S1 kapittel 7 Sannsynlighet
Løsninger til oppgavene i boka

7.1

a $P(\text{sum antall øyne blir 5}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b $P(\text{sum antall øyne blir minst 10}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c $P(\text{sum antall øyne blir høyst 4}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

d $P(\text{minst én sekser}) = \frac{11}{36}$

7.2

$5 \cdot 10 \cdot 4 = 200$

Man kan sette sammen et måltid på 200 måter.

7.3

$4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

Jacob kan velge bukse, skjorte og genser på 60 måter.

7.4

$23 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 12\,167\,000$

Man kan lage 12 167 000 forskjellige svenske bilnummer.

7.5

a $6^4 = 1296$

Charlotte kan trekke bokstavene på 1296 måter.

b $P(\text{bokstavene danner ordet PRAT}) = \frac{1}{1296} = 0{,}000\,77 = 0{,}077\ \%$

7.6

$29^3 = 24\,389$

Lappene kan trekkes på 24 389 måter.

$P(\text{bokstavene danner ordet EVA}) = \frac{1}{24\,389} = 0{,}000\,041 = 0{,}0041\ \%$

7.7

a $5^3 = 125$

Det fins 125 tresifrede tall der alle sifrene er oddetall.

b $4^3 = 64$

Det fins 64 tresifrede tall der hvert siffer er 2, 4, 6 eller 8.

c $3^4 = 81$

Det fins 81 firesifrede tall der hvert siffer er 7, 8 eller 9.

7.8

a $3^{10} = 59\,049$

Det er mulig å svare på 59 049 måter.

b $2^{10} = 1024$

Det er mulig å svare galt på alle de 10 spørsmålene på 1024 måter.

c $P(\text{ti gale svar}) = \dfrac{1024}{59\,049} = 0{,}017 = 1{,}7\ \%$

Sannsynligheten er 1,7 % for at Eivind svarer galt på alle de 10 spørsmålene.

d $P(\text{minst ett riktig svar}) = 1 - P(\text{ti gale svar}) = 1 - 0{,}017 = 0{,}983 = 98{,}3\ \%$

Sannsynligheten er 98,3 % for at Eivind får minst ett riktig svar.

7.9

$5 \cdot 3 = 15$

Divya kan velge mellom 15 reiseruter.

7.10

$4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

Lise kan pynte seg på 60 måter.

7.11

$3 \cdot 7 = 21$

Sykkelen har 21 gir.

7.12

a Det er 6 mulige utfall på den ene treningen og 6 mulige utfall på den andre terningen.

$6 \cdot 6 = 36$

Det er tilsammen 36 mulige utfall for de to terningene.

b $6^3 = 216$

Dette forsøket har 216 mulige utfall.

c $6^5 = 7776$

Det er 7776 utfall hvis du kaster fem terninger.

7.13

$2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$

Det er mulig å lage 63 tegn med blindeskrift.

7.14

a $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$

Malin kan sette sammen måltidet på 120 måter.

b $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

Hun kan sette sammen en middag med suppe, kjøtt og is på 12 måter.

c $P(\text{middag med suppe, kjøtt og is}) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{10}$ for at hun får middag med suppe, kjøtt og is.

7.15

$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

648 av tallene mellom 100 og 999 består av tre forskjellige sifre.

7.16

a $5^4 = 625$

Det er 625 firesifrede tall der alle sifrene er oddetall.

b $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$

Det er 500 firesifrede tall der alle sifrene er partall.

c $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 1800$

Det er 1800 firesifrede tall som er delelig med 5.

7.17

a $3^{12} = 531441$

Du kan tippe 531 441 forskjellige rekker.

b $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$

Du har tippet 72 rekker.

c For hver helgardering man gjør, må man multiplisere antall rekker som tippes, med tre, og for hver halvgardering man gjør, må man multiplisere antall rekker som tippes, med to. På denne måten kommer man fram til hvor mange rekker man har tippet, og det er slik Norsk Tipping har kommet fram til tabellen på baksiden av tippekupongen.

7.18

a $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Mathias kan trekke bokstavene på 24 måter.

b $P(\text{bokstavene danner ordet TRE}) = \frac{1}{24}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{24}$ for at bokstavene danner ordet TRE.

7.19

a ${}_3P_2 = 3 \cdot 2 = 6$

b ${}_4P_2 = 4 \cdot 3 = 12$

c ${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

d ${}_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

7.20

${}_6P_5 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$

Klassen kan sette opp stafettlaget på 720 måter.

7.21

${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Hun kan sette opp lista på 60 måter.

7.22

${}_{52}P_3 = 52 \cdot 51 \cdot 50 = 132\,600$

Du kan trekke kortene på 132 600 måter.

7.23

a $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

b $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

c $\frac{4!}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$

d $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 = 20$

7.24

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

De kan fordele oppgavene på 120 måter.

7.25

a $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

b $P(\text{lappene danner ordet TONE}) = \frac{1}{24}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{24}$ for at lappene danner ordet TONE.

7.26

a $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Du kan lage 6 forskjellige tresifrede tall dersom de skal inneholde forskjellige sifre.

b $3^3 = 27$

Du kan lage 27 forskjellige tresifrede tall dersom sifrene kan gjentas.

c Antall tresifrede tall med minst to like sifre, er lik antall tresifrede tall totalt minus antall tresifrede tall med tre forskjellige sifre.

$27 - 6 = 21$

Du kan lage 21 forskjellige tresifrede tall dersom det skal inneholde minst to like sifre.

7.27

a $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Du kan lage 24 forskjellig koder dersom koden skal inneholde forskjellige bokstaver.

b $4^4 = 256$

Du kan lage 256 forskjellige koder dersom bokstavene kan gjentas.

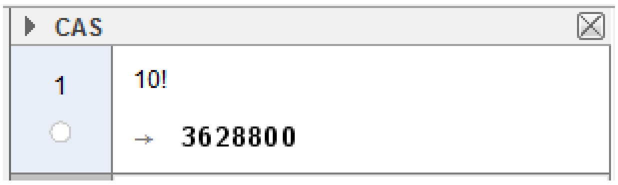
c Antall koder med minst to like bokstaver, er lik antall koder totalt minus antall koder med fire forskjellige bokstaver.

$256 - 24 = 232$

Du kan lage 232 forskjellige koder dersom koden skal inneholde minst to like bokstaver.

7.28

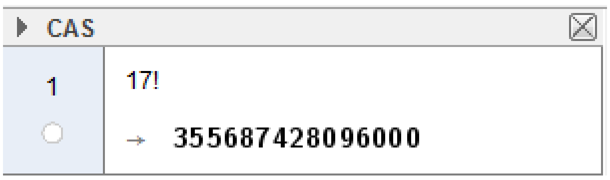
Vi bruker CAS:



Låtene kan spilles i 3 628 800 forskjellige rekkefølger.

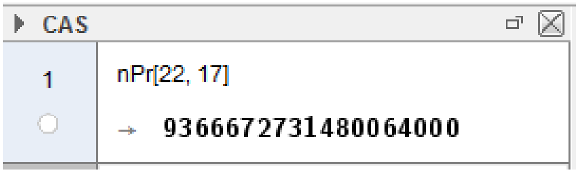
7.29

a Vi bruker CAS:



De kan sitte på 355 687 428 096 000 måter.

b Vi bruker CAS:



De kan sitte på 9 366 672 731 480 064 000 måter.

7.30

a $\frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3$

b $\frac{5!}{4!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$

c ${}_6P_2 = 6 \cdot 5 = 30$

d $\frac{{}_6P_2}{2!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = \frac{30}{2} = 15$

7.31

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

De kan fordeles på 24 måter.

7.32

a ${}_4P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Du kan lage 24 tresifrede tall dersom tallet skal inneholde forskjellige sifre.

b $4^3 = 64$

Du kan lage 64 tresifrede tall dersom sifrene kan gjentas.

c $64 - 24 = 40$

Du kan lage 40 tresifrede tall dersom tallet skal inneholde minst to like sifre.

7.33

${}_{29}P_3 = 29 \cdot 28 \cdot 27 = 21\,924$

Du kan lage 21 924 forskjellige «ord».

7.34

${}_{52}P_4 = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 = 6\,497\,400$

Man kan legge kortene på 6 497 400 måter.

7.35

Vi kan velge hjemmelaget på 20 måter og bortelaget på 19 måter.

$20 \cdot 19 = 380$

Det spilles 380 kamper i løpet av en sesong.

7.36

a $\dfrac{6!}{4!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=6\cdot5=30$

b $\dfrac{10!}{7!}=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=10\cdot9\cdot8=720.$

c $\dfrac{{}_6P_3}{3!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=\dfrac{120}{6}=20$

d $\dfrac{5!}{3!\cdot2!}=\dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}=\dfrac{20}{2}=10$

7.37

a ${}_5P_4=5\cdot4\cdot3\cdot2=120$

Man kan lage 120 firesifrede tall dersom tallet skal inneholde forskjellige sifre.

b $5^4=625$

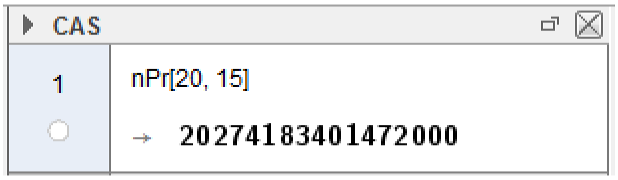
Man kan lage 625 firesifrede tall dersom sifrene kan gjentas.

c $625-120=505$

Man kan lage 505 firesifrede tall dersom minst to sifre skal være like.

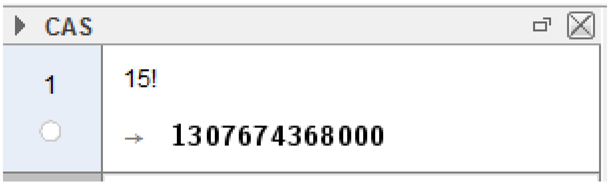
7.38

a Vi bruker CAS:



Laglederen kan sette opp laget på 20 274 183 401 472 000 måter.

b Vi bruker CAS



Laglederen kan fordele utøverne på etappene på 1 307 674 368 000 måter.

7.39

$P(\text{Judith får alle riktig})=\dfrac{1}{6!}=\dfrac{1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\dfrac{1}{720}=0{,}0014=0{,}14\ \%$

Sannsynligheten er 0,14 % for at Judith får alle riktig på gloseprøven.

7.40

a $P(\text{Vegard gjetter alle riktig}) = \dfrac{1}{5!} = \dfrac{1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \dfrac{1}{120} = 0{,}0083 = 0{,}83\,\%$

Sannsynligheten er 0,83 % for at Vegard gjetter riktig på alle.

b Siden sannsynligheten er såpass liten for at Vegard får alle riktig dersom han bare gjetter, burde Signe skifte mening og tro på han.

7.41

a $\dbinom{3}{2} = \dfrac{{}_3P_2}{2!} = \dfrac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = 3$

b $\dbinom{4}{3} = \dfrac{{}_4P_3}{3!} = \dfrac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1} = 4$

c $\dbinom{6}{2} = \dfrac{{}_6P_2}{2!} = \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = \dfrac{30}{2} = 15$

d $\dbinom{6}{3} = \dfrac{{}_6P_3}{3!} = \dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = \dfrac{120}{6} = 20$

7.42

$$\binom{5}{3} = \frac{{}_5P_3}{3!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{60}{6} = 10$$

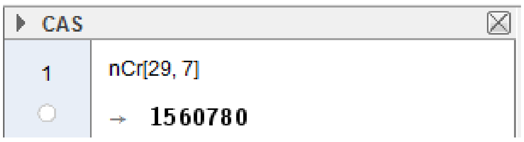
Vennene kan fordele seg på 10 måter.

7.43

a Vi bruker CAS:

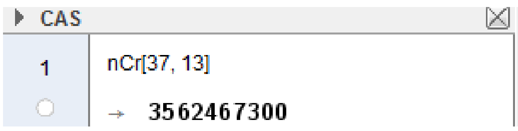
$\dbinom{10}{5} = 252$

b Vi bruker CAS:



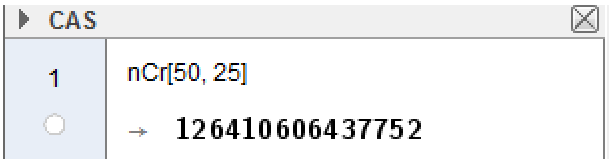
$\dbinom{29}{7} = 1\,560\,780$

c Vi bruker CAS:



$\dbinom{37}{13} = 3\,562\,467\,300$

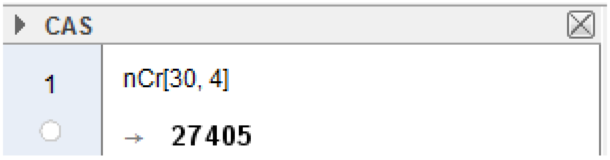
d Vi bruker CAS:



$\binom{50}{25} = 126\,410\,606\,437\,752$

7.44

Vi bruker CAS:

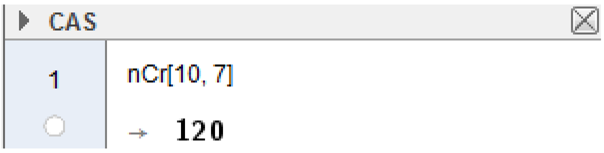


$\binom{30}{4} = 27\,405$

De kan velge utsendingene på 27 405 måter.

7.45

Vi bruker CAS:

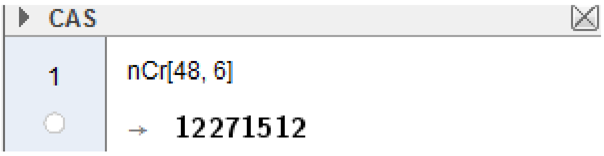


$\binom{10}{7} = 120$

De 7 spillerne kan velges ut på 120 måter.

7.46

a Vi bruker CAS:



$\binom{48}{6} = 12\,271\,512$

Det fins 12 271 512 rekker i Viking Lotto.

b $P(\text{Joackim vinner førstepremie}) = \dfrac{1}{12\,271\,512} = 8{,}15 \cdot 10^{-8}$

7.47

a $\binom{4}{2} = \frac{{}_4P_2}{2!} = \frac{4\cdot 3}{2\cdot 1} = \frac{12}{2} = 6$

b $\binom{5}{2} = \frac{{}_5P_2}{2!} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$

c $\binom{5}{3} = \frac{{}_5P_3}{3!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{60}{6} = 10$

d $\binom{6}{4} = \frac{{}_6P_4}{4!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = \frac{30}{2} = 15$

7.48

$$\binom{6}{3} = \frac{{}_6P_3}{3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{120}{6} = 20$$

Du kan trekke karamellene på 20 måter.

7.49

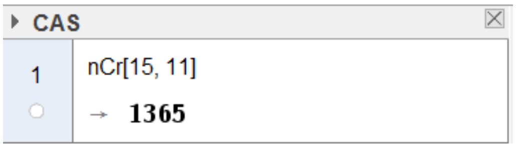
Vi bruker CAS:

$$\binom{10}{8} = 45$$

En elev kan velge ut 8 spørsmål på 45 måter.

7.50

Vi bruker CAS:



$$\binom{15}{11} = 1365$$

Spillerne kan velges ut på 1365 måter.

7.51

Vi bruker CAS:

$$\binom{15}{3} = 455$$

Delegatene kan velges ut på 455 måter.

7.52

a $\binom{7}{2} = \frac{{}_7P_2}{2!} = \frac{7\cdot 6}{2\cdot 1} = \frac{42}{2} = 21$

b $\binom{7}{4} = \frac{{}_7P_4}{4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{210}{6} = 35$

c $\binom{8}{6} = \frac{{}_8P_6}{6!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1} = \frac{56}{2} = 28$

d $\binom{8}{2} = \frac{{}_8P_2}{2!} = \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1} = \frac{56}{2} = 28$

7.53

$$\binom{10}{2} = \frac{{}_{10}P_2}{2!} = \frac{10\cdot 9}{2\cdot 1} = \frac{90}{2} = 45$$

Det blir 45 håndtrykk.

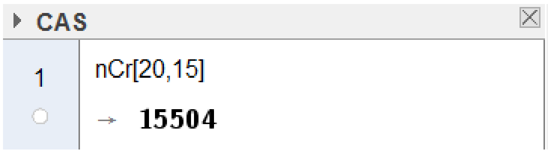
7.54

$$\binom{20}{2} = \frac{{}_{20}P_2}{2!} = \frac{20\cdot 19}{2\cdot 1} = \frac{380}{2} = 190$$

De to kan velges på 190 måter.

7.55

Vi bruker CAS:



$$\binom{20}{15} = 15\,504$$

Laglederen kan velge ut stafettlaget på 15 504 måter.

7.56

Siden lykketallet 5 skal være med, velges det ut 6 tall fra de resterende 33 tallene.

$$\binom{33}{6} = 1\,107\,568$$

Lykketallet er med i 1 107 568 lottorekker.

7.57

a Vi bruker CAS:

$$\binom{9}{7} = 36$$

Du tipper 36 rekker dersom du krysser av 9 tall.

b Vi bruker CAS:

Du tipper 120 rekker dersom du krysser av 10 tall.

c For å finne ut hvor mange rekker man har tippet dersom man krysser av 8, 9, 10, 11 eller 12 tall på lottokupongen, bruker Norsk Tipping formelen for antall uordnede utvalg uten tilbakelegging, altså ${}_nC_r$. Her er r lik 7 siden hver rekke består av 7 tall, mens n er antall tall man har krysset av på lottokupongen.

7.58

Rad 6:

1 6 15 20 15 6 1

Rad 7:

1 7 21 35 35 21 7 1

7.59

$x = 28 + 56 = 84$

$y = 56 + 70 = 126$

7.60

a
$$\begin{aligned} \text{I}: &\quad 3x + 2y = 7x \\ \text{II}: &\quad 2y + 3x = 35 \end{aligned}$$

b $\text{I}: 2y = 7x - 3x = 4x$

$$\begin{aligned} \text{I} \rightarrow \text{II}: \quad 4x + 3x &= 35 \\ 7x &= 35 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y &= 4x \\ y &= 2x \\ y &= 2 \cdot 5 = 10 \end{aligned}$$

7.61

$$\binom{4}{0}=\frac{4!}{0!\cdot(4-0)!}=\frac{4!}{1\cdot 4!}=1$$

$$\binom{4}{1}=\frac{4!}{1!\cdot(4-1)!}=\frac{4!}{1\cdot 3!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1}=4$$

$$\binom{4}{2}=\frac{4!}{2!\cdot(4-2)!}=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=\frac{12}{2}=6$$

$$\binom{4}{3}=\frac{4!}{3!\cdot(4-3)!}=\frac{4!}{3!\cdot 1!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 1}=4$$

$$\binom{4}{4}=\frac{4!}{4!\cdot(4-4)!}=\frac{4!}{4!\cdot 0!}=\frac{4!}{4!\cdot 1}=1$$

Disse tallene finner vi i rad 4 i Pascals trekant.

7.62

a Vi skriver opp de første radene i Pascals trekant:

rad 0								1								
rad 1							1		1							
rad 2						1		2		1						
rad 3					1		3		3		1					
rad 4				1		4		6		4		1				
rad 5			1		5		10		10		5		1			
rad 6		1		6		15		20		15		6		1		
rad 7	1		7		21		35		35		21		7		1	

Vi finner tetraedertallene langs den diagonalen som er skrevet med rødt.

b Vi finner tetraedertall

nummer 1 i posisjon nummer 3 i rad nummer 3
nummer 2 i posisjon nummer 3 i rad nummer 4
nummer 3 i posisjon nummer 3 i rad nummer 5
osv.

Altså finner vi tetraedertall nummer n i posisjon nummer 3 i rad nummer $n+2$.

Derfor kan det n-te tetraedertallet gis som $\binom{n+2}{3}$.

c Det tiende tetraedertallet er

$$\binom{10+2}{3}=\binom{12}{3}=\frac{{}_{12}P_3}{3!}=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=220$$

7.63

a Vi bruker CAS:

CAS

1 (a+b)^4

RegnUt: $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

b Utrykket i oppgave a kan skrives slik:

$1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4$

Koeffisientene her er 1, 4, 6, 4 og 1. Vi finner dem i rad nummer 4 i Pascals trekant.

7.64

a
$$\begin{aligned}(2x+3y)^3 &= (2x)^3 + 3\cdot(2x)^2\cdot 3y + 3\cdot 2x\cdot(3y)^2 + (3y)^3 \\ &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3\end{aligned}$$

b
$$\begin{aligned}(2x+y)^4 &= (2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot y + 6\cdot(2x)^2\cdot y^2 + 4\cdot 2x\cdot y^3 + y^4 \\ &= 16x^4 + 32x^3y + 24x^2y^2 + 8xy^3 + y^4\end{aligned}$$

c
$$\begin{aligned}(x-y)^4 &= x^4 + 4\cdot x^3\cdot(-y) + 6\cdot x^2\cdot(-y)^2 + 4\cdot x\cdot(-y)^3 + (-y)^4 \\ &= x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4\end{aligned}$$

7.65

a

rad 0							1						
rad 1						1		1					
rad 2					1		2		1				
rad 3				1		3		3		1			
rad 4			1		4		6		4		1		
rad 5		1		5		10		10		5		1	
rad 6	1		6		15		20		15		6		1

b $\binom{4}{2} = 6$

$\binom{5}{3} = 10$

$\binom{6}{3} = 20$

7.66

a **1** $\binom{5}{2}$ finner du i rad nummer 5, plass nummer 2.

2 $\binom{6}{4}$ finner du i rad nummer 6, plass nummer 4.

3 $\binom{7}{2}$ finner du i rad nummer 7, plass nummer 2.

4 $\binom{7}{4}$ finner du i rad nummer 7, plass nummer 4.

b **1** $\binom{5}{2}=10$

2 $\binom{6}{4}=15$

3 $\binom{7}{2}=21$

4 $\binom{7}{4}=35$

7.67

a $(x+1)^4 = x^4 + 4\cdot x^3\cdot 1 + 6\cdot x^2\cdot 1^2 + 4\cdot x\cdot 1^3 + 1^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

b $(x+2)^4 = x^4 + 4\cdot x^3\cdot 2 + 6\cdot x^2\cdot 2^2 + 4\cdot x\cdot 2^3 + 2^4 = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

c $(x+1)^5 = x^5 + 5\cdot x^4\cdot 1 + 10\cdot x^3\cdot 1^2 + 10\cdot x^2\cdot 1^3 + 5\cdot x\cdot 1^4 + 1^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

d $(x-1)^4 = x^4 + 4\cdot x^3\cdot(-1) + 6\cdot x^2\cdot(-1)^2 + 4\cdot x\cdot(-1)^3 + (-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

7.68

a

$$\begin{array}{lccccccccccccccc}
\text{rad } 0 & & & & & & & & 1 & & & & & & & \\
\text{rad } 1 & & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \\
\text{rad } 2 & & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \\
\text{rad } 3 & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \\
\text{rad } 4 & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \\
\text{rad } 5 & & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \\
\text{rad } 6 & & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \\
\text{rad } 7 & 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1
\end{array}$$

b $\binom{6}{2}=15$

$\binom{7}{3}=35$

$\binom{7}{5}=21$

c $\binom{7}{4}=35$

Vi kan velge elevene på 35 måter.

7.69

a
$$\begin{aligned} \text{I}: &\quad x + y = 15 \\ \text{II}: &\quad y + 2x = 20 \end{aligned}$$

b $\text{I}: y = 15 - x$

$$\begin{aligned} \text{I} \rightarrow \text{II}: \quad 15 - x + 2x &= 20 \\ x &= 20 - 15 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$y = 15 - 5$$
$$y = 10$$

7.70

a

rad 0								1							
rad 1							1		1						
rad 2						1		2		1					
rad 3					1		3		3		1				
rad 4				1		4		6		4		1			
rad 5			1		5		10		10		5		1		
rad 6		1		6		15		20		15		6		1	
rad 7	1		7		21		35		35		21		7		1

b $\binom{5}{3} = 10$

$$\binom{6}{4} = 15$$

$$\binom{7}{5} = 21$$

c $\binom{6}{3} = 20$

Vi kan velge elevene på 20 måter.

d La x stå for antall elever i komiteen.

Vi har da at $\binom{7}{x} = 35$.

Vi ser på den sjuende raden i Pascals trekant.
Der finner vi 35 på plass nummer 3 og plass nummer 4.
Dette betyr at $x = 3$ eller $x = 4$.
Det kan være 3 eller 4 elever i komiteen.

7.71

a

rad 0									1								
rad 1								1		1							
rad 2							1		2		1						
rad 3						1		3		3		1					
rad 4					1		4		6		4		1				
rad 5				1		5		10		10		5		1			
rad 6			1		6		15		20		15		6		1		
rad 7		1		7		21		35		35		21		7		1	
rad 8	1		8		28		56		70		56		28		8		1

b **1** $\binom{5}{2}=\binom{5}{3}=10$

2 $\binom{6}{2}=\binom{6}{4}=15$

3 $\binom{7}{3}=\binom{7}{4}=35$

4 $\binom{8}{3}=\binom{8}{5}=56$

c $\binom{n}{r}=\dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$

$$\binom{n}{n-r}=\frac{n!}{(n-r)!\cdot\big(n-(n-r)\big)!}=\frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$$

Vi ser at de to binominalkoeffisientene er like.

