

SME0211 - Otimização Linear

Segundo semestre de 2024

Trabalho final

Katlyn Ribeiro Almeida – 14586070
Ian de Holanda Cavalcanti Bezerra – 13835412
Julia Graziosi Ortiz – 11797810
Cody Stefano Barham Setti – 4856322
Matheus Araujo Pinheiro – 14676810

November 20, 2024

1 Escolha de ferramentas

Para o desenvolvimento deste projeto, optamos por utilizar a linguagem de programação Python, com ênfase especial nos notebooks Jupyter. Esta escolha foi motivada por diversas razões:

- **Facilidade na implementação de algoritmos iterativos:** Os notebooks Jupyter oferecem um ambiente interativo que é particularmente adequado para a implementação e teste de algoritmos que requerem múltiplas iterações.
- **Ambiente de execução flexível:** No ambiente do notebook, podemos inicializar variáveis e realizar operações sobre elas sem a necessidade de reinicializá-las a cada execução. Isso proporciona uma grande flexibilidade no desenvolvimento e depuração do código.
- **Visualização integrada:** Os notebooks Jupyter permitem a integração de código, resultados e visualizações, facilitando a análise e apresentação dos resultados obtidos.
- **Simplicidade e eficiência:** Python oferece uma sintaxe clara e intuitiva, facilitando a implementação de algoritmos complexos. Além disso, suas bibliotecas, como NumPy e SciPy, fornecem funções otimizadas para a solução de sistemas lineares, permitindo uma implementação eficiente e concisa do método Simplex.

2 Otimização/Programação Linear

A otimização linear é uma técnica matemática que busca encontrar o valor máximo ou mínimo de uma função linear, sujeita a um conjunto de restrições lineares. Este problema é representado por uma função objetivo linear e um conjunto de desigualdades lineares que limitam as soluções possíveis.

Esses problemas são amplamente utilizados em várias áreas, como economia, logística, produção e finanças, para maximizar lucros, minimizar custos ou otimizar a utilização de recursos.

Para facilitar e unificar as formas de solução desses problemas, buscamos representá-los na forma padrão, resolvendo um sistema de minimização sujeito a restrições de igualdades. Essa forma padrão é frequentemente obtida através da adição de variáveis de folga nas desigualdades originais.

A forma padrão de um problema de programação linear pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } c^T x \\ &\text{Sujeito a } Ax = b \\ &\quad x \geq 0 \end{aligned}$$

Onde:

- x é o vetor de variáveis de decisão
- c é o vetor de coeficientes da função objetivo
- A é a matriz de coeficientes das restrições
- b é o vetor de termos independentes das restrições

Esta representação padronizada permite unificar as aplicações de métodos de solução, como o algoritmo Simplex, a uma ampla variedade de problemas de otimização linear, independentemente de sua formulação original.

3 O Algoritmo Simplex