

Trabalho: O problema de designação

Profas. Franklina Toledo e Marina Andretta

16 de Setembro de 2021

O trabalho deve ser realizado em grupos de **seis pessoas**. Ele está dividido em duas etapas.

1 O Problema de Designação

Dadas n tarefas que precisam ser realizadas por n agentes, o problema de designação consiste em atribuir exatamente uma tarefa para cada agente realizá-la. Nosso objetivo é minimizar a soma dos custos dos agentes realizarem as tarefas a eles atribuídas. Também podemos ter como objetivo maximizar a satisfação global dos agentes ao realizarem as tarefas a eles atribuídas.

Este problema tem muitas aplicações como, por exemplo, designar pessoas a tarefas, processos a computadores e trabalhadores a locais de trabalho.

Como vimos no curso, o problema pode ser modelado como:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{sujeita a} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

em que x_{ij} é igual a 1 se o agente i executa a tarefa j e é igual a zero em caso contrário; c_{ij} é o “lucro” (satisfação) do agente i realizar a tarefa j e n é o número de tarefas e agentes.

Embora as variáveis x_{ij} sejam binárias, este problema tem a propriedade de integralidade e pode ser resolvido relaxando a integralidade das variáveis, ou seja, substituindo o domínio das variáveis (4) por

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Desta forma, o problema pode ser resolvido utilizando um método de otimização linear com variáveis contínuas (por exemplo, pelo método simplex) e, mesmo assim, é garantido que a solução terá valores 0 ou 1 para as variáveis.

Este problema é muito estudado na literatura e tem características especiais de problemas de fluxos em redes. Em 1955, Kuhn propôs um algoritmo polinomial para resolver este problema, o algoritmo Húngaro [1].

2 Parte 1 do trabalho

A proposta da primeira etapa do trabalho é a resolução do problema de designação utilizando três abordagens. Para tanto, primeiro deve-se modelar o problema utilizando linguagem de modelagem e, em seguida, resolvê-lo utilizando

1. o *solver* CBC (livre);
2. um dos seguintes *solvers* proprietários: CPLEX ou GUROBI;
3. o método Húngaro. O método Húngaro pode ser encontrado em repositórios na internet. Caso a equipe resolva utilizar um código pronto, deve fazer referência aos autores do código e onde ele pode ser obtido.

2.1 Objetivo

O objetivo é aprender a escrever um problema de otimização utilizando linguagem de modelagem e resolvê-lo utilizando as três estratégias acima descritas, para que possa ser feita uma análise das abordagens e uma indicação do melhor caminho a seguir.

2.2 Tarefas

A Parte 1 do trabalho é composta das seguintes tarefas:

1. Escrever o modelo do problema utilizando linguagem de modelagem.
2. Criar um problema exemplo (*toy problem*) e resolvê-lo pelo modelo, usando um dos *solvers* indicados na seção anterior. Seu problema exemplo deve considerar $n = 5$.
3. Resolver as instâncias disponíveis no site da disciplina pelas três estratégias. Utilize o tempo limite de **30 minutos** para cada instância. Aponte o valor da melhor solução obtida e seu tempo de resolução.
4. Analise os tempos de resolução das instâncias e aponte as conclusões do Grupo referente aos métodos utilizados.

2.3 O que deve ser entregue, e quando

Nesta Parte 1 do trabalho, deverão ser realizadas as tarefas mencionadas na seção anterior. Os códigos dos programas utilizados devem ser entregues em um arquivo .zip juntamente com o relatório do trabalho.

Deve ser entregue um relatório, em um arquivo .pdf, reportando o que foi feito até o dia **6 de outubro de 2021** (quarta-feira), às 23h59min.

O relatório deve ser escrito de forma clara e explicar com objetividade as abordagens de solução. Inclua as referências a textos e programas utilizados. Lembrem-se que vocês devem reportar os tempos de execução dos programas, logo é fundamental deixar claro a linguagem de programação, os *softwares* e suas versões e os dados do computador utilizados para os experimentos.

Detalhes do que deve compor os relatórios são especificados a seguir.

2.4 Conteúdo do relatório

O relatório deve ser entregue em formato PDF e conter – mas não estar limitado a – os seguintes itens:

- Nome, número USP e e-mail de cada integrante do grupo.
- Definição/descrição dos parâmetros, variáveis, restrições e função objetivo do modelo usado.
- Um problema exemplo (*toy problem*) solucionado através do modelo. Este exemplo deve ser pequeno e detalhado. Cada grupo deve criar seu exemplo.
- Tabelas com os resultados para as instâncias resolvidas e suas análises.

É importante que o grupo inclua outras informações para o entendimento do modelo, se julgar necessário. Não é necessária a descrição de conceitos vistos em aula, embora deve-se referenciá-los onde for adequado.

Não devem ser incluídos trechos do código. A explicação que está no relatório deve ser suficiente para entender tudo o que foi feito pelo grupo.

3 Critérios de avaliação

Para a avaliação dos relatórios/códigos serão considerados os seguintes pontos:

- completude: o relatório contempla todos os itens pedidos?
- corretude: os conceitos envolvidos foram apresentados de forma correta?
- escrita (clareza e concisão): o conteúdo do relatório é relevante para a sua completude e está apresentado de forma clara?

Como explicado na primeira aula, e nas regras da disciplina, o trabalho valerá até 10 pontos no total, divididos da seguinte forma:

- Parte 1: 3 pontos (NP_1).

- Parte 2 (enunciado a ser disponibilizado separadamente): 7 pontos (NP_2).
- Apresentação: 1 pontos (NA).

A nota final do trabalho é dada por

$$NA \times (NP_1 + NP_2).$$

Referências

- [1] H. W. Kuhn. The hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 2:83–97, 1955.