SME0211 - Otimização Linear
Segundo semestre de 2024

Trabalho final

Katlyn Ribeiro Almeida – 14586070
Ian de Holanda Cavalcanti Bezerra – 13835412
Julia Graziosi Ortiz – 11797810
Cody Stefano Barham Setti – 4856322
Matheus Araujo Pinheiro – 14676810

November 4, 2024

1 Para Fazer

- Transformar o problema em um problema na forma padrao
- Determinar A, b e c com os zeros nos indices certos e com variaveis de folga (da forma padrao)
- Rezar
- Rodar o codigo
- Relatorio - Capitulo Simplex
- Relatorio - Capitulo Mostrar codigo
- Relatorio - Capitulo Apresentar problema e modelagem
- Relatorio - Capitulo Apresentar problemas encontrados na solucao
- Relatorio - Capitulo Apresentar resultados e conclusoes

2 Escolha de ferramentas

Para o desenvolvimento deste projeto, optamos por utilizar a linguagem de programação Python, com ênfase especial nos notebooks Jupyter. Esta escolha foi motivada por diversas razões:

- **Facilidade na implementação de algoritmos iterativos:** Os notebooks Jupyter oferecem um ambiente interativo que é particularmente adequado para a implementação e teste de algoritmos que requerem múltiplas iterações.
- **Ambiente de execução flexível:** No ambiente do notebook, podemos inicializar variáveis e realizar operações sobre elas sem a necessidade de reinicializá-las a cada execução. Isso proporciona uma grande flexibilidade no desenvolvimento e depuração do código.
- **Visualização integrada:** Os notebooks Jupyter permitem a integração de código, resultados e visualizações, facilitando a análise e apresentação dos resultados obtidos.
- **Simplicidade e eficiência:** Python oferece uma sintaxe clara e intuitiva, facilitando a implementação de algoritmos complexos. Além disso, suas bibliotecas, como NumPy e SciPy, fornecem funções otimizadas para a solução de sistemas lineares, permitindo uma implementação eficiente e concisa do método Simplex.

3 Otimização/Programação Linear

A otimização linear é uma técnica matemática que busca encontrar o valor máximo ou mínimo de uma função linear, sujeita a um conjunto de restrições lineares. Este problema é representado por uma função objetivo linear e um conjunto de desigualdades lineares que limitam as soluções possíveis.

Esses problemas são amplamente utilizados em várias áreas, como economia, logística, produção e finanças, para maximizar lucros, minimizar custos ou otimizar a utilização de recursos.

Para facilitar e unificar as formas de solução desses problemas, buscamos representá-los na forma padrão, resolvendo um sistema de minimização sujeito a restrições de igualdades. Essa forma padrão é frequentemente obtida através da adição de variáveis de folga nas desigualdades originais.

A forma padrão de um problema de programação linear pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & c^T x \\ \text{Sujeito a } & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Onde:

- x é o vetor de variáveis de decisão
- c é o vetor de coeficientes da função objetivo

- A é a matriz de coeficientes das restrições
- b é o vetor de termos independentes das restrições

Esta representação padronizada permite unificar as aplicaçoes de métodos de solução, como o algoritmo Simplex, a uma ampla variedade de problemas de otimização linear, independentemente de sua formulação original.

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{x}) = 1,6A_1 + 2,4AI_1 + 3F_1 + 2S_1 + 7PA_1 + 4PV_1 + 3,6G_1 \\ + 0,8A_2 + 1,2AI_2 + 1,8F_2 + 1S_2 + 4PA_2 + 2PV_2 + 1,5G_2 \\ + 1,6A_3 + 2,4AI_3 + 3F_3 + 2S_3 + 10PA_3 + 5PV_3 + 3,6G_3 \\ + 0,8A_4 + 1,2AI_4 + 1,5F_4 + 1S_4 + 3,5PA_4 + 1PV_4 + 2,4G_4 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\text{c} = [\begin{array}{ccccccc} 1.6 & 2.4 & 3 & 2 & 7 & 4 & 3.6 \\ 0.8 & 1.2 & 1.8 & 1 & 4 & 2 & 1.5 \\ 1.6 & 2.4 & 3 & 2 & 10 & 5 & 3.6 \\ 0.8 & 1.2 & 1.5 & 1 & 3.5 & 1 & 2.4 \end{array}] \tag{2}$$

