

# Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

#### «МИРЭА - Российский технологический университет»

#### РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий Кафедра Вычислительной Техники (BT)

#### ОТЧЁТ ПО ПРАКТИЧЕСККОЙ РАБОТЕ №2

«Построение минимальных форм логических функций»

по дисциплине

«Архитектура вычислительных машин и систем»

Выполнил студент группы ИВБО-11-23

Туктаров Т.А.

Принял ассистент кафедры ВТ

Дуксина И.И.

Практическая работа выполнена

«2» октября 2024 г.

«Зачтено»

«2» октября 2024 г.

# **АННОТАЦИЯ**

Данная работа включает в себя 3 рисунков, 7 таблиц, 8 формул. Количество страниц в работе — 15.

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	. 4
Ход работы	. 5
2.1 Практическое введение	. 5
2.2 Восстановление таблицы истинности	. 5
2.3 Минимизация методом эквивалентных логических преобразований	. 6
2.4 Минимизация методом карт Карно	.7
2.5 Минимизация методом Куайна-Мак-Класски	. 7
2.6 Реализация схем в Logisim	11
2.7 Реализация результатов верификации созданных схем	13
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	14
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	15

### **ВВЕДЕНИЕ**

Конъюнктом Сокращённая НФ содержит набор интервалов минимального ранга.

Кратчайшая НФ имеет минимальную длину, т.е. содержит минимальный набор интервалов минимального ранга

Минимальная НФ имеет минимальный ранг, т.е. содержит набор интервалов, суммарный ранг которых является минимальным.

Минимальная НФ — это кратчайшая дизъюнктивная или конъюнктивная форма, содержащая минимальное количество переменных, взятых с отрицаниями или без.

Минимальная дизъюнктивная нормальная форма (МДНФ) — это дизъюнкция минимального числа конъюнкций переменных, взятых с отрицаниями или без, причем конъюнкции должны содержать минимально возможное количество переменных.

Минимальная конъюнктивная нормальная форма (МКНФ) — это конъюнкция минимального числа дизъюнкций переменных, взятых с отрицаниями или без, причём дизъюнкции должны содержать минимально возможное количество элементов.

#### Способы минимизации:

- Методом эквивалентных логических преобразований;
- Спомощью диаграмм Вейча/карт Карно;
- Методом Куайна-Мак-Класски[2]

## ХОД РАБОТЫ

#### 2.1 Постановка задачи

Для функции, заданной в аналитическом виде согласно варианту, произвести минимизацию методом эквивалентных логических преобразований. Для функции, заданной в векторном виде, произвести минимизацию методами карт Карно и Куайна—Мак-Класки. Для каждой из функций построить комбинационную схему на основе минимальных форм представления, произвести верификацию полученных схем. Заданная логическая функция: B6F506D7. Функция заданная в аналитическом виде(Формула 2.1)

$$F(a, b, c) = a \lor (c \rightarrow b) | c, (2.1)$$

#### 2.2 Восстановление таблицы истинности

Имея логическую функцию в векторном виде 478E9C16 воссоздадим таблицу истинности(Таблица 2.1).

