

## עיבוד ספרתי של אותות 1 – מטלת MATLAB

### הנחיות כלליות:

התרגיל יבוצע ביחידים או בזוגות. התרגיל יוגש במודל והבחינה עליו תהיה פרונטלית במועדים שיפורסמו בהמשך.  
בתרגיל זה נשתמש במספר תעודות הזהות של הסטודנטים המבצעים להגדרות שונות.  
נסמן:

$d_1=0$ . [מספר תעודת זהות של סטודנט א']

$d_2=0$ . [מספר תעודת זהות של סטודנט ב']

שימו לב כי  $0.1 \leq d_1, d_2 < 1$ .

נשתמש גם ב:

$$d = \begin{cases} (d_1 + 0.5) \bmod 0.5 & \text{Single student} \\ (d_1 + d_2) \bmod 0.5 & \text{Two students} \end{cases}$$

בתרגיל זה אסור להשתמש בפקודות המטלב: `fft2`, `ifft2`, `fftn`, `ifftn`, `conv`, `filter`, `xcorr`, `conv2`. כמו כן בחלק המבוא של התרגיל, אין להשתמש גם בפקודות `fft`, `ifft`.

### 1. מבוא – מימוש FFT

כיתבו פונקציה המממשת FFT ופונקציה נוספת המממשת IFFT על ידי שימוש בפונקציה הראשונה.  
אופן המימוש תלוי בזוג המבצע את התרגיל:

- אם  $d \bmod 0.1 < 0.05$  המימוש צריך להתבצע ע"י דצימציה בזמן.
- אם  $d \bmod 0.1 \geq 0.05$  המימוש יתבצע ע"י דצימציה בתדר.

### 2. חלק ראשון – ניתוח ועיבוד תמונה ע"י שימוש ב DTFT דו מימדי

בתרגיל זה נעסוק בעיבוד ושיפור של תמונה על ידי שימוש בכלים שלמדנו (בלבד!). שימו לב שתמונה היא אות דו-מימדי, כלומר כל התיאוריה שלמדנו מתאימה, אך יש להתייחס אל המימד הנוסף.

התמרת פוריה (DTFT) בשני-מימדים בדידים (על מימדים  $n$  ו- $m$ ) מוגדרת לפי:

$$X(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n, m] e^{-j(\omega_1 n + \omega_2 m)}$$

התמרת פוריה בדידה (DFT) בשני מימדים מוגדרת לפי:

$$X[k_1, k_2] = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x[n, m] e^{-j\left(\frac{2\pi n}{N} k_1 + \frac{2\pi m}{M} k_2\right)}$$

בתרגיל זה שני המימדים ייצגו תמונה, כאשר  $n$  מייצג את מספר השורה, ו- $m$  מייצג את מספר העמודה.

א. הוכיחו מתמטית כי ניתן לחשב את ה DTFT הדו-מימדי על ידי הפעלה של DTFT חד-מימדי על כל עמודה ולאחר מכן DTFT חד-מימדי על כל שורה (כלומר בשלב ראשון מחשבים את ה DTFT החד מימדי לפי  $n$  כאשר  $m$  נחשב קבוע).

ב. הוכיחו מתמטית כי התמרת ה DFT בשני מימדים מתקבלת מדגימות של התמרת ה DTFT בשני מימדים, ומצאו את התדרים בהם נדגמת ההתמרה.

ג. הוכיחו כי עבור  $x[n, m] = y[n] \cdot z[m]$  יתקבל  $X(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = Y(e^{j\omega_1})Z(e^{j\omega_2})$ .

ד. חשבו אנליטית ונומרית (ע"י matlab), וציירו את ה DFT הדו מימדי של התמונה:

$$x[n, m] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n < B_1, 0 \leq m < B_2 \\ 0 & B_1 \leq n < N, B_2 \leq m < M \end{cases}$$

עבור  $N = 32, M = 64, B_1 = B_2 = 7$ .



img\_gen.p

קעת שמרו את הקובץ המצורף:

הריצו ב matlab את הפונקציה img\_gen.p על ידי כתיבת השורה:

`[dist_image_1, dist_image_2, noised_image, imp_resp_image] = img_gen(input1, input2)`

בשורת הפקודה ב matlab. רשמו את שמות מבצעי התרגיל (באנגלית- באותיות caps lock בלבד) במקום המשתנים input1, input2. בפלט הפונקצייה ייתקבלו ארבע מטריצות:

- dist\_image\_1: (תקרא להלן  $y_1[n, m]$ ) תמונה שהתקבלה ממעבר של תמונה מקורית דרך ערוץ. הערוץ שמומש במקרה זה הוא תנועה אקראית של המצלמה תוך כדי הצילום. שימו לב שמימדי התמונה הם  $N = 128$  ו-  $M = 128$ .

- dist\_image\_2: (תקרא להלן  $y_2[n, m]$ ) גם כן תמונה שהתקבלה ממעבר של תמונה מקורית דרך אותו ערוץ. מימדי התמונה הם  $N = 70$  ו-  $M = 170$ .

- noised\_image: (תקרא להלן  $y_3[n, m]$ ) תמונה שהתקבלה מתוספת של רעש בתדרים גבוהים לתמונה מקורית. מימדי התמונה הם  $N = 128$  ו-  $M = 128$ .

- imp\_resp\_image: (תקרא להלן  $h[n, m]$ ) תמונה המכילה את התגובה להלם של הערוץ.

