2 tendrá una utilidad de  $3700 - 2300 - 800 = 600$ . Es

decir: el precio de venta (3700) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (800).

- 4) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 2 tendrá una utilidad de  $3700 - 2500 - 400 = 800$ . Es decir: el precio de venta (3700) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (400).
- 5) Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 3 tendrá una utilidad de  $4000 - 2300 - 1100 = 600$ . Es decir : el precio de venta (4000) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (1100).
- 6) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 3 tendrá una utilidad de  $4000 - 2500 - 800 = 700$ . Es decir: el precio de venta (4000) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (800).
- 7) Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 4 tendrá una utilidad de  $3600 - 2300 - 900 = 400$ . Es decir : el precio de venta (3600) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (900).
- 8) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 4 tendrá una utilidad de  $3600 - 2500 - 500 = 600$ . Es decir: el precio de venta (3600) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (500).

Utilidad por cada paragua:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	1000	600	600	400	2600
Planta B	200	800	700	600	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Si a las cantidades de paraguas que se enviarán desde cada planta hasta cada cadena de multitiendas la llamamos como:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4
Planta A	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
Planta B	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>

La función objetivo quedará definida como: (maximizar utilidad)

$$Z = 1000 A_1 + 600 A_2 + 600 A_3 + 400 A_4 + 200 B_1 + 800 B_2 + 700 B_3 + 600 B_4$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- 1)  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \leq 2600$  (Capacidad de producción de la Planta A)
- 2)  $B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \leq 1800$  (Capacidad de producción de la Planta B)
- 3)  $A_1 + B_1 \leq 1800$  (Máxima demanda de la Cadena 1)
- 4)  $A_2 + B_2 \leq 2100$  (Máxima demanda de la Cadena 2)
- 5)  $A_3 + B_3 \leq 550$  (Máxima demanda de la Cadena 3)
- 6)  $A_4 + B_4 \leq 1750$  (Máxima demanda de la Cadena 4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Caso Paraguas</b>												
2													
3	Z =	1000	600	600	400	200	800	700	600				
4		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	RESTRICCION		RESULTADOS	
5		1	1	1	1					≤	2600	2600	
6						1	1	1	1	≤	1800	1800	
7		1				1				≤	1800	1800	
8			1				1			≤	2100	2100	
9				1				1		≤	550	500	
10					1				1	≤	1750	0	
11		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4				
12		1800	300	500	0	0	1800	0	0			Z = 3.720.000,00	
13													

La solución se lee :

- De la Planta A se enviarán 1800 paraguas a la Cadena 1

- De la Planta A se enviarán 300 paraguas a la Cadena 2
- De la Planta A se enviarán 500 paraguas a la Cadena 3
- De la Planta B se enviarán 1800 paraguas a la Cadena 2
- La utilidad total que se obtendrá por esta venta es de \$ 3.720.000,00

Este ejercicio también se puede solucionar utilizando el mismo formato del Método de Transporte en EXCEL con la salvedad de que en vez de “minimizar costos” debemos solicitar a SOLVER “maximizar utilidades”. Esto permite facilitar el enfoque y sobre todo visualizar inmediatamente la solución obtenida.

Al final de estos apuntes (Anexos) encontrarás una “guía práctica” de Cómo Desplegar y Solucionar un Problema de Transporte en la hoja de cálculo Excel.

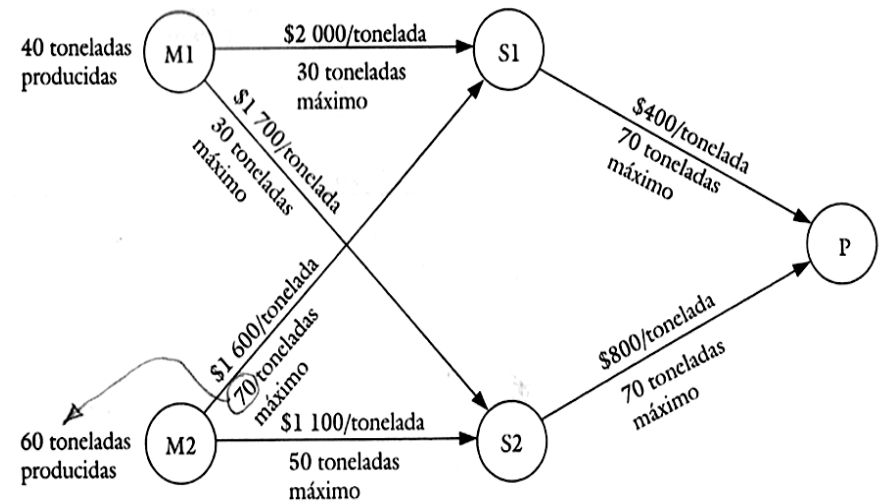
	A	B	C	D	E	F	G
1		CADENA 1	CADENA 2	CADENA 3	CADENA 4	OFERTA	
2	PLANTA A	1000	600	600	400	2600	
3	PLANTA B	200	800	700	600	1800	
4	DEMANDA	1800	2100	550	1750		
5							
6							
7							
8							
9	<b>SOLUCION :</b>						
10							
11		CADENA 1	CADENA 2	CADENA 3	CADENA 4	OFERTA	
12	PLANTA A	1800	300	500	0	2600	
13	PLANTA B	0	1800	0	0	1800	
14	DEMANDA	1800	2100	500	0		
15						Z = 3.720.000,00	





La solución es la misma a la obtenida con el método de programación lineal, pero en esta observamos mejor los resultados, inclusive vemos claramente que se envió toda la producción de las plantas y que se cumplen con los requerimientos totales de la Cadena 1 y la Cadena 2, se cumple parcialmente con los requerimientos de la Cadena 3 y que no se cumple con los requerimientos de la Cadena 4.

**PROBLEMA 21** (Página 96. Lieberman) : Fagersta Steelworks explota dos minas para obtener mineral de hierro. Este mineral de hierro se envía a una de dos instalaciones de almacenamiento. Cuando se necesita se manda a la planta de acero de la compañía. El siguiente diagrama describe la red de distribución, donde M1 y M2 son las dos minas, S1 y S2, los dos almacenes y P es la planta de acero. También muestra las cantidades producidas en las minas, al igual que el costo de envío y la cantidad máxima que se puede enviar al mes por cada vía. La Planta (P) requiere 100 toneladas de mineral de hierro.



La administración desea determinar el plan más económico de envío del mineral de las minas a la planta. Formule y resuelva con un modelo de programación lineal.

### SOLUCIÓN :

**Identificando las incógnitas:** Como el problema consiste en determinar el plan más económico de trasladar un material desde una mina hasta la planta, pasando primero por una instalación de almacenamiento, es necesario visualizar las rutas posibles:

- $M_1S_1P$  = material extraído de la M1, almacenado en S1 y trasladado a P.
- $M_1S_2P$  = material extraído de la M1, almacenado en S2 y trasladado a P.
- $M_2S_1P$  = material extraído de la M2, almacenado en S1 y trasladado a P.
- $M_2S_2P$  = material extraído de la M2, almacenado en S2 y trasladado a P.

Conocidas las rutas posibles calculamos los costos que generan, para lo cual sumo el costo de envío desde la mina hasta el almacén y desde el almacén hasta la planta (información indicada sobre las flechas del diagrama).

- a)  $M_1S_1P$ :  $2000 + 400 = 2.400$  \$ / tonelada.  
 b)  $M_1S_2P$ :  $1700 + 800 = 2.500$  \$ / tonelada.  
 c)  $M_2S_1P$ :  $1600 + 400 = 2.000$  \$ / tonelada.  
 d)  $M_2S_2P$ :  $1100 + 800 = 1.900$  \$ / tonelada.