Таблица 2.1 — Таблица истинности для логической функции

X1	X2	X3	X4	X5	F
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1

Продолжение Таблицы 2.1

0     1     1     1     1     0       1     0     0     0     0     1       1     0     0     0     1     0       1     0     0     1     1     1       1     0     1     0     0     1       1     0     1     0     0     1       1     0     1     1     0     0       1     1     0     0     0     0       1     1     0     0     0     0       1     1     0     0     0     0       1     1     0     1     0     0       1     1     0     1     0     0       1     1     0     1     1     1       1     1     0     0     0     0       1     1     1     0     0     0       1     1	I					
1   0   0   0   1   0     1   0   0   1   0   0     1   0   1   1   1   1     1   0   1   0   1   1   1     1   0   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0	0	1	1	1	1	0
1   0   0   1   0   0     1   0   0   1   1   1     1   0   1   0   1   1     1   0   1   1   0   0     1   0   1   1   0   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   1   0   0     1   1   0   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1	1	0	0	0	0	1
1   0   0   1   1   1     1   0   1   0   0   1     1   0   1   0   1   1     1   0   1   1   0   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   1   0   0     1   1   0   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1	1	0	0	0	1	0
1   0   1   0   0   1     1   0   1   0   1   1     1   0   1   1   0   0     1   0   1   1   0   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   1   0     1   1   0   1   1   1     1   1   0   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1	1	0	0	1	0	0
1   0   1   1     1   0   1   1   0     1   0   1   1   1   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   1   0     1   1   0   1   0   0     1   1   1   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1	1	0	0	1	1	1
1   0   1   1   0   0     1   0   1   1   1   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   1   0     1   1   0   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1	1	0	1	0	0	1
1   0   1   1   1   0     1   1   0   0   0   0     1   1   0   0   1   0     1   1   0   1   0   0     1   1   1   1   1   1     1   1   1   0   0   0     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1     1   1   1   0   1   1	1	0	1	0	1	1
1 1 0 0 0 0   1 1 0 0 1 0   1 1 0 1 0 0   1 1 0 1 1 1   1 1 1 0 0 0   1 1 1 0 1 1   1 1 1 0 1 1   1 1 1 0 1	1	0	1	1	0	0
1 1 0 0 1 0   1 1 0 1 0 0   1 1 0 1 1 1   1 1 1 0 0 0   1 1 1 0 1 1   1 1 1 1 0 1	1	0	1	1	1	0
1 1 0 1 0 0   1 1 1 0 1 1 1   1 1 1 0 0 0   1 1 1 0 1 1   1 1 1 1 0 1	1	1	0	0	0	0
1 1 0 1 1 1   1 1 1 0 0 0   1 1 1 0 1 1   1 1 1 1 0 1	1	1	0	0	1	0
1 1 1 0 0 0   1 1 1 0 1 1   1 1 1 1 0 1	1	1	0	1	0	0
1 1 1 0 1 1   1 1 1 1 0 1	1	1	0	1	1	1
1 1 1 0 1	1	1	1	0	0	0
	1	1	1	0	1	1
1 1 1 1 0	1	1	1	1	0	1
	1	1	1	1	1	0

# 2.3 Минимизация методом эквивалентных логических преобразований

Минимизируем формулу F, заданной в аналитическом виде, методом эквивалентных логических преобразований. (Формула 2.2)

$$F(a, b, c) = a \lor (c \to b) | c = a (2.2)$$

Использовав при минимизации Формулу 2.3 и Формулу 2.4.

$$(c \to b) = \bar{c} \lor b(2.3)$$
$$(c \to b) \mid c = \overline{\bar{c} \lor b} + \bar{c}, (2.4)$$
$$a \lor (c \to b) \mid c = c\bar{b} + \bar{c} + a, (2.5)$$

Результат(Формула 2.6):

$$F_{\text{мдн}\Phi} = c\bar{b} + \bar{c} + a, (2.6)$$

#### 2.4 Минимизация методом карт Карно

Минимизируем формулу F методом карт Карно. Построим карту Карно от 5 переменных и выделим интервалы (Таблица 2.2). Запишем минимизированную ДНФ (Формула 2.6).

Таблиц	Таблица 2.2 — Карта Карно для функции F									
	x1x2\x3x4x5	000	001	011	010	110	111	101	100	
			1.1							
	00	0	$\lfloor 1 \rfloor$	0	0	1	1	$\left( \begin{array}{c c} 1 \end{array} \right)$	0	
	01	1	0	0	0		0	1	1	
	11	0	0	1	0	1	0	1	0	
	10	1	0	1	0	0	0	1	1	

$$F_{\text{MДH}\Phi} = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} + x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} + x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} + x_1 \overline{x_3} x_4 x_5 + \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 + x_3 \overline{x_4} x_5, (2.6)$$

#### 2.5 Минимизация методом Куайна-Мак-Класски

Перед постройкой таблицы для склеивания необходимо выписать все дизъюнкции элементарных конъюнкций такие, которые задают в функции истину, что в совокупности представляет из себя СДНФ(Формула 2.7):

$$\begin{split} F_{\text{сдн} \varphi} &= \overline{x_0 x_1 x_2 x_3 x_4} + \overline{x_0 x_1 x_2} x_3 \overline{x_4} + \overline{x_0 x_1} x_2 x_3 x_4 + \overline{x_0 x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 + \overline{x_0} x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \\ &+ \overline{x_0} x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} + \overline{x_0} x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 + \overline{x_0} x_1 x_2 x_3 x_4 + x_0 \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 + x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \\ &+ x_0 \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} + x_0 \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 + x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} + x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} + x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \\ &+ x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}. \end{split}$$

Далее построим таблицу, в которой будем соединять (поглощать) все дизьюнкты, которые отличаются между собой на 1 элемент (Таблица 2.3).