נגדיר גם את האות המתקבל מעמודה מס' 0 של התגובה להלם של הערוץ:

$$h_0[n] = h[n, 0]$$

הערה: כדאי לשים לב כי הפונקציה img\_gen.p נמצאת ב directory של התרגיל (ולא ב Downloads). כמו כן, על מנת להבין את פעולת הפונקציה, כדאי להציג את התמונות המתקבלות ע"י שימוש בפקודת imshow.

ה. חשבו (נומרית) את  $H_0(e^{j\omega})$  ה DTFT של  $h_0[n]$  בתדרים  $0, \frac{2\pi}{6}, 2\frac{2\pi}{6}, 4\frac{2\pi}{6}$ .

ו. חשבו את וציירו הקונבולוציה הציקלית במחזור 32 של  $h_0[n]$  עם האות:

$$w[n] = \delta[n] + \delta[n - 29]$$

קעת ננסה לשחזר את התמונה המקורית. שימו לב שהתמונות המעוותות התקבלו על ידי קונבולוציה של התמונות המקוריות (יסומנו ב  $x_1[m, n], x_2[m, n]$ ) עם התגובה להלם של הערוץ וחיתוך התמונה חזרה לגודלה המקורי, או בניסוח מתמטי:

$$y_i[n, m] = \begin{cases} x_i[n, m] * h[n, m] & 0 \leq n \leq N - 1, 0 \leq m \leq M - 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

כאשר  $i$  יכול להיות 1 או 2.

בתרגיל זה ננסה לשחזר את התמונות תוך הנחה (שרירותית ושגויה) שהתמונות התקבלו מהפעלה של קונבולוציה ציקלית בין התמונה המקורית לתגובה להלם של הערוץ.

נשים לב שתכונת הקונבולוציה הציקלית מתקיימת גם בשני מימדים, כלומר (על פי ההנחה) ה DFT של  $x[m, n]$  שווה למכפלה של ה DFT של התמונה המקורית עם ה DFT של התגובה להלם  $h[n, m]$ .

ז. תחת הנחה שרירותית זו חשבו וציירו את התמונות המקוריות  $x_1[m, n], x_2[m, n]$ .

ח. הסבירו באמצעות מושגים מקורס זה את ההבדל בתוצאת השחזור, בהינתן כי:  
 a. התמונה  $x_1[m, n]$  נוצרה מתמונה בסיסית שרופדה בלפחות 20 אפסים מכל כיוון.  
 b. התמונה  $x_2[m, n]$  נוצרה מתמונה בסיסית ששוכפלה ארבע פעמים (2 לאורך ו 2 לרוחב).

ט. חשבו על דרך אחרת לשחזר את התמונה  $x_2[m, n]$  (בונוס).

### 3. חלק שני – ייצור וניתוח אותות דיבור

בחלק זה, יש להקליט קודם את דיבור בקצב דגימה  $f_s = 16000 \text{ Hz}$ ,  $\omega_s = 2\pi f_s$ .  
הערות:

- נסו שההקלטה תהיה באיכות טובה.
- ניתן להשתמש בפקודות המטלב: `audiorecorder`, `soundsc`. להרחבה ראו [קישור](#).
- חשוב לשמור את זה בקובץ, כך שניתן יהיה להתייחס אליו גם לאחר היציאה ממטלב.

ראשית, חתכו מההקלטה אות באורך  $N = 2^{16}$  דגימות. להלן נסמן את זה ב:

$$x[n], n = 0, \dots, N - 1$$

א. חשבו את ההספק הממוצע של האות:

$$P_X = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x[n])^2$$

כעת נגדיר גם את אות ההפרעה:

$$z[n] = 50\sqrt{P_X}[\cos(\omega_1 n) + \cos(\omega_2 n) + \cos(\omega_3 n)], \quad n = 0, \dots, N - 1$$

כאשר:

$$\begin{aligned} a_1 &= 50\sqrt{P_X}, \omega_1 = 1.6 + 0.1 \cdot d_1 \\ a_2 &= 50\sqrt{P_X}, \omega_2 = 1.6 + 0.1 \cdot d \\ a_3 &= 50\sqrt{P_X}, \omega_3 = 3 \end{aligned}$$

ונגדיר את אות הכניסה:  $y[n] = x[n] + z[n]$ .

ב. הקשיבו לאות  $y[n]$ . חוו דעתכם על איכות אות הדיבור?

מכאן ואילך, בכל שלב בתרגיל זה בו נדרש לצייר התמרת פוריה או תגובת תדר, יש לצייר אותם בתדרים:

$$\omega = \dots, -3 \cdot \frac{2\pi}{128}, -2 \cdot \frac{2\pi}{128}, -1 \cdot \frac{2\pi}{128}, 0, 1 \cdot \frac{2\pi}{128}, 2 \cdot \frac{2\pi}{128}, 3 \cdot \frac{2\pi}{128}, \dots$$

ג. חשבו וציירו את האות  $y[n]$ .

ד. חשבו וציירו את התמרת הפורייה  $Y(e^{j\omega})$  של האות  $y[n]$ .

ה. האותות  $y_2[n]$  ו  $z_2[n]$  מתקבלים מדצימציה ביחס של 2 של האותות  $y[n]$  ו  $z[n]$  בהתאמה. רשמו ביטוי מתמטי לאות  $z_2[n]$  ולהתמרת הפוריה שלו  $Z_2(e^{j\omega})$ .

ו. ציירו את האות  $y_2[n]$  ואת התמרת הפורייה שלו. הקשיבו לאות  $y_2[n]$ . חוו דעתכם על איכות אות הדיבור. (שימו לב שיש להשמיע את הדיבור בקצב שונה).

**בהצלחה!**