Con esta información puedo construir la matriz de costos respectiva:

	$S_1P$	$S_2P$
$M_1$	2.400	2.500
$M_2$	2.000	1.900

Otra manera de elaborar la matriz de costos puede ser:

	$M_1S_1$	$M_1S_2$	$M_2S_1$	$M_2S_2$
$P$	2.400	2.500	2.000	1.900

El Modelo Matemático de Programación Lineal quedará expresado como:

**MINIMIZAR :**

$$Z = 2.400 M_1S_1P + 2.500 M_1S_2P + 2.000 M_2S_1P + 1.900 M_2S_2P$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- 1.- La mina 1 produce 40 toneladas:  $M_1S_1P + M_1S_2P = 40$   
 2.- La mina 2 produce 60 toneladas :  $M_2S_1P + M_2S_2P = 60$   
 3.- Desde la M1 se puede enviar un máximo de 30 toneladas a S1:  
 $M_1S_1P \leq 30$   
 4.- Desde la M1 se puede enviar un máximo de 30 toneladas a S2:  
 $M_1S_2P \leq 30$   
 5.- Desde la M2 se puede enviar un máximo de 60 toneladas a S1:  
 $M_2S_1P \leq 60$

6.- Desde la M2 se puede enviar un máximo de 50 toneladas a S2:

$$M_2S_2P \leq 50$$

7.- Desde S1 se puede enviar un máximo de 70 t a P:

$$M_1S_1P + M_2S_1P \leq 70$$

8.- Desde S2 se puede enviar un máximo de 70 t a P:

$$M_1S_2P + M_2S_2P \leq 70$$

9.- La planta requiere 100 toneladas:

$$M_1S_1P + M_1S_2P + M_2S_1P + M_2S_2P = 100$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	<b>Z =</b>	2.400	2.500	2.000	1900				
3		$M_1S_1P$	$M_1S_2P$	$M_2S_1P$	$M_2S_2P$				
4		1	1			=	40		40
5				1	1	=	60		60
6		1				<=	30		30
7			1			<=	30		10
8				1		<=	60		10
9					1	<=	50		50
10		1		1		<=	70		40
11			1		1	<=	70		60
12		1	1	1	1	=	100		100
13									
14		$M_1S_1P$	$M_1S_2P$	$M_2S_1P$	$M_2S_2P$				
15	<b>Solución :</b>	30	10	10	50		<b>Zmínimo = 212.000,00</b>		
16									

Los resultados se leen:

Desde **M1** se enviarán **30** toneladas de mineral de hierro a **P** pasando por **S1** y **10** pasando por **S2**; desde **M2** se enviarán **10** pasando por **S1** y **50** pasando por **S2**. El costo total de envío hasta la planta es de **\$ 212.000,00**.

**PROBLEMA 22:** Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios (Bs) : A 700; B 3.500; C 7.000. Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, más 1 unidad de B. Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo. Formule y Construya el modelo Lineal que maximice los ingresos de la empresa.

### SOLUCIÓN:

Variables:

- $A_t$  = Cantidad total de productos A fabricados.
- $B_t$  = Cantidad total de productos B fabricados.
- $C_t$  = Cantidad total de productos C fabricados.
- $A_v$  = Cantidad de productos A para vender.
- $B_v$  = Cantidad de productos B para vender.

Función Objetivo: (maximizar ingresos)

$$Z = 0 A_t + 0 B_t + 7.000 C_t + 700 A_v + 3.500 B_v$$

(note en el enunciado del problema que no todos los productos A ni todos los B que se fabrican pueden ser vendidos).

Aunque existen dos variables o incógnitas que no generan ingresos económicos, éstas deben incluirse en la función objetivo para garantizar su inclusión en las condiciones de restricción.

Restricciones:

Restricción 1:  $1 A_t + 2 B_t + 3 C_t \leq 40$  (horas de trabajo)

Restricción 2: De la cantidad total de Productos A fabricados se utilizarán 2 unidades para fabricar cada producto de tipo B y los restantes se venden, luego:

$$A_t = 2 B_t + A_v$$

Que al ordenarse para incluirse en Excel quedará:

$$A_t - 2 B_t - A_v = 0$$

Restricción 3: De la cantidad total de Productos B fabricados se utilizará 1 para fabricar cada producto de tipo C y los restantes se venden, luego:

$$B_t = C_t + B_v$$

Que al ordenarse para incluirse en Excel quedará:

$$B_t - C_t - B_v = 0$$

Restricción 4: Como se trata de unidades de producto el resultado tiene que ser expresado en enteros positivos (Programación Lineal ENTERA).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	<b>Z =</b>	0	0	7.000	700	3.500				
4		<b>At</b>	<b>Bt</b>	<b>Ct</b>	<b>Av</b>	<b>Bv</b>				
5		1	2	3			≤	40		40
6		1	-2		-1		=	0		0
7			1	-1		-1	=	0		0
8										
9		<b>At</b>	<b>Bt</b>	<b>Ct</b>	<b>Av</b>	<b>Bv</b>				
10	<b>Solución:</b>	15	5	5	5	0		<b>Z máxima =</b>		<b>38.500,00</b>
11										

Se fabricarán 15 productos A de los cuales se venderán 5 y 10 se utilizarán para fabricar 5 productos B; se fabricarán 5 productos B y todos se utilizarán para fabricar productos C (no se venderán productos B); se fabricarán y venderán 5 productos C. Toda la venta generará un ingreso máximo de Bs. 38.500,00.

**PROBLEMA 23 :** Una refinería produce dos tipos de gasolina: Regular y Extra, las cuales vende en \$12 y \$14 por barril respectivamente. Ambos tipos de gasolina se preparan con una mezcla de petróleo nacional refinado y de petróleo importado refinado y deben cumplir con las siguientes especificaciones :

	Presión Máxima de Vapor	Octanaje Mínimo	Demanda Máxima (barri/sem)	Entregas Mínimas (barri/sem)
Gasolina Regular	23	88	100.000	50.000
Gasolina Extra	23	93	20.000	5.000

Las características del inventario de petróleos refinados son las siguientes:

	Presión de Vapor	Octanaje	Inventario (barri/sem)	Costo por barril (\$)
Nacional	25	87	40.000	8,00
Importado	15	98	60.000	15,00

¿Qué cantidades de los dos petróleos (nacional e importado) deberá mezclar la refinería en ambas gasolinas a fin de maximizar la ganancia semanal?

### SOLUCIÓN :

Variables :

- **PNR** = Cantidad de barriles de petróleo nacional a mezclar en la gasolina regular.
- **PIR** = Cantidad de barriles de petróleo importado a mezclar en la gasolina regular.
- **PNE** = Cantidad de barriles de petróleo nacional a mezclar en la gasolina extra.
- **PIE** = Cantidad de barriles de petróleo importado a mezclar en la gasolina extra.

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL

Función Objetivo : Primero debemos calcular la utilidad que genera cada una de las incógnitas (maximizar ganancia semanal) :

**PNR** : La gasolina regular se vende a \$12 por barril y el precio del barril de petróleo refinado nacional es \$8, luego la utilidad será :

$$12 - 8 = 4$$

**PIR** : La gasolina regular se vende a \$12 por barril y el precio del barril de petróleo refinado importado es \$15, luego la utilidad será :

$$12 - 15 = - 3$$

**PNE** : La gasolina extra se vende a \$14 por barril y el precio del barril de petróleo refinado nacional es \$8, luego la utilidad será :

$$14 - 8 = 6$$

**PIE** : La gasolina extra se vende a \$14 por barril y el precio del barril de petróleo refinado importado es \$15, luego la utilidad será :

$$14 - 15 = - 1$$

$$Z = 4 \text{ PNR} - 3 \text{ PIR} + 6 \text{ PNE} - 1 \text{ PIE}$$

Restricciones :

Restricción 1: Demanda máxima de gasolina regular

$$\text{PNR} + \text{PIR} \leq 100.000$$

Restricción 2: Demanda máxima de gasolina extra

$$\text{PNE} + \text{PIE} \leq 20.000$$

Restricción 3: Entrega mínima de gasolina regular

$$\text{PNR} + \text{PIR} \geq 50.000$$

Restricción 4: Entrega mínima de gasolina extra

$$\text{PNE} + \text{PIE} \geq 5.000$$

Restricción 5: Inventario (disponibilidad) de petróleo nacional

$$\text{PNR} + \text{PNE} \leq 40.000$$

Restricción 6: Inventario (disponibilidad) de petróleo importado

$$PIR + PIE \leq 60.000$$

Restricción 7: La presión de vapor a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina regular debe ser menor de 23 (presión máxima de vapor de la gasolina regular).

