

מעבדה מספר 2 – דגימה

שאלה 1

נתבונן באות בזמן רציף

$$x(t) = 5 \cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 4 \sin(300\pi t)$$

- א. האות $x(t)$ נדגם בקצב דגימה 1 kHz ומתקבל האות בזמן בדיד $x[n]$.
- חשב אנליטית את $X(\omega)$ התמרת פורייה של $x[n]$.
 - צייר ב Matlab את המגניטודה של $X(\omega)$ (יש להשתמש בפונקציית stem) בתחום התדירים $[-\pi, \pi]$. צרף את האיור לדו"ח.
 - האם ניתן לשחזר את האות $x(t)$ מ $x[n]$? הסבר ע"י שימוש באיור מסעיף קודם וציין עבור כל רכיב תדר ב $X(\omega)$ לאיזה תדר הוא תואם ב Hz.
- ב. חזור על סעיף א עבור קצב דגימה 500 Hz.
- ג. חזור על סעיף א עבור קצב דגימה 100 Hz.
- הסבר את התוצאות שהתקבלו וצרף להגשה קובץ m file (script) הניתן להרצה.

שאלה 2

נתבונן באות בזמן רציף

$$x(t) = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) - 3 \sin(16\pi t)$$

- א. האות $x(t)$ נדגם בזמנים $t = 0.05n$ ומתקבל האות בזמן בדיד $x[n]$. $x[n]$ הוא אות הכניסה של ממיר ספרתי לאנלוגי אידיאלי המוציא את האות $y(t)$.
- צייר ב Matlab באותו איור את $x(t)$ עבור $0 \leq t \leq 5$ ואת $x[n]$. צרף את האיור לדו"ח.
 - מצא אנליטית את $y(t)$.
 - צייר ב Matlab באותו איור את $x(t)$ ואת $y(t)$ עבור $0 \leq t \leq 5$. צרף את האיור לדו"ח.
- ב. חזור על סעיף א עבור זמני דגימה $t = 0.1n$.
- ג. חזור על סעיף א עבור זמני דגימה $t = 0.5n$.
- הסבר את התוצאות שהתקבלו וצרף להגשה קובץ m file (script) הניתן להרצה.

שאלה 3

נתבונן באות בזמן רציף

$$x(t) = 1 - 2 \sin(\pi t) + \cos(2\pi t) + 3 \cos(3\pi t)$$

האות נדגם בקצב $f_s = 6 \text{ Hz}$. נתבונן בקירוב של שחזור אידיאלי ע"י

$$x_p(t) = \sum_{k=-p}^p x(kT_s) \operatorname{sinc}\left(\frac{t - kT_s}{T_s}\right)$$

כאשר $f_s = 1/T_s$.

א. עבור $p = 5$, צייר את $x(t)$ ו $x_p(t)$ עבור $-2 \leq t \leq 2$ באותו איור. לצורך כך, יש לחשב את האותות ב 101 נקודות במרווח שווה באינטרוול הזמן $[-2, 2]$ ולהשתמש בפונקציית plot. צרף את האיור לדו"ח.

ב. חזור על סעיף א עבור $p = 10$.

ג. חזור על סעיף א עבור $p = 20$.

הסבר את התוצאות שהתקבלו וצרף להגשה קובץ m file (script) הניתן להרצה.

שאלה 4

רקע תיאורטי

יהי $x(t)$ אות בזמן רציף. האות $x(t)$ נדגם בקצב $f_s = 1/T_s$.

שחזור מעשי עם אינטרפולציה בשיטת ZOH (Zero-order-hold) מתבצע ע"י

$$x_r(t) = \sum_n x[n] h_r(t - nT_s)$$

כאשר

$$x[n] = x(nT_s), \quad h_r(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T_s \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

כלומר

$$x_r(t) = x[n] = x(nT_s), \quad nT_s \leq t < (n+1)T_s$$

שחזור כזה מכונה גם sample and hold.

שחזור מעשי עם אינטרפולציה בשיטת FOH (First-order-hold) מתבצע ע"י

$$x_r(t) = \sum_n x[n] h_r(t - nT_s)$$

כאשר

$$x[n] = x(nT_s), \quad h_r(t) = \begin{cases} 1 + \frac{t}{T_s}, & -T_s \leq t \leq 0 \\ 1 - \frac{t}{T_s}, & 0 \leq t \leq T_s \end{cases}$$

כלומר עבור $nT_s \leq t \leq (n+1)T_s$ מתקבל

$$x_r(t) = x[n] \left(1 - \frac{t - nT_s}{T_s}\right) + x[n+1] \left(1 + \frac{t - (n+1)T_s}{T_s}\right) = x[n] + \frac{x[n+1] - x[n]}{T_s} (t - nT_s)$$

שחזור ע"י "קו ישר" בין כל שתי דגימות (אינטרפולציה ליניארית). פונקציית plot של Matlab משתמשת ב FOH.

משימת Matlab

נתבונן באות בזמן רציף

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$$

כאשר $f_0 = 0.025 \text{ Hz}$

- א. צייר את $x(t)$ עבור $0 \leq t \leq 100 \text{ sec}$. צרף את האיור לדו"ח.
- ב. האות $x(t)$ נדגם בקצב $f_s = 0.1 \text{ Hz}$.
 1. צייר את $x_r(t)$ עבור $0 \leq t \leq 100 \text{ sec}$ בשחזור ZOH (יש להשתמש בפונקציית stairs).
 2. צייר את $x_r(t)$ עבור $0 \leq t \leq 100 \text{ sec}$ בשחזור FOH (יש להשתמש בפונקציית plot).
- ג. חזור על סעיף ב עבור $f_s = 0.2 \text{ Hz}$.
- ד. חזור על סעיף ב עבור $f_s = 1 \text{ Hz}$.

הסבר את התוצאות שהתקבלו וצרף להגשה קובץ m file (script) הניתן להרצה.