7.72

a $(2a-b)^3=(2a)^3+3\cdot(2a)^2\cdot(-b)+3\cdot 2a\cdot(-b)^2+(-b)^3=8a^3-12a^2b+6ab^2-b^3$

b $(2a+3)^4=(2a)^4+4\cdot(2a)^3\cdot 3+6\cdot(2a)^2\cdot 3^2+4\cdot 2a\cdot 3^3+3^4=16a^4+96a^3+216a^2+216a+81$

c $(3x-2)^4=(3x)^4+4\cdot(3x)^3\cdot(-2)+6\cdot(3x)^2\cdot(-2)^2+4\cdot 3x\cdot(-2)^3+(-2)^4$

$=81x^4-216x^3+216x^2-96x+16$

d $(x+y)^5=x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

7.73

a $\begin{array}{ll}\text{I}: & 3x+2y=7x\\ \text{II}: & 7x+35=7y\end{array}$

b I: $2y=7x-3x$

$2y=4x$

$y=2x$

$$\begin{aligned} \text{I} \rightarrow \text{II}: \quad 7x + 35 &= 7 \cdot 2x \\ 35 &= 14x - 7x \\ 35 &= 7x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$y = 2x = 2 \cdot 5 = 10$$

7.74

a

rad 0							1						
rad 1						1		1					
rad 2					1		2		1				
rad 3				1		3		3		1			
rad 4			1		4		6		4		1		
rad 5		1		5		10		10		5		1	
rad 6	1		6		15		20		15		6		1

b Summen i hver av radene:

rad 0: 1

rad 1: 2

rad 2: 4

rad 3: 8

rad 4: 16

rad 5: 32

rad 6: 64

Vi ser at summen fordobler seg for hver rad.
Hver rad kan skrives som en toerpotens med radnummeret som eksponent.

c

$$2^n = (1+1)^n = \binom{n}{0} \cdot 1^n + \binom{n}{1} \cdot 1^{n-1} \cdot 1 + \binom{n}{2} \cdot 1^{n-2} \cdot 1^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} \cdot 1 \cdot 1^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot 1^n$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$$

7.75

$$\binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} = \frac{(n-1)!}{(r-1)! \cdot (n-1-(r-1))!} + \frac{(n-1)!}{r! \cdot (n-1-r)!} = \frac{(n-1)!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r! \cdot (n-r-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \cdot r}{(r-1)! \cdot (n-r)! \cdot r} + \frac{(n-1)! \cdot (n-r)}{r! \cdot (n-r-1)! \cdot (n-r)} = \frac{(n-1)! \cdot r}{r! \cdot (n-r)!} + \frac{(n-1)! \cdot (n-r)}{r! \cdot (n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \cdot r + (n-1)! \cdot (n-r)}{r! \cdot (n-r)!} = \frac{(n-1)! \cdot (r+n-r)}{r! \cdot (n-r)!} = \frac{(n-1)! \cdot n}{r! \cdot (n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} = \binom{n}{r}$$

7.76

$$P(\text{to gutter og én jente}) = \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{2}}{\binom{8}{3}}$$

$$\binom{5}{1} = \frac{{}_5P_1}{1!} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\binom{3}{2} = \frac{{}_3P_2}{2!} = \frac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = 3$$

$$\binom{8}{3} = \frac{{}_8P_3}{3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56$$

Dermed er

$$P(\text{to gutter og én jente}) = \frac{5\cdot 3}{56} = \frac{15}{56}$$

7.77

a $P(\text{ingen defekte lyspærer}) = P(X=0) = \dfrac{\binom{3}{0}\cdot\binom{4}{4}}{\binom{7}{4}}$

$$\binom{3}{0} = \frac{{}_3P_0}{0!} = 1$$

$$\binom{4}{4} = \frac{{}_4P_4}{4!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 1$$

$$\binom{7}{4} = \frac{{}_7P_4}{4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 35$$

Dermed er

$$P(\text{ingen defekte lyspærer}) = P(X=0) = \frac{1\cdot 1}{35} = \frac{1}{35}$$

b $P(\text{én defekt lyspære}) = P(X=1) = \dfrac{\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{3}}{\binom{7}{4}}$

$$\binom{3}{1} = \frac{{}_3P_1}{1!} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\binom{4}{3} = \frac{{}_4P_3}{3!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1} = 4$$

Dermed er

$$P(\text{én defekt lyspære}) = P(X=1) = \frac{3\cdot 4}{35} = \frac{12}{35}$$

c $$P(\text{tre defekte lyspærer}) = P(X=3) = \frac{\binom{3}{3}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{7}{4}}$$

$$\binom{3}{3} = \frac{{}_3P_3}{3!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 1$$

$$\binom{4}{1} = \frac{{}_4P_1}{1!} = \frac{4}{1} = 4$$

Dermed er

$$P(\text{tre defekte lyspærer}) = P(X=3) = \frac{1\cdot 4}{35} = \frac{4}{35}$$

7.78

a $$P(\text{ingen røde Non Stop}) = \frac{\binom{3}{0}\cdot\binom{3}{3}}{\binom{6}{3}}$$

$$\binom{3}{0} = \frac{{}_3P_0}{0!} = 1$$

$$\binom{3}{3} = \frac{{}_3P_3}{3!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 1$$

$$\binom{6}{3} = \frac{{}_6P_3}{3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = 20$$

Dermed er

$$P(\text{ingen røde Non Stop}) = \frac{1\cdot 1}{20} = \frac{1}{20}$$

b $$P(\text{én rød Non Stop}) = \frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{3}{2}}{\binom{6}{3}}$$

$$\binom{3}{1} = \frac{{}_3P_1}{1!} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\binom{3}{2} = \frac{{}_3P_2}{2!} = \frac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

Dermed er

$$P(\text{én rød Non Stop}) = \frac{3\cdot 3}{20} = \frac{9}{20}$$

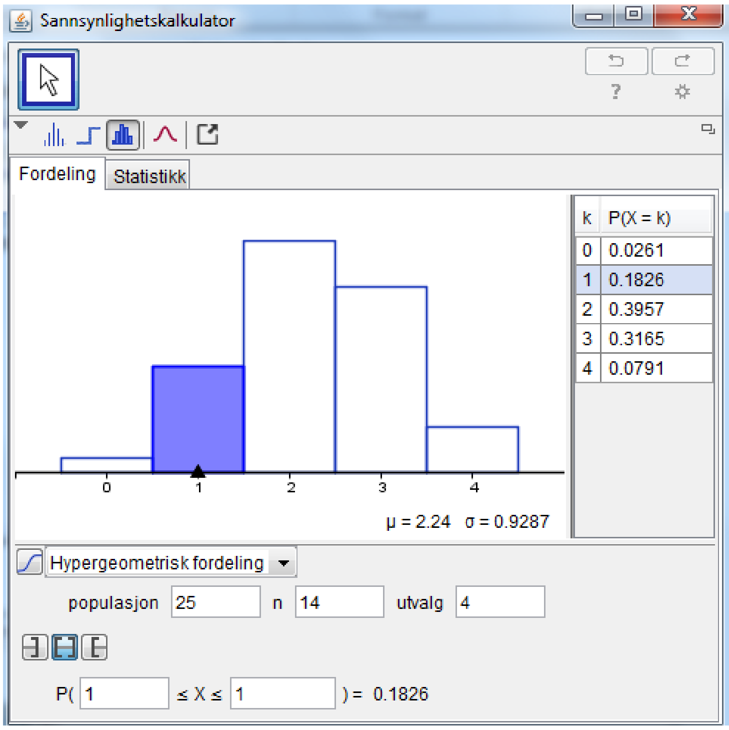
c

$$P(\text{høyst én rød Non Stop}) = P(\text{ingen røde Non Stop}) + P(\text{én rød Non Stop}) = \frac{1}{20} + \frac{9}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

7.79

a Vi lar X stå for antall gutter i festkomiteen.
$P(\text{én gutt i festkomiteen}) = P(X = 1) = P(1 \leq X \leq 1)$

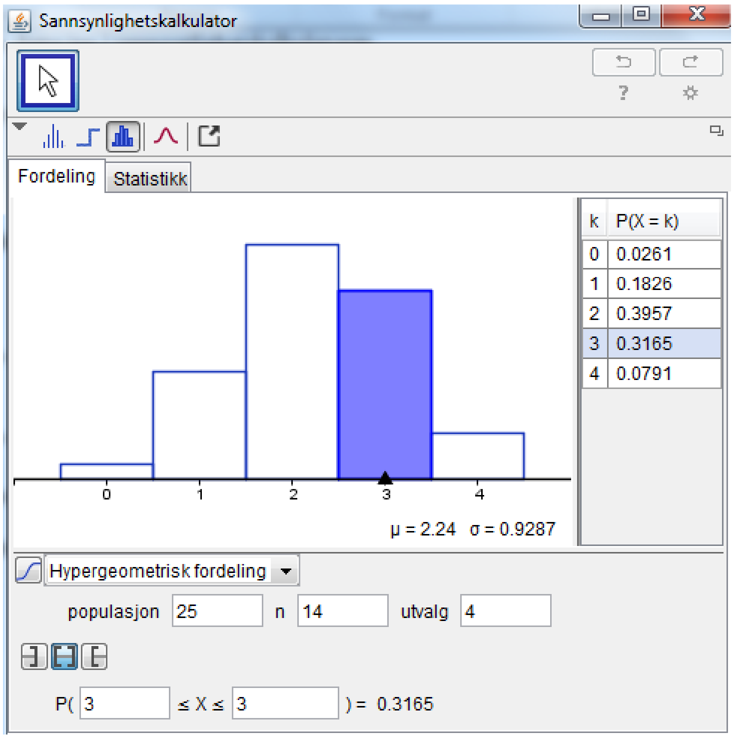
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 18,3 % for at det blir med én gutt i festkomiteen.

b $P(\text{tre gutter i festkomiteen}) = P(X = 3) = P(3 \leq X \leq 3)$

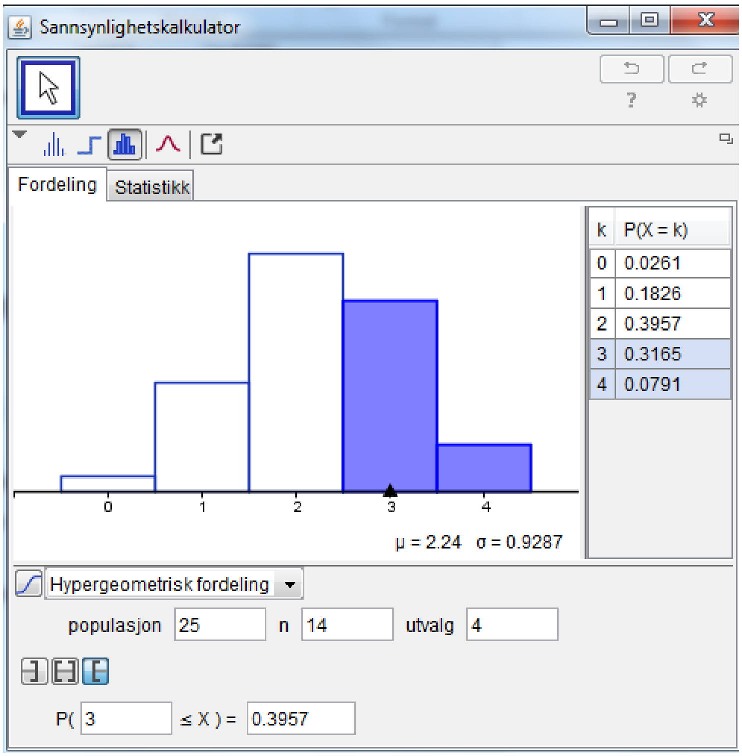
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 31,7 % for at det blir med tre gutter i festkomiteen.

c $P(\text{minst tre gutter i festkomiteen}) = P(X \geq 3)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren.

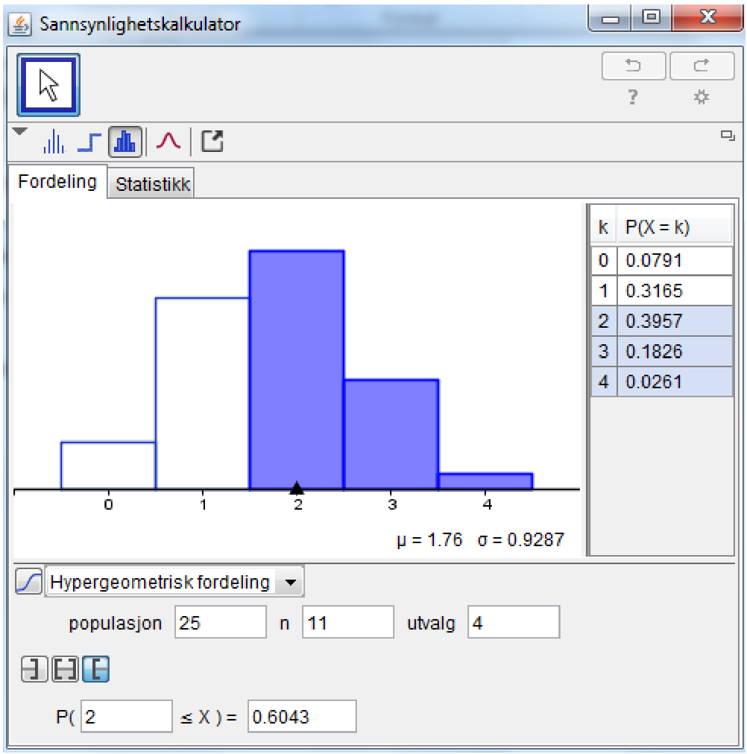


Sannsynligheten er 39,6 % for at det blir med minst tre gutter i festkomiteen.

d Vi lar Y stå for antall jenter i festkomiteen.

$P(\text{minst to jenter i festkomiteen}) = P(Y \geq 2)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



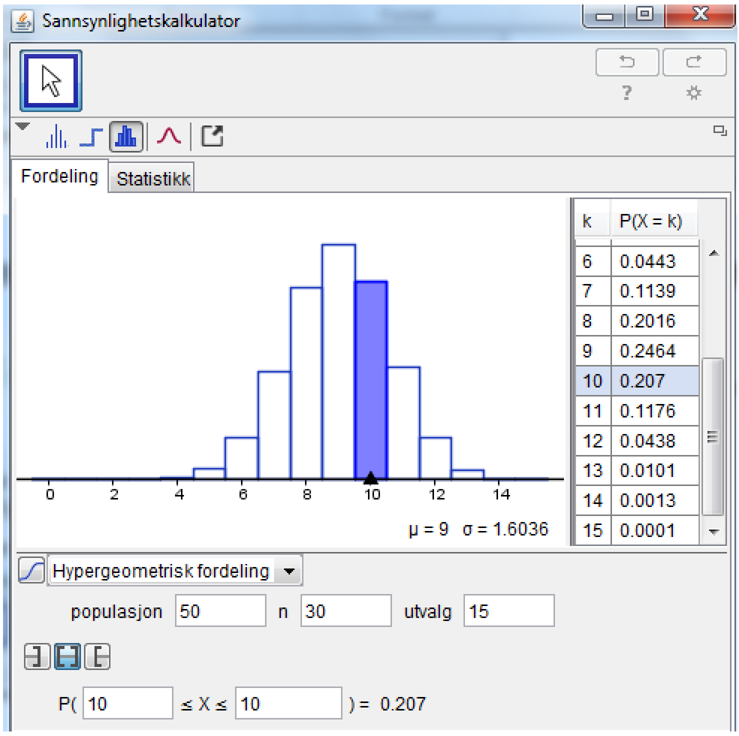
Sannsynligheten er 60,4 % for at det blir med minst to jenter i festkomiteen.

7.80

a Vi lar X stå for antall plommer av sort A.

$P(\text{ti plommer av sort A}) = P(X = 10) = P(10 \le X \le 10)$

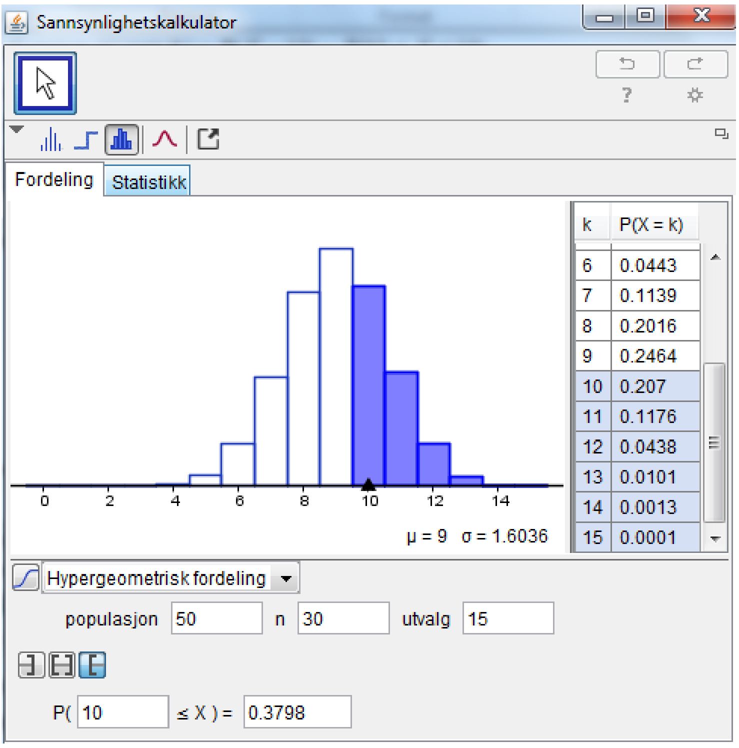
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 20,7 % for at kunden får ti plommer av sort A.

b $P(\text{minst ti plommer av sort A}) = P(X \ge 10)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:

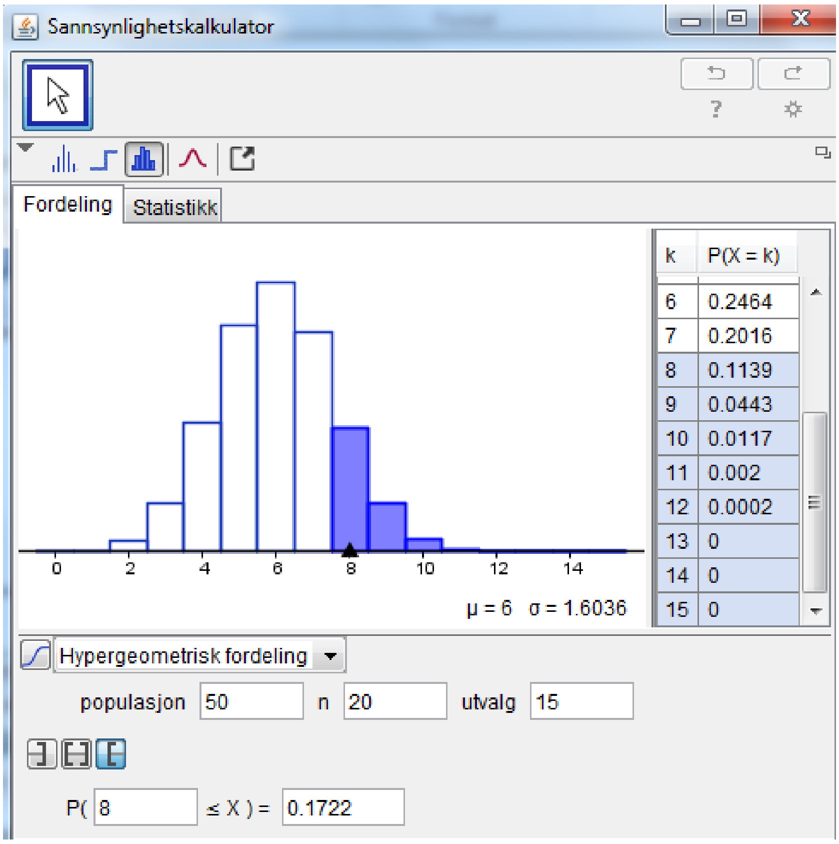


Sannsynligheten er 38,0 % for at kunden får minst ti plommer av sort A.

c Vi lar Y stå for antall plommer av sort B.

$P(\text{minst åtte plommer av sort B}) = P(Y \geq 8)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:

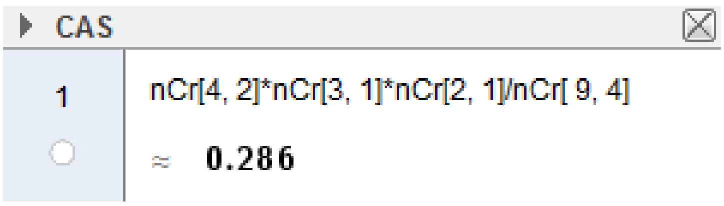


Sannsynligheten er 17,2 % for at kunden får minst åtte plommer av sort B.

7.81

$$P(\text{to blå, én rød og én gul kule}) = \frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{9}{4}}$$

Vi bruker CAS:



Sannsynligheten er 28,6 % for at du får to blå, én rød og én gul kule.

7.82

a $P(\text{to blå kuler}) = \dfrac{\binom{2}{2}\cdot\binom{3}{0}}{\binom{5}{2}}$

$\binom{2}{2} = \dfrac{{}_2P_2}{2!} = \dfrac{2\cdot 1}{2\cdot 1} = 1$

$\binom{3}{0} = \dfrac{{}_3P_0}{0!} = \dfrac{1}{1} = 1$

$\binom{5}{2} = \dfrac{{}_5P_2}{2!} = \dfrac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = \dfrac{20}{2} = 10$

Dermed er

$P(\text{to blå kuler}) = \dfrac{1\cdot 1}{10} = \dfrac{1}{10}$

b $P(\text{én rød og én blå kule}) = \dfrac{\binom{2}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}}$

$\binom{2}{1} = \dfrac{{}_2P_1}{1!} = \dfrac{2}{1} = 2$

$\binom{3}{1} = \dfrac{{}_3P_1}{1!} = \dfrac{3}{1} = 3$

Dermed er

$P(\text{én rød og én blå kule}) = \dfrac{2\cdot 3}{10} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

c $P(\text{to røde kuler}) = \dfrac{\binom{2}{0}\cdot\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}$

$\binom{2}{0} = \dfrac{{}_2P_0}{0!} = \dfrac{1}{1} = 1$

$\binom{3}{2} = \dfrac{{}_3P_2}{2!} = \dfrac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = 3$

Dermed er

$P(\text{to røde kuler}) = \dfrac{1\cdot 3}{10} = \dfrac{3}{10}$

d

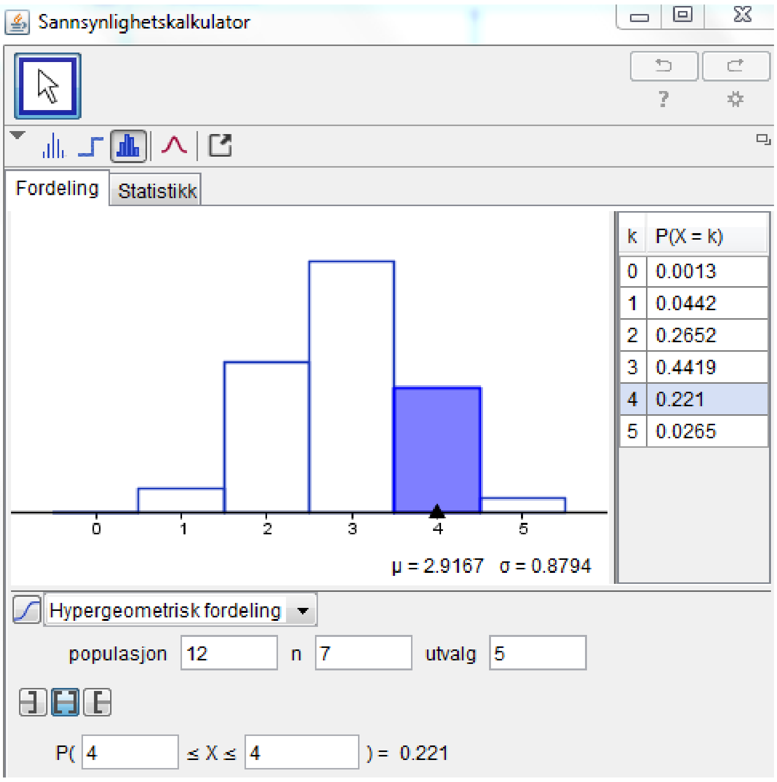
$$\begin{aligned} P(\text{minst én rød kule}) &= P(\text{én rød kule og én blå kule}) + P(\text{to røde kuler}) \\ &= \frac{6}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

7.83

a Vi lar X være antall røde kuler.

$P(4 \text{ røde kuler}) = P(X = 4) = P(4 \leq X \leq 4)$

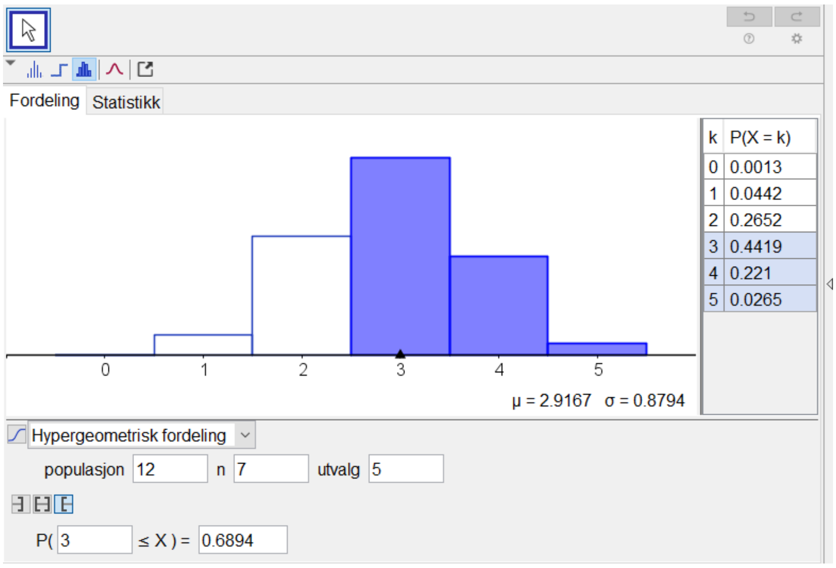
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 22,1 % for å få 4 røde kuler.

b $P(\text{minst } 3 \text{ røde kuler}) = P(X \geq 3)$

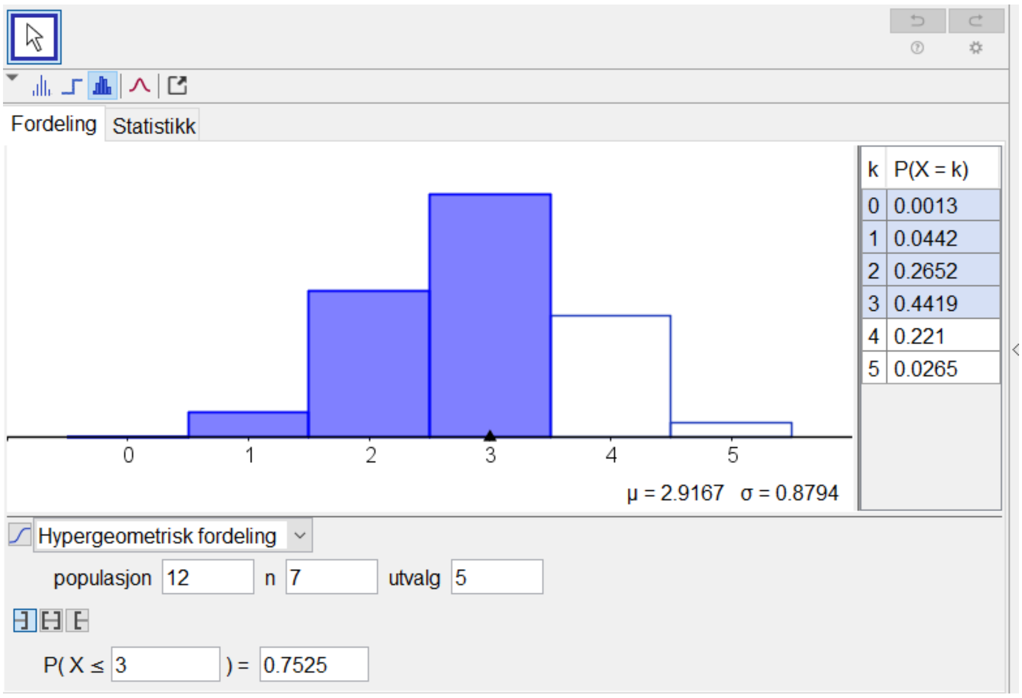
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 68,9 % for å få minst 3 røde kuler.

c $P(\text{høyst 3 røde kuler}) = P(X \leq 3)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



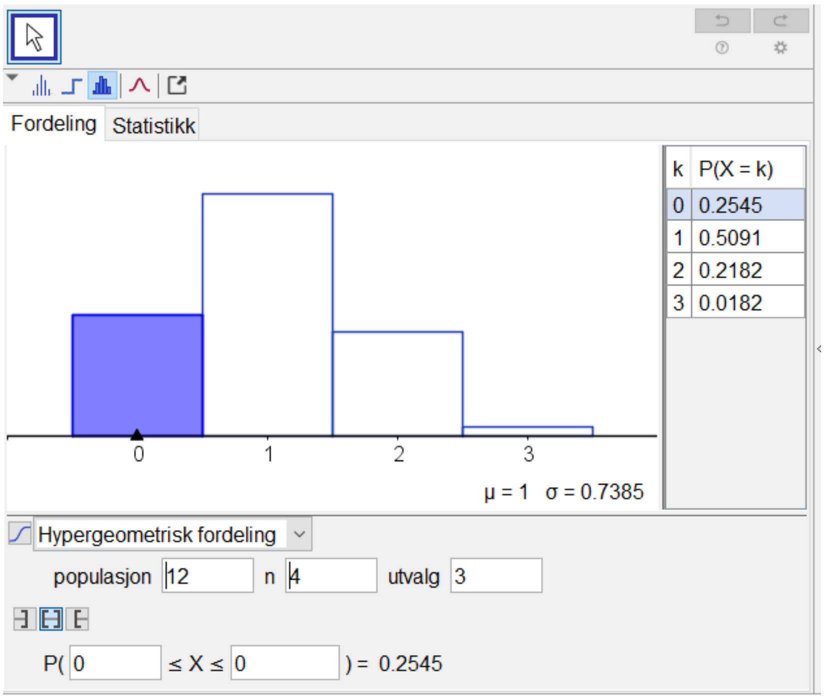
Sannsynligheten er 75,3 % for å få høyst 3 røde kuler.