$$25 PNR + 15 PIR \leq 23 (PNR + PIR)$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$2 PNR - 8 PIR \leq 0$$

Restricción 8: La presión de vapor a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina extra debe ser menor de 23 (presión máxima de vapor de la gasolina extra).

$$25 PNE + 15 PIE \leq 23 (PNE + PIE)$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$2 PNE - 8 PIE \leq 0$$

Restricción 9: El octanaje a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina regular debe ser mayor de 88 (octanaje mínimo de la gasolina regular).

$$87 PNR + 98 PIR \geq 88 (PNR + PIR)$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$-1 PNR + 10 PIR \geq 0$$

Restricción 10: El octanaje a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina extra debe ser mayor de 93 (octanaje mínimo de la gasolina extra).

$$87 PNE + 98 PIE \geq 93 (PNE + PIE)$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$-6 PNE + 5 PIE \geq 0$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	4	-3	6	-1				
4		PNR	PIR	PNE	PIE				
5		1	1			<=	100.000		50.000,00
6				1	1	<=	20.000		5.000,00
7		1	1			>=	50.000		50.000,00
8				1	1	>=	5.000		5.000,00
9		1		1		<=	40.000		40.000,00
10			1		1	<=	60.000		15.000,00
11		2	-8			<=	0		-22.727,27
12				2	-8	<=	0		-17.272,73
13		-1	10			>=	0		85.000,00
14				-6	5	>=	0		0,00
15									
16		PNR	PIR	PNE	PIE				
17	Solución :	37.727,27	12.272,73	2.272,73	2.727,27		Z máxima =		125.000,00

Para la fabricación de gasolina regular se deben mezclar 37.727,27 barriles de petróleo nacional y 12.272,73 del importado; para la gasolina extra se deben mezclar 2.272,73 barriles de petróleo nacional y 2.727,27 del importado. Se generará una ganancia máxima semanal de \$ 125.000,00

**PROBLEMA 24 :** La Oficina Técnica Coordinadora de Cultivos (OTCC), tiene a su cargo la administración de tres (3) parcelas. El rendimiento agrícola de cada parcela está limitado tanto por la cantidad de tierra cultivable como por la cantidad de agua asignada para regadío de la parcela por la comisión de aguas. Los datos proporcionados por este organismo son los siguientes:

Parcela	Tierra Cultivable [ha]	Asignación de agua [m <sup>3</sup> ]
1	400	600
2	600	800
3	300	375

Las especies disponibles para el cultivo son: arroz, trigo y maíz, pero el Ministerio de Agricultura y Tierras ha establecido un número máximo de hectáreas que pueden dedicarse a cada uno de estos cultivos en las tres (3) parcelas en conjunto, como lo muestra la siguiente tabla :

Especie	Consumo de agua (m <sup>3</sup> /ha)	Cuota máxima (ha)	Ganancia neta (\$/ha)
Arroz	3	600	400
Trigo	2	500	300
Maíz	1	325	200

Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable. Sin embargo, puede cultivarse cualquier combinación en cualquiera de las parcelas. La tarea que encara la OTCC es plantear cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de las distintas especies en cada parcela, de modo de maximizar la ganancia neta total para todas las parcelas a cargo de la OTCC.

### SOLUCIÓN :

#### Variables :

- **A<sub>1</sub>** = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 1.
- **A<sub>2</sub>** = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 2.
- **A<sub>3</sub>** = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 3.
- **T<sub>1</sub>** = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 1.
- **T<sub>2</sub>** = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 2.
- **T<sub>3</sub>** = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 3.
- **M<sub>1</sub>** = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 1.

- **M<sub>2</sub>** = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 2.
- **M<sub>3</sub>** = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 3.

Función Objetivo : (maximizar ganancias)

$$Z = 400(A_1 + A_2 + A_3) + 300(T_1 + T_2 + T_3) + 200(M_1 + M_2 + M_3)$$

Restricciones :

Restricción 1, 2 y 3: Tierra cultivable por cada parcela :

$$A_1 + T_1 + M_1 \leq 400$$

$$A_2 + T_2 + M_2 \leq 600$$

$$A_3 + T_3 + M_3 \leq 300$$

Restricción 4, 5 y 6: Asignación de agua por cada parcela :

$$3A_1 + 2T_1 + 1M_1 \leq 600$$

$$3A_2 + 2T_2 + 1M_2 \leq 800$$

$$3A_3 + 2T_3 + 1M_3 \leq 375$$

Restricción 7, 8 y 9: Cuota máxima por especie en las 3 parcelas :

$$A_1 + A_2 + A_3 \leq 600$$

$$T_1 + T_2 + T_3 \leq 500$$

$$M_1 + M_2 + M_3 \leq 325$$

Restricción 10, 11 y 12: Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable.

Parcela 1 = Parcela 2

$$\frac{A_1 + T_1 + M_1}{400} = \frac{A_2 + T_2 + M_2}{600}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$600A_1 - 400A_2 + 600T_1 - 400T_2 + 600M_1 - 400M_2 = 0$$

Parcela 1 = Parcela 3

$$\frac{A1 + T1 + M1}{400} = \frac{A3 + T3 + M3}{300}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$300A_1 - 400A_3 + 300T_1 - 400T_3 + 300M_1 - 400M_3 = 0$$

Parcela 2 = Parcela 3

$$\frac{A2 + T2 + M2}{600} = \frac{A3 + T3 + M3}{300}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$300A_2 - 600A_3 + 300T_2 - 600T_3 + 300M_2 - 600M_3 = 0$$

N19		=SUMAPRODUCTO(B19:J19;B3:J3)												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3	Z =	400	400	400	300	300	300	200	200	200				
4		A1	A2	A3	T1	T2	T3	M1	M2	M3				
5		1			1			1			<=	400		300,00
6			1			1			1		<=	600		450,00
7				1			1			1	<=	300		225,00
8		3			2			1			<=	600		600,00
9			3			2			1		<=	800		800,00
10				3			2			1	<=	375		375,00
11		1	1	1							<=	600		150,00
12					1	1	1				<=	500		500,00
13								1	1	1	<=	325		325,00
14		600	-400		600	-400		600	-400		=	0		0,00
15		300		-400	300		-400	300		-400	=	0		0,00
16			300	-600		300	-600		300	-600	=	0		0,00
17														
18		A1	A2	A3	T1	T2	T3	M1	M2	M3				
19	Solución:	75,00	0,00	75,00	150,00	350,00	0,00	75,00	100,00	150,00	Z máxima =			275.000,00
20														

En la parcela 1 se sembrarán : 75 hectáreas de arroz, 150 de trigo y 75 de maíz.

En la parcela 2 se sembrarán : 0 hectáreas de arroz, 350 de trigo y 100 de maíz.

En la parcela 3 se sembrarán : 75 hectáreas de arroz, 0 de trigo y 150 de maíz.

La ganancia máxima por la venta de todas las especies ascenderá a \$ 275.000,00

**PROBLEMA 25 :** Una fábrica de zapatos predice las siguientes demandas por sus pares de zapatos para los próximos 6 meses : mes 1 = 200; mes 2 = 260; mes 3 = 240; mes 4 = 340; mes 5 = 190; mes 6 = 150. El costo de fabricar un par de zapatos es de US\$ 7,00 con horas normales de trabajo y de US\$ 11,00 con horas de sobretiempo. Durante cada mes, la producción en horario normal está limitada a 200 pares de zapatos y la producción con sobretiempo está limitada a 100 pares. Guardar un par de Zapatos en inventario cuesta US\$ 1,00 por mes. Formule un modelo matemático que permita obtener una solución óptima.

**SOLUCIÓN :**

Para visualizar mejor el problema podemos construir la siguiente tabla:

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6							100
DEMANDA MENSUAL	200	260	240	340	190	150	

Para introducir los costos en esta tabla es bueno aclarar que al costo de cada par de zapato fabricado en un mes y que se quiera vender en los meses siguientes hay que agregarle el costo de inventario señalado en el problema ( \$ 1,00 por mes).

