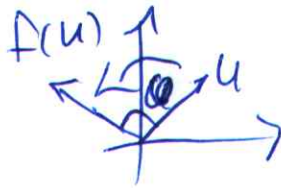


① \exists $\text{max } \|f\|$ $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ קטוריות
 $: u, v \in \mathbb{R}^n$

$\|u - v\| = \|f(u) - f(v)\|$
 $d(u, v)$ (המרחק) : isometry

$f(u) = u + c$ ① הזזות

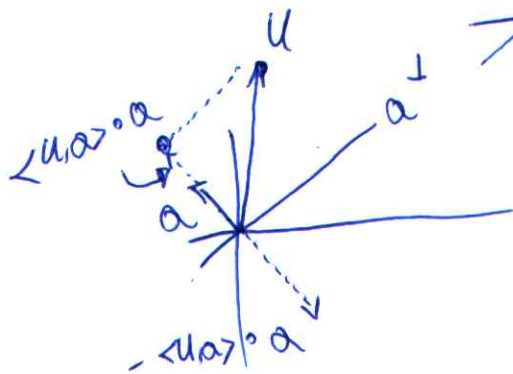
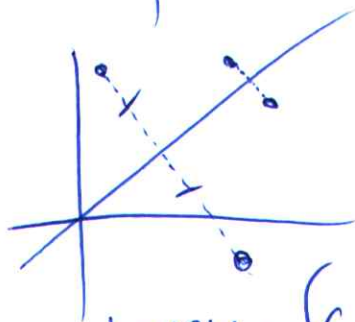
$\|u - v\| = \|u + c - (v + c)\| = \|f(u) - f(v)\|$
 $: \mathbb{R}^2$ ② סיבובים



הזזות
סיבובים
הקטוריות

$f(u) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u^1 \\ u^2 \end{bmatrix}$

③ הקטוריות (p, d) $[G, it]$



הקטוריות $\{x \mid \langle x, a \rangle = 0\}$ a^\perp

$= \{x \mid \langle x, a \rangle = 0\}$ ① הקטוריות
 $\|a\| = 1$

u $\langle u, a \rangle$ הקטוריות

2)

$$u - \langle u, a \rangle \cdot a \in a^\perp \quad (2)$$

(מכיוון ש $\langle u - \langle u, a \rangle \cdot a, a \rangle = 0$)

$$\langle u - \langle u, a \rangle \cdot a, a \rangle = \dots = 0 \quad \text{הוכחה}$$

$$u - 2\langle u, a \rangle \cdot a \quad (3)$$

המראה

$$S_a(x) = x - 2\langle x, a \rangle \cdot a \quad \text{הגדרה}$$

$$\|a\| = 1 \quad \text{נניח}$$

$$a^\perp \quad \text{היא תת-חלל}$$

$$S_a(x) = x$$

$$S_a(a) = -a$$

$$\Leftarrow x \in a^\perp \quad (1) \quad \text{תכונה}$$

(2)

$$S_a^2(x) = x$$

$$(3) \quad \text{אנטי-רפלקסיה}$$

$$S_a^2(x) = x$$

$$\text{כל } x \in V \quad (4)$$

$$S_a(x+y) = S_a(x) + S_a(y)$$

$$\text{הוכחה 1: } \Delta \text{ בקו}$$

$$S_a(\lambda x) = \lambda S_a(x)$$

$$\text{הוכחה 2:}$$

$$\langle x, a \rangle \cdot a = a \cdot \langle x, a \rangle = a \cdot a^t \cdot x = (a \cdot a^t) \cdot x$$

$$\text{האופרטור } T \text{ שגדל } (T) \text{ שגדל } (T) \text{ שגדל } (T)$$

$$[T] = [a \cdot a^t]$$

$$\Rightarrow S_a(x) = (I - 2aa^t)x$$

③

$$f(x) = Ax$$
$$(\|Ax\| = \|x\|)$$

7728 28)

Unit A

הערות: (2), (3) מתרים פסולים של A. (4).

