大学物理A(1)
期末复习

2010年6月28日

目录

静电场部分

一、电场强度及叠加原理

- 库仑定律 (真空、静止、点电荷)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

- 电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- 电场强度的叠加原理 (电荷元)

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \longleftarrow \text{点电荷：电荷离散分布} \\ &= \int d\vec{E} \longleftarrow \text{带电体：电荷连续分布} \end{aligned}$$

二、利用叠加原理求电场强度—计算$\vec{E}$的第一种方法

- 单个点电荷

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

- 多个点电荷

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{ri}$$

- 任意带电体

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\vec{e}_r \longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} \text{线密度} & dq = \lambda dl \\ \text{面密度} & dq = \sigma dS \\ \text{体密度} & dq = \rho dV \end{array}\right.$$

三、电场强度的通量及静电场中的高斯定理

- 电场线及其性质
  - 起始于正电荷(无限远)，终止于负电荷(无限远)
  - 不闭合，也不在没有电荷处中断
  - 电场线不在没有电荷处相交
- 电通量

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} \longrightarrow \Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

- 高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i^{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \text{静电场是有源场}$$

四、利用高斯定理求电场强度—计算$\vec{E}$的第二种方法

- 分析静电场对称性
- 根据对称性选择合适的高斯面
    - 无限长均匀带电直线、圆柱、圆柱面
    - 均匀带电球、球面、球壳
    - 无限大均匀带电平面
- 应用高斯定理计算电场强度$\vec{E}$

五、静电场环路定理与电势—计算电势V的第一种方法

- 静电场环路定理

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \longrightarrow \text{静电场是保守场、无旋场}$$

- 电势能

$$W_{AB}=-\triangle E_p=-(E_{pB}-E_{pA})=q\int_{AB}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

- 电势差 $\quad U_{AB}=V_A-V_B=\int_{AB}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

- 电势 (以无限远点为零电势参考点)

$$V_A=\int_{A\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

六、电势叠加原理—计算电势V的第二种方法

- 电势叠加原理 $V=\sum_{i=1}^{n} V_i$
- 单个点电荷 $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$
- 多个点电荷 $V=\sum_{i=1}^{n} V_i=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_i}{r_i}$
- 任意带电体 $V=\int dV=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\dfrac{dq}{r}$

七、电场强度与电势的关系—计算$\vec{E}$的第三种方法

- 等势面及其性质
  - 电荷沿等势面移动电场力不做功
  - 电场强度与等势面处处垂直
  - 任意两相邻等势面的电势差相等
- 电场强度等于电势的负梯度

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

八、静电场中的导体—自由电荷

- 静电平衡—导体中没有电荷定向移动的状态
- 静电平衡时导体的性质
  - 导体是等势体，导体表面是等势面
  - 导体表面附近的电场强度与导体表面处处垂直
  - 导体内没有净电荷，电荷分布于导体表面

九、静电场中的电介质—束缚电荷

- 电介质的分类：无极分子与有极分子
- 电介质中的电场强度

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}\,' \longrightarrow E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

- 电容率$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r \longrightarrow$ 真空电容率 ε_0 相对电容率 ε_r
- 电极化强度矢量

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p_i}}{\Delta V} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\vec{E}$$

$$P = \sigma' \quad (\text{电介质表面的极化电荷面密度})$$

十、有电介质时的高斯定理

- 有电介质时的高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{i=1}^{n} q_{0_i} \longleftarrow \text{自由电荷}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \Longleftarrow \vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

- 利用有介质时的高斯定理求电场强度$\vec{E}$的步骤
  - 分析静电场对称性
  - 根据对称性选择合适的高斯面
  - 应用高斯定理计算电位移矢量$\vec{D}$
  - 根据$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$计算电场强度$\vec{E}$

十一、电容器和静电场的能量

- 电容器电容的计算
  - 假设电容器带电量为Q
  - 计算两极板间的电场强度$\vec{E}$
  - 计算两极板间的电势差$U=\int_l \vec{E}\cdot d\vec{l}$
  - 计算电容器电容$C=Q/U$
- 电容器的能量 $W_e=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
- 静电场的能量密度 $w_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$
- 静电场的能量 $W_e=\int_V w_e dV$

恒定磁场部分

一、电流与电源电动势

- 电流强度 $$I = \frac{dq}{dt}$$
- 电流密度矢量 $\vec{j}$

$$\text{微观:}\quad \vec{j} = nq\vec{v}_d \qquad \text{宏观:}\quad \vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{e}_n$$