Luego, la matriz de costos quedará conformada de la siguiente manera :

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1	7	8	9	10	11	12	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1	11	12	13	14	15	16	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2		7	8	9	10	11	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2		11	12	13	14	15	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3			7	8	9	10	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3			11	12	13	14	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4				7	8	9	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4				11	12	13	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5					7	8	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5					11	12	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6						7	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6						11	100
DEMANDA MENSUAL	200	260	240	340	190	150	

Si observamos detalladamente la tabla notaremos que se desprenden muchas variables (de hecho 72) y esta situación dificulta mucho su solución por medio del Método “Típico” de Programación Lineal. Sin embargo su estructura es la de un modelo especial de programación lineal conocida como “MÉTODO DE TRANSPORTE” y su despliegue en la hoja de cálculo de Excel es más sencillo.

**Al final de estos apuntes (Anexos) encontrarás una “guía práctica” de Cómo Desplegar y Solucionar un Problema de Transporte en la hoja de cálculo Excel.**

Con esta matriz de costos podemos aplicar el algoritmo del Método de Transporte debiendo tener pendiente que en las casillas donde no aparezca ningún costo debo “indicarle” a SOLVER (en las restricciones) que en esas celdas debe colocar “0” (cero).

Otra manera de garantizar que dichas celdas no sean tomadas en cuenta por SOLVER es poner costos “exageradamente elevados”. Así la matriz de costo puede ser “alterada” de la siguiente manera :

*EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL*

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1	7	8	9	10	11	12	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1	11	12	13	14	15	16	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2	9999	7	8	9	10	11	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2	9999	11	12	13	14	15	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3	9999	9999	7	8	9	10	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3	9999	9999	11	12	13	14	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4	9999	9999	9999	7	8	9	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4	9999	9999	9999	11	12	13	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5	9999	9999	9999	9999	7	8	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5	9999	9999	9999	9999	11	12	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	7	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	11	100
DEMANDA MENSUAL	200	260	240	340	190	150	

A continuación se muestran las dos tablas desplegadas en la hoja de cálculo EXCEL y notaremos que los resultados son los mismos.

**Primera tabla :**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
2	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	7	8	9	10	11	12	200
3	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	11	12	13	14	15	16	100
4	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2		7	8	9	10	11	200
5	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2		11	12	13	14	15	100
6	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3			7	8	9	10	200
7	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3			11	12	13	14	100
8	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4				7	8	9	200
9	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4				11	12	13	100
10	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5					7	8	200
11	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5					11	12	100
12	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6						7	200
13	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6						11	100
14	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	



21		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
22	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	200	0	0	0	0	0	200
23	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	0	0	0	0	0	0	0
24	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	0	200	0	0	0	0	200
25	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	0	60	0	0	0	0	60
26	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	0	0	160	40	0	0	200
27	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	0	0	80	0	0	0	80
28	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	0	0	0	200	0	0	200
29	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	0	0	0	100	0	0	100
30	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	0	0	0	0	190	0	190
31	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	0	0	0	0	0	0	0
32	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	0	0	0	0	0	150	150
33	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	0	0	0	0	0	0	0
34	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	
35							Z =	10.660,00

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

☐ Máximo ☒ Mínimo ☐ Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

\$H\$22:\$H\$33 <= \$H\$2:\$H\$13

**Segunda tabla :** (recomendada por ser más sencilla debido a que las restricciones se reducirán a dos)

	A	B	C	D	E	F	G	H
4	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	9999	7	8	9	10	11	200
5	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	9999	11	12	13	14	15	100
6	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	9999	9999	7	8	9	10	200
7	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	9999	9999	11	12	13	14	100
8	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	9999	9999	9999	7	8	9	200
9	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	9999	9999	9999	11	12	13	100
10	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	9999	9999	9999	9999	7	8	200
11	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	9999	9999	9999	9999	11	12	100
12	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	7	200
13	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	11	100
14	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	
21		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
22	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	200	0	0	0	0	0	200
23	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	0	0	0	0	0	0	0
24	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	0	200	0	0	0	0	200
25	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	0	60	0	0	0	0	60
26	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	0	0	160	40	0	0	200
27	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	0	0	80	0	0	0	80
28	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	0	0	0	200	0	0	200
29	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	0	0	0	100	0	0	100
30	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	0	0	0	0	190	0	190
31	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	0	0	0	0	0	0	0
32	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	0	0	0	0	0	150	150
33	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	0	0	0	0	0	0	0
34	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	
35							Z =	10.660,00

Restricción 1. Cumplir con la Demanda mensual (=)

$$B\$34:G\$34 = B\$14:G\$14$$

Restricción 2. Producción máxima mensual (<=)

$$H\$22:H\$33 \leq H\$2:H\$13$$



**Lectura de los resultados:**

*En el mes 1 se fabricarán 200 pares de zapatos en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 1.*

*En el mes 2 se fabricarán 200 en tiempo normal y 60 en tiempo extra, todos (260 pares) se venderán en el mes 2.*

*En el mes 3 se fabricarán 200 en tiempo normal y 80 en tiempo extra; de los 200 fabricados en tiempo normal se venderán 160 en el mes 3 y 40 en el mes 4; los 80 fabricados en tiempo extra se venderán en el mes 3.*

*En el mes 4 se fabricarán 200 en tiempo normal y 100 en tiempo extra, todos (300) se venderán en el mes 4.*

*EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACION LINEAL*

*En el mes 5 se fabricarán 190 en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 5.*

*En el mes 6 se fabricarán 150 en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 6.*

*Toda esta producción y venta generará un costo mínimo de US\$ 10.660,00*

*El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :*

***martilloatomico@gmail.com***

*Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.*

*Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.*

*En la dirección electrónica :*

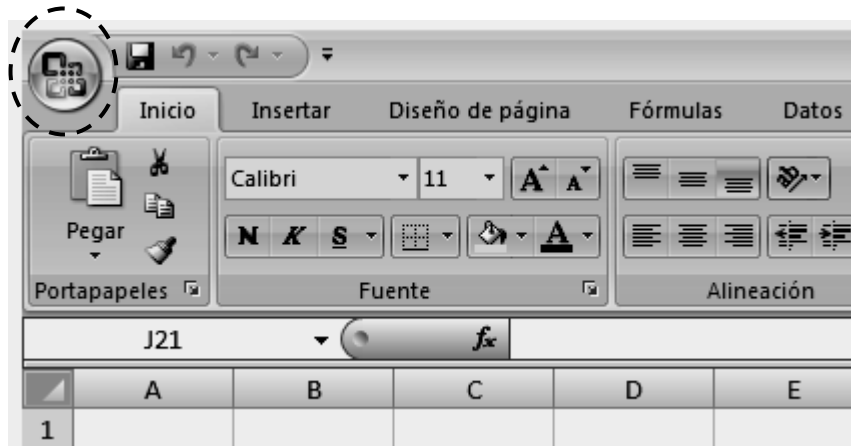
***http://www.scribd.com/doc/6729791/1-Manual-de-Ejercicios-PL***

*Encontrarás gran variedad de problemas resueltos de Programación Lineal (nivel básico, nivel medio y nivel avanzado).*