28 א' ב' ג' ד' ה' ו' ז' ח' ט'

$$b) \quad f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

1.

קצרה - 1612

62PN

$$f = T \circ S_1 \circ \dots \circ S_m$$

54

Die Dorné Cortan

כאן : T הזכר

ex: s_1, \dots, s_m

$$m \leq n$$

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$: n eren boven

10317

נור'ק

$(F(x) = 0)$ \Rightarrow $F(x) = A \cdot x$

$$(A^{-1} \mid A) \cdot f(x) = A \cdot x$$

! $\delta \delta_n$ f

משמרת מכבל: פנימית!

f

$$: 1 \text{ pde}$$

$$\langle x, y \rangle = \langle f(x), f(y) \rangle$$

$$\|x-y\|^2 = \langle x-y, x-y \rangle = \|x\|^2 - 2\langle x, y \rangle + \|y\|^2$$

$$\Rightarrow 2\langle x, y \rangle = \|x - 0\|^2 - \|x - y\|^2 + \|y - 0\|^2$$

$$\begin{aligned} &= \|f(x) - f(\omega)\|^2 - \|f(x) - f(y)\|^2 + \|f(y) - f(\omega)\|^2 \\ &= \|f(x)\|^2 - \|f(x) - f(y)\|^2 + \|f(y)\|^2 \\ &= 2 \langle f(x), f(y) \rangle \end{aligned}$$

$$= \|f(x)\|^2 - \|f(x) - f(y)\|^2 + \|f(y)\|^2$$

$$= 2 \langle f(x), f(y) \rangle$$

ה'תש"ו
ה'תש"ז

$$A = \begin{bmatrix} f'(e_1) & f'(e_2) & \dots & f'(e_r) \end{bmatrix}$$

f ע'נא ר'ת

1.2 280

৭'২৫

קובץ:

④ $\langle e_i, e_j \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$? A של e_i מה

\Leftarrow משהו נוסף

$\langle f(e_i), f(e_j) \rangle = \delta_{ij}$

מקרהו A של e_i מה $f(x) = Ax$ הפכה

$g(x) = A^{-1} \cdot f(x)$

$g(x) = x$ ונכח

$g(e_i) = A^{-1} \cdot f(e_i) = A^{-1} \cdot A e_i = (A^{-1} A) e_i = I e_i = e_i$
הייתי רוצה לסיים כאן אבל אישור של יורקס $g e$...

$g(0) = A^{-1} \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ g משהו נוסף

(למה g א' ? הוכחה של א')

$x^i = \langle x, e_i \rangle$ יש $\mathbb{R}^n \ni x = \begin{bmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n x^i e_i$ והי

$g(x) = y = \begin{bmatrix} y^1 \\ \vdots \\ y^n \end{bmatrix} = \sum y^i e_i$ וסמ

$x^i = \langle x, e_i \rangle = \langle g(x), g(e_i) \rangle = \langle y, e_i \rangle = y^i$

$\Rightarrow x = y \Rightarrow x = g(x) \Rightarrow f(x) = Ax$ $\int e \cdot n$

5.

$\therefore n = 1$ 79

ורוכים :

$$C = f(0)$$

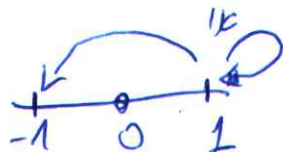
11C

$$g(x) = f(x) - c$$

277

$g \leq \max_{1 \leq i \leq n} g_i$

$$g(1) \stackrel{?}{=} \pm 1$$



$$g(x) = x \cdot g(1) = -x \quad \text{bK}$$

$$g(1) = -1$$

$$f(x) = -x + c$$

הכנה פירוש

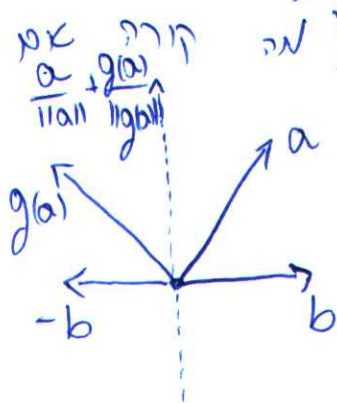
$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ אִיזוֹמורְפִּיזְמוֹ
 עֲבֹדָה $g(x) = f(x) - f(x_0)$ עֲבֹדָה
 עֲבֹדָה g עֲבֹדָה