Таблица 2.3 — Склеивание элементарных конъюнктов

Количество единиц в наборе	Nº	Конъюкты	Номера склеиваний	Nº	Импликанты	Номера склеиваний
1	1	00001	1-4	1	00-01	5-15
	2	01000	2-6	2	01-00	6-12
	3	10000	3-7	3	10-00	
2	4	00101	4-5	4	001-1	
	7	-	4-9	5	0-101	
		-	4-12	6	-0101	
	5	00110	5-8	7	0011-	
		-	5-10	8	0-110	
	6	01100	6-9	9	0110-	
		-	6-10	10	011-0	
	7	10100	7-12	11	1010-	
3	8	00111				
	9	01101	9-14	12	-1101	
	10	01110	10-15	13	-1110	
	11	10011	11-13	14	1-011	
	12	10101	12-14	15	1-101	
4	13	11011				
	14	11101				
	15	11110				

В результате на данном шаге получаем простые импликанты:[00-10], [0-011], [-0110], [1100-], [1-101], [1-110]. Это импликанты, которые не участвовали в операциях попарного склеивания.

Далее продолжаем склеивание новых импликант до тех пор, пока это возможно (Таблица 2.4).

Таблица 2.4 — Конец склейки элементарных дизъюнктов

Количество единиц в наборе	No॒	Конъюнкты	Номера склеиваний	No	Импликанты	Номера склеиваний
2	1	101				
	2	101				

В результате на данном шаге получаем простые импликанты: [--101]. Построим по функции f импликантную таблицу (Таблица 2.5).

Таблица 2.5 — Нахождение ядровых импликантов

		S1	S2	S3	S4	S5	<b>S</b> 6	S7
		00-01	01-00	10-00	001-1	0011-	0-110	0110-
		+	+	+				
p1	00001	1						
p2	01000		1					
р3	10000			1				
p4	00101	1			1			
p5	00110					1	1	
р6	01100		1					1
p7	10100			1				
p8	00111				1	1		
p9	01101							1
p10	01110						1	
p11	10011							
p12	10101							
p13	11011							
p14	11101							
p15	11110							

		S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14
		011-0	1010-	-1101	-1110	1-011	1-101	101
					+	+		
p1	00001							
p2	01000							
р3	10000							
p4	00101							1
p5	00110							
p6	01100	1						
p7	10100		1					
p8	00111							
p9	01101			1				1
p10	01110	1			1			
p11	10011					1		
p12	10101		1				1	1
p13	11011					1		
p14	11101			1			1	1
p15	11110				1			

Ядровые импликанты — S1, S2, S3, S11, S12:

[00-01], [01-00], [10-00], [-1110], [1-011]

Следующий этап — это продолжение сокращения таблицы путем поиска ядровых импликант(Таблица 2.6).

Таблица 2.6 — До упорядоченная таблица

	1 destruição 2.0 Ao yrioprios territais maestriiga									
		S4	S5	S6	<b>S7</b>	S8	S9	S10	S13	S14
								-		
		001-1	0011-	0-110	0110-	011-0	1010-	1101	1-101	101
р5	00110		1	1						
р8	00111	1	1							
р9	01101				1			1		1
p12	10101						1		1	1

После поглощений остаются следующие импликанты (Таблица 2.7).

Таблица 2.7 — После упорядочивания

		0011-	101
p5	00110	1	
p8	00111	1	
p9	01101		1
p12	10101		1
p14	11101		1

Получим следующие импликанты: [0011-], [--101].