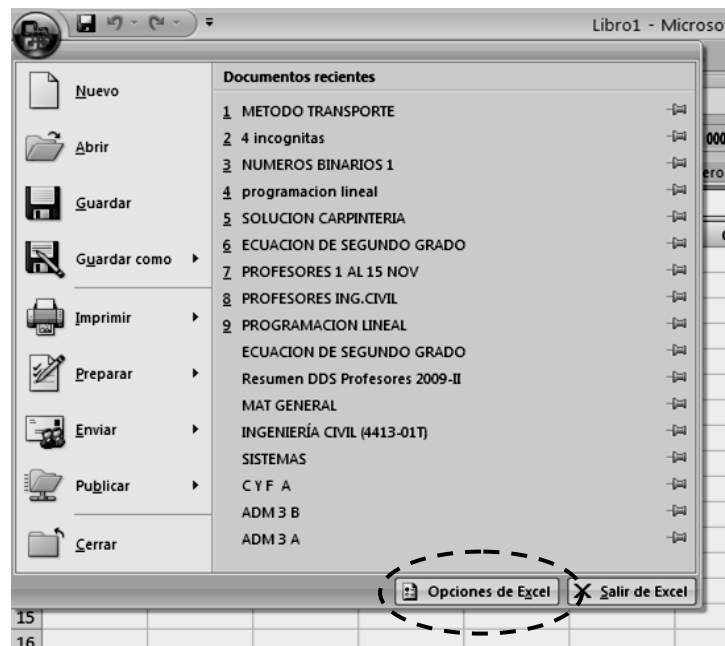
# *A N E X O S*

## **CÓMO INSTALAR “SOLVER” EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL 2007**

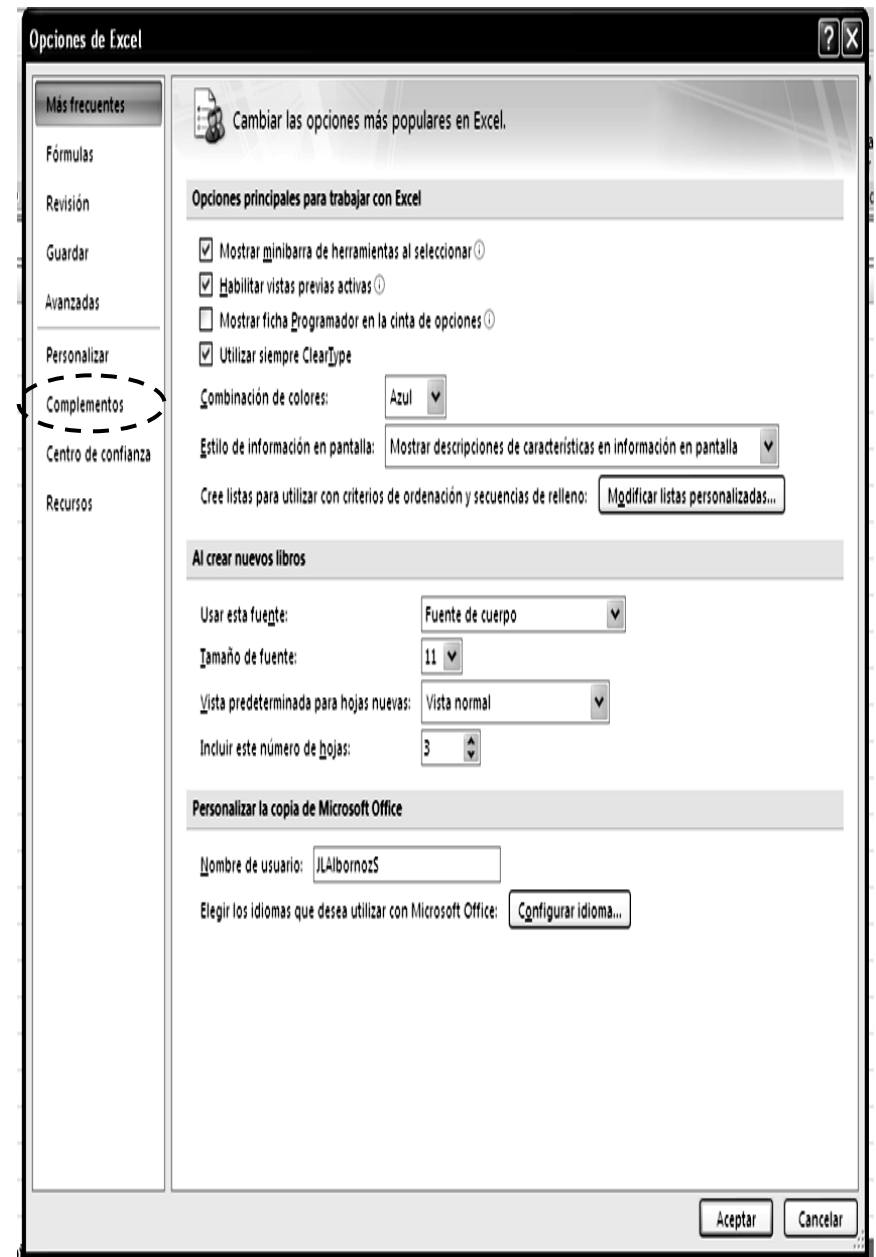
Entre a Excel y haga clic en el “botón de office” que está ubicado en la parte superior izquierda de la pantalla Excel



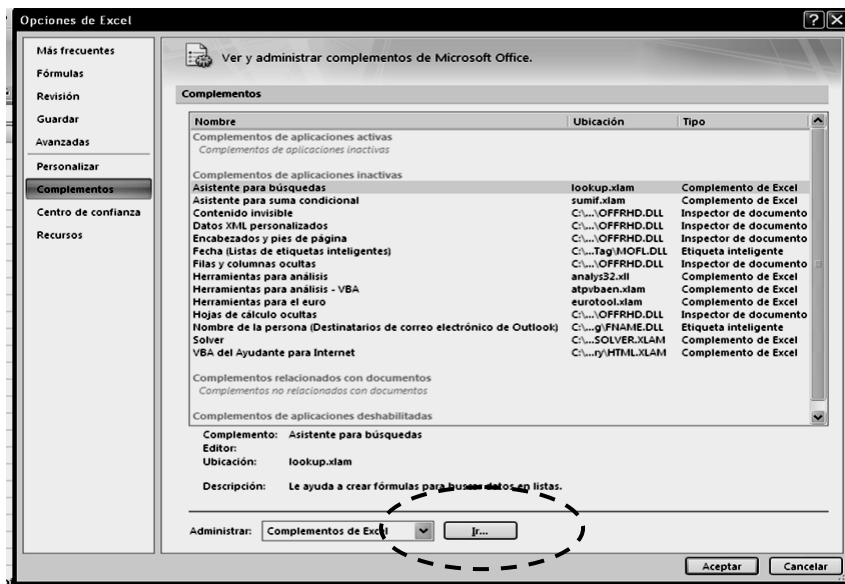
Haga clic en “Opciones de Excel” en la parte inferior derecha



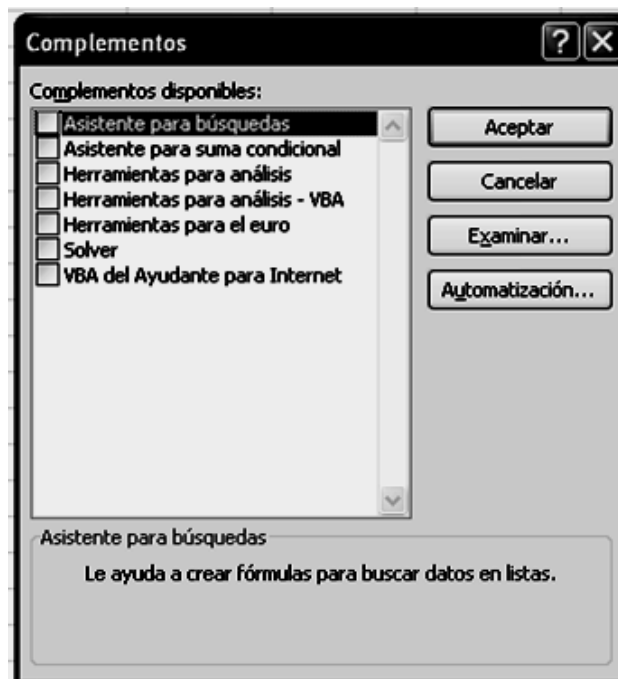
En el cuadro “Opciones de Excel” haga clic en “Complementos” (parte superior izquierda)



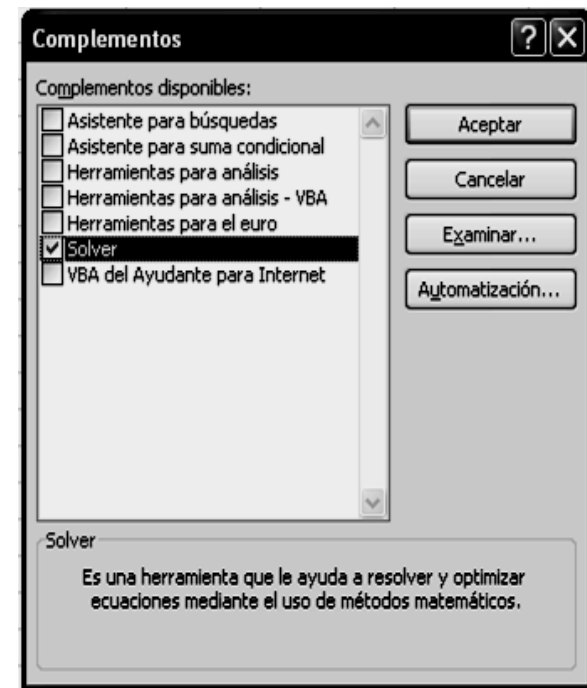
En la parte inferior (centro) haga clic en “Ir...”