7.84

a Vi lar X være antall gutter.

$P(\text{ikke velger noen gutt}) = P(X = 0) = P(0 \leq X \leq 0)$

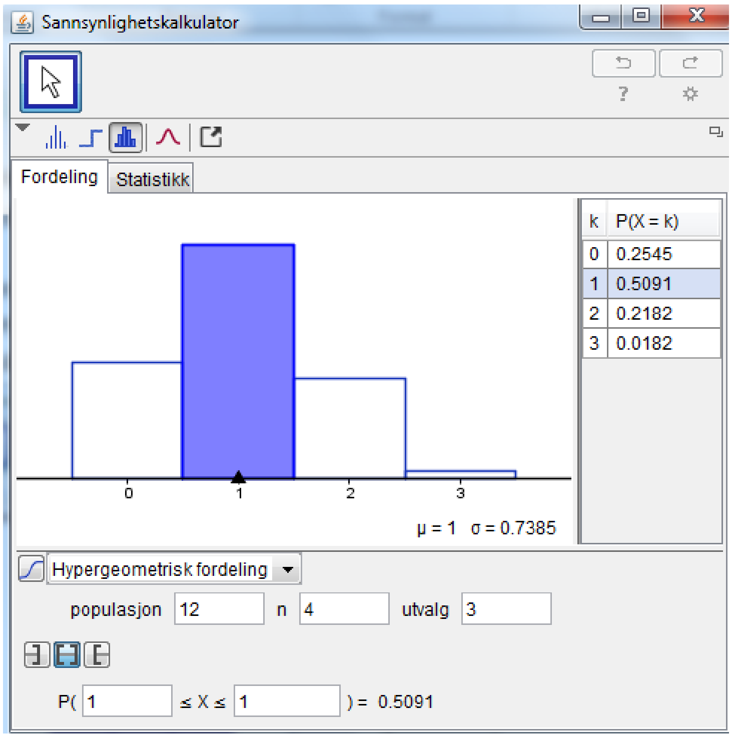
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 25,5 % for ikke å velge noen gutter.

b $P(\text{velger én gutt}) = P(X = 1) = P(1 \leq X \leq 1)$

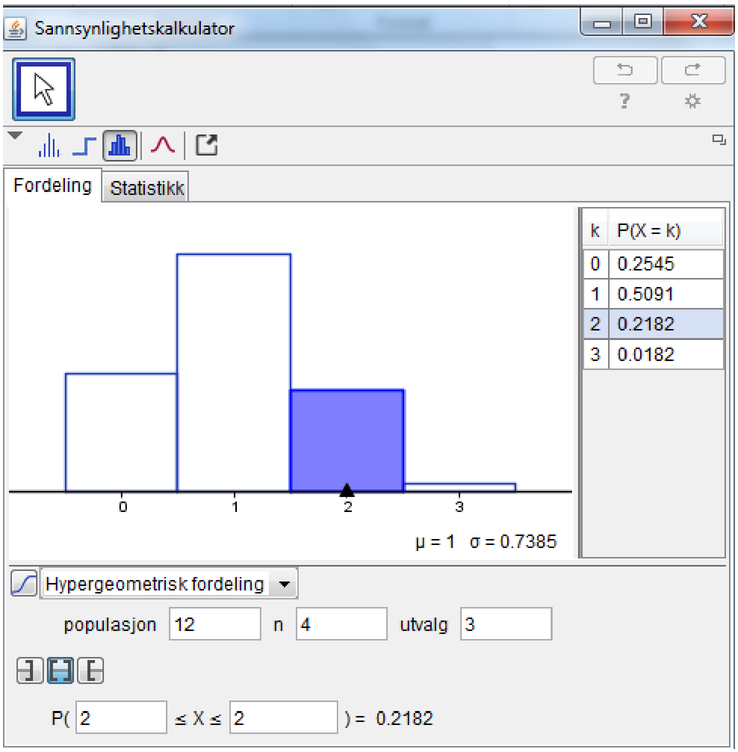
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 50,9 % for at vi velger én gutt.

c $P(\text{velger to gutter}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



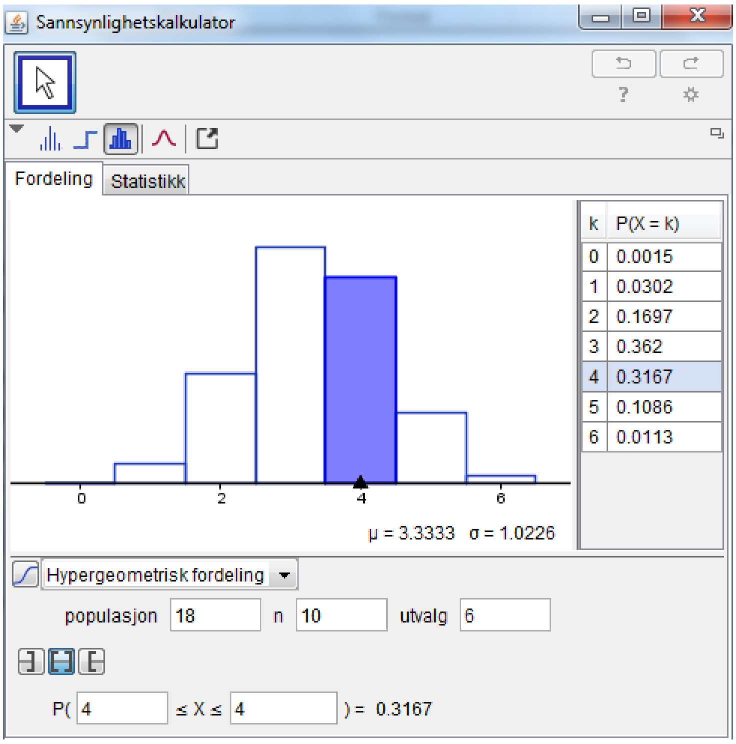
Sannsynligheten er 21,8 % for at vi velger to gutter.

7.85

a Vi lar X være antall sjokoladebiter.

$P(4\text{ sjokoladebiter}) = P(X = 4) = P(4 \le X \le 4)$

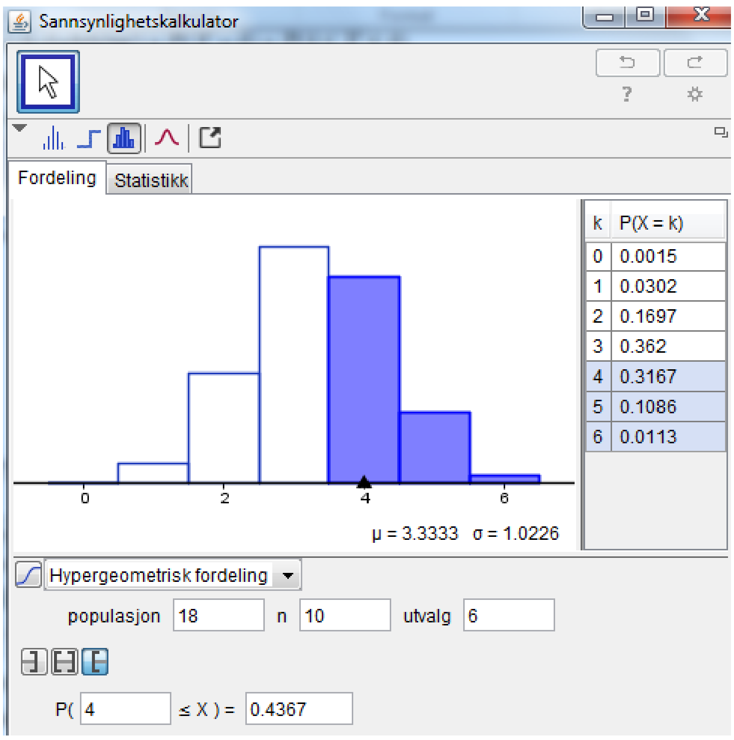
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 31,7 % for at du får 4 sjokoladebiter.

b $P(\text{minst }4\text{ sjokoladebiter}) = P(X \ge 4)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:

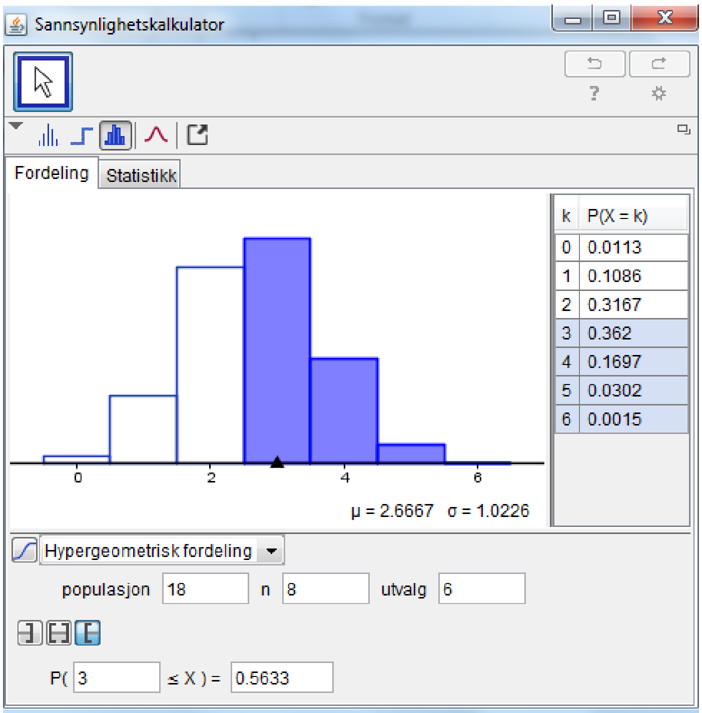


Sannsynligheten er 43,7 % for at du får minst 4 sjokoladebiter.

c Vi lar Y være antall karameller.

$P(\text{minst 3 karameller}) = P(Y \geq 3)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



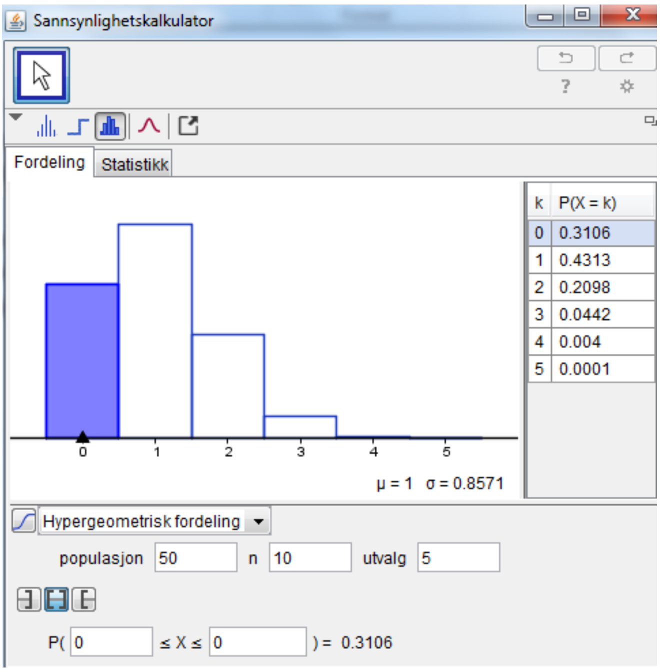
Sannsynligheten er 56,3 % for at du får minst 3 karameller.

7.86

a Vi lar X være antall defekte lyspærer.

$P(\text{ingen defekte lyspærer}) = P(X = 0) = P(0 \leq X \leq 0)$

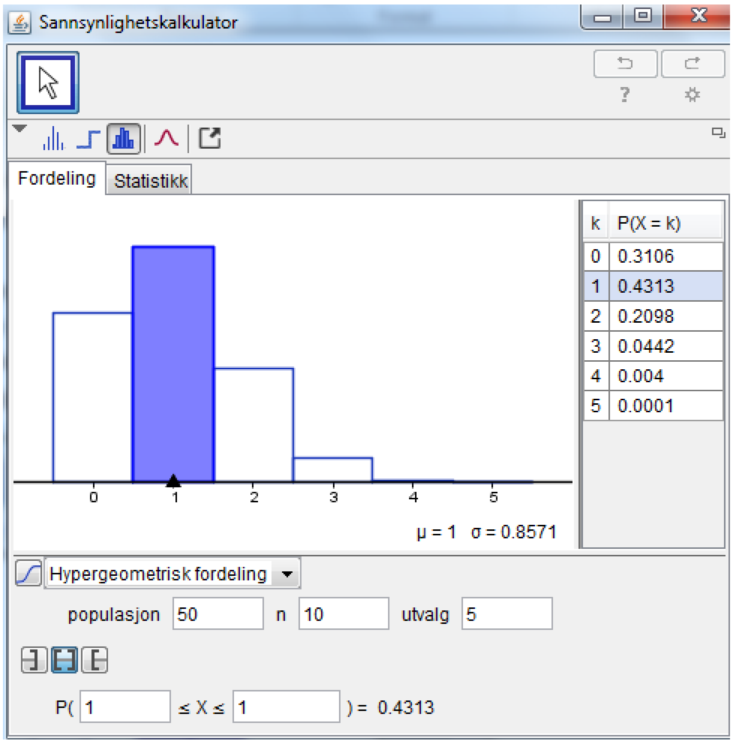
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 31,1 % for at ingen av lyspærene er defekte.

b $P(\text{én defekt lyspære}) = P(X = 1) = P(1 \leq X \leq 1)$

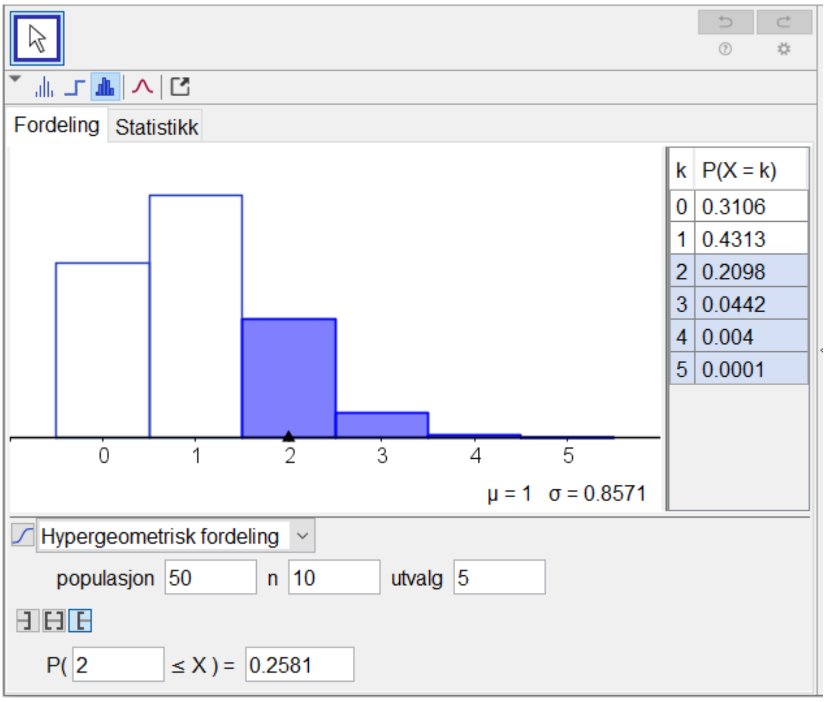
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 43,1 % for at én av lyspærene er defekt.

c $P(\text{minst 2 defekte lyspærer}) = P(X \geq 2)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



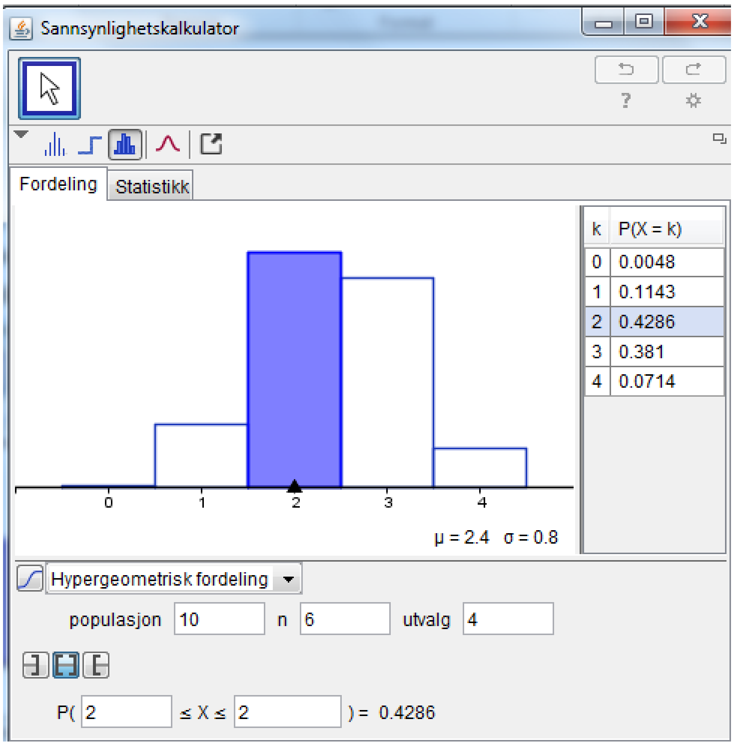
Sannsynligheten er 25,8 % for at minst 2 av lyspærene er defekte.

7.87

a Vi lar X være antall seigmenn.

$P(\text{like mange av hvert kjønn}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

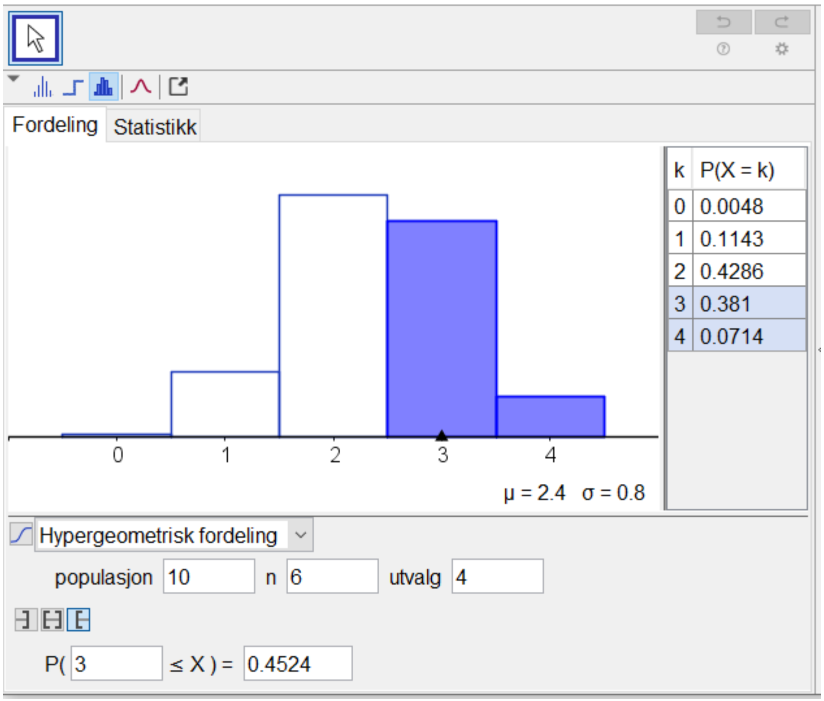
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 42,9 % for at vi får like mange «seigpersoner» av hvert kjønn.

b $P(\text{flest seigmenn}) = P(X \geq 3)$

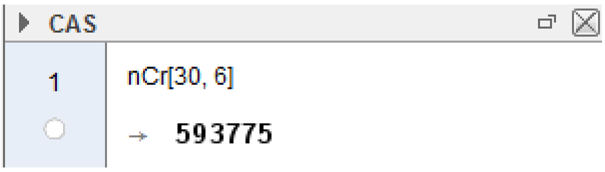
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 45,2 % for at vi får flere seigmenn enn seigdamer.

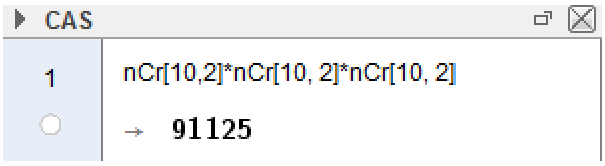
7.88

a Vi bruker CAS:



Du kan trekke kulene på 593 775 måter.

b Vi bruker CAS:



Du kan trekke to kuler av hver farge på 91 125 måter.

c $P(\text{to kuler av hver farge}) = \dfrac{91125}{593\,775} = 0{,}153 = 15{,}3\,\%$

7.89

a $P(\text{tre røde kuler}) = \dfrac{\binom{3}{3}\cdot\binom{4}{0}}{\binom{7}{3}}$

$$\binom{3}{3} = \frac{{}_3P_3}{3!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 1$$

$$\binom{4}{0} = \frac{{}_4P_0}{0!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\binom{7}{3} = \frac{{}_7P_3}{3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = 35$$

Dermed er

$$P(\text{tre røde kuler}) = \frac{1\cdot 1}{35} = \frac{1}{35}$$

b $P(\text{én blå og to røde kuler}) = \dfrac{\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{7}{3}}$

$$\binom{3}{2} = \frac{{}_3P_2}{2!} = \frac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = 3$$

$$\binom{4}{1} = \frac{{}_4P_1}{1!} = \frac{4}{1} = 4$$

Dermed er

$$P(\text{én blå og to røde kuler}) = \frac{3\cdot 4}{35} = \frac{12}{35}$$

c $P(\text{minst to blå kuler}) = 1 - P(\text{tre røde kuler}) - P(\text{én blå og to røde kuler})$

$$= 1 - \frac{1}{35} - \frac{12}{35} = \frac{35-1-12}{35} = \frac{22}{35}$$

7.90

$$P(\text{én kvinne og én mann}) = \frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{6}{2}}$$

$$\binom{2}{1} = \frac{{}_2P_1}{1!} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\binom{4}{1} = \frac{{}_4P_1}{1!} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\binom{6}{2} = \frac{{}_6P_2}{2!} = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = 15$$

Dermed er

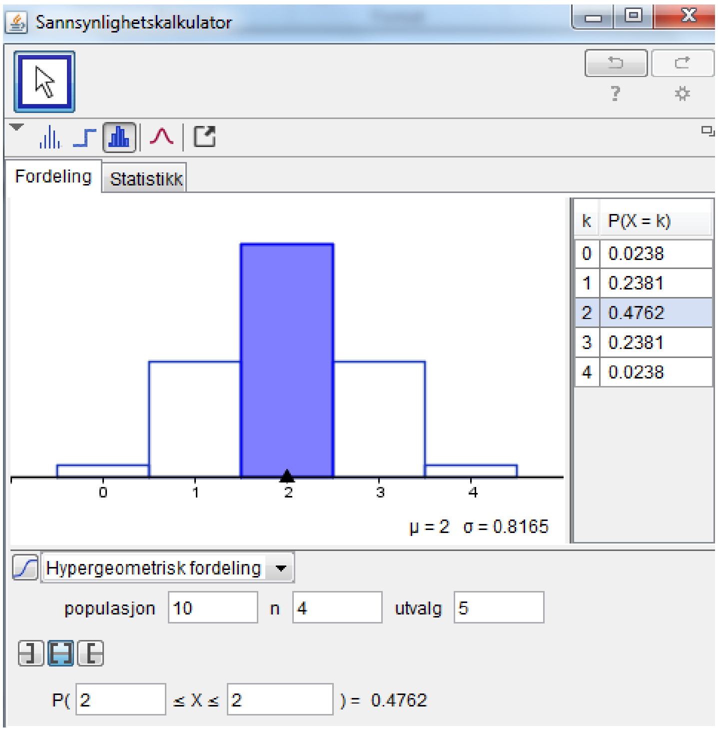
$$P(\text{én kvinne og én mann}) = \frac{2\cdot 4}{15} = \frac{8}{15}$$

7.91

a Vi lar X være antall gutter.