$$g(x) = f(x) - f(a)$$

ה' $a \in \mathbb{R}^n$ כך $g(a) \neq a$ נ"ל $\frac{g(a)-a}{\|g(a)-a\|} = \frac{g(a)-a}{\|g(a)-a\|} + \frac{g(a)-a}{\|g(a)-a\|}$ קורר $\frac{a}{\|a\|}$

• (\mathbb{Z}, p^n) \mathbb{K}

$$g = I$$



תעודת הסתכלו ק 137

! p''_j be given

$$b \in \text{span}\{a, g(a)\} \quad (1)$$

$$\|b\| = \underline{1}$$

$$S_b(a) = g(a)$$

①

②

3

הסברו איך ביקר חז"ל חלונות יצחק את א"ב. (6)

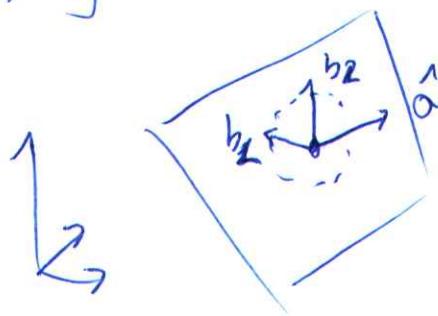
$$d = \frac{\|g(a)\|}{\|g(a)\|} + \frac{a}{\|a\|}$$

ה'צ"ב, ארבעה חמשה, חמשה חמשה, חמשה חמשה.

המשפט: $\text{Span}\{g(\omega), a\}$

(סמן $h(x) = \text{פסבס}$ h מטרת ראשית
 אינ' כהרבה של כאדו. $\Rightarrow h$ ה"ל ארבעות

$\hat{a} = \frac{a}{\|a\|}$. נאמרים \hat{a} וקטור יחידות אורתונורמלי
 $B = \{\hat{a}, b_2, \dots, b_n\}$: \mathbb{R}^n סב



$h(\beta)$ במס' אורטורמל'.

$$h(a) = S_b(g(a)) = a \quad \Rightarrow \quad h(\hat{a}) = a$$

10/10/20

$$h(\{b_2, \dots, b_n\}) \perp \hat{a}$$

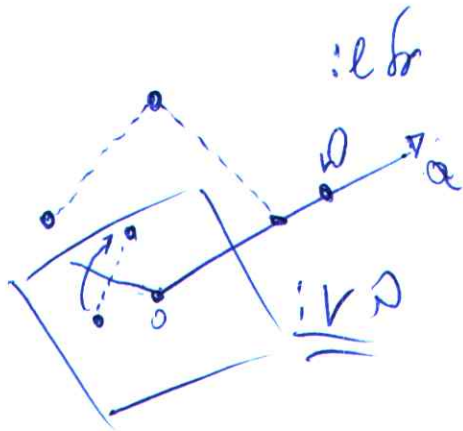
WIC

• a^{\perp} for $\{b_2, \dots, b_n\}$
(אנדרטאגל)

\mathbb{R}^{n-1} בתור $V = \mathbb{R}^1$ ונתון δ $h|_V: V \rightarrow V$ δ δ δ

7. $\mathbb{R}^n \supseteq U^\perp$ δ $\text{on } U^\perp$ $f_{|U^\perp}$ \downarrow $h|_U = S_2 \circ \dots \circ S_m$ $\text{הערות: המרחב } U^\perp$