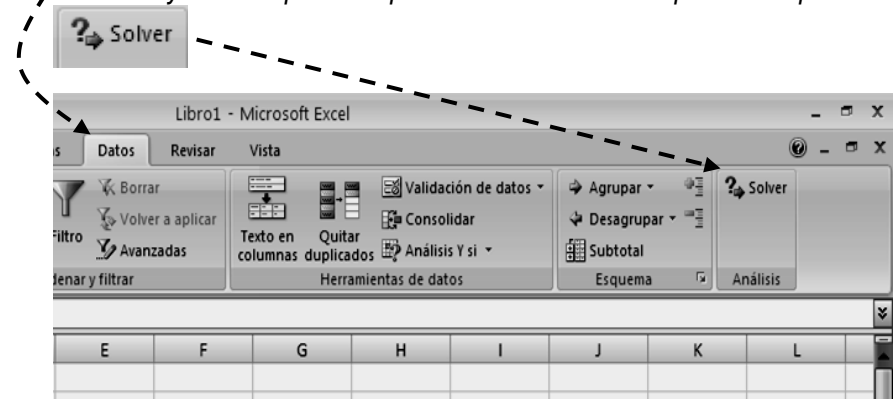
A continuación se mostrará el cuadro “Complementos”



En este cuadro haga clic en el rectángulo que está al lado de “Solver” y cerciórese que lo seleccionó (aparecerá el “testigo” de marcación en el rectángulo y la palabra “Solver” se sombreadrá en azul)



Haga clic en “Aceptar” (lado superior derecho del cuadro “complementos”) y “Solver” se instalará automáticamente. Para verificar si “Solver” está instalado en la “barra de herramientas” haga click en “Datos” y en la parte superior derecha de la pantalla aparecerá



## **DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE TRANSPORTE EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL**

A continuación se desplegará y resolverá un PROBLEMA DE TRANSPORTE con el uso de la hoja de cálculo EXCEL, con la finalidad de orientar “paso a paso” al alumno en el uso de esta herramienta:

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Z<sub>mínima</sub>):

	Destino A	Destino B	Destino C	Destino D	OFERTA
Origen 1	41	27	28	24	60
Origen 2	40	29	50	23	15
Origen 3	37	30	27	21	45
DEMANDA	20	30	30	40	

### **RESPUESTA:**

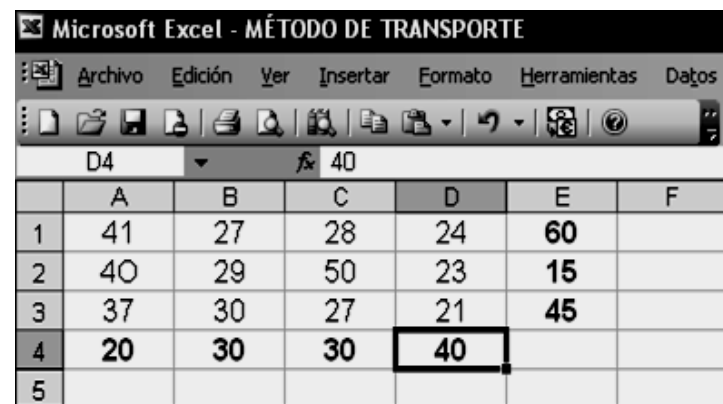
Introduzca los datos de la matriz de costos unitarios en la hoja de cálculo, estos abarcarán las **filas 1, 2 y 3** y las **columnas A,B,C y D**.



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24		
2	40	29	50	23		
3	37	30	27	21		
4						
5						

En la columna E (celdas **E1, E2 y E3**) introduzca los datos de la OFERTA.

En la fila 4 (celdas **A4, B4, C4 y D4**) introduzca los datos de la DEMANDA.



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						

En las filas 11, 12 y 13, desde la columna A hasta la D, coloque **ceros**. En estas celdas se reflejarán las soluciones de cada “ruta” una vez aplicado SOLVER.

	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	0	0	0		
12	0	0	0	0		
13	0	0	0	0		

Ahora proceda a incluir las fórmulas en las celdas de referencia (estas celdas son de libre escogencia, lo importante es que los datos relacionen la información de las rutas de solución). Al principio en la hoja de cálculo se reflejarán “ceros” en dichas celdas.

Celda A15      **=SUMA(A11:A13)**

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE						
	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	0	0	0		
12	0	0	0	0		
13	0	0	0	0		
14						
15	0					

Celda B15      **=SUMA(B11:B13)**

B15	=SUMA(B11:B13)					
	A	B	C	D	E	F

Celda C15      **=SUMA(C11:C13)**

C15	=SUMA(C11:C13)					
	A	B	C	D	E	F

Celda D15      **=SUMA(D11:D13)**

D15	=SUMA(D11:D13)					
	A	B	C	D	E	F

Estas celdas reflejarán como quedan cubiertas las **demandas** en cada uno de los destinos A,B,C y D, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".

Celda E11      **=SUMA(A11:D11)**

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE						
	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	0	0	0	0	

Celda E12      **=SUMA(A12:D12)**

E12	=SUMA(A12:D12)					
	A	B	C	D	E	F

Celda E13      **=SUMA(A13:D13)**

E13	=SUMA(A13:D13)					
	A	B	C	D	E	F

Estas celdas reflejarán las **ofertas** hechas en cada uno de los orígenes 1, 2 y 3, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".

Por último escojo una celda donde se reflejará la **función objetivo**.

En dicha celda se incluirá la formula de la sumatoria de los productos de cada costo unitario multiplicado por la asignación de cada "ruta".

En nuestro caso hemos escogido **F15**. La fórmula será:

Celda F15      **=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)**

	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	0	0	0	0	
12	0	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	
14						
15	0	0	0	0		0

En este momento hemos introducido todos los datos necesarios en la hoja de cálculo.

Si colocamos cualquier valor en alguna de las celdas de resultados (desde A11 hasta D13) en la celda F15 aparecerá el costo de llevar tal cantidad de productos desde dicho origen hasta dicho destino. Es decir el valor que adquiere la función objetivo (Z) para esa asignación.

Para calcular el valor de Z mínimo, se utiliza una herramienta que incluye EXCEL llamada SOLVER.

Para correr el Solver haga clic en **"Datos"** y posteriormente haga clic en **"SOLVER"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"PARÁMETROS DE SOLVER"**.



Antes de que Solver pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. **Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.**

En el espacio superior izquierdo del cuadro **"PARÁMETROS DE SOLVER"**, donde se solicita la **CELDA OBJETIVO** coloque **\$F\$15**.

En los círculos blancos donde se solicita el **VALOR DE LA CELDA OBJETIVO** indique **MÍNIMO** (se trata de un problema de transporte y lo que se busca es el costo menor, haga clic sobre la palabra **MÍNIMO**).

En el espacio central izquierdo, donde se solicita **CAMBIANDO LAS CELDAS** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada ruta. En este caso son las celdas A11 hasta D13, coloque **\$A\$11:\$D\$13**.