$P(\text{to gutter}) = P(X = 2) = P(2 \le X \le 2)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:

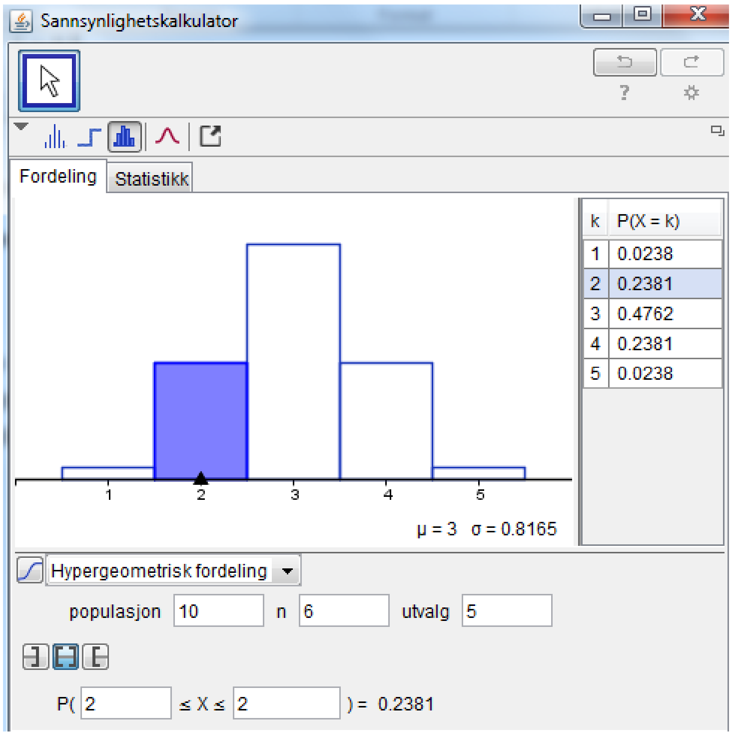


Sannsynligheten er 47,6 % for at det blir to gutter i komiteen.

b Vi lar Y være antall jenter.

$P(\text{to jenter}) = P(Y = 2) = P(2 \leq Y \leq 2)$

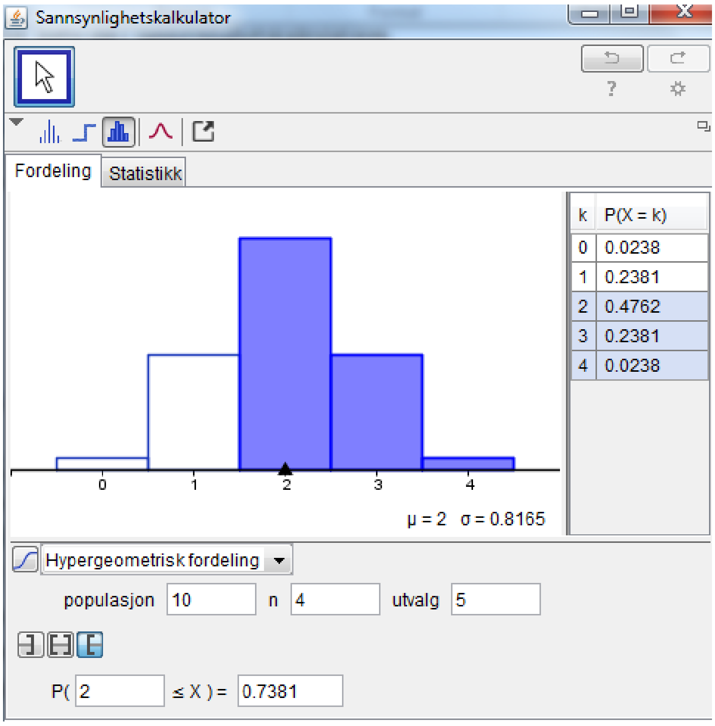
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 23,8 % for at det blir to jenter i komiteen.

c $P(\text{minst to gutter}) = P(X \geq 2)$

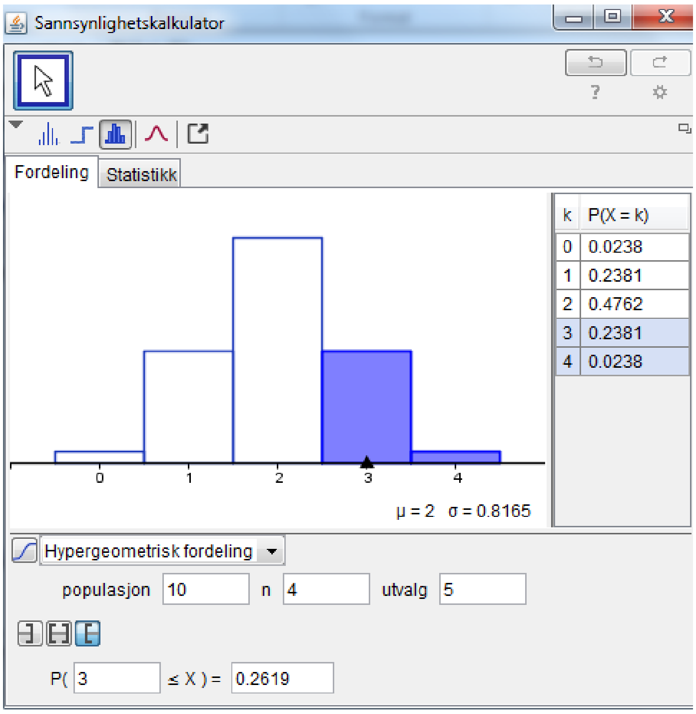
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 73,8 % for at det blir minst to gutter i komiteen.

d $P(\text{flest gutter}) = P(X \geq 3)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



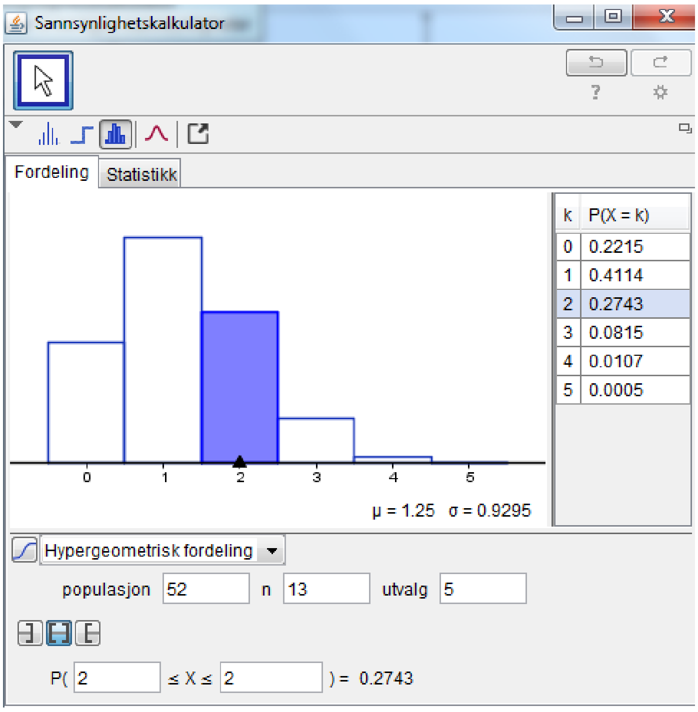
Sannsynligheten er 26,2 % for at det blir flere gutter enn jenter i komiteen.

7.92

a Vi lar X være antall hjerter.

$P(\text{to hjerter}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

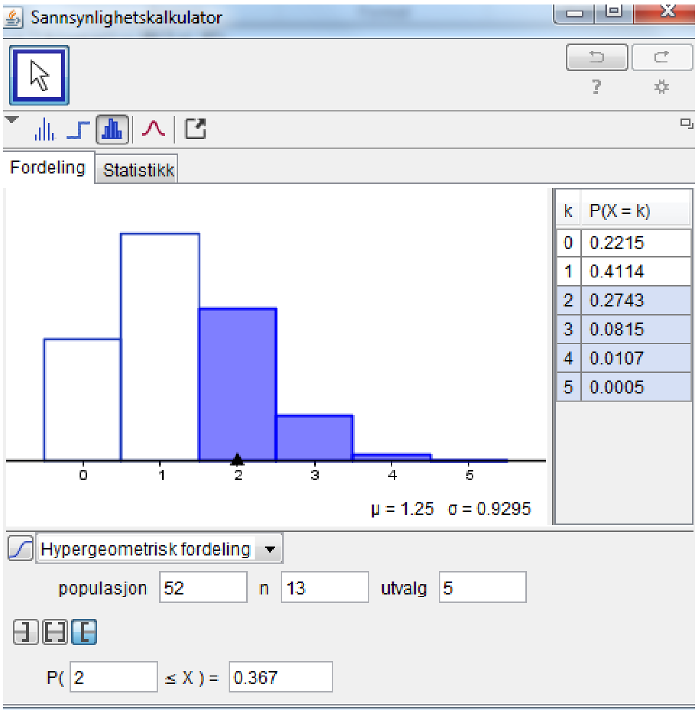
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 27,4 % for at en pokerspiller får to hjerterkort.

b $P(\text{minst to hjerter}) = P(X \geq 2)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



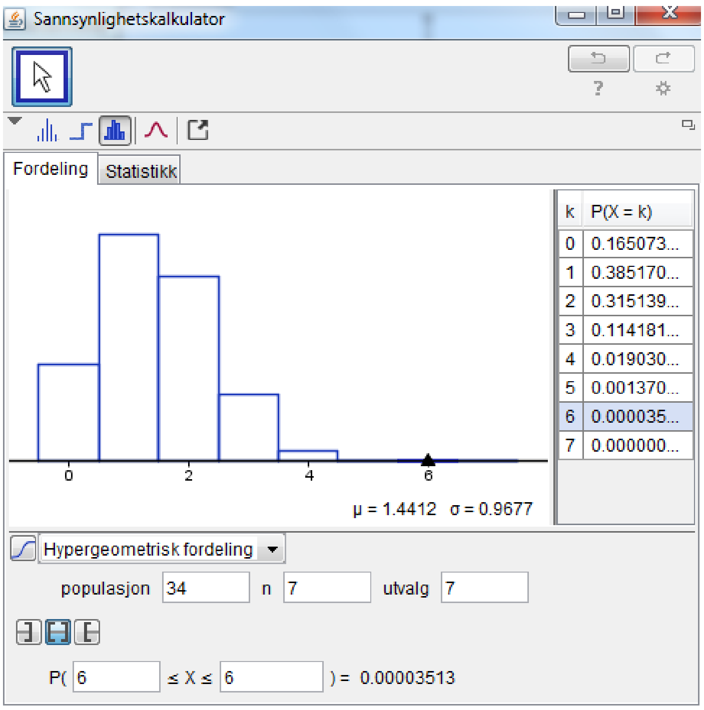
Sannsynligheten er 36,7 % for at en pokerspiller får minst to hjerterkort.

7.93

a Vi lar X være antall vinnertall.

$P(\text{seks vinnertall}) = P(X = 6) = P(6 \leq X \leq 6)$

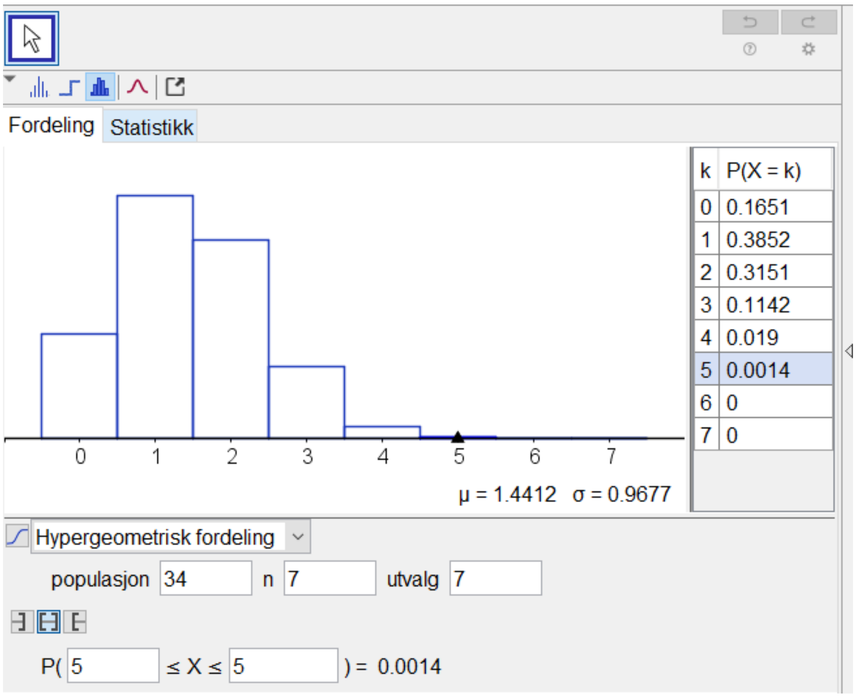
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 0,0035 % for at du tipper riktig seks vinnertall.

b $P(\text{fem vinnertall}) = P(X = 5) = P(5 \le X \le 5)$

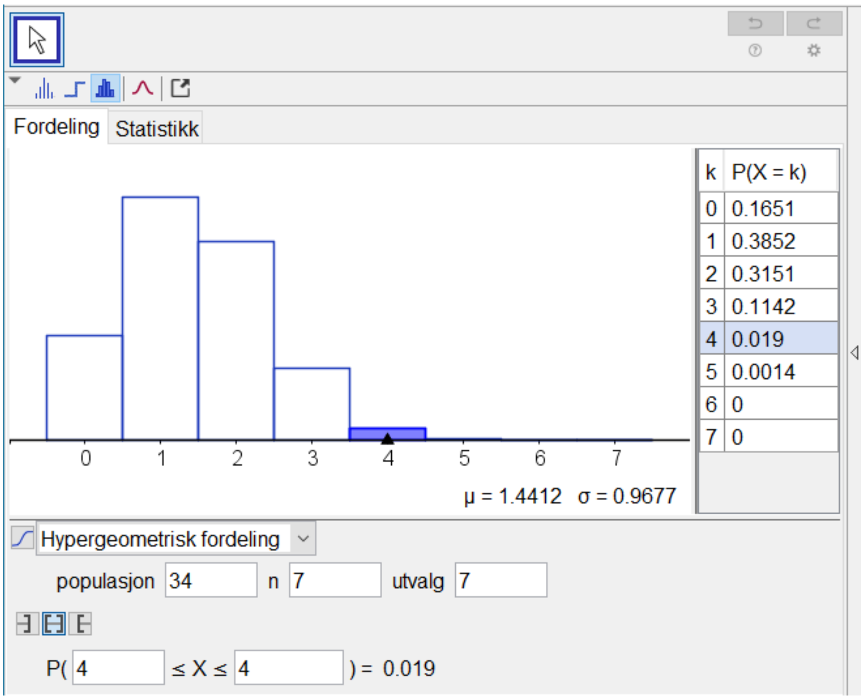
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 0,14 % for at du tipper riktig 5 vinnertall.

c $P(\text{fire vinnertall}) = P(X = 4) = P(4 \le X \le 4)$

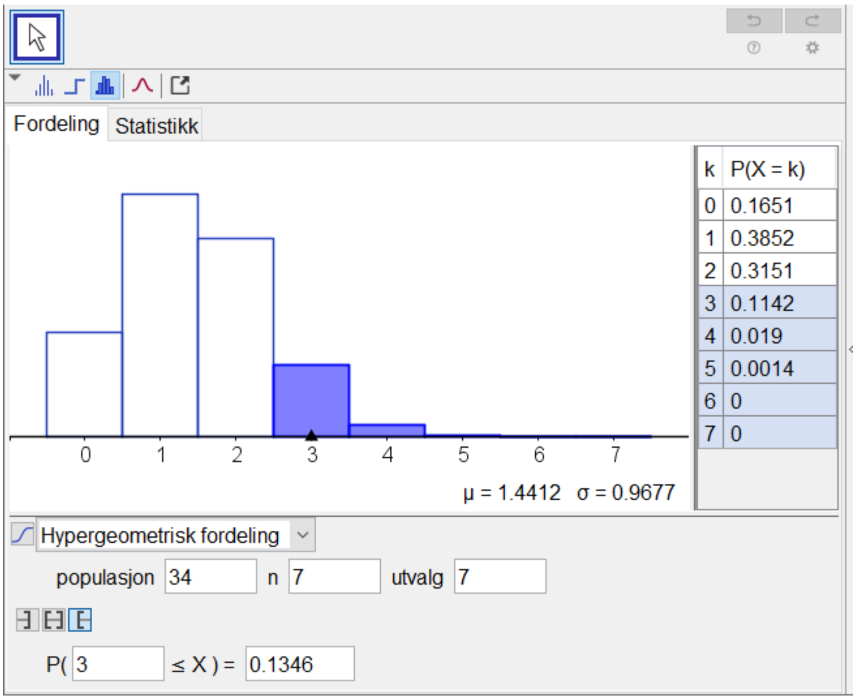
Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 1,9 % for at du tipper riktig fire vinnertall.

d $P(\text{minst tre vinnertall}) = P(X \geq 3)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



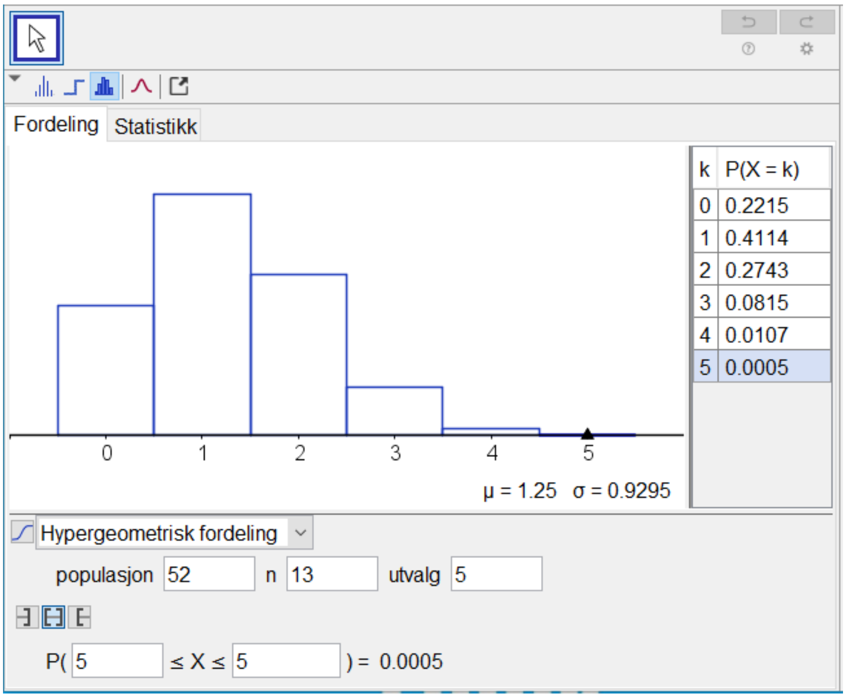
Sannsynligheten er 13,5 % for at du tipper riktig minst 3 vinnertall.

7.94

a Vi lar X være antall hjerter.

$P(\text{fem hjerter}) = P(X = 5) = P(5 \leq X \leq 5)$

Vi fyller dette inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 0,05 % for at en pokerspiller får bare hjerterkort.

b $P(\text{alle kortene har samme farge}) = 4 \cdot 0{,}0005 = 0{,}0020 = 0{,}20\ \%$

7.95

a Vi bruker CAS:

```
CAS
1  nCr[10, 3]*nCr[8, 3]*nCr[6,3]/nCr[24, 9]
   ≈ 0.1028
```

Sannsynligheten er 10,3 % for at vi får tre klesklyper av hver farge.

b Vi bruker CAS:

```
CAS
1  nCr[10, 4]*nCr[8, 3]*nCr[6,2]/nCr[24, 9]
   ≈ 0.1349
```

Sannsynligheten er 13,5 % for at vi får fire røde, tre grønne og to gule klesklyper.

7.96

a Vi bruker CAS:

```
CAS
1  nCr[13, 5]*nCr[13, 5]*nCr[13,3]*nCr[13, 0]/nCr[52, 13]
   ≈ 0.000746
```

Sannsynligheten er 0,07 % for at en bridgespiller får fem spar, fem hjerter og tre kløver.

b Vi bruker CAS:

```
CAS
1  nCr[13, 4]*nCr[13, 3]*nCr[13,3]*nCr[13, 3]/nCr[52, 13]
   ≈ 0.0263
```

Sannsynligheten er 2,6 % for at en bridgespiller får fire spar, tre hjerter, tre ruter og tre kløver.

7.97

a $P(\text{begge er jenter}) = P(\text{eldste er jente}) \cdot P(\text{yngste er jente}) = 0{,}486 \cdot 0{,}486 = 0{,}236$

Sannsynligheten 23,6 % for at ekteparet har to jenter.

b $$\begin{aligned} P(\text{eldste er gutt og yngste er jente}) &= P(\text{eldste er gutt}) \cdot P(\text{yngste er jente}) \\ &= 0{,}514 \cdot 0{,}486 = 0{,}250 \end{aligned}$$

Sannsynligheten 25,0 % for at det eldste barnet er en gutt og det yngste er en jente.

c $$\begin{aligned} P(\text{eldste er jente og yngste er gutt}) &= P(\text{eldste er jente}) \cdot P(\text{yngste er gutt}) \\ &= 0{,}486 \cdot 0{,}514 = 0{,}250 \end{aligned}$$

Sannsynligheten 25,0 % for at det eldste barnet er en jente og det yngste er en gutt.

7.98

a $P(\text{rød første gang og gul andre gang}) = P(\text{rød}) \cdot P(\text{gul}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{18}$ for at lykkehjulet stopper på rød første gang og på gul andre gang.

b $P(\text{gul første gang og rød andre gang}) = P(\text{gul}) \cdot P(\text{rød}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{18}$ for at lykkehjulet stopper på gul første gang og på rød andre gang.

c $P(\text{én gang på rød og én gang på gul}) = P(\text{rød, gul}) + P(\text{gul, rød}) = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

Sannsynligheten er $\frac{1}{9}$ for at lykkehjulet stopper én gang på rød og én gang på gul.

7.99

a $P(\text{én gutt}) = P(\text{GJJJ}) + P(\text{JGJJ}) + P(\text{JJGJ}) + P(\text{JJJG}) = 4 \cdot 0{,}514 \cdot 0{,}486^3 = 0{,}236$

Sannsynligheten er 23,6 % for at ekteparet har én gutt.

b $P(\text{tre gutter}) = P(\text{GGGJ}) + P(\text{GGJG}) + P(\text{GJGG}) + P(\text{JGGG}) = 4 \cdot 0{,}514^3 \cdot 0{,}486 = 0{,}264$

Sannsynligheten er 26,4 % for at ekteparet har tre gutter.

7.100

a $P(\text{ingen riktige svar}) = P(X = 0) = \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

b $P(\text{ett riktig svar}) = P(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2^3}{3^3} = \frac{32}{81}$

c $P(\text{høyst ett riktig svar}) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{16}{81} + \frac{32}{81} = \frac{48}{81} = \frac{16}{27}$

7.101

a $P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{4-k} = \binom{4}{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \binom{4}{k} \cdot \frac{1}{2^4} = \binom{4}{k} \cdot \frac{1}{16}$

b $P(\text{tre mynt}) = P(X = 3) = \binom{4}{3} \cdot \frac{1}{16} = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$

c $P(\text{fire mynt}) = P(X = 4) = \binom{4}{4} \cdot \frac{1}{16} = 1 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

d $P(\text{minst tre mynt}) = P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

7.102

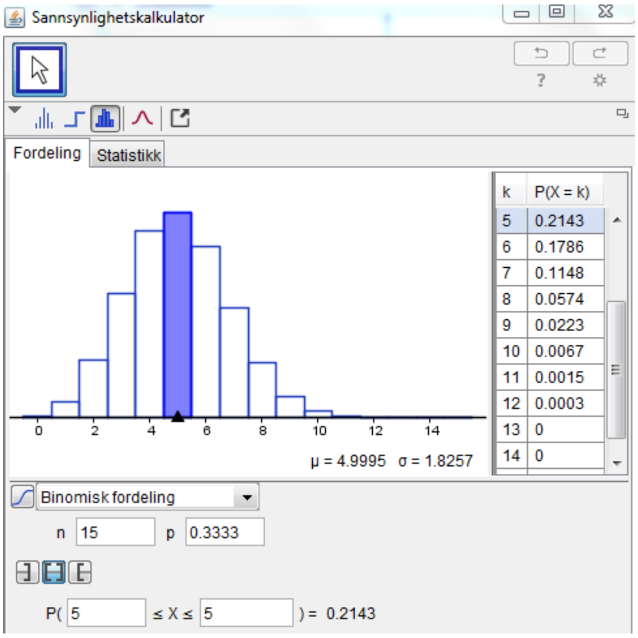
a For hvert av spørsmålene kan Signe svare riktig eller galt.

For hvert av spørsmålene er sannsynligheten $\frac{1}{3}$ for at hun svarer riktig.

Svarene er riktige eller gale uavhengig av hverandre, siden Signe gjetter.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall riktige svar Signe får.