- 电流强度与电流密度的关系

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

- 电源电动势 (非静电力作功，非静电力电场强度$\vec{E}_k$)

$$\mathscr{E} = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_{内} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

二、磁感强度与叠加原理

- 磁感强度

$$\text{大小} \quad B = \frac{F}{qv\sin\theta}$$

$$\text{方向} \quad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{右手螺旋定则}$$

- 毕奥-萨伐尔定律 (电流元)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

- 磁感强度的叠加原理

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

三、利用叠加原理计算磁感强度—计算$\vec{B}$的第一种方法

- 任意形状载流导线

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_l \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

- 无限长载流直导线 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 半无限长 $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}$
- 载流圆形线圈 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$ 半圆形 $B = \dfrac{\mu_0 I}{4R}$
- 无限长直螺线管 $B = \mu_0 n I$
- 运动电荷的磁场 $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$

四、磁通量及磁场中的高斯定理

- 磁感线及其性质
  - 闭合曲线，无起点和终点
  - 磁感线不会相交
- 磁通量

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} \longrightarrow \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- 高斯定理

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \longrightarrow \text{恒定电场是无源场}$$

五、安培环路定理—计算$\vec{B}$的第二种方法

- 恒定磁场的安培环路定理

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

- 安培环路定理的应用
  - 分析磁场的对称性
  - 根据磁场对称性建立安培环路
    (注意：回路绕行方向及回路中电流强度的正负)
  - 用安培环路定理计算磁感强度$\vec{B}$

六、运动带电粒子及载流导线在磁场中所受力

- 带电粒子在磁场中的运动
  - 垂直入射　匀速率圆周运动　半径 $R=\frac{mv}{Bq}$　周期 $T=\frac{2\pi m}{Bq}$
  - 斜入射　螺旋运动　螺距 $d=v_{\parallel}T=v\cos\theta\frac{2\pi m}{Bq}$
- 磁场对电流元的作用力

$$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$$

- 磁场对载流导线的作用力

$$\vec{F}=\int_l d\vec{F}=\int_l Id\vec{l}\times\vec{B}$$

- 磁场对载流线圈的力矩

$$\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}\longleftarrow \text{线圈磁矩 } \vec{m}=IS\vec{e}_n$$

七、磁场中的磁介质

- 磁介质中的磁感强度

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \longrightarrow \ B = \mu_r B_0$$

- 磁介质的分类
  - 顺磁质， $B > B_0$ ， $\mu_r > 1$ ， $\mu > \mu_0$
  - 抗磁质， $B < B_0$ ， $\mu_r < 1$ ， $\mu < \mu_0$
  - 铁磁质， $B >> B_0$， $\mu_r >> 1$， $\mu >> \mu_0$

- 磁导率$\mu = \mu_0 \mu_r \Longrightarrow$ 真空磁导率 μ_0 相对磁导率 μ_r

- 磁化强度矢量

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}}{\Delta V} \longrightarrow M = I_s(\text{磁介质表面磁化电流面密度})$$

八、有磁介质时的安培环路定理

- 有磁介质时的安培环路定理

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i \longleftarrow \text{传导电流}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} \Longleftarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

- 利用有磁介质的安培环路定理计算磁感强度$\vec{B}$
  - 分析磁场的对称性
  - 根据磁场对称性建立安培环路
  - 用有磁介质的安培环路定理计算磁场强度$\vec{H}$
  - 根据$\vec{B} = \mu \vec{H}$计算磁感强度$\vec{B}$

九、静电场与恒定磁场比较

	静电场		恒定磁场
电荷元	$d\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{r^3}\vec{r}$	电流元	$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$
叠加原理	$\vec{E} = \int d\vec{E}$		$\vec{B} = \int d\vec{B}$
高斯定理	$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum q^{in}}{\varepsilon_0}$		$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$
	有源场		无源场
环路定理	$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$		$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$
	保守场、无旋场		非保守场、有旋场
电势	$V_A = \int_{A\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l}$		

静电场		恒定磁场	
电介质	电极化现象	磁介质	磁化现象
极化强度	$\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p}}{\triangle V}$	磁化强度	$\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{m}}{\triangle V}$
	$P = \sigma'$		$M = I_s$
电位移	$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$	磁场强度	$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$
	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$		$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$
高斯定理	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$	环路定理	$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$