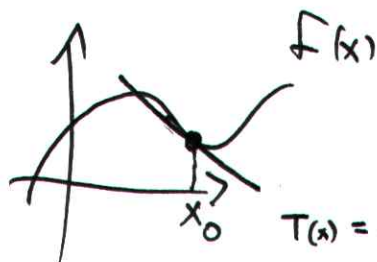
$h(\hat{\alpha}) = \hat{\alpha} \Rightarrow h(x\hat{\alpha}) = x\hat{\alpha}$ $\mathcal{L} = \text{span}(\hat{\alpha})$ $h|_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ $h|_{\mathcal{L}} = I$ $\text{על } \mathcal{L}$ $\text{המרחב } U^\perp$



$h : U^\perp \rightarrow U^\perp$ \Leftarrow

$h = S_2 \circ \dots \circ S_m$ $\mathbb{R}^n \supseteq U^\perp$ δ $\text{on } U^\perp$ $f_{|U^\perp}$ \uparrow $L.e.N$ $f = T \circ S_b \circ S_2 \circ \dots \circ S_m$ \Leftarrow

על כתר לפני שרצים.



אינפי 1: מסתכלים על העיין

אבל: $T(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$
 ומסקים דברים על הפעקציה.
 מסתכלים על ה"מאמץ הנשק"
 המעט שצריך להי"ק דרוק"
 ומסקים מסקנות ממנו.



שאלות שצריך לעיין בהענין:

1. איך מחשבים γ' נוסחאות...
2. מה לב אומי = הכי קרוק?

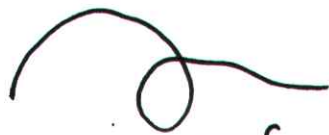
מסקנות אינפואציטיות: מעט נשק קטן \Rightarrow פנייה חדה

~~הענין~~ רדיוס המעטל מוגד ככה ה עקומה
 עקומה. [מעטל נשק ב- γ]



העדרות ראשוניות.

אנחנו חוצים להציג משוואה על הצורה השיאומלרית



אבל מסתבר שיהיה נוח עם העיין אחר העברית
 האמון חלק כדי להיכנס



שומרים חלק יעילה
 \Rightarrow יודעים שלם עקום

2.

עם, ההצדקה הבסיסית!

עקומה (פרמטרית, פרמטריזציה של ...)

$$\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma^1(t) \\ \gamma^2(t) \\ \vdots \\ \gamma^n(t) \end{pmatrix}$$

היא פונקציה

איינצקס מכונה

על ידי עתידים

$$\gamma(x, y) \mid x^2 + y^2 = R^2$$

1.



עקומה!

2.



$$\gamma(t) = Re^{it} = (R \cos t, R \sin t)$$

$$\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$$

קואורדינטות

3.

כעניין!



$$\gamma: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$$

עקומה אחת!

הטווח של γ (מה שרואים על מפת העקומה) נקרא! עקבה או מסלול (כל שתהיה)

ערוך (ברוך) שהעקומה חלקה מספיק:

$$\gamma'(t) = \dot{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\gamma}^1(t) \\ \dot{\gamma}^2(t) \end{pmatrix}$$

כדי
ניסוח
סימן
לצורך

$$\gamma''(t) = \ddot{\gamma}(t) = \dots$$

$$(\gamma \in C^2)$$

או

וכן

3.

תלמיד כי לא מספיק:

[פיטגוראס'ל צ'יטאט] פאר עקוואציע

$\gamma(t) = (t^2, t^3)$

$\gamma \in C^\infty$ אטא יס שפיר. עמית?

ס (ס,ס) התנועה עוצרת ומסתובבים בעקום -
 שני כיוון חד = שני.

מה עקום? בואו'ם שיה עקוואציע תהיה רגולרית!
 $\dot{\gamma} \neq 0$ כל t במעט התגברת אטא γ .

הגדרה: $\dot{\gamma}(t) = (2t, 3t^2)$ אטא $\gamma(t) = (t^2, t^3)$

(לפעמים גם נר' $\gamma(t)$ סינ').