$P(\text{fem riktige svar}) = P(X = 5) = P(5 \le X \le 5)$

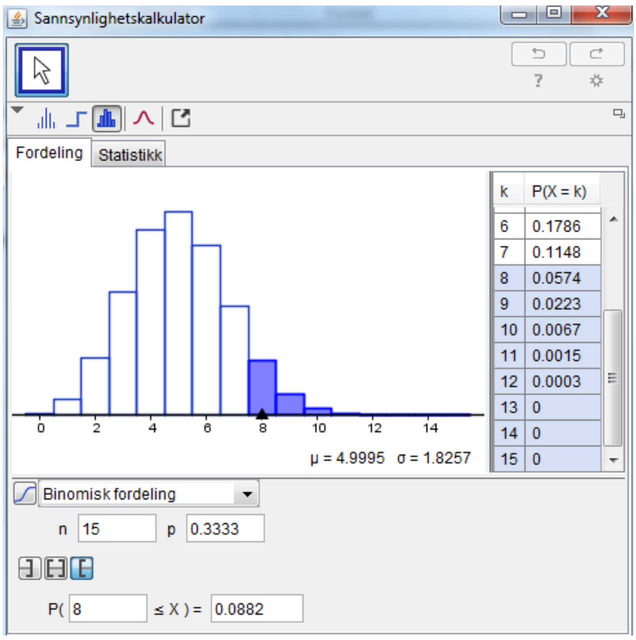
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 21,4 % for at Signe får fem riktige svar.

b $P(\text{minst åtte riktige svar}) = P(X \ge 8)$

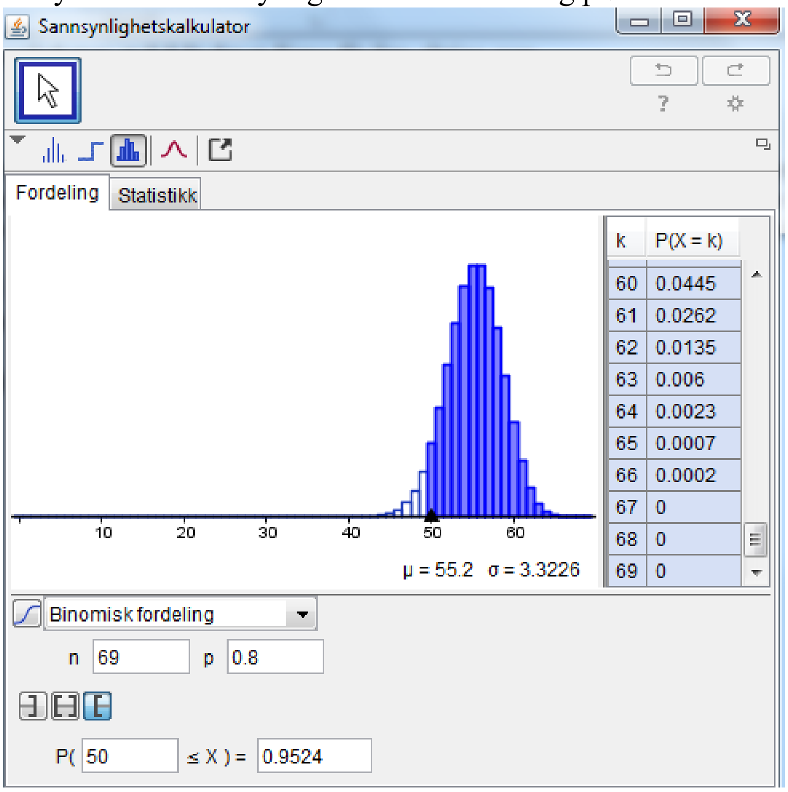
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 8,8 % for at Signe får minst åtte riktige svar.

7.103

Hvert av frøene vil enten spire eller ikke spire.
Hvert frø spirer med 80 % sannsynlighet.
Vi antar at frøene spirer uavhengig av hverandre og har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall frø som spirer.
Det skal være minst 95 % sannsynlighet for at minst 50 frø vil spire.
Vi må altså løse ulikheten $P(50 \le X) \ge 0{,}95$.
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram:



Vi må så 69 frø for at det skal være minst 95 % sannsynlighet for at minst 50 frø vil spire.

7.104

a For hvert av de tre pengestykkene som kastes, kan man få enten mynt eller kron.
Sannsynligheten for å få mynt er 50 % for hvert pengestykke.
Pengestykkene gir mynt eller kron uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall mynt vi får.

$$P(\text{ingen mynt}) = P(X = 0) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

b

$$P(\text{én mynt}) = P(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{3}{8}$$

c

$$P(\text{to mynt}) = P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 3 \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

d

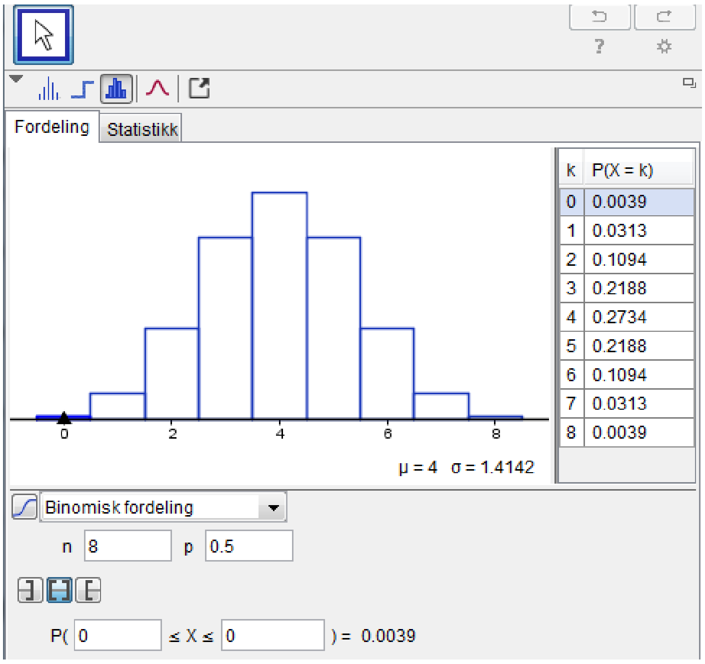
$$P(\text{tre mynt}) = P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot 1 = \frac{1}{8}$$

7.105

a For hvert av de åtte pengestykkene som kastes, kan man få enten mynt eller kron.
Sannsynligheten for å få mynt er 50 % for hvert pengestykke.
Pengestykkene gir mynt eller kron uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall mynt vi får.

$P(\text{ingen mynt}) = P(X = 0) = P(0 \leq X \leq 0)$

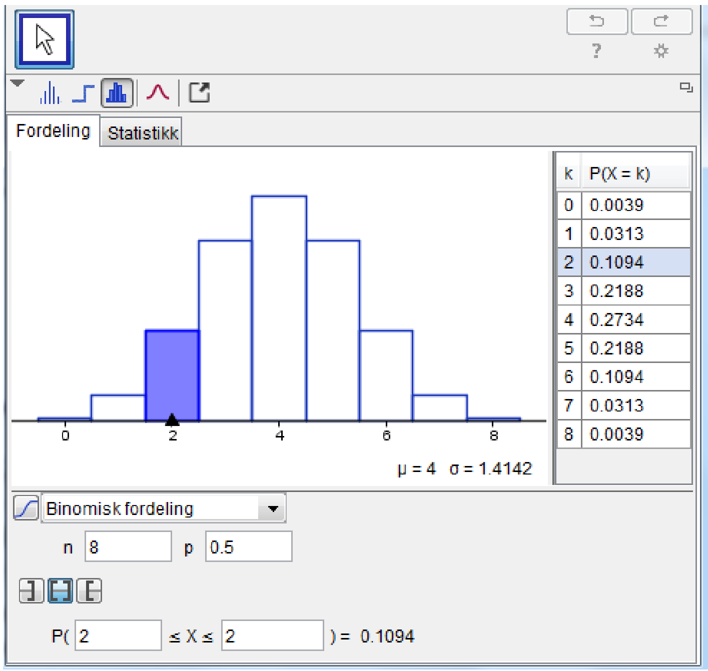
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 0,4 % for å få ingen mynt.

b $P(\text{to mynt}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

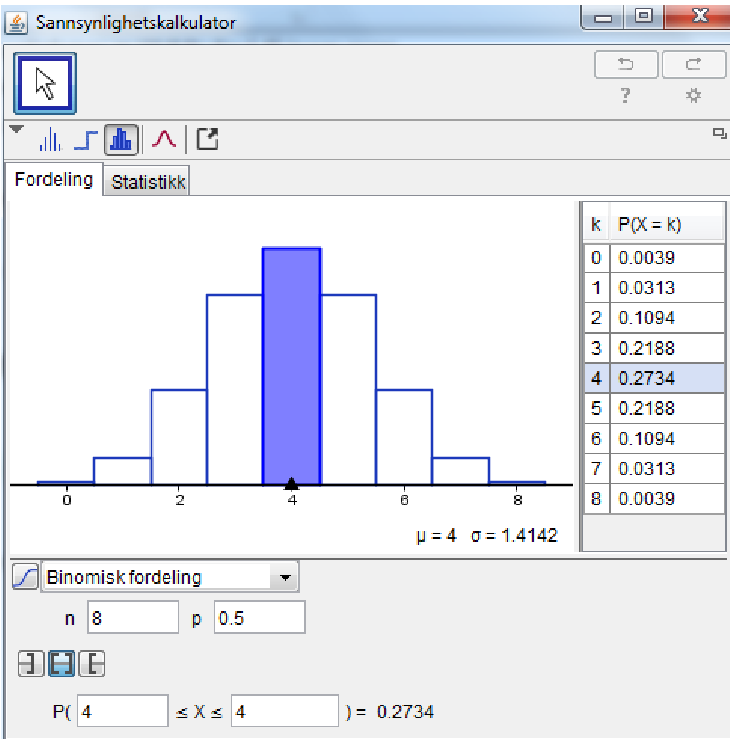
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 10,9 % for å få to mynt.

c $P(\text{fire mynt}) = P(X = 4) = P(4 \le X \le 4)$

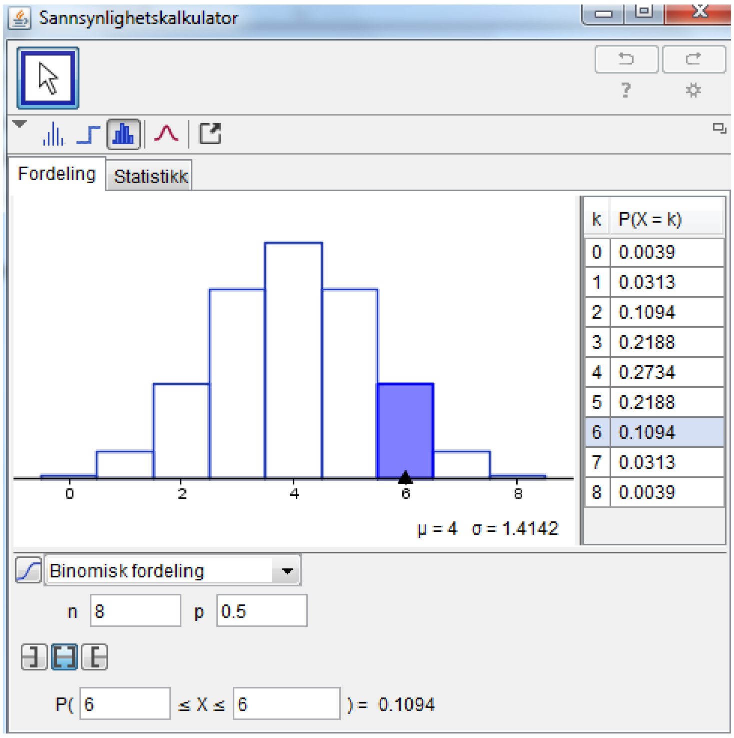
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 27,3 % for å få fire mynt.

d $P(\text{seks mynt}) = P(X = 6) = P(6 \le X \le 6)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 10,9 % for å få seks mynt.

7.106

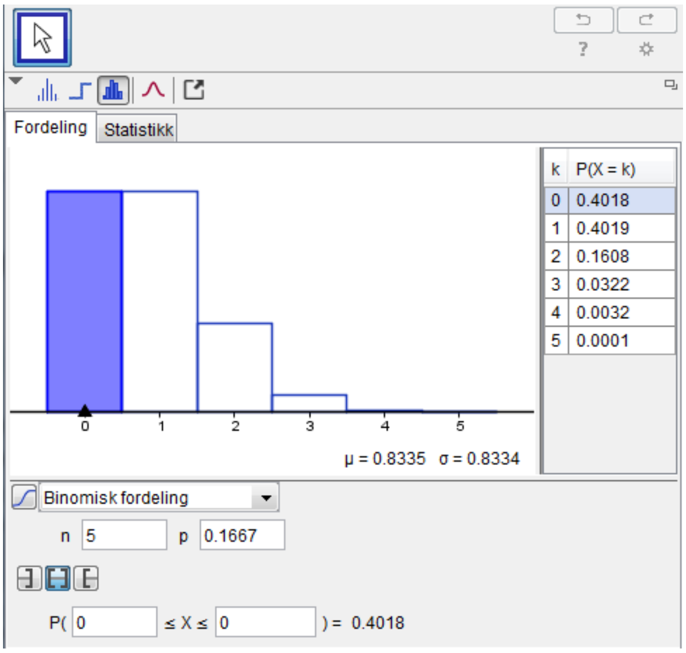
a For hver av de fem terningene som kastes, kan man få enten sekser eller ikke-sekser.

Sannsynligheten for å få sekser er $\frac{1}{6}$ for hver terning.

Terningene gir sekser eller ikke-sekser uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall seksere.

$P(\text{ingen seksere}) = P(X = 0) = P(0 \leq X \leq 0)$

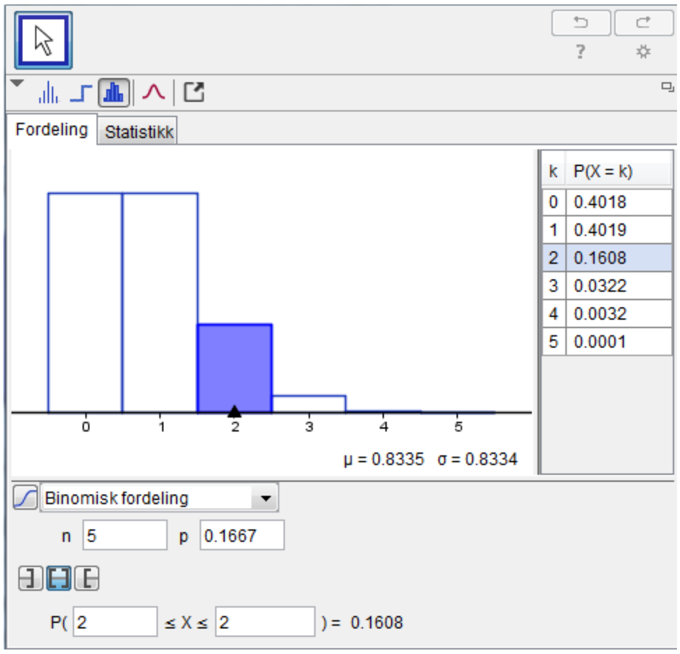
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 40,2 % for å få ingen seksere.

b $P(\text{to seksere}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

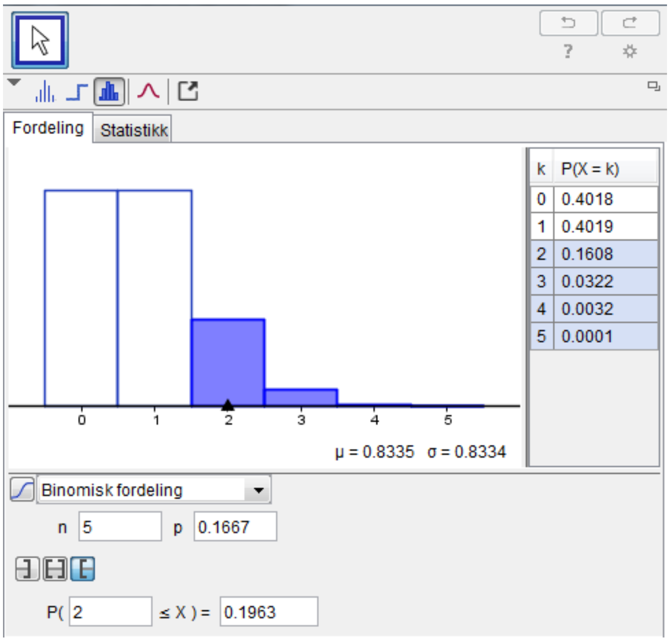
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 16,1 % for å få to seksere.

c $P(\text{minst to seksere}) = P(X \geq 2)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



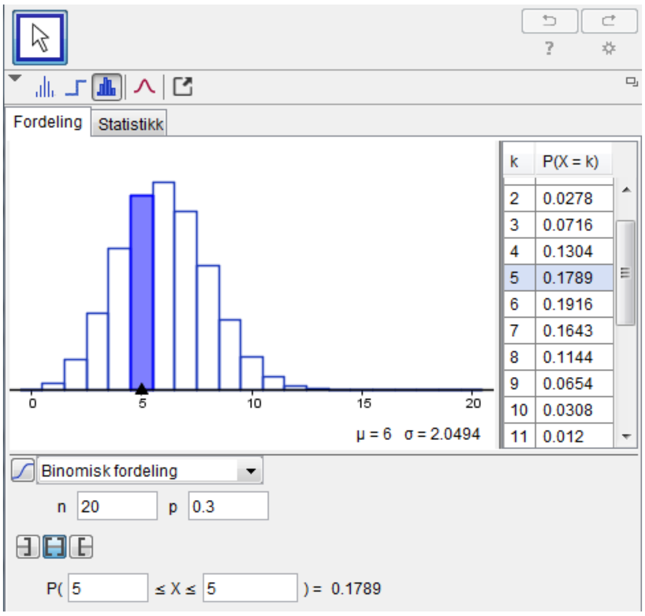
Sannsynligheten er 19,6 % for å få minst to seksere.

7.107

a Hver av de 20 personene som trekkes ut, kan enten støtte det politiske partiet eller ikke. Sannsynligheten for at en person støtter partiet, er 30 %.
Siden personene trekkes tilfeldig, vil det at en person støtter partiet ikke endre sannsynligheten for at en annen person gjør det.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall personer som støtter partiet.

$P(\text{fem støtter partiet}) = P(X = 5) = P(5 \leq X \leq 5)$

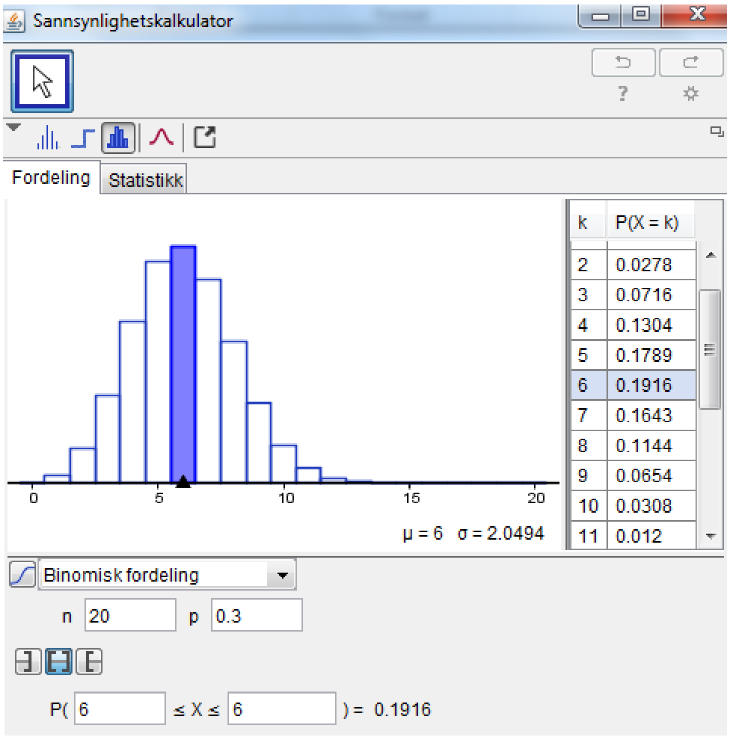
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 17,9 % for at fem personer støtter partiet.

b $P(\text{seks støtter partiet}) = P(X = 6) = P(6 \leq X \leq 6)$

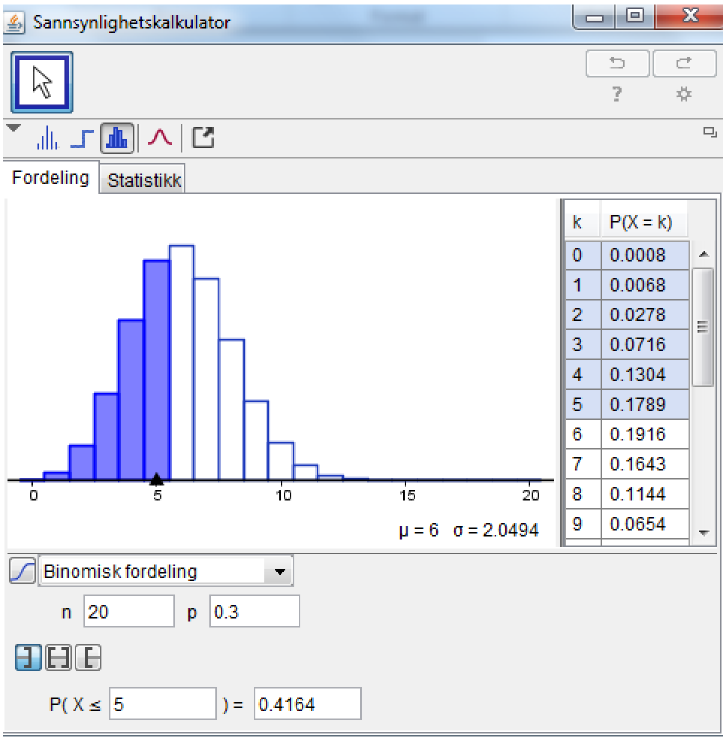
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 19,2 % for at seks personer støtter partiet.

c $P(\text{høyst fem støtter partiet}) = P(X \leq 5)$

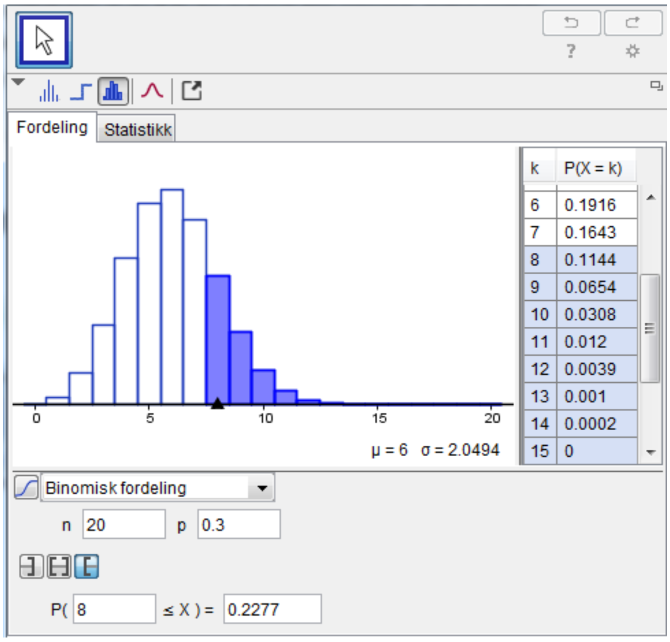
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 41,6 % for at høyst fem personer støtter partiet.

d $P(\text{minst åtte støtter partiet}) = P(X \geq 8)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



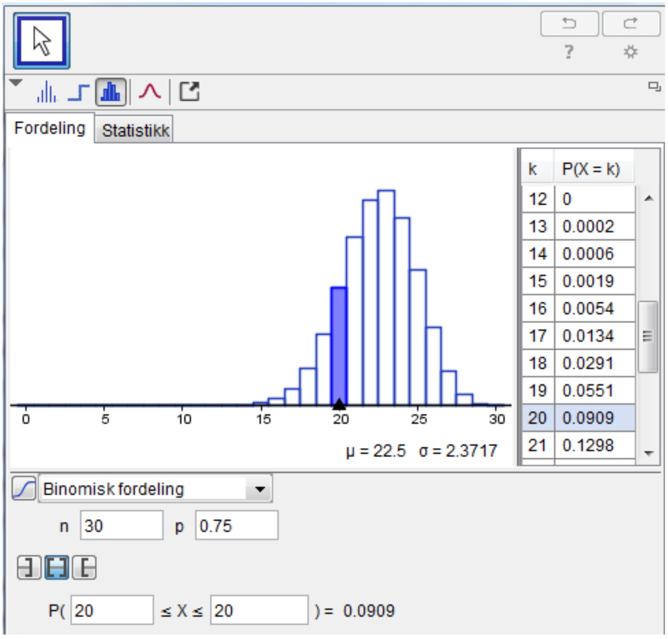
Sannsynligheten er 22,8 % for at minst åtte personer støtter partiet

7.108

a Hver av de 30 erteplantene kan enten få gule eller grønne frø. Sannsynligheten for at en erteplante får gule frø, er $\frac{3}{4}$. Vi antar at fargen på frøene til erteplantene er uavhengig av hverandre, og vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall erteplanter med gule frø.