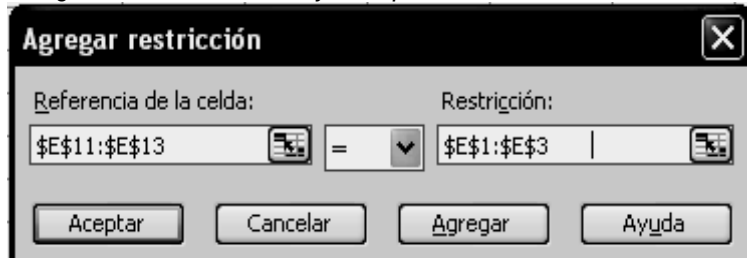
En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **SUJETAS A LAS SIGUIENTES RESTRICCIONES** indique las condiciones del problema, para lo cual haga clic en **AGREGAR**.

En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo **AGREGAR RESTRICCIÓN**. Coloque:



Se le está ordenando al programa que la demanda cubierta debe ser igual a la solicitada, en otras palabras debo cubrir los requerimientos del cliente.

Haga clic en **AGREGAR** y coloque:

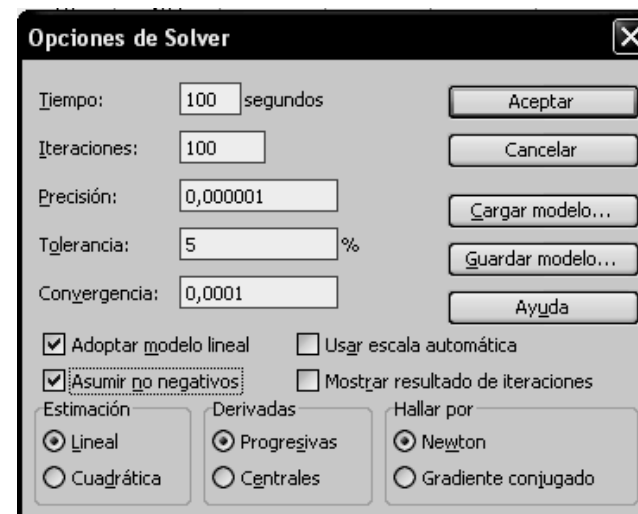


Se le está ordenando al programa que se debe ofrecer al cliente lo que estamos en capacidad de producir.

Haga clic en **ACEPTAR** y regresará a su pantalla el cuadro **PARÁMETROS DE SOLVER**. Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.



Antes de pedir a Solver que resuelva el modelo, se elige el botón **OPCIONES** y aparecerá el cuadro de diálogo **OPCIONES DE SOLVER**.



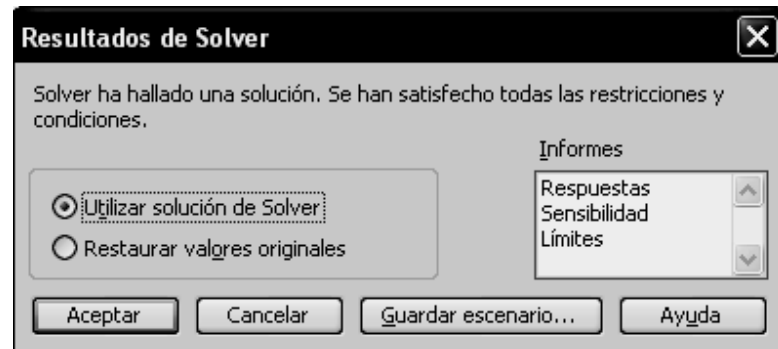
Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **ADOPTAR MODELO LINEAL** y **ASUMIR NO NEGATIVOS**, asegúrese de hacer clic sobre ellos y que aparezcan los “testigos de identificación”.

Con un clic en **ACEPTAR** se regresa al cuadro de diálogo **PARÁMETROS DE SOLVER**.



Ahora todo está listo para hacer clic en **RESOLVER** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas **A11 hasta D13**, y en la celda **F15** aparecerá el valor mínimo de la función objetivo (Zmínimo).

En el cuadro final **RESULTADOS DE SOLVER**:



Haga clic en **ACEPTAR** y se visualizarán los resultados.

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE						
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos						
F15		=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)				
	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	30	30	0	60	
12	0	0	0	15	15	
13	20	0	0	25	45	
14						
15	20	30	30	40		3260

Los resultados de este ejercicio se leen de la siguiente manera:

- Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino B (ruta o celda B11).
- Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino C (ruta o celda C11).
- Del Origen 2 enviaré 15 unidades al Destino D (ruta o celda D12).
- Del Origen 3 enviaré 20 unidades al Destino A (ruta o celda A13).
- Del Origen 3 enviaré 25 unidades al Destino D (ruta o celda D13).

El costo mínimo de transporte para cumplir con todos los requerimientos de oferta y demanda será de:

**Zmínimo = 3.260,00**

Verifique que se cumplió con los requerimientos de la oferta y la demanda que presentó el modelo.

**Este procedimiento se realiza una sola vez y al guardar la información en el archivo correspondiente nos servirá para resolver cualquier problema de transporte de hasta tres orígenes y cuatro destino; simplemente tendrá que introducir los datos del nuevo problema de transporte y pedir a Solver RESOLVER. En caso de que la matriz de costos sea mayor a la de este problema se desplegará un nuevo modelo tomando como referencia lo explicado anteriormente.**

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

***martilloatomico@gmail.com***

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

En la dirección electrónica :

***<http://www.scribd.com/doc/6729791/1-Manual-de-Ejercicios-PL>***

Encontrarás gran variedad de problemas resueltos de Programación Lineal (nivel básico, nivel medio y nivel avanzado).

# I N D I C E

## Enunciado del problema

**PROBLEMA TIPO :** Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo producto. Los planes de promoción para el próximo mes están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimada por unidad de publicidad se muestran a continuación :

	TELEVISION	RADIO	PRENSA
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	Bs. 2.000	Bs. 300	Bs. 600

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00. Se necesita determinar el plan óptimo para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

**PROBLEMA 2 :** Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcular éste.

**PROBLEMA 3 :** Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de

Pág

1

componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:

- dieta  $D_1$ : 2 unidades de A y 3 unidades de B
- dieta  $D_2$ : 1 unidad de A y 2 unidades de B.

Sabiendo que el precio de la dieta  $D_1$  es 2,5 €. y el de la dieta  $D_2$  es 1,45 €. ¿Cuál es la distribución óptima para el menor costo?

**PROBLEMA 4 :** Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A, ni más de 10 has. con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m<sup>3</sup> de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m<sup>3</sup>. Se dispone anualmente de 44 m<sup>3</sup> de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 litros anuales de aceite:

- a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.
- b) Obtener la producción máxima.

**PROBLEMA 5 :** Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este?

**PROBLEMA 6 :** Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el

máximo interés anual?

**PROBLEMA 7 :** En una pastelería se hacen dos tipos de tortas: Vienesas y Real. Cada torta Vienesa necesita un cuarto de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 Pts, mientras que una torta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 400 Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tortas de cada tipo. ¿Cuántas tortas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?

**PROBLEMA 8 :** Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?

**PROBLEMA 9 :** Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cuál es este?

**PROBLEMA 10 :** La compañía ESPECIAS INDIAN C.A., tiene un stock limitado de dos hierbas que se utilizan en la producción de aderezos. INDIAN usa los dos ingredientes, HB1 y HB2, para producir ya sea curry o pimentón. El departamento de mercadotecnia informa que aunque la empresa puede vender

11

11

12

13

todo el pimentón que pueda producir, sólo puede vender hasta un máximo de 1500 botellas de curry. Las hierbas no utilizadas se pueden vender a \$375 la onza de HB1 y a \$167 la onza de HB2. Determine el consumo de especias que maximice el ingreso de la Empresa.

Aderezo	Ingredientes (Onzas/Bot)		Demanda (Botellas)	Precio de Venta por botella (\$)
	HB1	HB2		
Curry	5	3	1500	2750
Pimentón	2	3	Ilimitada	1300
Disponibilidad (Onzas)	10000	8500		

**PROBLEMA 11 :** Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón requiere 1 m de algodón y 2 m de poliéster, cada chaqueta requiere 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

**PROBLEMA 12 :** Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, los del tipo A con un espacio refrigerado de 20 m<sup>3</sup> y un espacio no refrigerado de 40 m<sup>3</sup>. Los del tipo B, con igual cubijaje total, al 50% de refrigerado y no refrigerado. La contratan para el transporte de 3.000 m<sup>3</sup> de producto que necesita refrigeración y 4.000 m<sup>3</sup> de otro que no la necesita. El costo por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 € y el B de 40 €. ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar para que el coste total sea mínimo?