电磁场部分

一、电磁感应定律和楞次定律

- 电磁感应定律

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- 楞次定律
  - 规定回路的绕行方向和回路的法线方向
  - 判断穿过闭合回路的原磁场方向
  - 根据原磁场的变化，确定感应电流磁场方向
    - 原磁场增强$\Longrightarrow$ Φ增加$\Longrightarrow$ 感应电流磁场与原磁场相反
    - 原磁场减弱$\Longrightarrow$ Φ减小$\Longrightarrow$ 感应电流磁场与原磁场相同
  - 根据右手定则，由感应电流磁场方向确定感应电动势方向

二、动生电动势和感生电动势

- 动生电动势

$$\mathscr{E}_i = \int_Q^P \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_Q^P (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

(Q端：低电势点；P端：高电势点)

- 感生电动势

$$\mathscr{E}_i = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- 静电场与感生电场的区别

静电场	感生电场
由静止电荷激发	由变化磁场激发
电场线不闭合	电场线闭合
保守场	非保守场

三、电感和磁场的能量

- 自感的计算
  - 假设电感内电流强度为I
  - 计算磁感强度$\vec{B}$
  - 计算磁通量 $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
  - 根据定义计算自感 $L = \Phi / I$
- 自感电动势 $\mathscr{E}_L = -L\dfrac{dI}{dt}$
- 自感的能量 $W_m = \frac{1}{2}LI^2$
- 磁场的能量密度 $w_m = \frac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2}BH$
- 静电场的能量 $W_m = \int_V w_m dV$

刚体力学部分

一、刚体定轴转动的描述

- 定轴转动 $\theta \Leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
- 刚体定轴匀变速转动

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

- 线量与角量的关系

$$\triangle S = \boxed{\boxed{\mathrm{r}}}\,\triangle\theta$$

$$v = \boxed{\boxed{\mathrm{r}}}\,\omega$$

$$a_t = \boxed{\boxed{\mathrm{r}}}\,\alpha$$

$$a_n = \boxed{\boxed{\mathrm{r}}}\,\omega^2$$

二、力矩　转动定律　转动惯量

- 力矩　$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \Longrightarrow \begin{cases} \text{大小} & M = rF\sin\theta \\ \text{方向} & \text{右手螺旋定则} \end{cases}$
- 刚体所受合外力矩

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots + \vec{M}_n$$

- 转动惯量　$J = \sum_i \triangle m_i r_i^2 = \int r^2 dm$
- 平行轴定理　$J = J_c + md^2$
- 转动定律　$\vec{M} = J\vec{\alpha}$

三、力矩对时间的积累：角动量定理与角动量守恒

	质点绕定点转动	刚体绕定轴转动
角动量	$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$	$\vec{L}=J\vec{\omega}$
角动量定理	微分形式 $\vec{M}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$	
	积分形式 $\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt=\vec{L}_2-\vec{L}_1$	
	$\vec{M}=\dfrac{d}{dt}(\vec{r}\times m\vec{v})$	$\vec{M}=\dfrac{d}{dt}(J\vec{\omega})$
角动量守恒	条件 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=0$	
	$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=$ 恒矢量	$\vec{L}=J\vec{\omega}=$ 恒矢量

四、力矩对空间的积累：力矩的功 刚体转动动能定理

- 力矩的功 $dW = Md\theta \Longrightarrow W = \int Md\theta$
- 力矩的功率 $P = \frac{dW}{dt} = M\omega$
- 刚体绕定轴转动的动能

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$

- 刚体定轴转动动能定理

$$W = \int Md\theta = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

五、质点力学与刚体力学

	质点	刚体
运动学	$\vec{r} \Leftrightarrow \vec{v} \Leftrightarrow \vec{a}$	$\theta \Leftrightarrow \vec{\omega} \Leftrightarrow \vec{\alpha}$
动力学	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\omega}$
动量定理	$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$	$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt = J\vec{\omega}_2 - J\vec{\omega}_1$
动量守恒	$\vec{F} = 0 \rightarrow m\vec{v} =$ 恒矢量	$\vec{M} = 0 \rightarrow J\vec{\omega} =$ 恒矢量
功	$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$	$W = \int M d\theta$
动能	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$
动能定理	$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$	$W = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$