$P(20 \text{ av erteplantene har gule frø}) = P(X = 20) = P(20 \leq X \leq 20)$

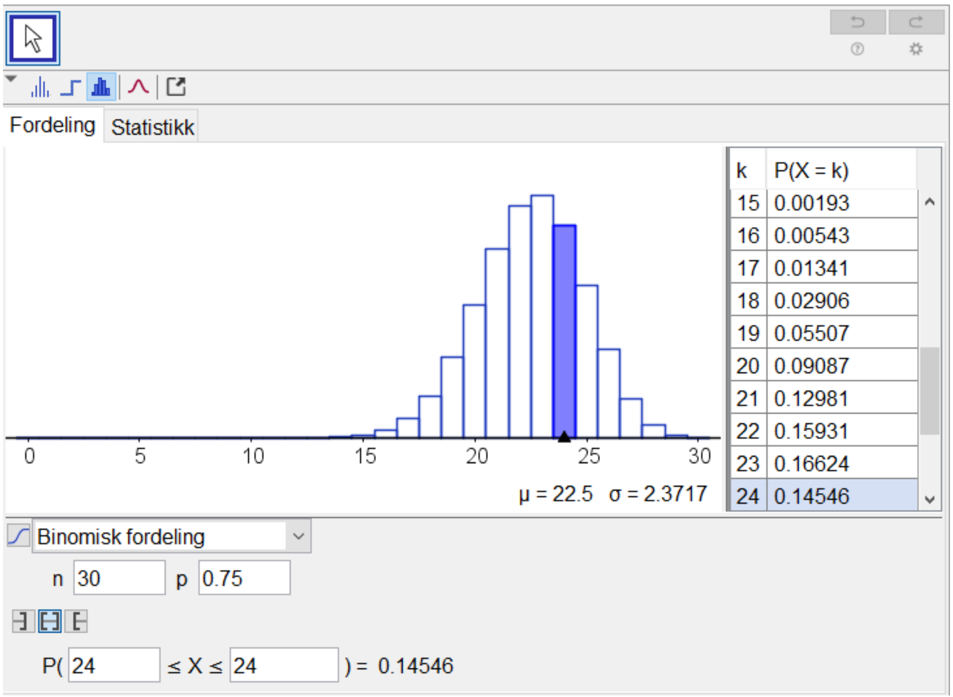
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 9,1 % for at 20 av erteplantene har gule frø.

b $P(24 \text{ av erteplantene har gule frø}) = P(X = 24) = P(24 \leq X \leq 24)$

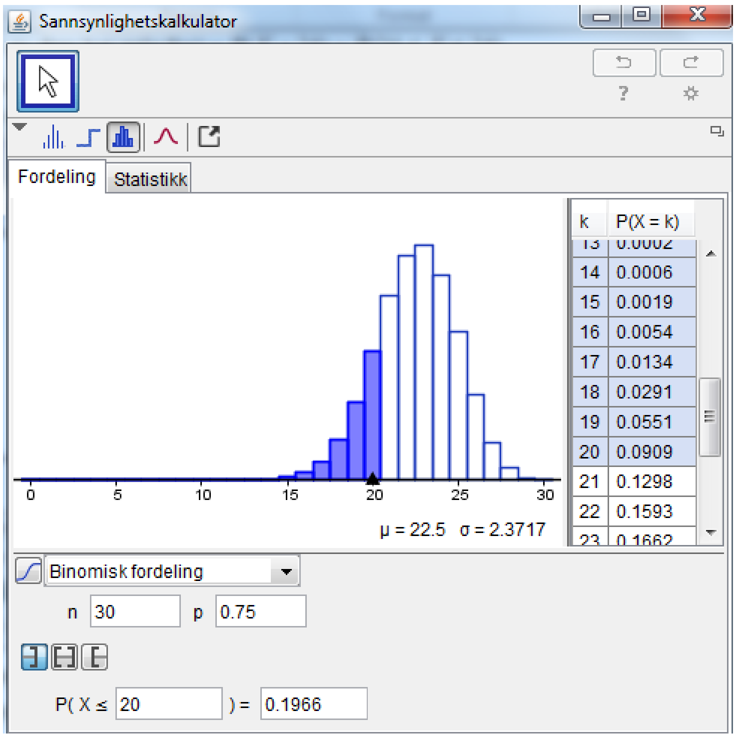
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 14,5 % for at 24 av erteplantene har gule frø.

c $P(\text{høyst 20 av erteplantene har gule frø}) = P(X \leq 20)$

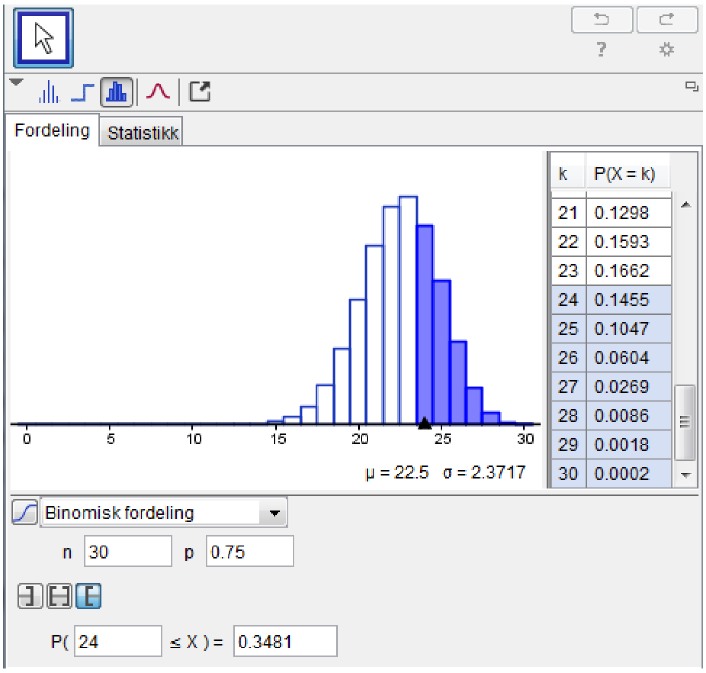
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 19,7 % for at høyst 20 av erteplantene har gule frø.

d $P(\text{minst 24 av erteplantene har gule frø}) = P(X \geq 24)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 34,8 % for at minst 24 av erteplantene har gule frø.

7.109

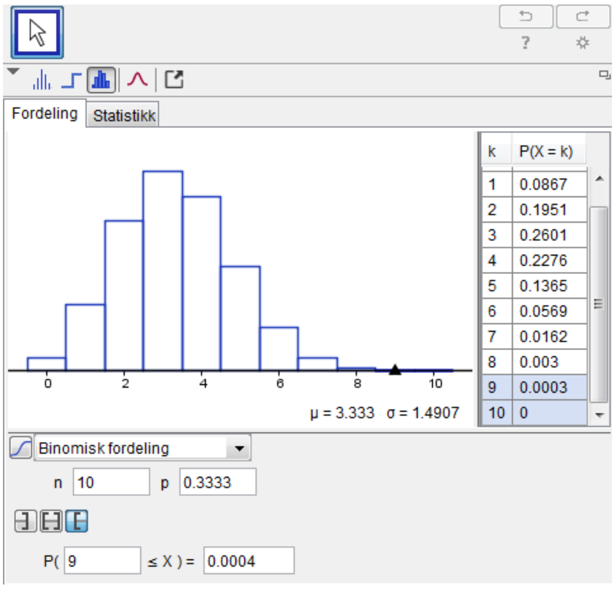
a For hver av de 10 spørsmålene kan Ali svare enten riktig eller galt.

Sannsynligheten for at han velger rett svaralternativ, er $\frac{1}{3}$.

Siden Ali gjetter, er svarene er riktige eller gale uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall riktige svar Ali får.

$P(\text{Ali vinner 100 000 kroner}) = P(X \geq 9)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:

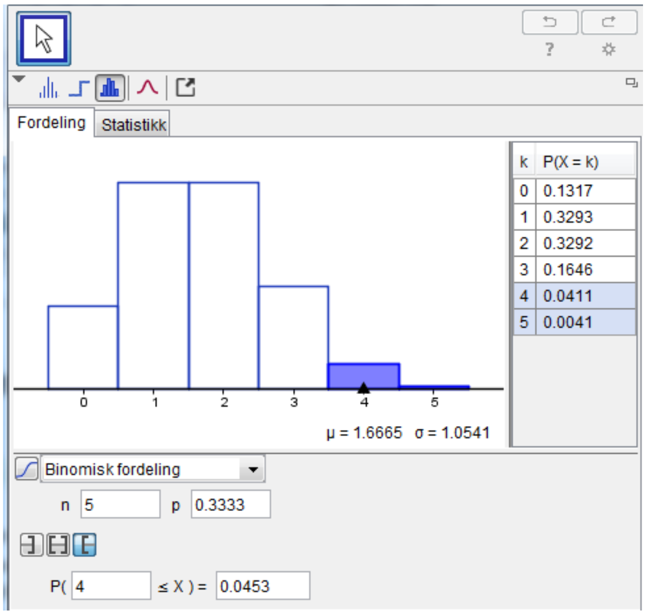


Sannsynligheten er 0,04 % for at Ali vinner 100 000 kroner.

b Dersom Ali vet svaret på 5 spørsmål, må han gjette på de 5 andre spørsmålene.
Han må gjette riktig på minst 4 av de 5 spørsmålene for å vinne 100 000 kroner.
La Y være antall riktige svar Ali får blant de 5 spørsmålene han gjetter på.

$$P(\text{Ali vinner 100 000 kroner}) = P(Y \geq 4)$$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 4,5 % for at Ali vinner 100 000 kroner.

7.110

a For hvert av de fem pengestykkene som kastes, kan man få enten mynt eller kron.
Sannsynligheten for å få mynt er 50 % for hvert pengestykke.
Pengestykkene gir mynt eller kron uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall mynt vi får.

$$P(\text{tre mynt}) = P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

b $$P(\text{fire mynt}) = P(X=4) = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$$

c $$P(\text{fem mynt}) = P(X=5) = \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \frac{1}{2^5} \cdot 1 = \frac{1}{32}$$

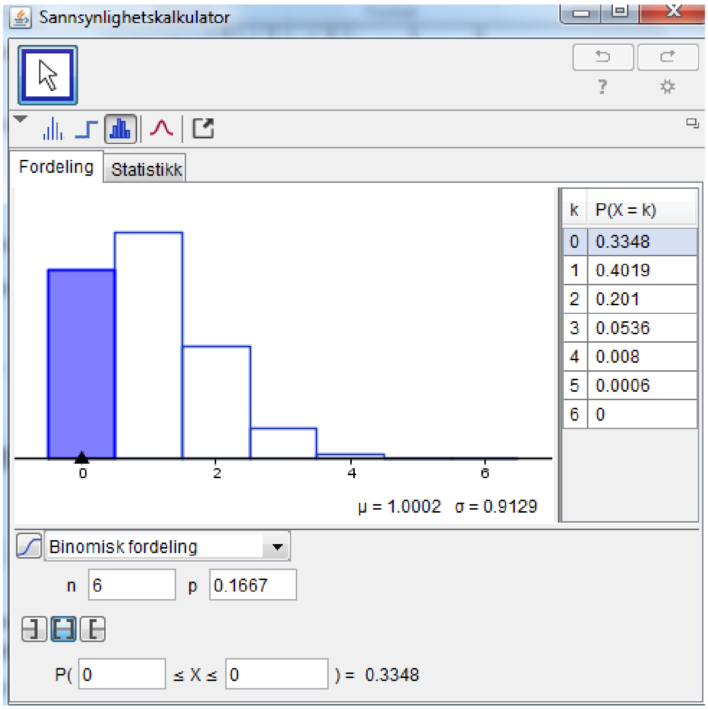
d $$P(\text{minst fire mynt}) = P(X=4) + P(X=5) = \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

7.111

a For hver av de seks terningene som kastes, kan man få enten sekser eller ikke-sekser.
Sannsynligheten for å få sekser er $\frac{1}{6}$ for hver terning.
Terningene gir sekser eller ikke-sekser uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.

Vi lar X være antall seksere.
$P(\text{ingen seksere}) = P(X = 0) = P(0 \leq X \leq 0)$

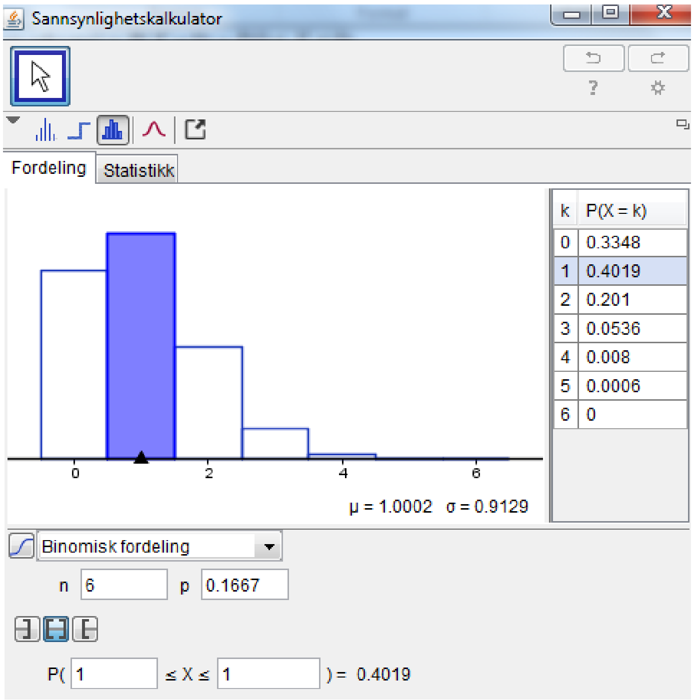
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 33,5 % for å få ingen seksere.

b $P(\text{én sekser}) = P(X = 1) = P(1 \leq X \leq 1)$

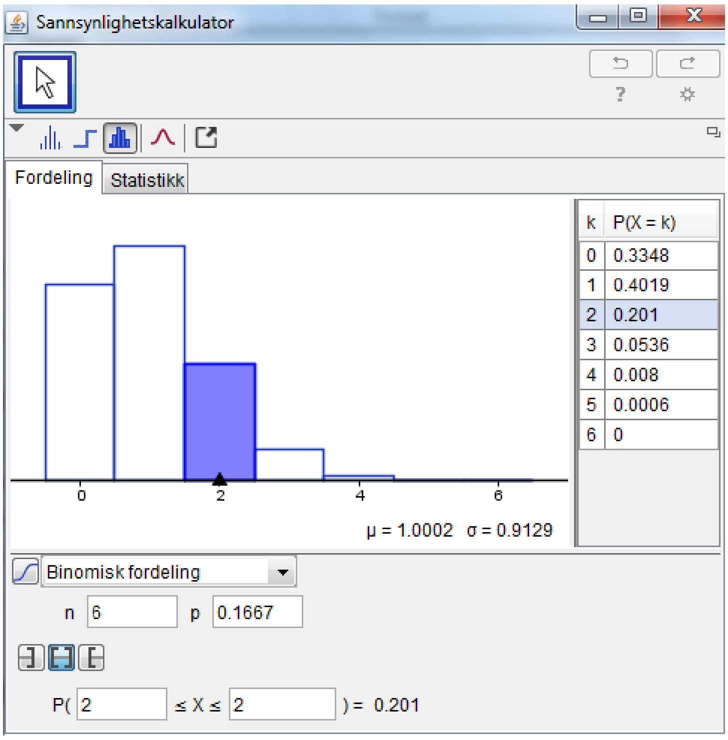
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 40,2 % for å få én sekser.

c $P(\text{to seksere}) = P(X = 2) = P(2 \le X \le 2)$

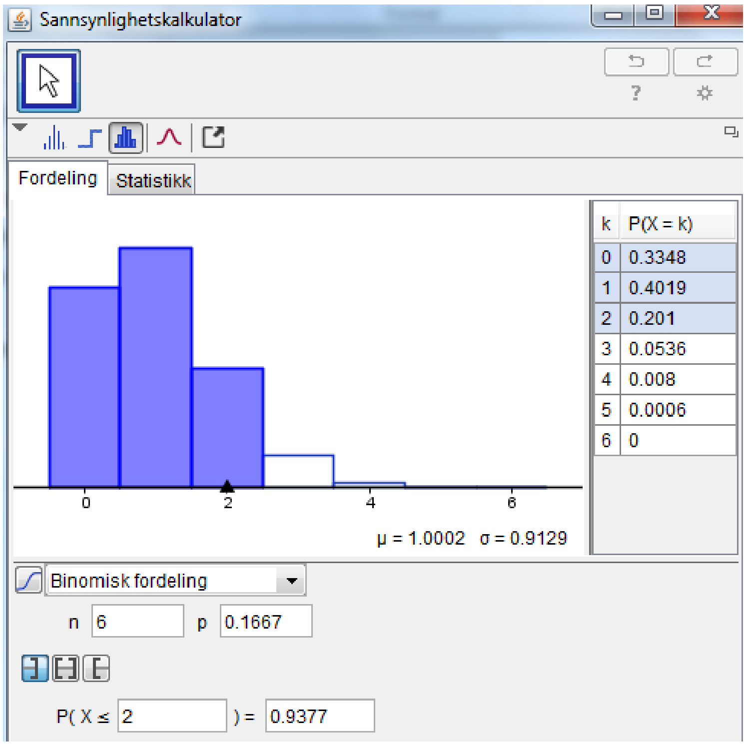
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 20,1 % for å få to seksere.

d $P(\text{høyst to seksere}) = P(X \le 2)$

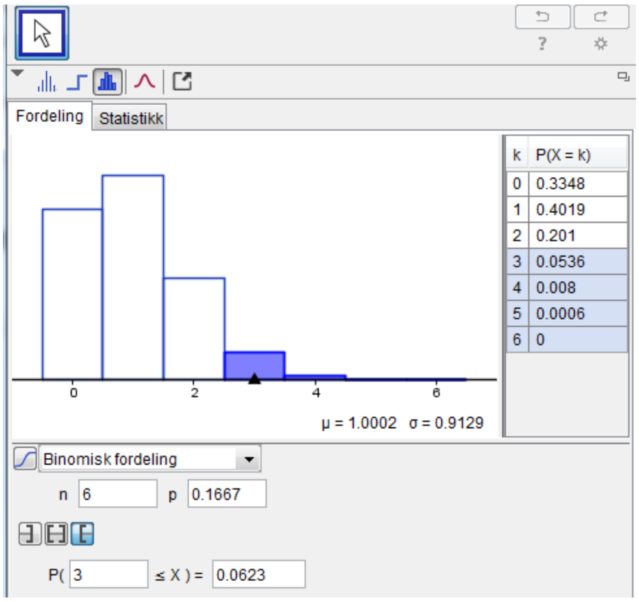
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 93,8 % for å få høyst to seksere.

e $P(\text{minst tre seksere}) = P(X \geq 3)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



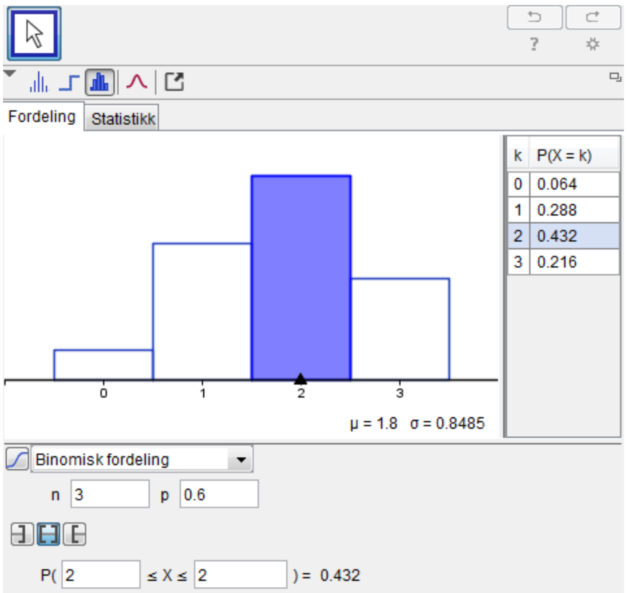
Sannsynligheten er 6,2 % for å få minst tre seksere.

7.112

a **1** For hver av de tre kulene som trekkes, kan man få enten rød eller blå kule.

Sannsynligheten for å få en rød kule er $\frac{3}{5}$ ved hver trekning. Siden kulene legges tilbake, er fargen vi får ved en trekning uavhengig av fargen ved en annen trekning.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall røde kuler.
$P(\text{to røde kuler}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 43,2 % for å få to røde kuler når vi trekker med tilbakelegging.

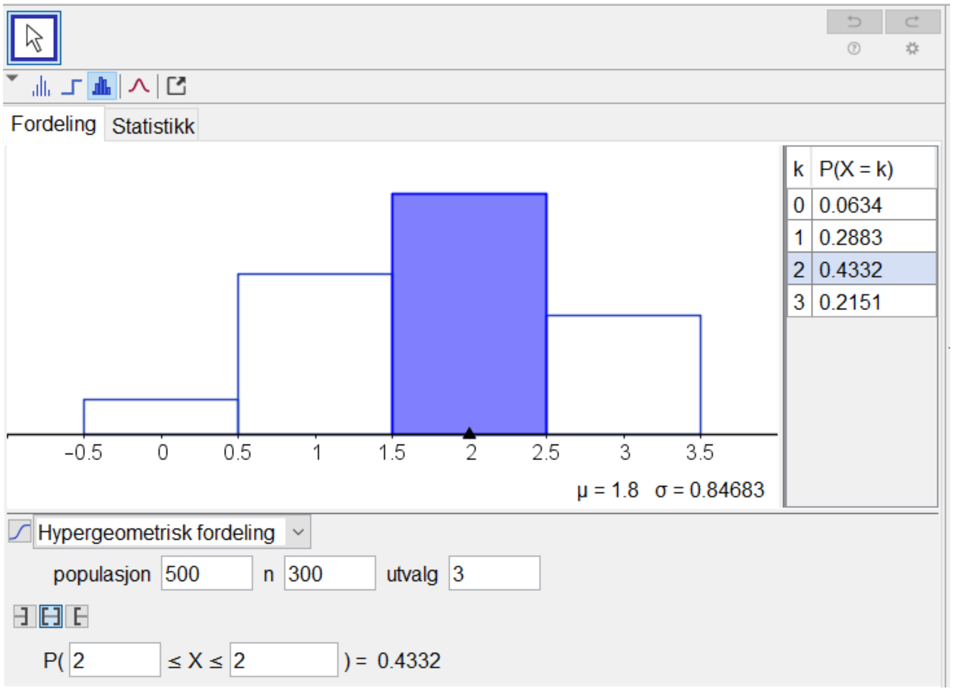
2 Vi bruker formelen for hypergeometriske sannsynligheter og får

$$P(\text{to røde kuler}) = \frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{5}{3}} = \frac{3\cdot 2}{10} = \frac{6}{10} = 0{,}60 = 60\,\%$$

Sannsynligheten er 60 % for å trekke to røde kuler når vi trekker uten tilbakelegging.

b **1** Det er nå 300 røde kuler og 200 blå kuler. Altså er sannsynligheten for å trekke en rød kule fortsatt $\frac{3}{5}$ og svaret blir som i oppgave a.1

2 Vi bruker sannsynlighetskalkulatoren:



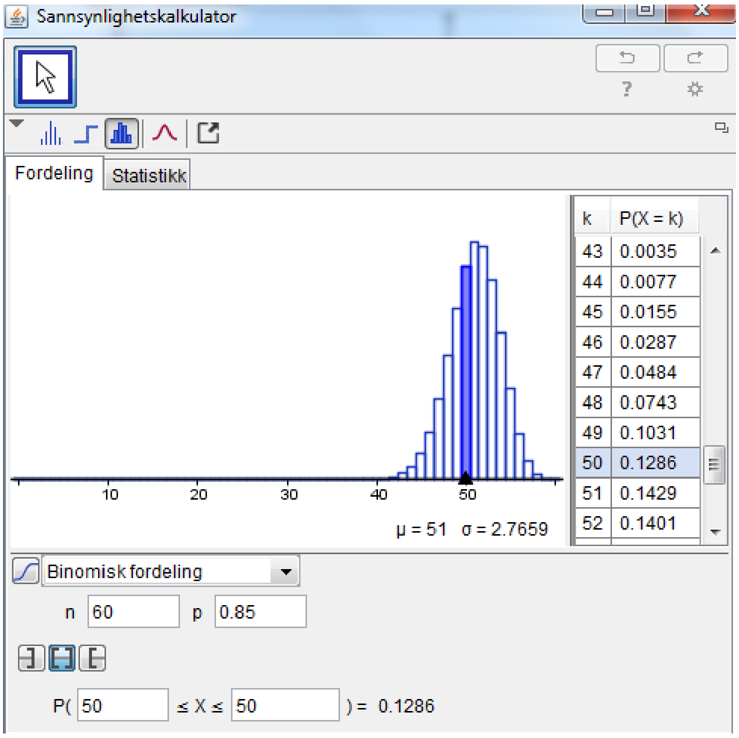
Sannsynligheten er 43,3 % for å trekke to røde kuler når vi trekker uten tilbakelegging.

7.113

a Hvert av de 60 frøene kan spire eller ikke spire.
Sannsynligheten for at et frø spirer, er 85 %.
Vi antar at frøene spirer uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall frø som spirer.

1 $P(50 \text{ frø spirer}) = P(X = 50) = P(50 \le X \le 50)$

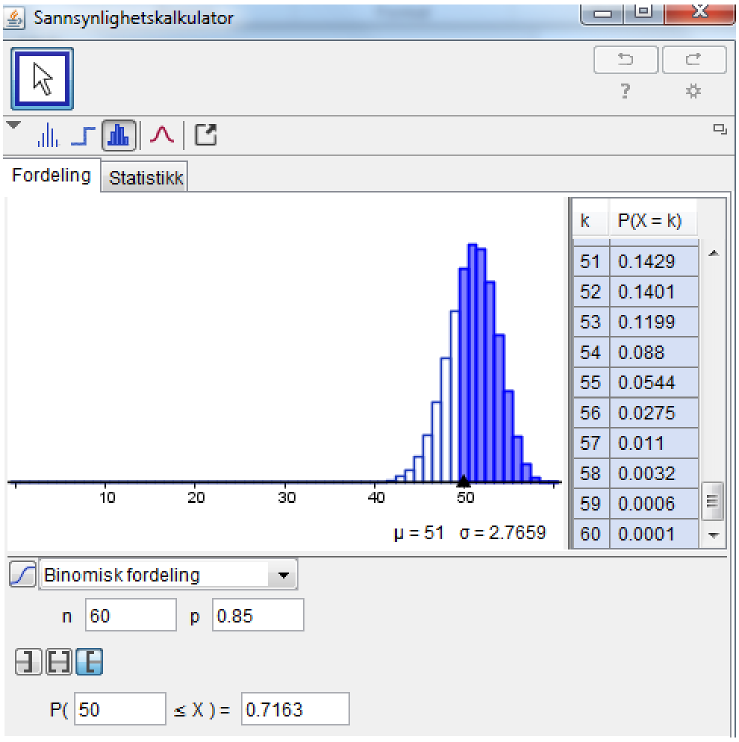
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 12,9 % for at 50 av frøene vil spire.

2 $P(\text{minst } 50 \text{ frø spirer}) = P(X \ge 50)$

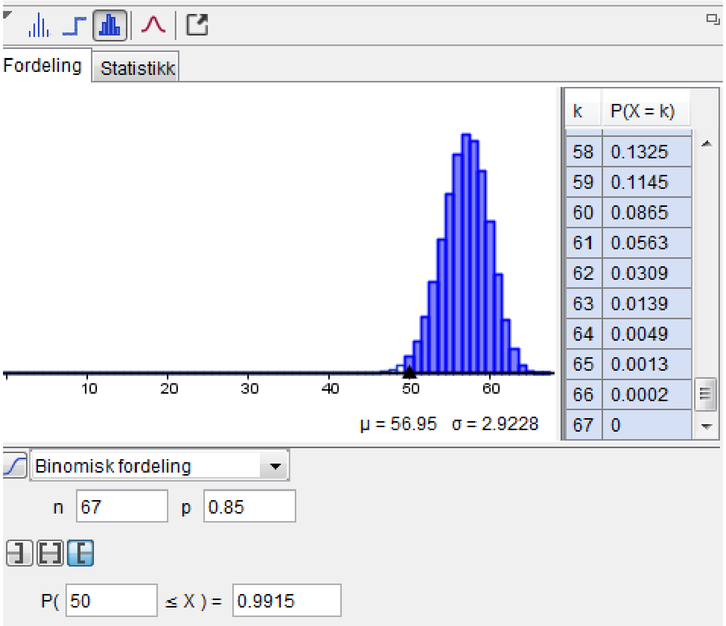
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 71,6 % for at minst 50 av frøene vil spire.

b Vi må løse ulikheten $P(X \geq 50) \geq 0{,}99$.