בואו'ם אטא פונקציה: $\gamma(t) = (t, f(t))$

אטא f תלמיד, γ תמיד תלמיד ורגולרית:

$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 \\ f'(t) \end{bmatrix} \neq 0$

תמיד נר' בכיוון $X \rightarrow Y$ בקצב קבוע.

רפרטוראצ'י

תהיה $\alpha: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ עקוואציע (תלמיד... רגולרית...)

ותהיה $\beta: [c,d] \rightarrow [a,b]$ פונקציה תלמיד מספיק
 (כא α) כך β סג'ל בל תחום.

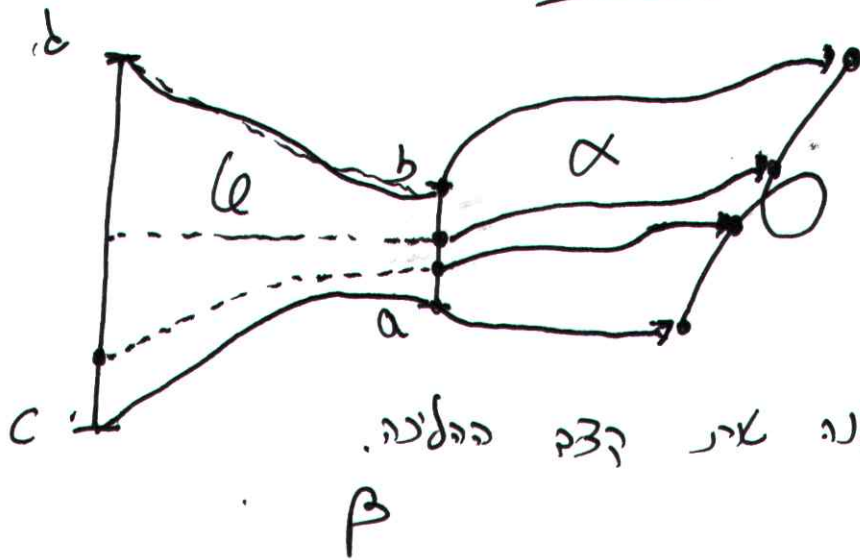
נעזיר עקוואציע חדשה: $\beta: [c,d] \rightarrow \mathbb{R}^2$

4.)

$$\beta(t) = \alpha(\ell(t)) = \alpha \circ \ell(t)$$

β נקראת רפרמטליזציה של α

היכיוון:
~~הפוך~~



ℓ משנה את קצב ההלכה.

β

[math] \text{כז}] \quad \begin{aligned} \ell(t) &= 2t \\ \alpha(t) &= (t^2, t^3) \end{aligned}

בזמנה!

שאלה: \times רפרמטליזציה של γ כזה נחם שקיומיה.

הוכחה: ① האקסיומי? α רפרמטליזציה של α ?
כן $\ell = I$ α מהמ"מ.

② ארעל'ים? γ רפרמטליזציה של β α רפרמטליזציה של α .
(סמן ℓ)

$$\gamma = \beta \circ \ell_1 \Rightarrow \gamma = \alpha \circ [\ell_2 \circ \ell_1]$$

$$\beta = \alpha \circ \ell_2$$

$$\ell' = (\ell_2' \circ \ell_1') \cdot \ell_1' > 0$$

γ רפרמטליזציה של α

③ סימטרי, β רפרמטליזציה של α .
 $\beta = \alpha \circ \ell$

5.

הים Q_1 כן e $\alpha = \beta \circ Q_1$?

$$\alpha = \alpha \circ Q_1$$

זרין $Q_1 = Q^{-1}$, $Q \circ Q_1 = I$

נתון $Q' > 0$ $Q \Rightarrow$ מונולוניק ממש \Rightarrow הפיכה.

$$(Q')' = \frac{1}{Q'} > 0$$

$$Q^{-1}(Q(t)) = \frac{1}{Q'(t)}$$

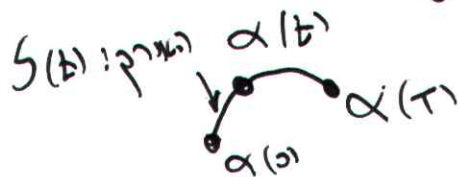
$\Rightarrow \alpha = \beta \circ Q^{-1}$ הפיכאביליזציה.
הערה: לפעמים מגדירים עקומה בתור ממשקת שקיבלו של הים הים הנל! אכפת לנו מהכיוון והכפול של לא מהמהירות.

מתוך כל ממשקת השקילות - כל הרכיבים בשונוי
כהן אשר לעצ (מחיתר שונה), יש נציג ממשקת
כ - מחיתר קבוצה 1. הכל פשוט יותר נכה.
אין מצבים?

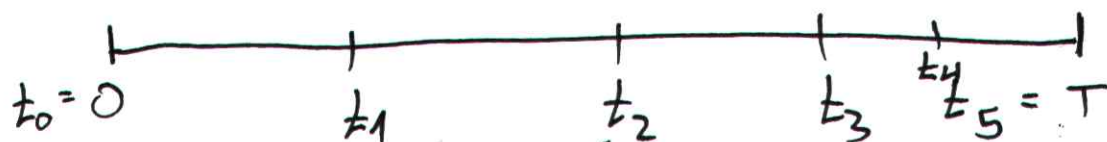
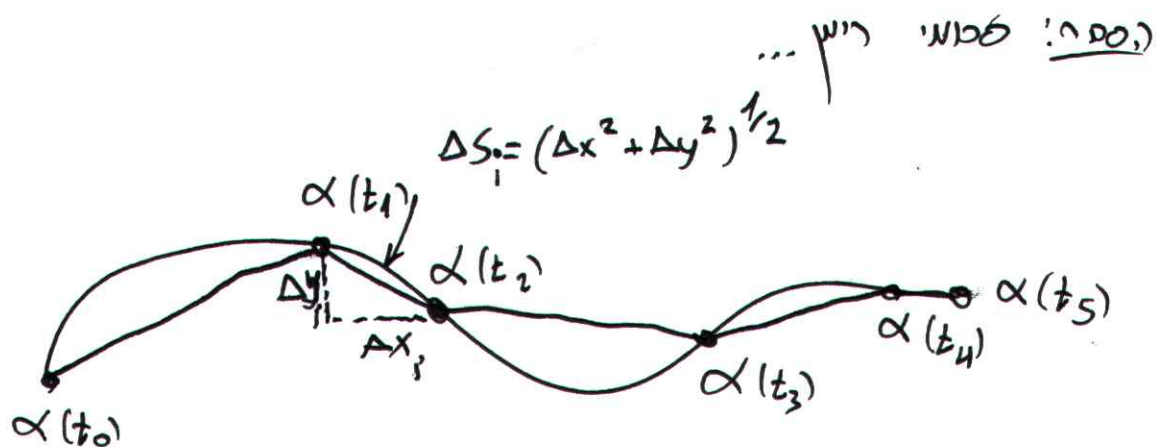
נק' העוצב! נתונה עקומה כלשהי $\alpha: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$.

שלב 1: מחשבים את אורך הקשת:

$$S(t) = \int_0^t \|\dot{\alpha}(p)\| dp = \int_0^t [(\dot{\alpha}^1(p))^2 + (\dot{\alpha}^2(p))^2]^{1/2} dp$$



6.



1. מתחילים את החישוב של α לריבוע קטנים קטנים.
2. מקרבים את הצורך של α בכל קטע באורך Δt היותר המעט את הקצוות.
3. בעל α חלקה הקטן נביא טוב יותר ככל Δt התמונה קטנים יותר.

$$\sum \Delta S_i = \sum (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2)^{1/2}$$

$$\Delta x_i = \alpha'(t_{i+1}) - \alpha'(t_i) = \dot{\alpha}'(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i)$$

$\dot{\alpha}'(t_i)$ בן t_i ו- t_{i+1} Δt
 שטח הצורך המעט

$$\Delta y_i = \dot{\alpha}^2(t_i) (t_{i+1} - t_i)$$

$$(\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2)^{1/2} = ((\dot{\alpha}'(t_i))^2 + (\dot{\alpha}^2(t_i))^2)^{1/2} (t_{i+1} - t_i)$$

$$\downarrow \Delta t \rightarrow 0$$

$$((\dot{\alpha}'(t))^2 + (\dot{\alpha}^2(t))^2)^{1/2} \cdot \delta t$$

...

7.

טענה:

אירק דער לאסטנה זיך

רפרעזענטירט (אזוי אז זי הייבט זיך)

כלומר: תהי $\alpha: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ עקומה.

ותהי $\beta = \alpha \circ \varphi$ רפרעזענטירט

$\varphi: [c, d] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\int_a^b \|\dot{\alpha}(t)\| dt = \int_c^d \|\dot{\beta}(t)\| dt \quad \text{לכ}$$

הוכחה: החלפת משתנה באינטגרל: ~~$\int_a^b \|\dot{\alpha}(t)\| dt = \int_c^d \|\dot{\beta}(t)\| dt$~~

$$\int_c^d \|\dot{\beta}(t)\| dt = \int_c^d \|\alpha'(\varphi(t))\| dt =$$

$$= \int_c^d \|\alpha'(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)\| dt =$$

$$= \int_c^d \|\alpha'(\varphi(t))\| \|\varphi'(t)\| dt$$

$$= \int_a^b \|\dot{\alpha}(t)\| dt$$

$$\left[\begin{array}{l} \varphi(t) = s \\ \varphi'(t) dt = ds \end{array} \right]$$

$$S(t) = \int_0^t \|\dot{\alpha}(s)\| ds \quad \text{נחזור}$$

$\alpha: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$

נניח α רגולרית.

מה אפשר להגיד על S ?

$$S'(t) = \|\dot{\alpha}(t)\| > 0$$

$\Leftarrow S$ עולה מונוטונית, מתמש, חלקה.
 \Leftarrow הפיכה.

⑧

נגזר הפרימטריזציה של α !

$$\beta(s) = \alpha \circ s^{-1} = \alpha(t)$$

$S = \int_0^t \|\dot{\alpha}(u)\| du$ כן e הוא העסוייט \uparrow
 $\beta(s) =$ ערך מרחק s של המסלול של α .

S נקראת הפרימטריזציה הטבעית של העקומה.

β הפרימטריזציה הטבעית.

הוכחה: ① על עקומה באותה קו"מ פרימטריזציה טבעית.

② הפרימטריזציה הטבעית היא יחידה (כי אורך הליני לא משתנה בריב הפרימטריזציה).

$$\left[\begin{array}{l} \text{אל פניו היה אפשרי!} \\ \alpha(t) \xrightarrow{Q} \beta(t_2) \\ \downarrow \int_0^t \|\dot{\alpha}\| \\ \int_{t_2}^t \|\dot{\beta}\| \\ \downarrow \\ S_1 \neq S_2 \end{array} \right]$$

הערה: עתה אר S במדויק (אנלטי, ב'לו' סטור) (9)
 זה בעייתי. אפילו לאנליסי אי אפשר
 (אנליטיס אנליטיס).

- בתחנות: (1) רוב הטען נשפך לבסוף S קיי.
 (2) נציג אותה באופן אפשרי למצוא קירוב
 טוב.

טענה: $\alpha(t)$ עקומה ברימאן טבעי. אולם
 $\|\dot{\alpha}(t)\| = 1$ (מהימור קבוע 1. הכיוון ומה
 מהירות).

הוכחה: \leq
 $S = \int_0^S \|\dot{\alpha}(p)\| dp$ / עכשיו

$1 = \|\dot{\alpha}(t)\|$

\Rightarrow

$S(t) = \int_0^t \|\dot{\alpha}(p)\| dp = \int_0^t 1 dp = t$

מסקנות: כלומר, אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע.
 אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע.
 אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע. אורך נשאר קבוע.

[חזרה ב math]
 [החזרה ב Git]

[מסמך ב Git]