As restrições referentes à primeira refeição são:

$$\begin{aligned} &128.6A1 + 112AI1 + 76F1 + 25S1 + 250PA1 + 9.5G1 \leq 800 \text{ (cal)} \\ &128.6A1 + 112AI1 + 76F1 + 25S1 + 155PV1 + 9.5G1 \leq 800 \\ &2.69A1 + 2.32AI1 + 4.3F1 + 1.5S1 + 25PA1 + 2.5G1 \geq 60 \text{ (prot)} \\ &2.69A1 + 2.32AI1 + 4.3F1 + 1.5S1 + 11.1PV1 + 2.5G1 \geq 60 \\ &27.9A1 + 23.51AI1 + 14F1 + 5S1 + 15PA1 + 18.6G1 \geq 120 \text{ (carb)} \\ &27.9A1 + 23.51AI1 + 14F1 + 5S1 + 2.2PV1 + 18.6G1 \geq 120 \end{aligned}$$

As restrições referentes à segunda refeição são:

$$\begin{aligned} &128.6A2 + 112AI2 + 76F2 + 25S2 + 300PA2 + 400G2 \leq 800 \text{ (cal)} \\ &128.6A2 + 112AI2 + 76F2 + 25S2 + 120PV2 + 400G2 \leq 800 \\ &2.69A2 + 2.32AI2 + 4.3F2 + 1.5S2 + 15PA2 + 1.2G2 \geq 60 \text{ (prot)} \\ &2.69A2 + 2.32AI2 + 4.3F2 + 1.5S2 + 3PV2 + 1.2G2 \geq 60 \\ &27.9A2 + 23.51AI2 + 14F2 + 5S2 + 2PA2 + 85.1G2 \geq 120 \text{ (carb)} \\ &27.9A2 + 23.51AI2 + 14F2 + 5S2 + 20PV2 + 85.1G2 \geq 120 \end{aligned}$$

As restrições referentes à terceira refeição são:

$$\begin{aligned} &128.6A3 + 112AI3 + 76F3 + 25S3 + 250PA3 + 120G3 \leq 800 \text{ (cal)} \\ &128.6A3 + 112AI3 + 76F3 + 25S3 + 180PV3 + 120G3 \leq 800 \\ &2.69A3 + 2.32AI3 + 4.3F3 + 1.5S3 + 25PA3 + 2G3 \geq 60 \text{ (prot)} \\ &2.69A3 + 2.32AI3 + 4.3F3 + 1.5S3 + 15PV3 + 2G3 \geq 60 \\ &27.9A3 + 23.51AI3 + 14F3 + 5S3 + 5PA3 + 25G3 \geq 120 \text{ (carb)} \\ &27.9A3 + 23.51AI3 + 14F3 + 5S3 + 25PV3 + 25G3 \geq 120 \end{aligned}$$

As restrições referentes à quarta refeição são:

$$128.6A4 + 112AI4 + 76F4 + 25S4 + 200PA4 + 157G4 \leq 800 \text{ (cal)}$$
$$128.6A4 + 112AI4 + 76F4 + 25S4 + 150PV4 + 157G4 \leq 800$$
$$2.69A4 + 2.32AI4 + 4.3F4 + 1.5S4 + 25PA4 + 5.8G4 \geq 60 \text{ (prot)}$$
$$2.69A4 + 2.32AI4 + 4.3F4 + 1.5S4 + 13PV4 + 5.8G4 \geq 60$$
$$27.9A4 + 23.51AI4 + 14F4 + 5S4 + 5PA4 + 30.9G4 \geq 120 \text{ (carb)}$$
$$27.9A4 + 23.51AI4 + 14F4 + 5S4 + 1PV4 + 30.9G4 \geq 120$$

4 O Algoritmo Simplex