Приведем все найденные ядровые импликанты к форме МДНФ(Формула 2.8):

$$F_{\text{MДH}\Phi} = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} + x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} + x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} + x_1 \overline{x_3} x_4 x_5 + \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 + x_3 \overline{x_4} x_5$$

## 2.6 Реализация схем в Logisim

Реализуем с помощью Logisim все полученные МДНФ. Реализация МДНФ полученная методом карт Карно(Рисунок 2.1)

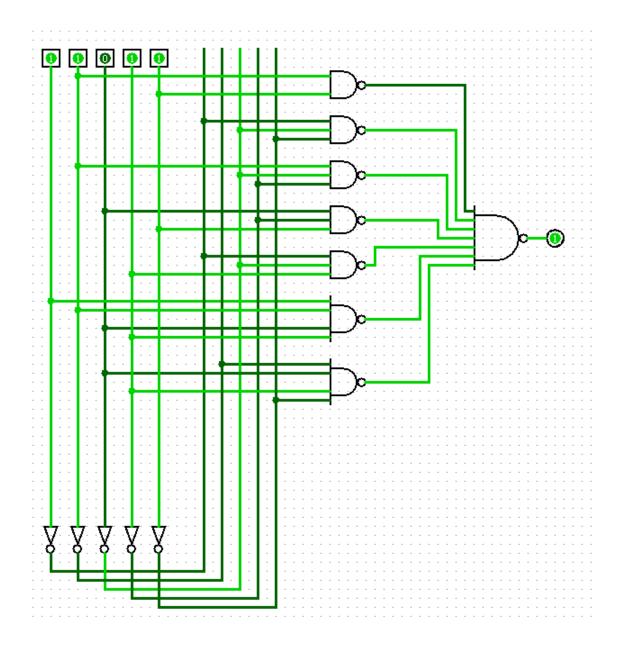


Рисунок 2.1 – Реализация МДНФ методом Карно

Реализация МДНФ полученная методом Куайна-Мак-Класски (Рисунок 2.2)

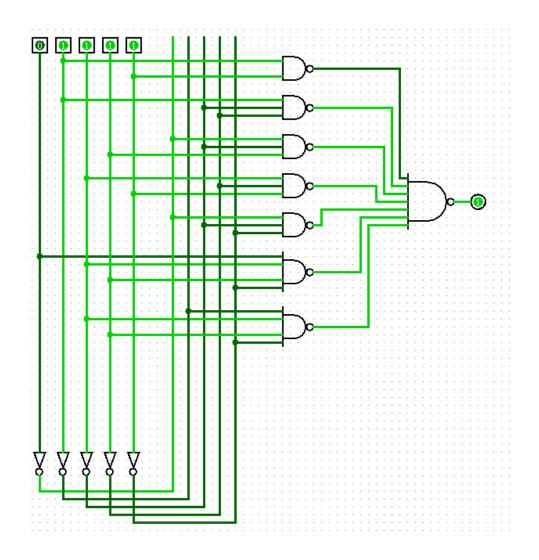


Рисунок 2.2 – Реализация МДНФ методом Куайна-Мак-Класски

## 2.7 Реализация результатов верификации созданных схем

Основываясь на полученных схемах, реализуем результаты верификации созданных схем(Рисунок 2.3).

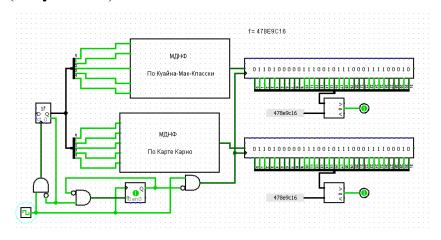


Рисунок 2.3 - результаты верификации

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была выполнена минимизация ДНФ тремя различными способами, а также были проверены две полученные МДНФ при помощи реализации их в Logisim.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Методические указания по ПР № 2 URL: <a href="https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=405132">https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=405132</a>.
- 2. Программа Logisim URL: <a href="https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=511147">https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=511147</a>
- 3. Мусихин А. Г., Смирнов Н. А. Архитектура вычислительных машин и систем [Электронный ресурс]:учебное пособие. М.: РТУ МИРЭА, 2021. — Режим доступа: https://ibc.mirea.ru/books/share/4180/
- 4. Мусихин А. Г., Смирнов Н. А. Архитектура вычислительных машин и систем [Электронный ресурс]:учебное пособие. М.: РТУ МИРЭА, 2020. — Режим доступа: <a href="https://library.mirea.ru/secret/16022021/2532.iso">https://library.mirea.ru/secret/16022021/2532.iso</a> 2. Мусихин А. Г., Смирнов Н. А. Архитектура вычислительных машин и систем [Электронный ресурс]:методические рекомендации к контрольным работам. М.: РТУ МИРЭА, 2020. — Режим доступа: <a href="https://ibc.mirea.ru/books/share/3782/">https://ibc.mirea.ru/books/share/3782/</a>