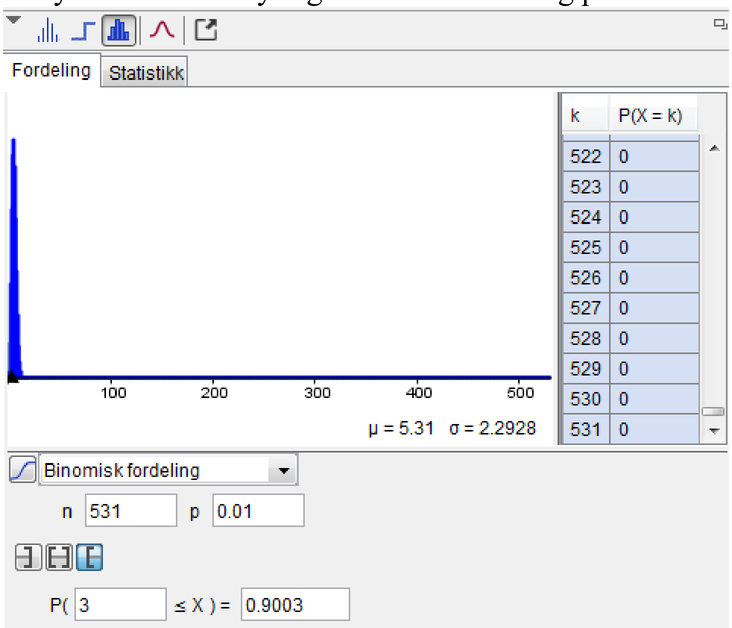
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram:



Vi må så 67 frø for at sannsynligheten skal være minst 99 % for at minst 50 frø vil spire.

7.114

Hver fødsel vil enten være en tvillingfødsel eller så vil den ikke være det.
For hver fødsel er sannsynligheten 1 % for at den vil være en tvillingfødsel.
Vi antar at fødslene er tvillingfødsel eller ikke uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk og lar X være antall tvillingfødsler.
Det skal være minst 90 % sannsynlighet for å få minst tre tvillingpar i løpet av ett år.
Vi må altså løse ulikheten $P(X \geq 3) \geq 0{,}90$.
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram:



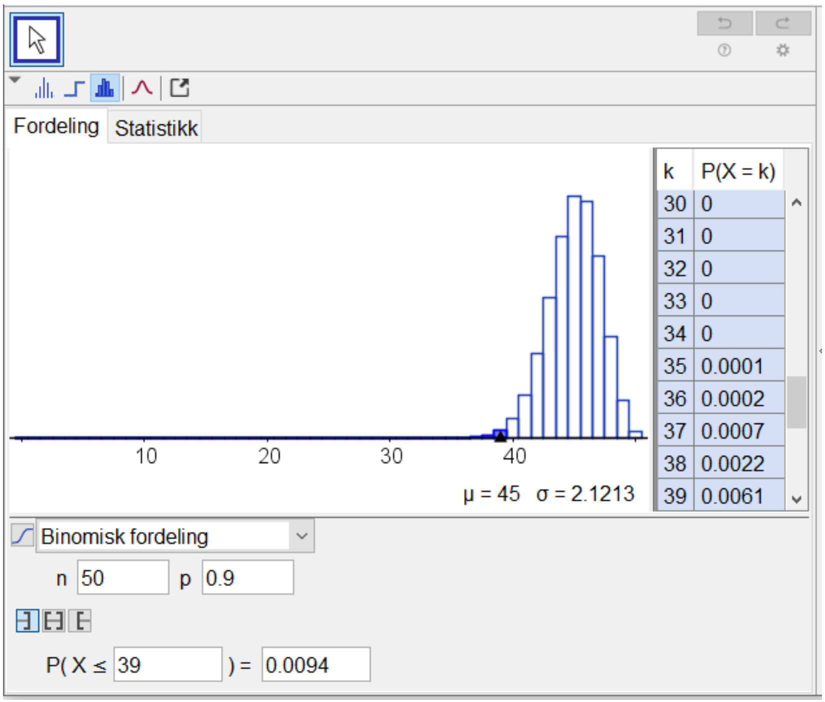
Det må være 531 fødsler ved sykehuset i løpet av ett år for at sannsynligheten skal være minst 90 % for at det blir født minst tre tvillingpar.

7.115

a Hvert av de 50 frøene vil spire eller ikke spire.
Sannsynligheten for at et frø vil spire, er 90 %.
Vi antar at frøene spirer uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall frø som spirer.

$P(\text{høyst 39 frø spirer}) = P(X \leq 39)$

Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 0,94 % for at høyst 39 frø vil spire.

b Siden det er svært usannsynelig at 39 eller færre frø vil spire dersom spireprosenten virkelig er 90 %, har Ane god grunn til å påstå at spireprosenten er mindre enn 90 %.

Kapitteltest

Oppgave 1

a

rad 0	1
rad 1	1 1
rad 2	1 2 1
rad 3	1 3 3 1
rad 4	1 4 6 4 1
rad 5	1 5 10 10 5 1
rad 6	1 6 15 20 15 6 1

b $\binom{4}{2} = 6$

$\binom{5}{2} = 10$

$\binom{5}{3} = 10$

$\binom{6}{3} = 20$

c **1** $(x-1)^3 = x^3 + 3\cdot x^2 \cdot (-1)^1 + 3\cdot x^1 \cdot (-1)^2 + (-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

2 $(x+3)^4 = x^4 + 4\cdot x^3 \cdot 3^1 + 6\cdot x^2 \cdot 3^2 + 4\cdot x^1 \cdot 3^3 + 3^4 = x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81$

3 $(x+2)^5 = x^5 + 5\cdot x^4 \cdot 2^1 + 10\cdot x^3 \cdot 2^2 + 10\cdot x^2 \cdot 2^3 + 5\cdot x^1 \cdot 2^4 + 2^5$

$= x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$

Oppgave 2

$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120$

Du kan lage 120 femsifrede tall med lappene.

Oppgave 3

a $5^4 = 625$

Du kan lage 625 koder.

b ${}_5P_4 = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2 = 120$

Du kan lage 120 koder dersom bokstavene er forskjellige.

c $625 - 120 = 505$

Du kan lage 505 koder der minst to bokstaver er like.

Oppgave 4

a For hver av de fire skålene kan man enten trekke en rød Non Stop eller en blå Non Stop.

Sannsynligheten for å trekke en rød Non Stop er $\frac{2}{3}$ for hver skål.

Siden vi trekker fra fire forskjellige skåler, er fargen vi får fra en skål uavhengig av fargen vi får fra en annen skål.
Vi har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall røde Non Stop vi får.

$$P(\text{én rød Non Stop}) = P(X=1) = \binom{4}{1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 4\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{27} = \frac{8}{81}$$

b $$P(\text{to røde Non Stop}) = P(X=2) = \binom{4}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{9} = \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$$

Oppgave 5

a Vi bruker formelen for hypergeometriske sannsynligheter og får

$$P(\text{to FOX}) = \frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{6\cdot 2}{20} = \frac{3}{5}$$

b $$P(\text{tre FOX}) = \frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{2}{0}}{\binom{6}{3}} = \frac{4\cdot 1}{20} = \frac{1}{5}$$

c $$P(\text{minst to FOX}) = P(\text{to FOX}) + P(\text{tre FOX}) = \frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

Oppgave 6

a $$\begin{aligned} \text{I}:&\quad x+y=15 \\ \text{II}:&\quad y+2x=2y \end{aligned}$$

b I: $x+y=15$

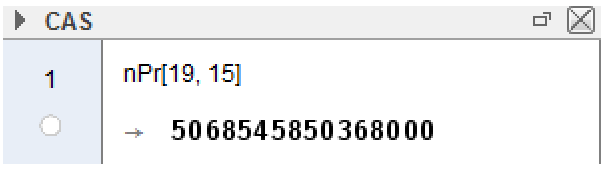
$$x = 15 - y$$

$$\begin{aligned} \text{I}\rightarrow\text{II}:\quad y+2\cdot(15-y) &= 2y \\ y+30-2y &= 2y \\ 30 &= 3y \\ \frac{30}{3} &= \frac{3y}{3} \\ y &= 10 \end{aligned}$$

$x = 15 - 10 = 5$

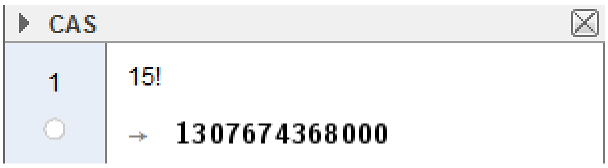
Oppgave 7

a Vi bruker CAS:



Gruppene kan fordeles på 5 068 545 850 368 000 måter.

b Vi bruker CAS:



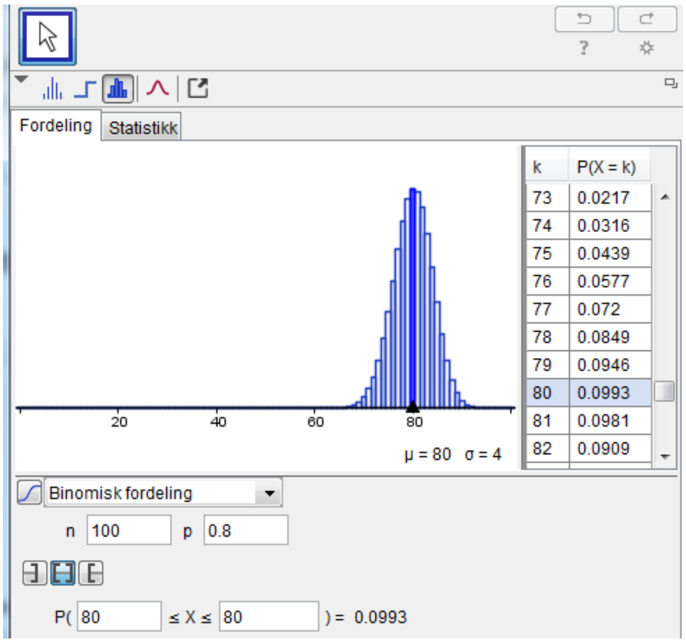
Gruppene kan fordeles på 1 307 674 368 000 måter.

Oppgave 8

a Hvert av de 100 frøene som sås, vil enten spire eller ikke spire.
Sannsynligheten for at et frø vil spire, er 80 %.
Vi antar at frøene spirer uavhengig av hverandre og har dermed et binomisk forsøk.
Vi lar X være antall frø som spirer.

1 $P(80 \text{ frø spirer}) = P(X = 80) = P(80 \leq X \leq 80)$

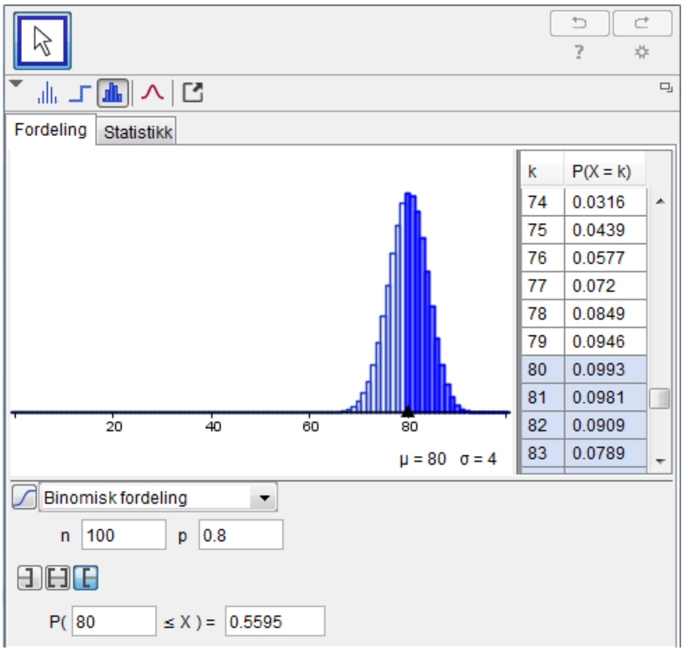
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 9,9 % for at 80 frø vil spire.

2 $P(\text{minst } 80 \text{ frø spirer}) = P(X \geq 80)$

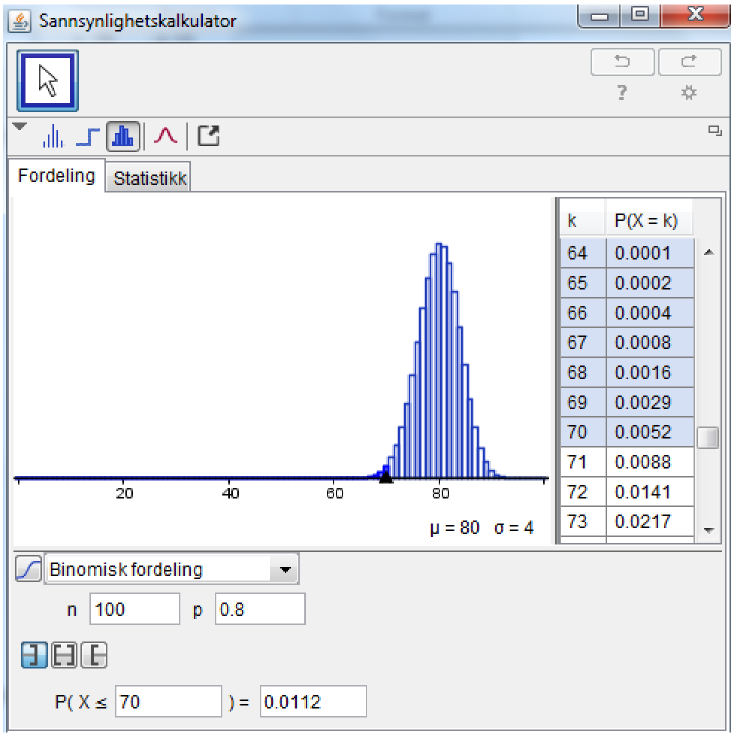
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 55,9 % for at minst 80 frø vil spire.

3 $P(\text{høyst 70 frø spirer}) = P(X \leq 70)$

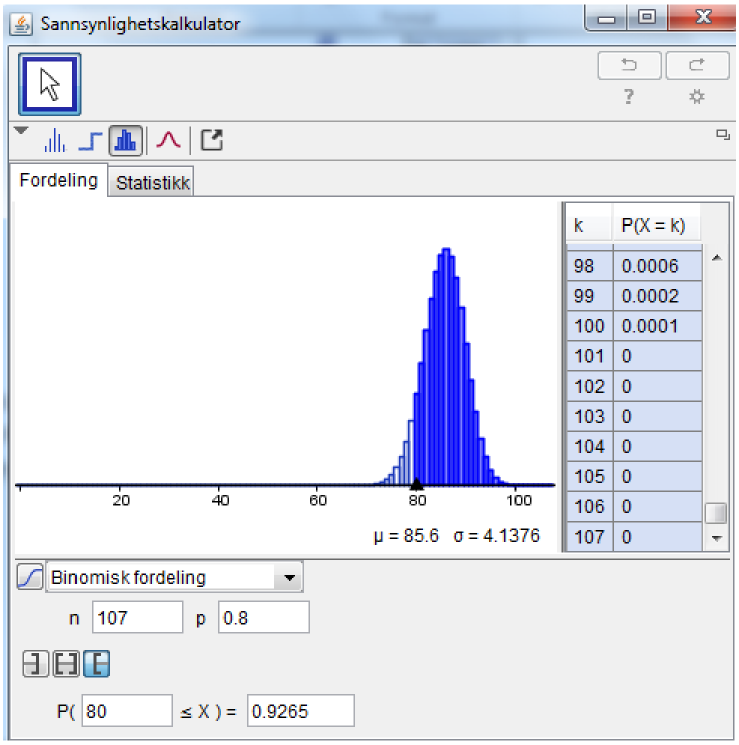
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 1,1 % for at høyst 70 frø vil spire.

b Vi må løse ulikheten $P(X \geq 80) \geq 0{,}90$.

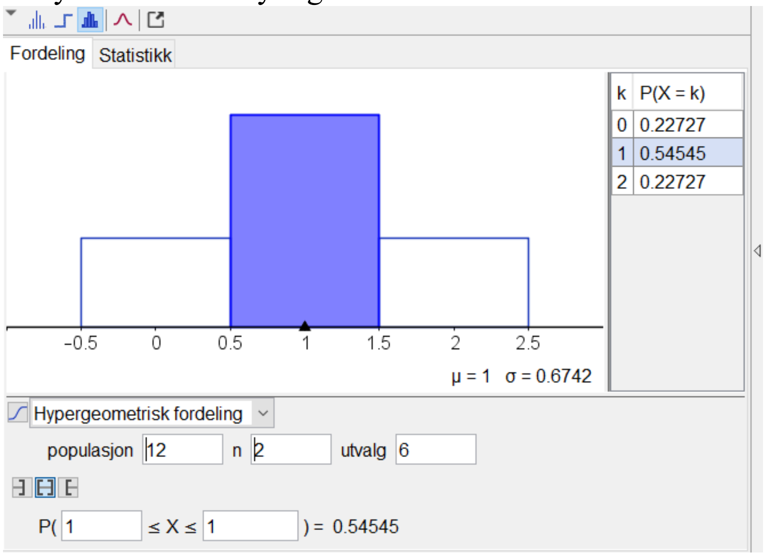
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram:



Man må så 107 frø for at det skal være minst 90 % sannsynlighet for at minst 80 frø skal spire.

Oppgave 9

La X stå for antallet av de to som kommer i første heat.
Vi merker oss at $X = 1$ hvis Petter og Henning kommer i forskjellige heat.
Vi fyller inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Altså er

$P(\text{de kommer i forskjellige heat}) = P(X = 1) = 0{,}545$

Dermed har vi at

$P(\text{de kommer i samme heat}) = 1 - P(\text{de kommer i forskjellige heat}) = 1 - 0{,}545 = 0{,}455$

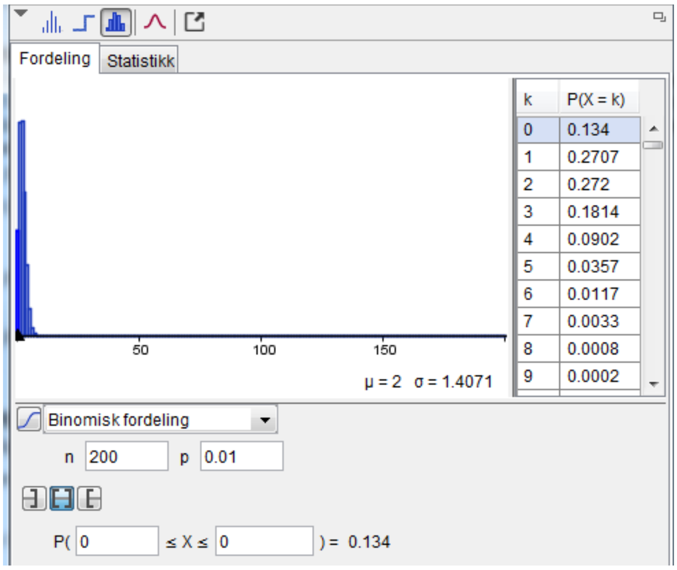
Sannsynligheten er 45,5 % for at Petter og Henning kommer i samme heat.

Oppgave 10

a For hver av de 200 fødslene vil det enten være en tvillingfødsel eller så vil det ikke være det.
For hver fødsel er sannsynligheten 1 % for at det vil være en tvillingfødsel.
Vi antar at fødslene blir tvillingfødsel eller ikke uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk og lar X være antall tvillingfødsler.

$P(\text{ingen tvillingfødsler}) = P(X = 0) = P(0 \le X \le 0)$

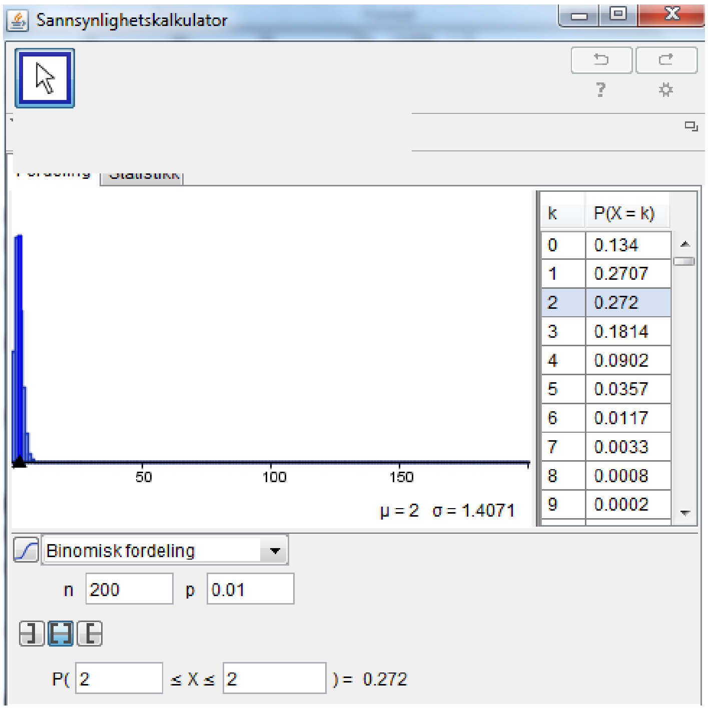
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 13,4 % for at det ikke blir født noen tvillinger.

b $P(\text{to tvillingpar}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

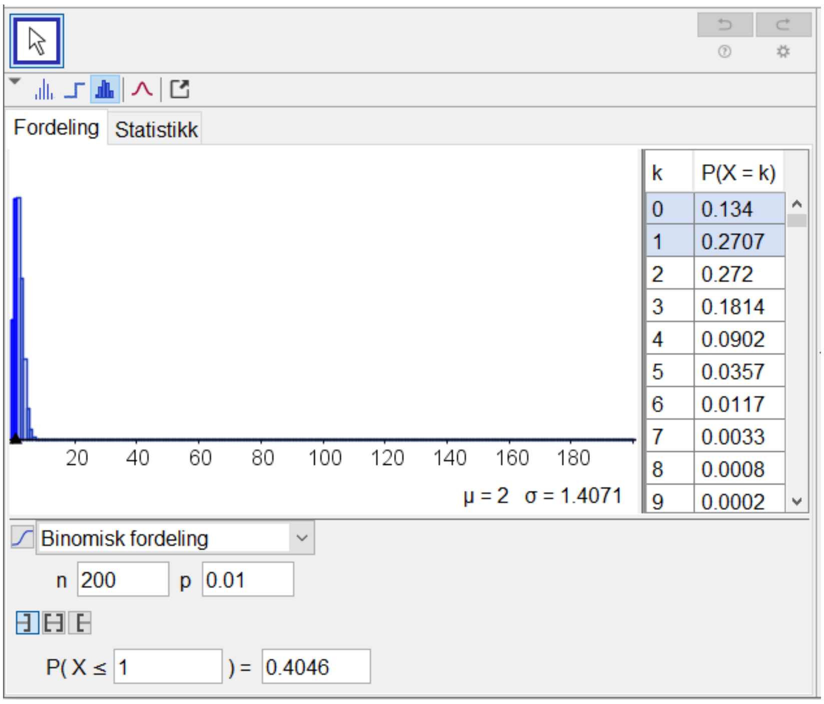
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 27,2 % for at det blir født to tvillingpar.

c $P(\text{høyst ett tvillingpar}) = P(X \leq 1)$

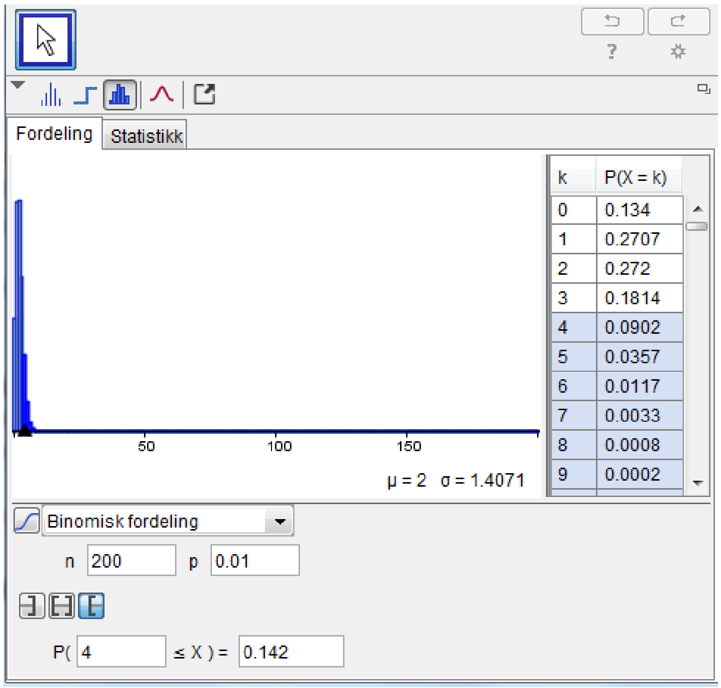
Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 40,5 % for at det blir født høyst ett tvillingpar.

d $P(\text{minst fire tvillingpar}) = P(X \geq 4)$

Vi fyller inn informasjonen i sannsynlighetskalkulatoren:

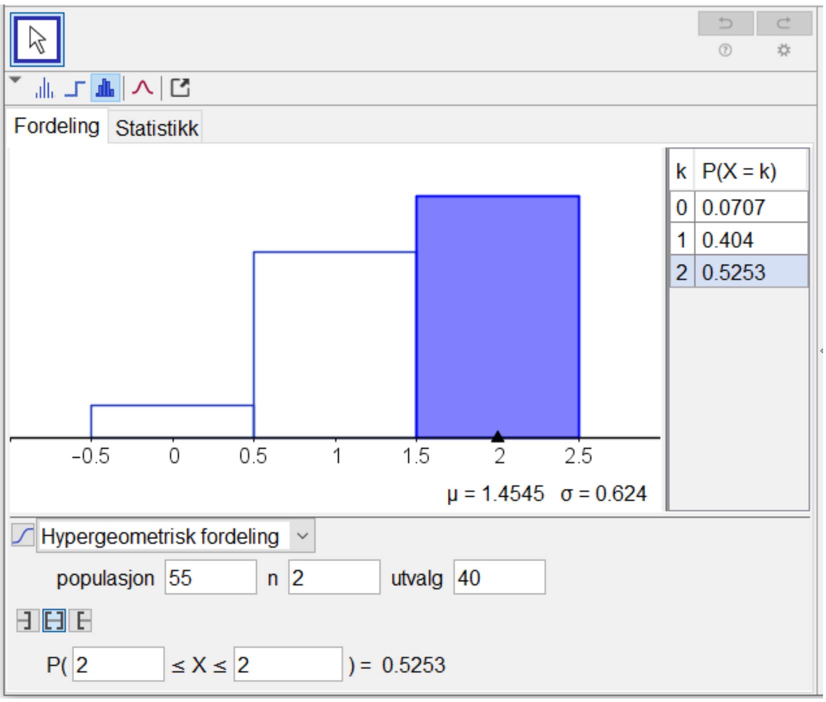


Sannsynligheten er 14,2 % for at det blir født minst fire tvillingpar.

Oppgave 11

a Vi lar X være hvor mange av vennene som kommer med på turen.
$P(\text{begge kommer med på turen}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

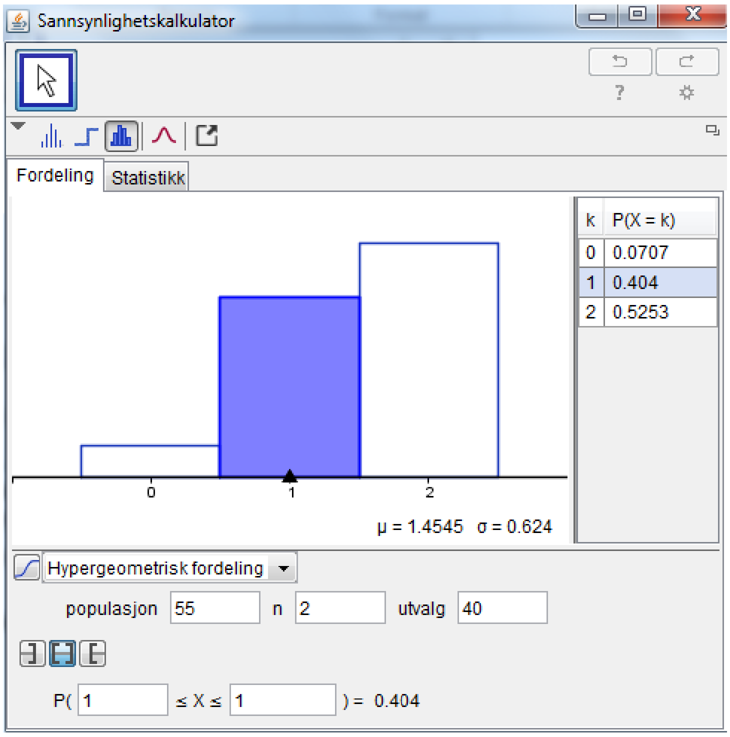
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 52,5 % for at begge vennene kommer med på turen.

b $P(\text{én kommer med på turen}) = P(X = 1) = P(1 \leq X \leq 1)$

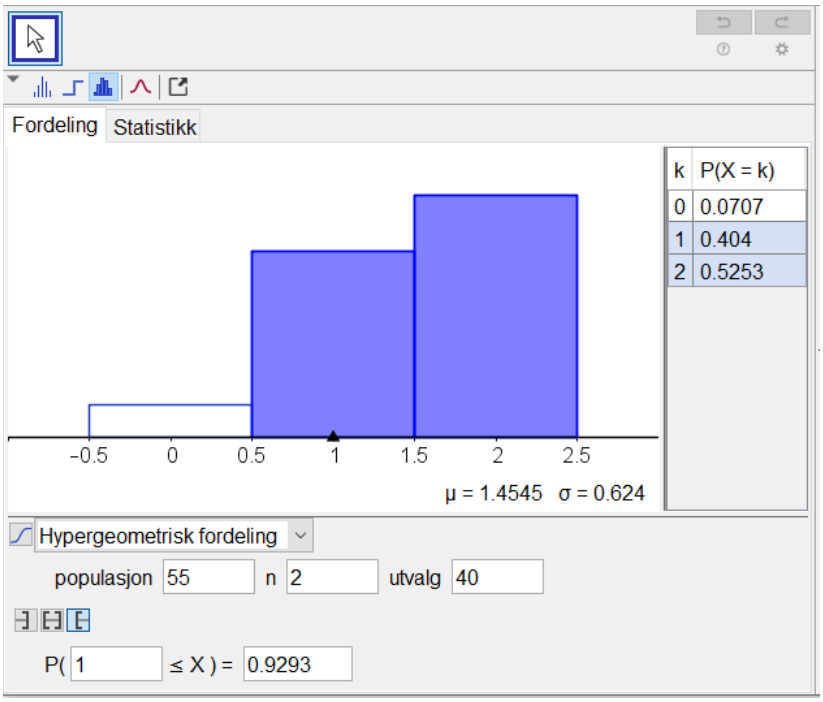
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 40,4 % for at én av vennene kommer med på turen.

c $P(\text{minst én kommer med på turen}) = P(X \geq 1)$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



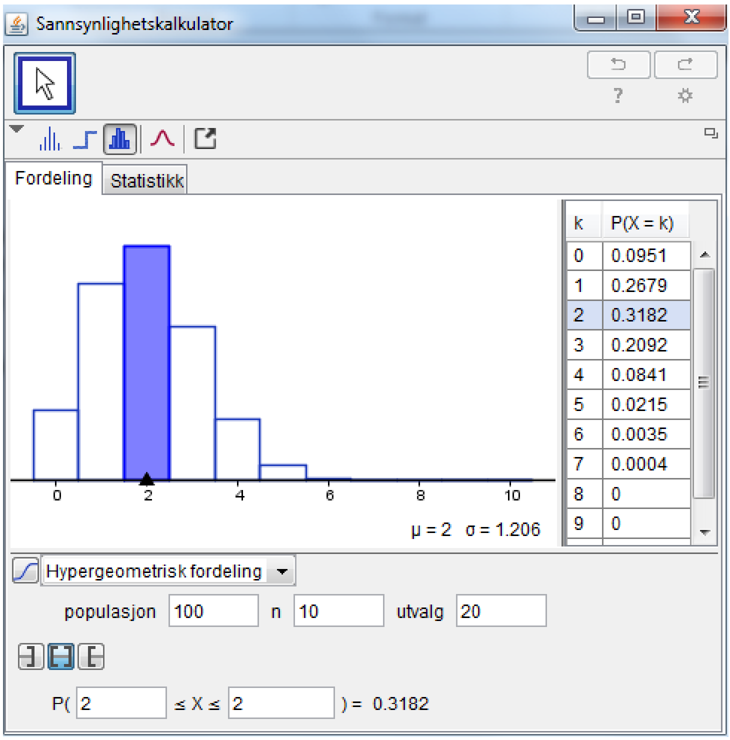
Sannsynligheten er 92,9 % for at minst én av vennene kommer med på turen.

Oppgave 12

a Vi lar X være antallet av de kontrollerte komponenter som er defekte.

1 $P(\text{to komponenter er defekte}) = P(X = 2) = P(2 \leq X \leq 2)$

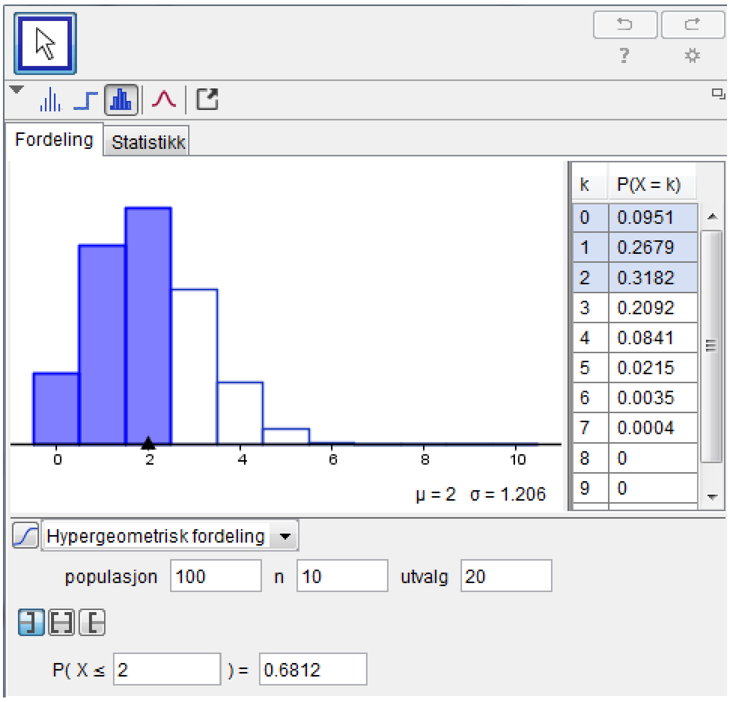
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 31,8 % for at to av de kontrollerte komponentene er defekte.

2 $P(\text{høyst to komponenter er defekte}) = P(X \leq 2)$

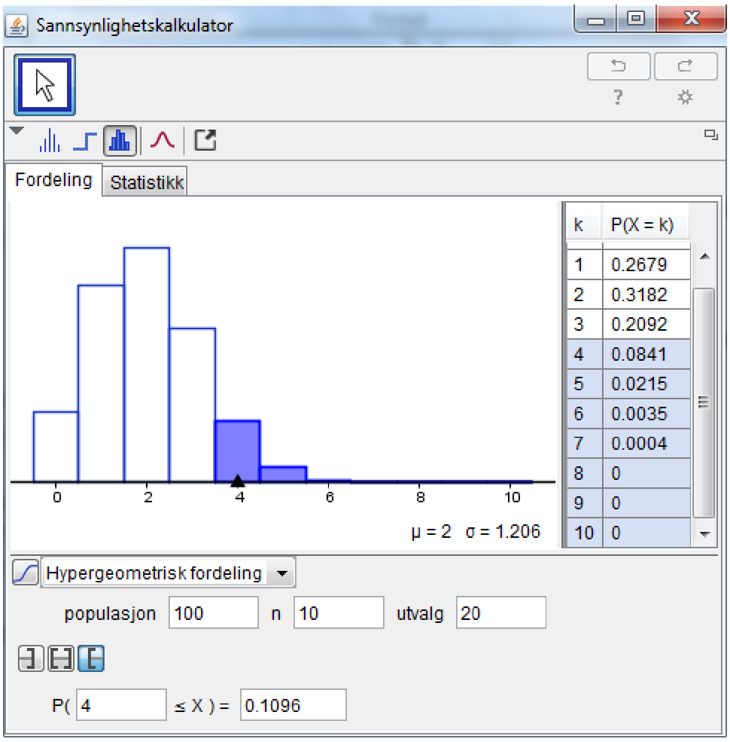
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 68,1 % for at høyst to av de kontrollerte komponentene er defekte.

3 $P(\text{minst fire komponenter er defekte}) = P(X \geq 4)$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:

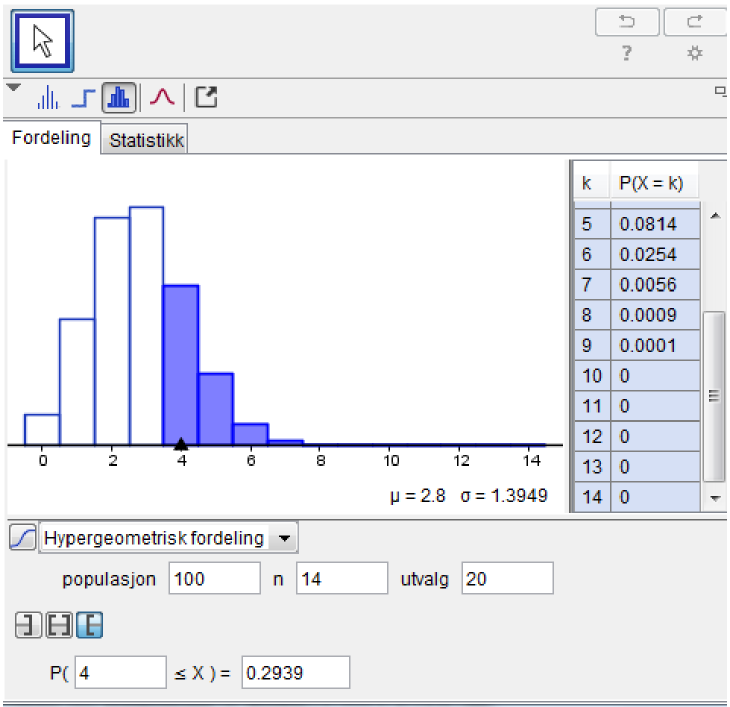


Sannsynligheten er 11,0 % for at minst fire av de kontrollerte komponentene er defekte.

b Vi vet at

$P(\text{minst fire komponenter er defekte}) = P(X \geq 4) = 0{,}294$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram med ulike antall defekte:



Det er 14 defekte komponenter i pakningen.

Oppgave 13

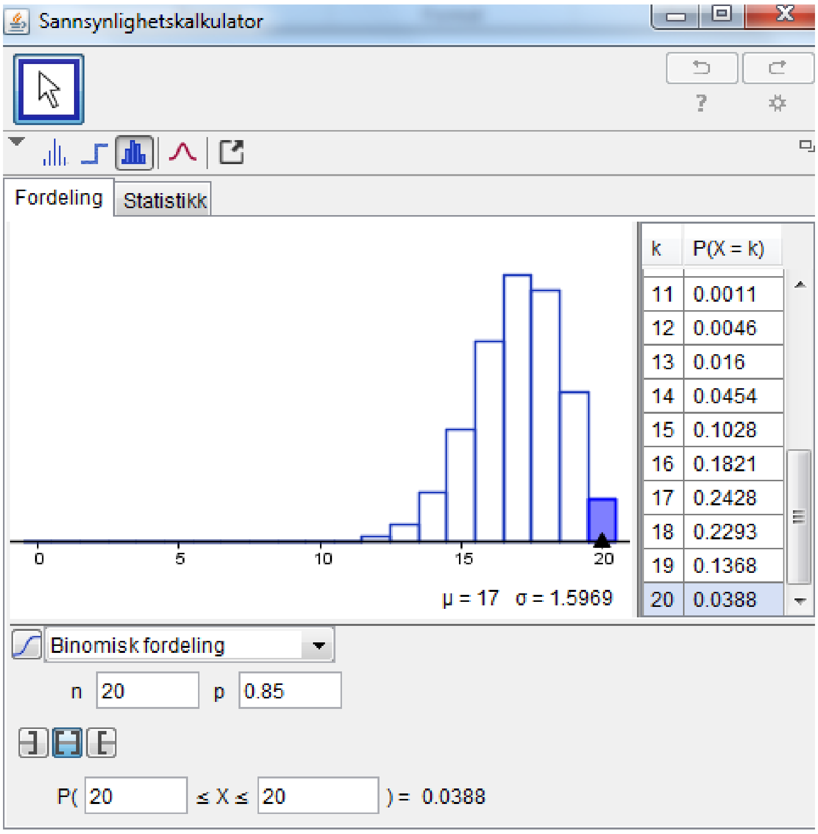
a For at vi skal ha et binomisk forsøk, må vi anta at:

- For hvert av de 20 skuddene Emil skyter, så vil han enten treffe blinken eller bomme.
- Sannsynligheten for at et skudd treffer blinken, er 85 % for hvert skudd.
- Skuddene treffer blinken uavhengig av hverandre.

Men dersom Emil bommer på et skudd, kan det påvirke prestasjonene hans seinere.
Da vil ikke skuddene treffe blinken uavhengig av hverandre.
Dessuten kan forholdene og dagsformen til Emil påvirke hvor stor andel av de 20 skuddene som treffer, og det er dermed ikke sikkert at $p = 0,85$.

b La X være antall blinker Emil treffer når han skyter 20 skudd.
$P(\text{Emil treffer alle blinkene}) = P(X = 20) = P(20 \leq X \leq 20)$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:

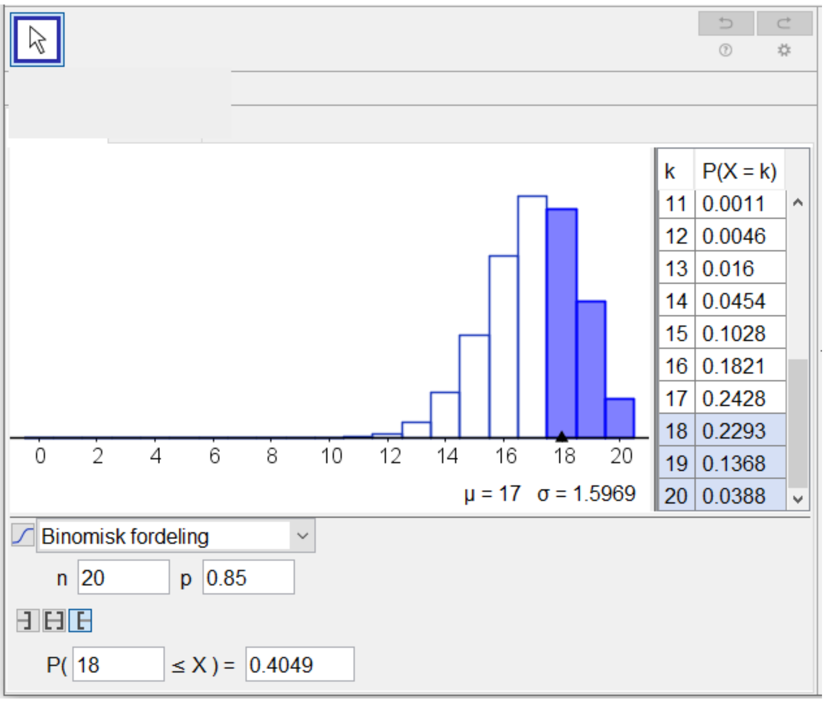


k	P(X = k)
11	0.0011
12	0.0046
13	0.016
14	0.0454
15	0.1028
16	0.1821
17	0.2428
18	0.2293
19	0.1368
20	0.0388

Sannsynligheten for at Emil treffer alle blinkene, er 3,9 %.

c $P(\text{Emil treffer minst 18 av blinkene}) = P(X \geq 18)$

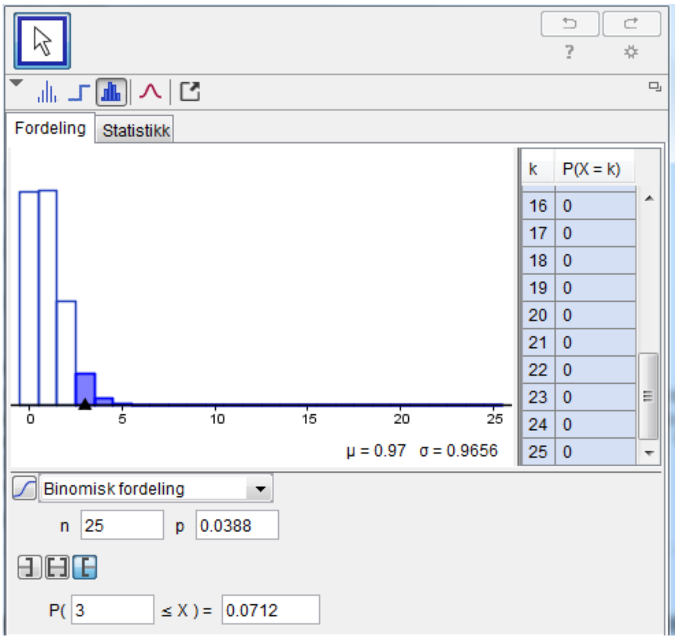
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten for at Emil treffer minst 18 av blinkene, er 40,5 %.

d For hvert av de 25 rennene Emil er med på, vil han enten treffe alle blinkene eller ikke treffe alle blinkene. Sannsynligheten for at han treffer alle blinkene, er 3,88 %. Vi antar at Emils prestasjoner i de 25 rennene er uavhengig av hverandre og har dermed et binomisk forsøk. Vi lar Y være antall renn der Emil treffer alle blinkene.
$P(\text{Emil treffer alle blinkene i minst 3 renn}) = P(Y \geq 3)$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



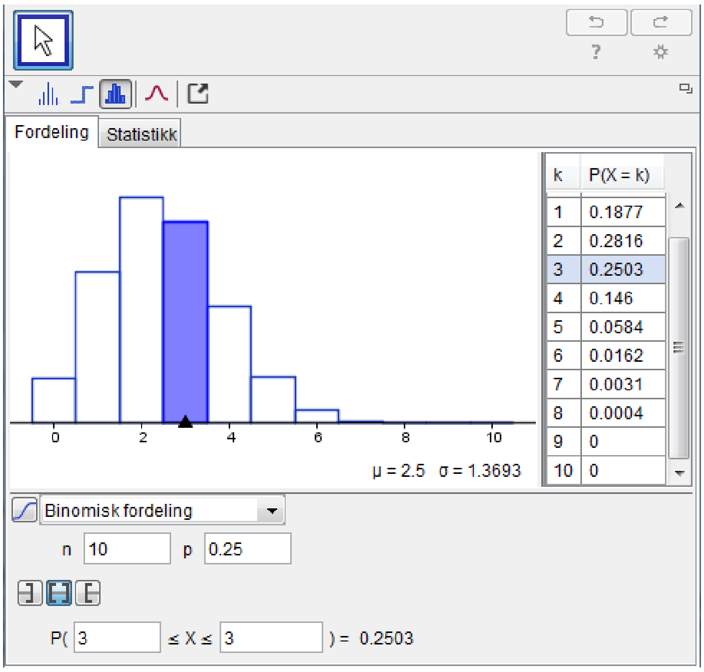
Sannsynligheten for at Emil treffer alle blinkene i minst tre av rennene, er 7,1 %.

Oppgave 14

a For hvert av de 10 sprsmålene kan laget enten svare riktig eller galt.
Sannsynligheten for at laget svarer riktig, er 25 % for hvert spørsmål.
Vi antar at quiz-laget svarer riktig eller galt på spørsmålene uavhengig av hverandre.
Vi har dermed et binomisk forsøk og lar X være antall riktige svar quiz-laget får.

1 $P(\text{tre riktige svar}) = P(X = 3) = P(3 \leq X \leq 3)$

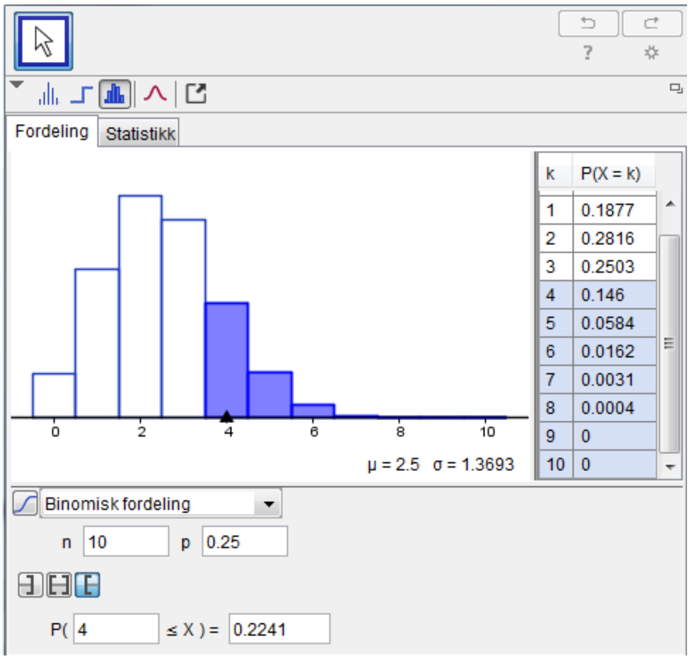
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 25,0 % for at laget svarer riktig på tre spørsmål.

2 $P(\text{minst fire riktige svar}) = P(X \geq 4)$

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:

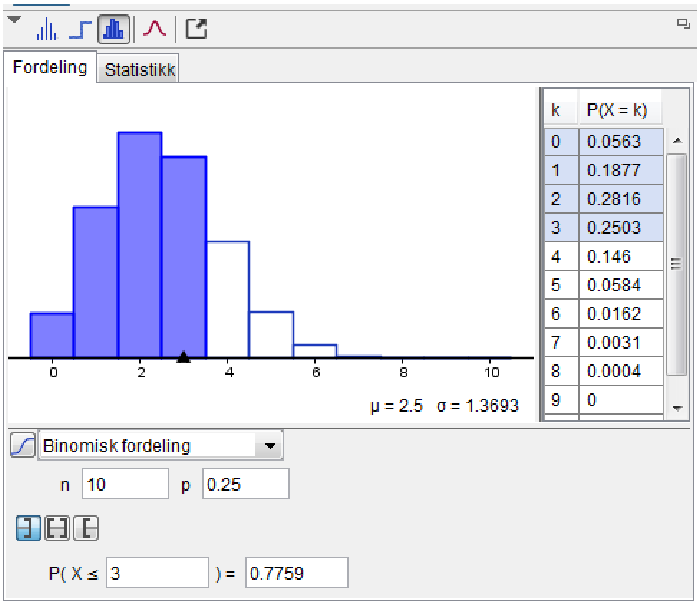


Sannsynligheten er 22,4 % for at laget svarer riktig på minst fire spørsmål.

3 Dersom laget svarer galt på minst sju spørsmål, betyr det at de har høyst tre riktige svar.

$P(\text{høyst tre riktige svar}) = P(X \leq 3)$

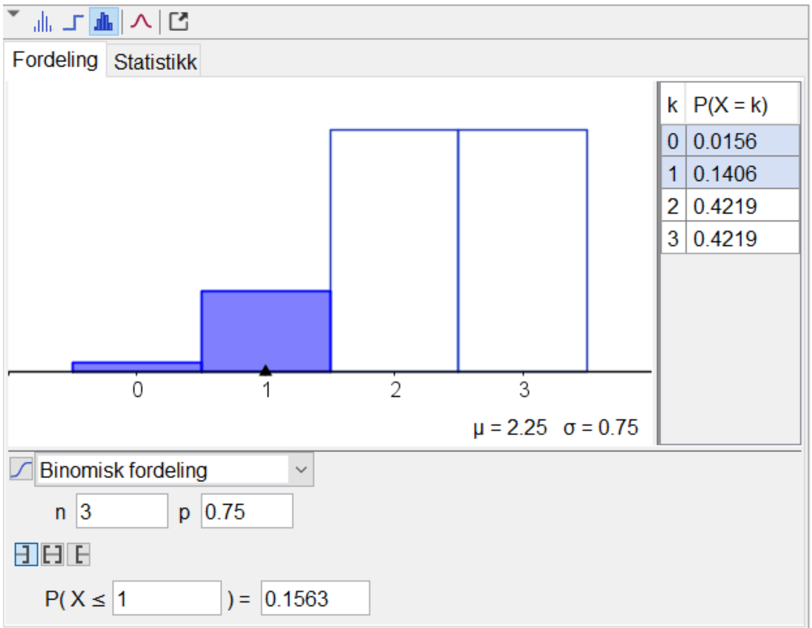
Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren:



Sannsynligheten er 77,6 % for at laget svarer galt på minst sju spørsmål.

b La n være antall spørsmål laget må gjette på, og la Y være antall gale svar laget får blant de spørsmålene de må gjette på.
Vi må bestemme n slik at $P(Y \leq 1) = 0{,}156$.

Vi fyller informasjonen inn i sannsynlighetskalkulatoren og prøver oss fram:



Vi ser at laget må gjette på $n = 3$ spørsmål, så de vet svaret på sju av spørsmålene.