**PROBLEMA 13 :** En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 10 euros y del tipo Y es de 30 €. ¿Qué cantidades se

13

14

15

han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?

**PROBLEMA 14 :** Una escuela prepara una excursión para 320 alumnos. La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 900 € y el de uno pequeño 400 €. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

**PROBLEMA 15 :** Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

**PROBLEMA 16 :** Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

**PROBLEMA 17 :** Se desea obtener la mezcla de petróleo a partir de crudos de distintas procedencias, cada uno de los cuales tienen distintas características. En la tabla adjunta se detallan los distintos crudos (4 en total) y sus características más importantes

16

16

17

18

: el tanto por ciento de azufre, la densidad y el precio por TM en pesetas.

Origen	% Azufre	Densidad	Precio
Kuwait	0.45	0.91	35.000
Arabia	0.40	0.95	31.000
Noruega	0.38	0.89	39.000
Venezuela	0.41	0.92	34.000

Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre y una densidad igual al 91%. Se desea que el precio de la mezcla sea mínimo.

**PROBLEMA 18 :** Una perfumería produce el perfume "OXES". Este perfume requiere de Esencia y Fijador para su producción. Dos procesos están disponibles. El proceso "A" transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. El proceso "B" transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Cada onza de fijador le cuesta a la perfumería Bs. 10.000,00 y cada onza de esencia Bs. 15.000,00. Se tiene una disponibilidad máxima de 200 onzas de fijador y un máximo de 350 onzas de esencia para este período de planificación. Para estimular la demanda la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00. El perfume se vende en embases de una onza a Bs. 40.000,00 c/u. Determine la producción óptima que permita obtener la máxima utilidad tomando en cuenta que se debe producir únicamente lo que se va a embasar.

18

**PROBLEMA 19 :** Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5

20

horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son \$22, \$35 y \$45 respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?

**PROBLEMA 20 :** Debido a las fuertes lluvias de los últimos días en el sur, la empresa "Stop-lluvia" dedicada al rubro de los paraguas, ha visto un aumento en la demanda de sus productos. Los paraguas se arman en dos plantas, según la siguiente tabla:

Planta	Capacidad de producción [paragua]	Costo de producción [US\$/paragua]
A	2600	2300
B	1800	2500

Cuatro cadenas de multitiendas están interesadas en adquirir los paraguas, con las siguientes características :

Cadena	Máxima demanda [paragua]	Precio dispuesto a pagar [US\$/paragua]
1	1800	3900
2	2100	3700
3	550	4000
4	1750	3600

El costo de traslado a cada tienda (fijo) se muestra en la siguiente tabla :

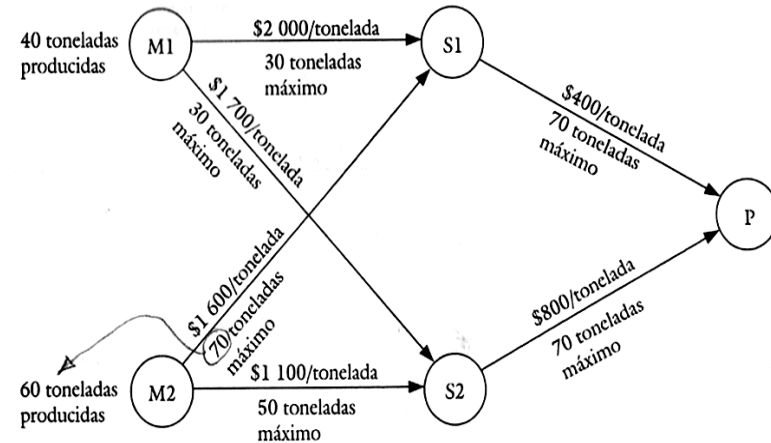
Costo Fijo [US\$]	1	2	3	4
A	600	800	1100	900
B	1200	400	800	500

Determinar la mejor decisión de entrega, para la empresa productora de paraguas.

**PROBLEMA 21** (Página 96. Lieberman) : Fagersta Steelworks explota dos minas para obtener mineral de hierro. Este mineral de hierro se envía a una de dos instalaciones de almacenamiento.

21

Cuando se necesita se manda a la planta de acero de la compañía. El siguiente diagrama describe la red de distribución, donde M1 y M2 son las dos minas, S1 y S2, los dos almacenes y P es la planta de acero. También muestra las cantidades producidas en las minas, al igual que el costo de envío y la cantidad máxima que se puede enviar al mes por cada vía. La Planta (P) requiere 100 toneladas de mineral de hierro.



La administración desea determinar el plan más económico de envío del mineral de las minas a la planta. Formule y resuelva con un modelo de programación lineal.

**PROBLEMA 22 :** Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios (Bs) : A 700; B 3.500; C 7.000. Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, más 1 unidad de B. Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo. Formule y Construya el modelo Lineal que maximice los ingresos de la empresa.

26

**PROBLEMA 23 :** Una refinería produce dos tipos de gasolina: Regular y Extra, las cuales vende en \$12 y \$14 por barril respectivamente. Ambos tipos de gasolina se preparan con una

27

mezcla de petróleo nacional refinado y de petróleo importado refinado y deben cumplir con las siguientes especificaciones :

	Presión Máxima de Vapor	Octanaje Mínimo	Demanda Máxima (barri/sem)	Entregas Mínimas (barri/sem)
Gasolina Regular	23	88	100.000	50.000
Gasolina Extra	23	93	20.000	5.000

Las características del inventario de petróleos refinados son las siguientes:

	Presión de Vapor	Octanaje	Inventario (barri/sem)	Costo barril \$
Nacional	25	87	40.000	8,00
Importado	15	98	60.000	15,00

¿Qué cantidades de los dos petróleos (nacional e importado) deberá mezclar la refinería en ambas gasolinas a fin de maximizar la ganancia semanal?

**PROBLEMA 24 :** La Oficina Técnica Coordinadora de Cultivos (OTCC), tiene a su cargo la administración de tres (3) parcelas. El rendimiento agrícola de cada parcela está limitado tanto por la cantidad de tierra cultivable como por la cantidad de agua asignada para regadío de la parcela por la comisión de aguas. Los datos proporcionados por este organismo son los siguientes:

Parcela	Tierra Cultivable [ha]	Asignación de agua [ $m^3$ ]
1	400	600
2	600	800
3	300	375

Las especies disponibles para el cultivo son: arroz , trigo y maíz, pero el Ministerio de Agricultura y Tierras ha establecido un número máximo de hectáreas que pueden dedicarse a cada uno de estos cultivos en las tres (3) parcelas en conjunto, como lo muestra la siguiente tabla :

Especie	Consumo de agua ( $m^3$ /ha)	Cuota máxima (ha)	Ganancia neta (\$/ha)
Arroz	3	600	400
Trigo	2	500	300
Maíz	1	325	200

Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable. Sin embargo, puede cultivarse cualquier combinación en cualquiera de las parcelas. La tarea que encara la OTCC es plantear cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de las distintas especies en cada parcela, de modo de maximizar la ganancia neta total para todas las parcelas a cargo de la OTCC.

**PROBLEMA 25 :** Una fábrica de zapatos predice las siguientes demandas por sus pares de zapatos para los próximos 6 meses : mes 1 = 200; mes 2 = 260; mes 3 = 240; mes 4 = 340; mes 5 = 190; mes 6 = 150. El costo de fabricar un par de zapatos es de US\$ 7,00 con horas normales de trabajo y de US\$ 11,00 con horas de sobretiempo. Durante cada mes, la producción en horario normal está limitada a 200 pares de zapatos y la producción con sobretiempo está limitada a 100 pares. Guardar un par de Zapatos en inventario cuesta US\$ 1,00 por mes. Formule un modelo matemático que permita obtener una solución óptima.

**CÓMO INSTALAR “SOLVER” EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL 2007**

**DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE TRANSPORTE EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL**