第一章

质点运动学

一　**掌握**描述质点运动及运动变化的四个物理量——位置矢量、位移、速度、加速度．**理解**这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性．

二　**理解**运动方程的物理意义及作用．会处理两类问题：（1）运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法；（2）已知质点运动的加速度和初始条件求速度、运动方程的方法．

三　掌握曲线运动的自然坐标表示法．能计算质点在平面内运动时的速度和加速度，以及质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度．

四　理解伽利略速度变换式，并会用它求简单的质点相对运动问题．

质点运动学两类基本问题

一　由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；

二　已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点速度及其运动方程.

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{v}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{a}(t)$$

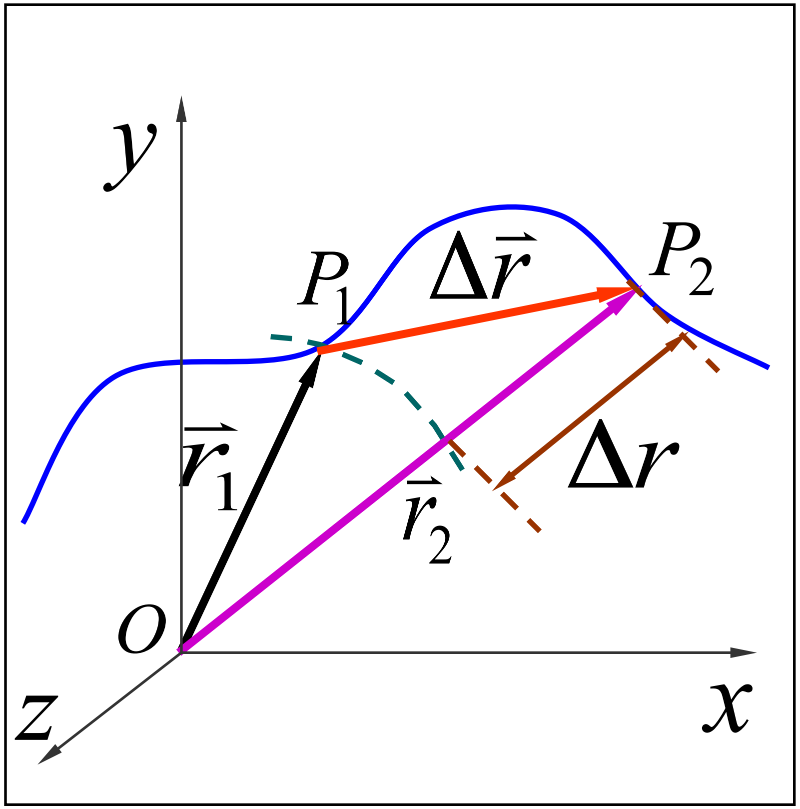
注意

$\Delta\vec{r}$，$|\Delta\vec{r}|$，Δr 的意义不同.

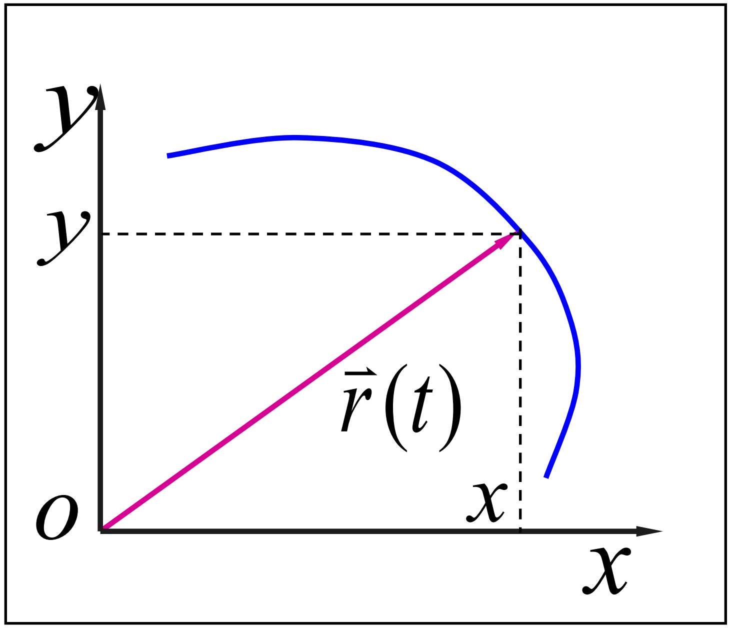
$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

$$\Delta r = \sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2} + z_2^{\,2}} - \sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2} + z_1^{\,2}}$$



讨论 一运动质点在某瞬时位于位矢 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为



（A） $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　（B） $\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

（C） $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$　　$\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

注意 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$

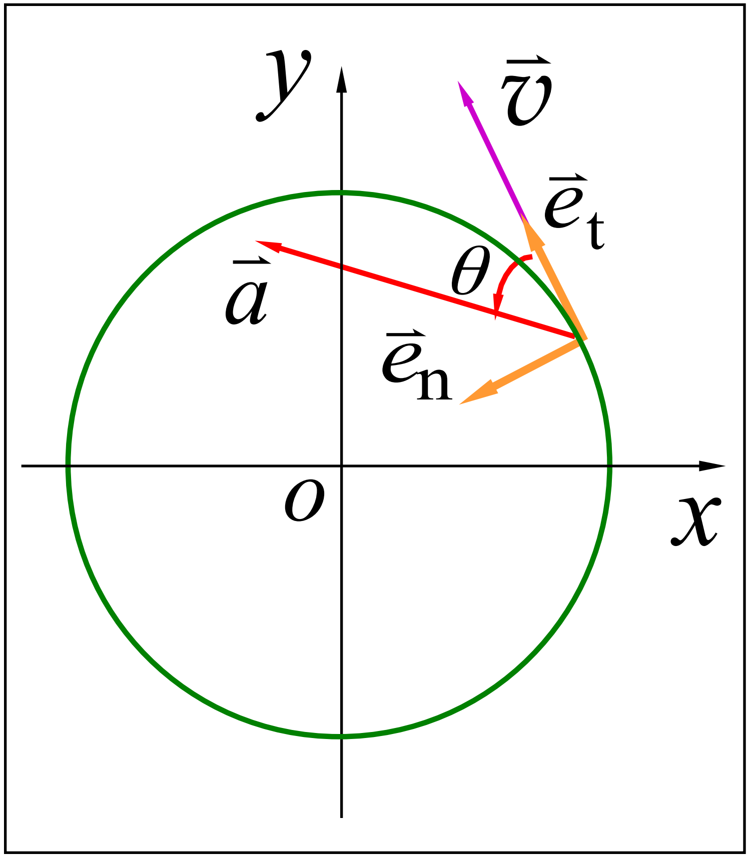
圆周运动加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{t}} + \vec{a}_{\mathrm{n}}$$

$$\vec{a} = r\alpha\vec{e}_{\mathrm{t}} + r\omega^2\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

大小 $a = \sqrt{a_{\mathrm{t}}^2 + a_{\mathrm{n}}^2}$

方向 $\theta = \tan^{-1}\dfrac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$

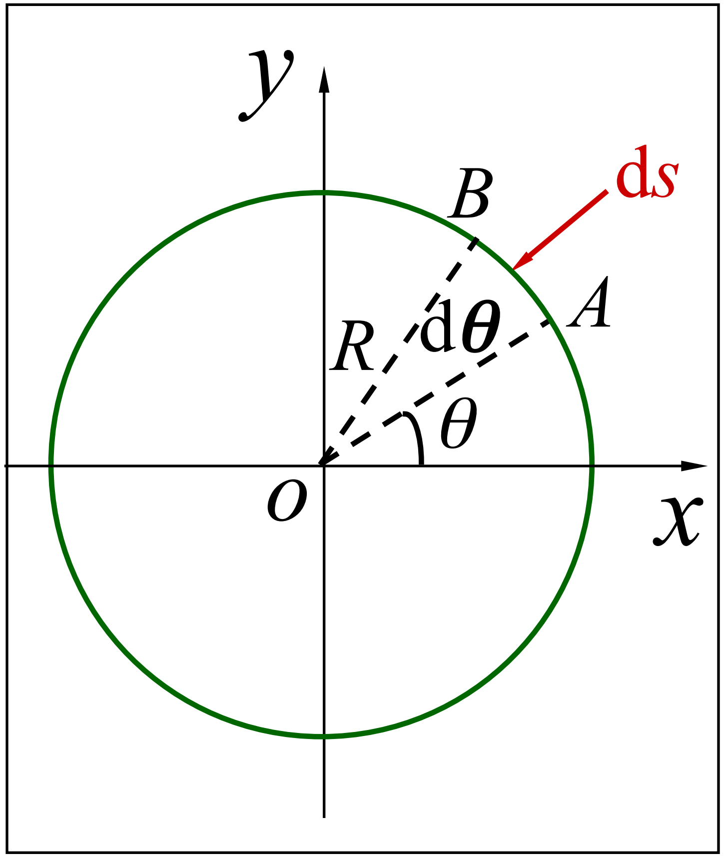


线量和角量的关系

$$\mathrm{d}s = R\mathrm{d}\theta$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$$

$$\begin{cases} a_{\mathrm{n}} = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2 \\ a_{\mathrm{t}} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\alpha \end{cases}$$



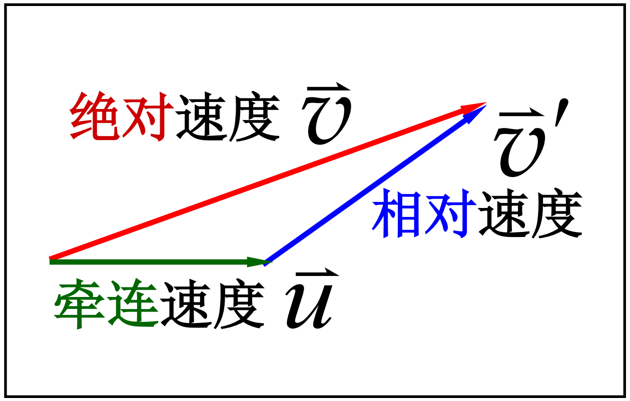
如 $t=0$ 时, $\theta=\theta_0, \omega=\omega_0$

$$\begin{cases} \omega=\omega_0+\alpha t \\ \theta=\theta_0+\omega_0 t+\dfrac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0) \end{cases}$$

与匀变速率直线运动类比

$$\begin{cases} v=v_0+at \\ s=s_0+v_0 t+\dfrac{1}{2}at^2 \\ v^2=v_0^2+2a(s-s_0) \end{cases}$$

伽利略速度变换 $\boxed{\vec{v}=\vec{v}\,'+\vec{u}}$



绝对速度 $\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

相对速度 $\vec{v}\,'=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t}$

牵连速度 $\vec{u}$

注意： 当 $\vec{u}$ 接近光速时，速度变换不成立.

加速度关系

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}\,'}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}$$

若 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}=0$ $\quad \vec{a}=\vec{a}\,'$

第 二 章

牛 顿 定 律

一　掌握牛顿定律的基本内容及其适用条件.

二　熟练掌握用隔离体法分析物体的受力情况，能用微积分方法求解变力作用下的简单质点动力学问题.

三　理解惯性系与非惯性系的概念，了解惯性力的概念.

一　解题步骤

隔离物体 ⟶ 受力分析 ⟶ 建立坐标

⟶ 列方程 ⟶ 解方程 ⟶ 结果讨论

二　两类常见问题

- 已知力求运动方程　$\vec{F} \longrightarrow \vec{a} \longrightarrow \vec{r}$
- 已知运动方程求力　$\vec{r} \longrightarrow \vec{a} \longrightarrow \vec{F}$

二　牛顿第二定律

动量为 $\vec{p}$ 的物体，在合外力 $\vec{F}(=\sum\vec{F}_i)$ 的作用下，其动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合外力.

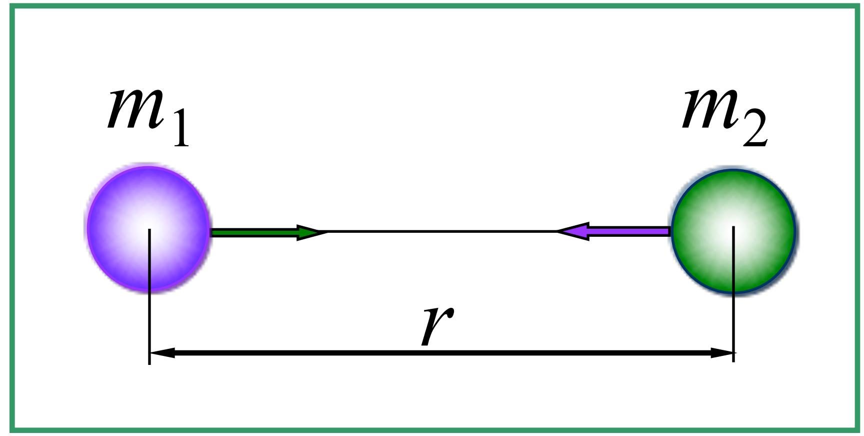
$$\vec{F}(t)=\frac{\mathrm{d}\vec{p}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$

当 $v<<c$ 时，m 为常量

合外力

$$\boxed{\vec{F}(t)=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}}$$

一　万有引力



$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

引力常数 $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$

重力　$P = mg,\quad g = \dfrac{Gm_E}{r^2}$

地表附近 $g \approx \dfrac{Gm_E}{R^2} \approx 9.80\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

二　弹性力

由物体形变而产生的.

常见弹性力有：正压力、张力、弹簧弹性力等.

弹簧弹性力 $F = -kx$

——胡克定律

三　摩擦力

滑动摩擦力 $F_{\mathrm{f}} = \mu F_{\mathrm{N}}$

最大静摩擦力 $F_{\mathrm{f0m}} = \mu_0 F_{\mathrm{N}}$

静摩擦力 $F_{\mathrm{f0}} \le F_{\mathrm{f0m}}$

一般情况 $\mu \approx \mu_0$

三. 惯性力

设 S' 系(非惯性系) 相对S 系(惯性系) 平动，加速度为[redacted]。

质点 m 在S 系和S' 系的加速度分别为 $\vec{a}$, $\vec{a}_r$

由伽俐略变换有 $\vec{a}=\vec{a}_r+\vec{a}_0$

在S 系： $\vec{F}=m\vec{a}=m\vec{a}_r+m\vec{a}_0$

在S' 系： $\vec{F}-m\vec{a}_0=m\vec{a}_r$

引入虚拟力或惯性力 $\vec{F}_0=-m\vec{a}_0$

则 $\vec{F}+\vec{F}_0=m\vec{a}_r$ 牛顿第二定律形式上成立

说明

惯性力是虚拟力，没有施力者，也没有反作用力。不满足牛顿第三定律。

第 三 章

动量守恒定律和能量守恒定律

一　理解动量、冲量概念，掌握动量定理和动量守恒定律.

二　掌握功的概念，能计算变力的功，理解保守力作功的特点及势能的概念，会计算万有引力、重力和弹性力的势能.

三 掌握动能定理、功能原理和机械能守恒定律，掌握运用动量和能量守恒定律分析力学问题的思想和方法.

四 了解完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞的特点，并能处理较简单的完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞的问题.

力的累积效应 $\begin{cases} \vec{F}(t) \text{对 } t \text{积累} \rightarrow \vec{I}, \ \Delta\vec{p} \\ \vec{F} \text{ 对 } \vec{r} \text{积累} \rightarrow W, \ \Delta E \end{cases}$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{动量、冲量、动量定理、动量守恒} \\ \text{动能、功、动能定理、机械能守恒} \end{cases}$

$$\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$

微分形式

$$\boxed{\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1}$$

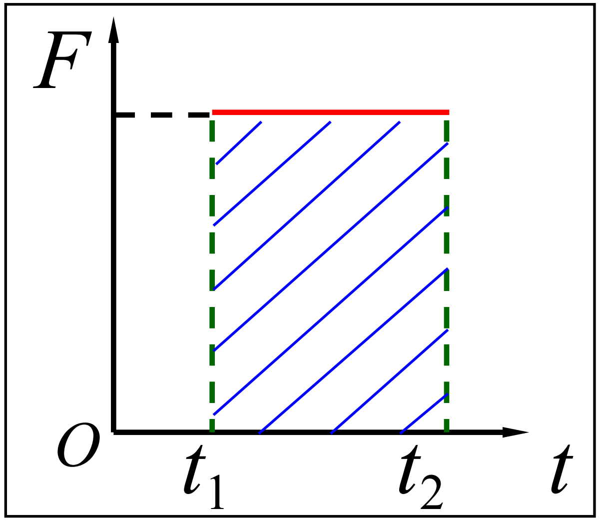
积分形式

动量定理　在给定的时间间隔内，外力作用在质点上的冲量，等于质点在此时间内动量的增量.

讨论

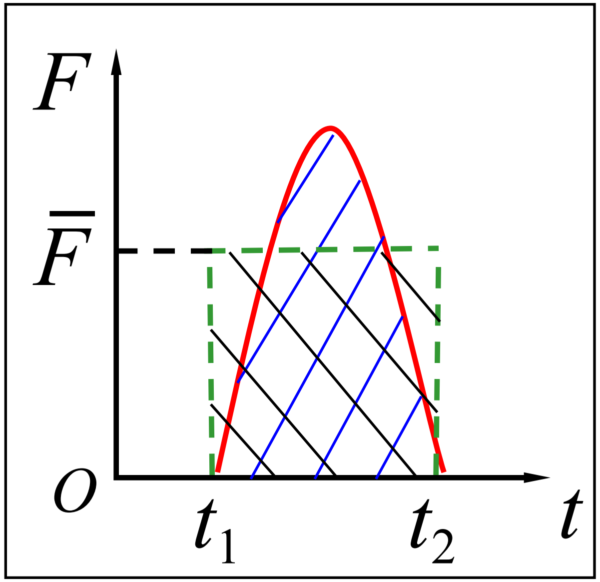
（1） ***F*** **为恒力**

$$\vec{I}=\vec{F}\Delta t$$



（2） ***F*** **为变力**

$$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=\overline{\vec{F}}(t_2-t_1)$$



质点系动量定理

$$\vec{I}=\int_{t_0}^{t}\sum_i \vec{F}_i^{\mathrm{ex}}\mathrm{d}t=\sum_i \vec{p}_i-\sum_i \vec{p}_{i0}$$

若质点系所受的合外力 $\vec{F}^{\mathrm{ex}}=\sum_i \vec{F}_i^{\mathrm{ex}}=0$

则系统的总动量不变——动量守恒定律

$$\vec{F}^{\mathrm{ex}}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t},\quad \vec{F}^{\mathrm{ex}}=0,\quad \vec{p}=\vec{C}$$

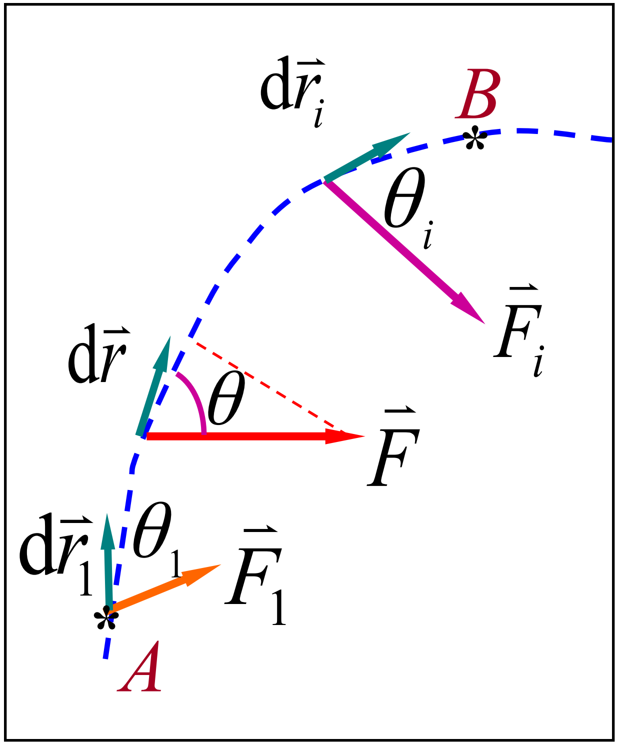
2　变力的功

$$\mathrm{d}W = F\cos\theta\left|\mathrm{d}\vec{r}\right|$$

$$\mathrm{d}s = \left|\mathrm{d}\vec{r}\right|$$

$$\mathrm{d}W = F\cos\theta\,\mathrm{d}s$$

$$\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$



$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int_A^B F\cos\theta\,\mathrm{d}s}$$

$$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=E_{k2}-E_{k1}$$

合外力对质点所作的功，等于质点动能的增量 ——质点的动能定理

注意

- 功是过程量，动能是状态量；
- 功和动能依赖于惯性系的选取，但对不同惯性系动能定理形式相同.

二　保守力与非保守力

保守力作功的数学表达式

保守力所作的功与路径无关，仅决定于始、末位置.

引力的功 $$W=-\left[\left(-G\frac{m'm}{r_B}\right)-\left(-G\frac{m'm}{r_A}\right)\right]$$

弹力的功 $$W=-\left(\frac{1}{2}kx_B^2-\frac{1}{2}kx_A^2\right)$$

三　势能

与质点位置有关的能量.

引力的功 $W=-\left[\left(-G\dfrac{m'm}{r_B}\right)-\left(-G\dfrac{m'm}{r_A}\right)\right]$	引力势能 $E_p=-G\dfrac{m'm}{r}$
弹力的功 $W=-\left(\dfrac{1}{2}kx_B^2-\dfrac{1}{2}kx_A^2\right)$	弹性势能 $E_p=\dfrac{1}{2}kx^2$

$$W^{\mathrm{ex}} + W^{\mathrm{in}}_{\mathrm{nc}} = (E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}}) - (E_{\mathrm{k0}} + E_{\mathrm{p0}})$$

机械能 $E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}}$

$$\boxed{W^{\mathrm{ex}} + W^{\mathrm{in}}_{\mathrm{nc}} = E - E_0}$$

——质点系的功能原理

三　机械能守恒定律

当 $\boxed{W^{\mathrm{ex}} + W_{\mathrm{nc}}^{\mathrm{in}} = 0}$ 时，有 $\boxed{E = E_0}$

——只有保守内力作功的情况下，质点系的机械能保持不变.

$$E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}}$$

$$E_{\mathrm{k}} - E_{\mathrm{k0}} = -(E_{\mathrm{p}} - E_{\mathrm{p0}}) \quad \boxed{\Delta E_{\mathrm{k}} = -\Delta E_{\mathrm{p}}}$$

说明 守恒定律的意义

一般情况碰撞 $\because \vec{F}^{\mathrm{ex}} << \vec{F}^{\mathrm{in}} \quad \therefore \sum_i \vec{p}_i = \vec{C}$

1 完全弹性碰撞

- 动量和机械能均守恒

2 非弹性碰撞

- 动量守恒，机械能不守恒

3 完全非弹性碰撞

- 动量守恒，机械能不守恒

➢对质量离散分布的物系：

$$x_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_ix_i}{m'}\qquad y_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_iy_i}{m'}\qquad z_C=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_iz_i}{m'}$$

➢对质量连续分布的物体：

$$x_C=\frac{1}{m'}\int x\mathrm{d}m\quad y_C=\frac{1}{m'}\int y\mathrm{d}m\quad z_C=\frac{1}{m'}\int z\mathrm{d}m$$

说明 对密度均匀、形状对称的物体，质心在其几何中心.

根据质点系动量定理 $\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{\mathrm{ex}}$

（因质点系内 $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{\mathrm{in}}=0$）

$$\boxed{\vec{F}^{\mathrm{ex}}=m'\frac{\mathrm{d}\vec{v}_C}{\mathrm{d}t}=m'\vec{a}_C}$$

作用在系统上的合外力等于系统的总质量乘以质心的加速度——**质心运动定律**

第四章

刚 体 的 转 动

一　**理解**描写刚体定轴转动角速度和角加速度的物理意义，并掌握角量与线量的关系.

二　**理解**力矩和转动惯量概念，掌握刚体绕定轴转动的转动定理.

三　**理解**角动量概念，掌握角动量定律，并能处理一般质点在平面内运动以及刚体绕定轴转动情况下的角动量守恒问题.

四　理解刚体定轴转动的转动动能概念，能在有刚体绕定轴转动的问题中正确地应用机械能守恒定律.

能运用以上规律分析和解决包括质点和刚体的简单系统的力学问题.

刚体： 在外力作用下，形状和大小都不发生变化的物体．（任意两质点间距离保持不变的特殊质点组．）

说明： (1) 刚体是理想模型

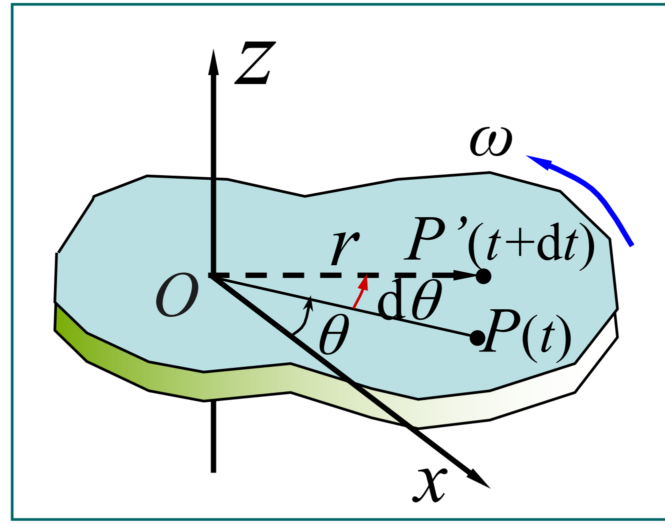
(2) 刚体模型是为简化问题引进的．

刚体的运动形式： 平动、转动．

一　刚体转动的角速度和角加速度

角坐标 $\theta = \theta(t)$

$$\begin{cases} \text{沿逆时针方向转动 } \theta > 0 \\ \text{沿顺时针方向转动 } \theta < 0 \end{cases}$$



角位移 $\Delta\theta = \theta(t+\Delta t) - \theta(t)$

角速度矢量 $\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$

$\vec{\omega}$ 方向：右手螺旋方向

二 匀变速转动公式

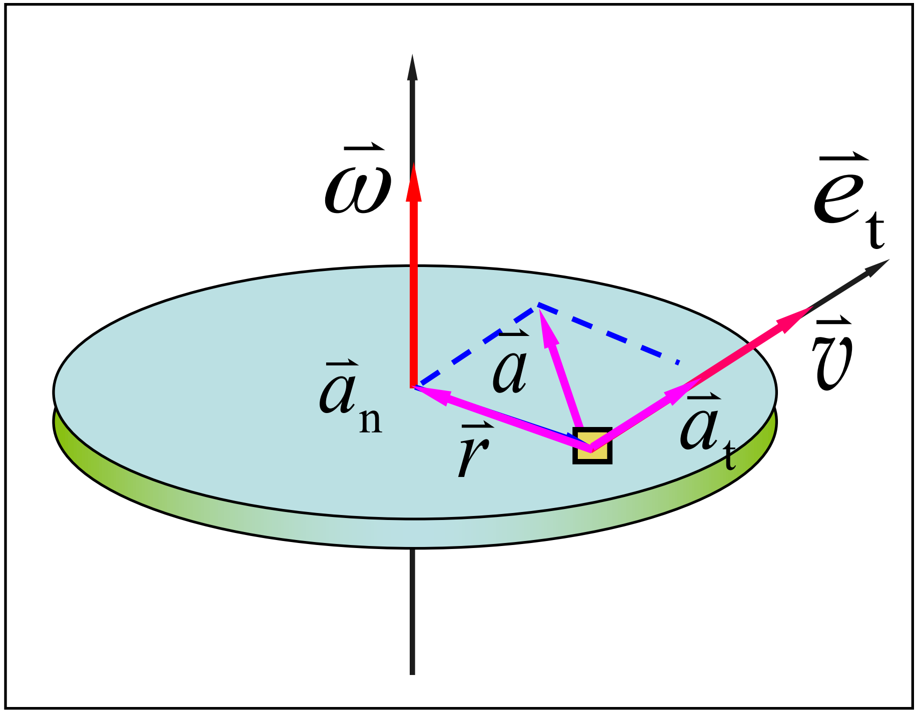
当刚体绕定轴转动的 α=常量时，刚体做匀变速转动.

质点匀变速直线运动	刚体绕定轴作匀变速转动
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

三　角量与线量的关系

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}^2 t}$$



$$\boxed{\vec{v} = r\omega\vec{e}_{\mathrm{t}}}$$

$$a_{\mathrm{t}} = r\alpha$$

$$a_{\mathrm{n}} = r\omega^2$$

$$\boxed{\vec{a} = r\alpha\vec{e}_{\mathrm{t}} + r\omega^2\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

一 力矩

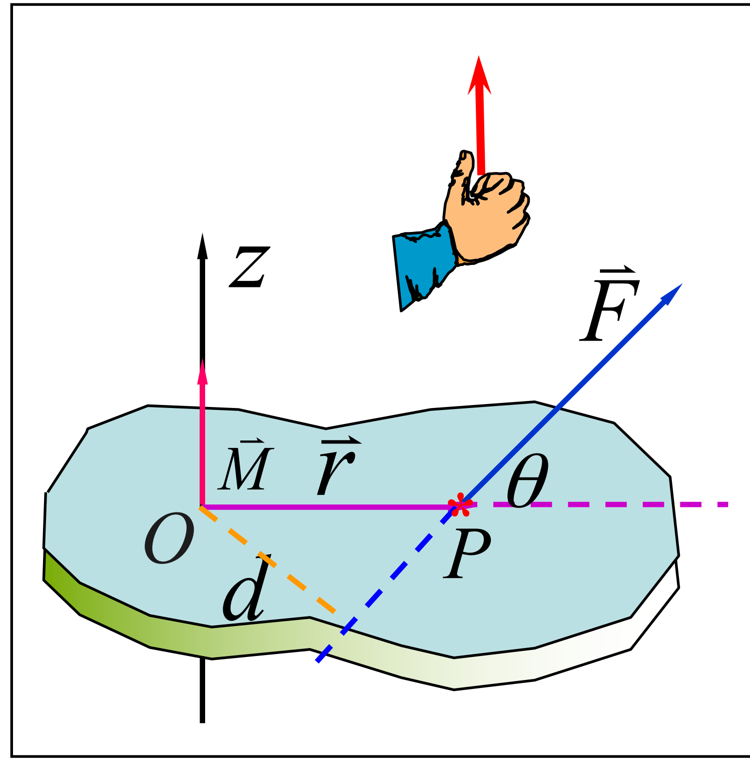
用来描述力对刚体的转动作用.

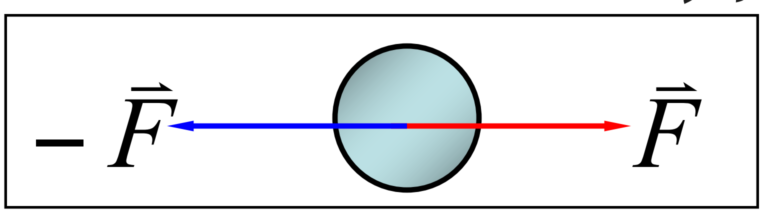
$\vec{F}$ 对转轴 z 的力矩

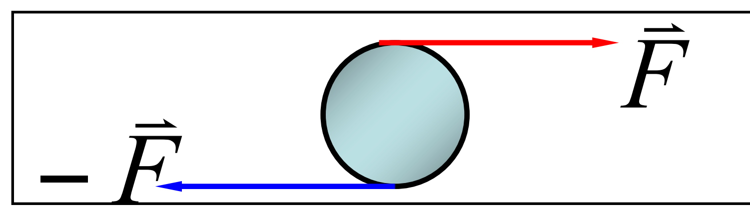
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = Fr\sin\theta = Fd$$

d: 力臂







$$\sum_i \vec{F}_i = 0, \quad \sum_i \vec{M}_i = 0$$

$$\sum_i \vec{F}_i = 0, \quad \sum_i \vec{M}_i \neq 0$$

转动定律 $\boxed{M = J\alpha}$

讨论

（1） $M = 0, \quad \omega$不变

（2） $\alpha \propto \dfrac{M}{J}$

（3） $$\boxed{M = J\alpha = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}}$$

三　转动惯量

$$\boxed{J=\sum_j \Delta m_j r_j^2}\qquad \boxed{J=\int r^2 \mathrm{d}m}$$

- 转动惯量的单位：kg·m^2
- J 的意义：转动惯性的量度 .

说 明

刚体的转动惯量与以下三个因素有关:

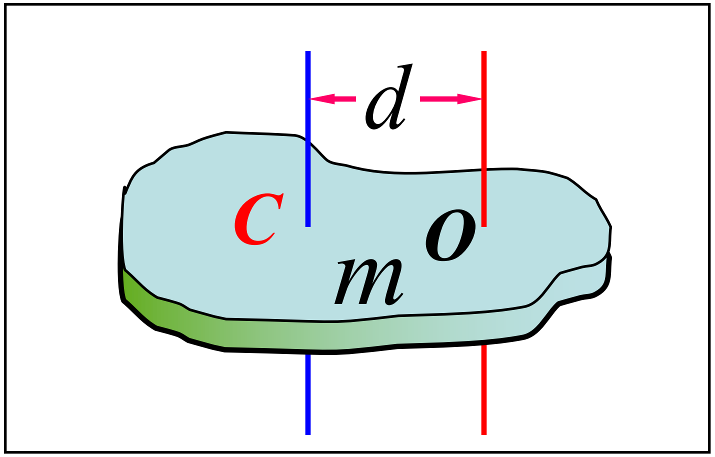
（1） 与刚体的体密度 ρ 有关.

（2） 与刚体的几何形状及体密度 ρ 的分布有关.

（3） 与转轴的位置有关.

四　平行轴定理

质量为m的刚体，如果对其质心轴的转动惯量为J_C，则对任一与该轴平行，相距为d的转轴的转动惯量



$$J_O = J_C + md^2$$

力的时间累积效应：

→ 冲量、动量、动量定理.

力矩的时间累积效应：

→ 冲量矩、角动量、角动量定理.

1　质点的角动量

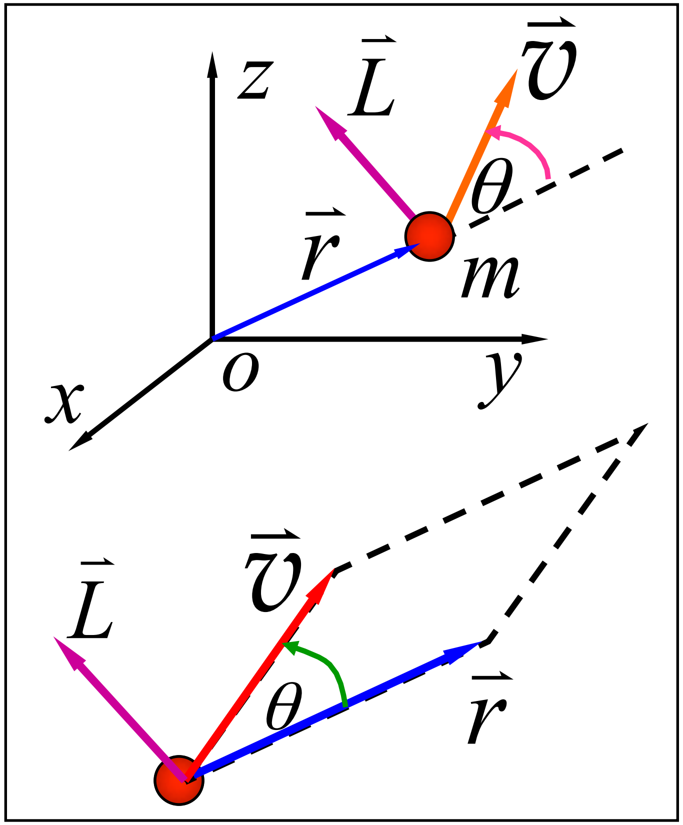
质量为m 的质点以速度 $\vec{v}$ 在空间运动，某时对 O 的位矢为 $\vec{r}$，质点对O的角动量

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$$

大小$L=rmv\sin\theta$

$\vec{L}$ 的方向符合右手法则

角动量单位：kg·m^2·s^{-1}



$$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\mathrm{d}t = \vec{L}_2 - \vec{L}_1}$$

冲量矩 $\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\mathrm{d}t$

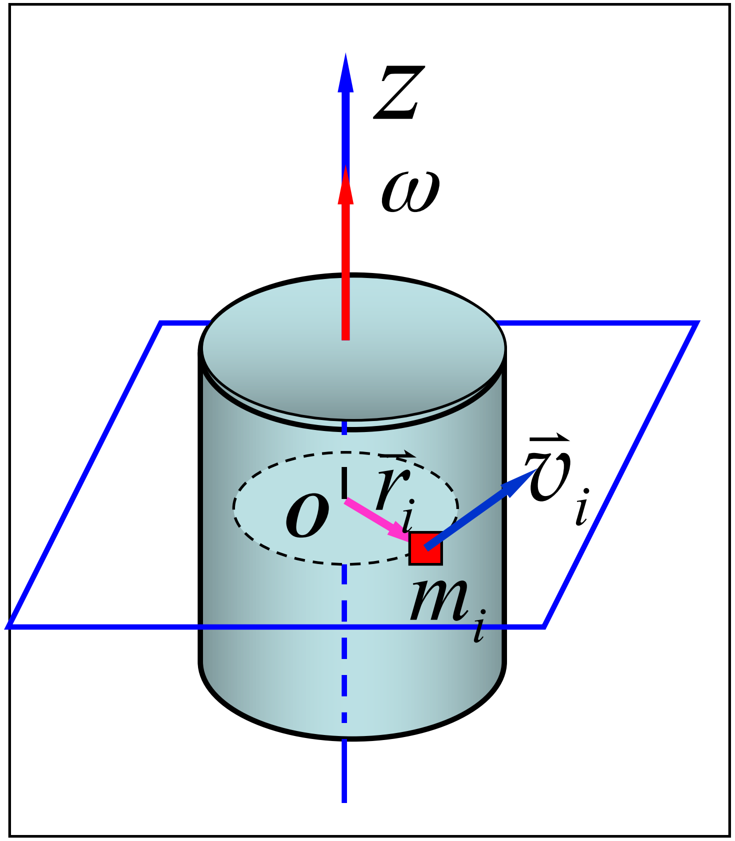
质点的角动量定理：对同一参考点O，质点所受的冲量矩等于质点角动量的增量.

3 质点的角动量守恒定律

$$\vec{M} = 0, \quad \vec{L} = \boxed{\text{恒矢量}}$$

二　刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律

1　刚体定轴转动的角动量



$$\vec{L}=\sum_i m_i r_i^2\vec{\omega}$$

$$=(\sum_i m_i r_i^2)\vec{\omega}$$

$$\boxed{\vec{L}=J\vec{\omega}}$$

2 刚体定轴转动的角动量定理

$$\boxed{\vec{M}=\frac{\mathrm{d}(J\vec{\omega})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$$

3 刚体定轴转动的角动量守恒定律

若 $M=0$，则 $L=J\omega=$常量

力的空间累积效应：

⟶ 力的功、动能、动能定理.

力矩的空间累积效应：

⟶ 力矩的功、转动动能、动能定理.

四　刚体绕定轴转动的动能定理

$$W=\int_{\theta_1}^{\theta_2}M\mathrm{d}\theta=\int_{\theta_1}^{\theta_1}J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\theta=\int_{\omega_1}^{\omega_2}J\omega\mathrm{d}\omega$$

$$\boxed{W=\int_{\theta_1}^{\theta_2}M\mathrm{d}\theta=\frac{1}{2}J\omega_2^2-\frac{1}{2}J\omega_1^2}$$

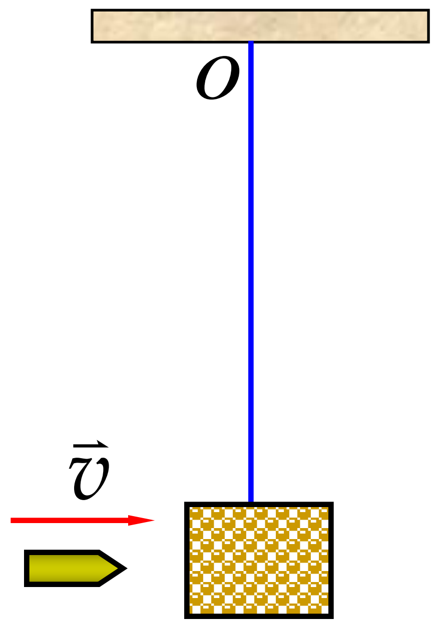
——刚体绕定轴转动的动能定理

比较　$$W=\int\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\frac{1}{2}m{v_2}^2-\frac{1}{2}m{v_1}^2$$

讨 论

子弹击入沙袋

细绳质量不计

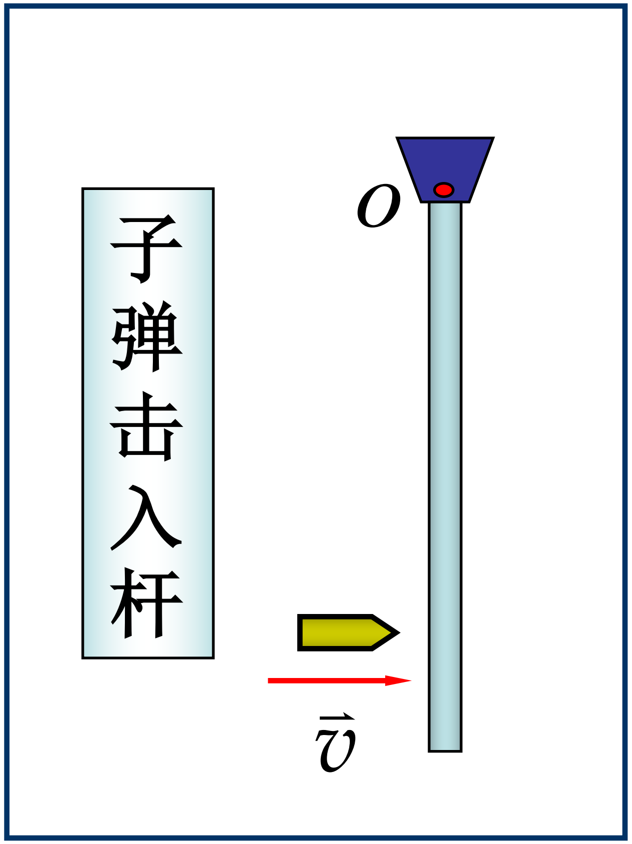


以子弹和沙袋为系统

动量守恒；

角动量守恒；

机械能不守恒 .

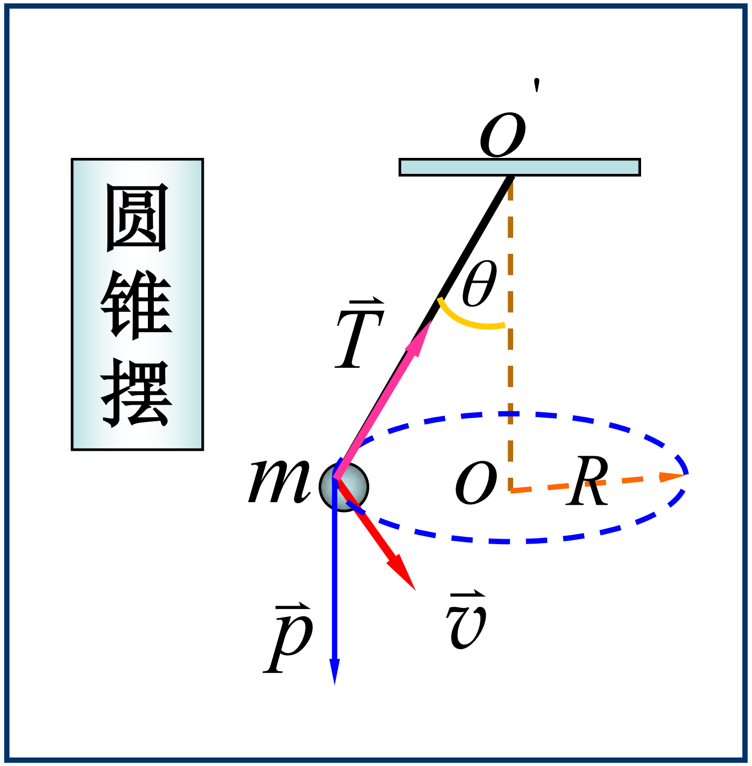


以子弹和杆为系统

动量不守恒；

角动量守恒；

机械能不守恒.



圆锥摆系统

动量不守恒;

角动量守恒;

机械能守恒.