Тема 1

Абсолютная погрешность - Δx - разница между измерением и точным значением величины.$\Delta x = |x - \bar{x}|$.
Относительная погрешность - δx - отношение абсолютной погрешности к точному значению. $\delta = \frac{\Delta x}{|x|}$

Абсолютная погрешность функции одной переменной - $\Delta f(x) = |f'(x)| * \Delta x$
Относительная погрешность ф-ции одной переменной - $\delta f(x) = |\frac{f'(x) * \Delta x}{f(x)}|$

Абсолютная погрешность функции нескольких переменных:

$$\Delta f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{\infty} |\frac{df}{dx_i}| \Delta x_i$$

Относительная погрешность ф-ции нескольких перменных:

$$\delta f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{\infty} |\frac{df}{dx_i} * \frac{1}{f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)}| \Delta x_i$$

Тема 2

Интерполяционный полином - полином, который проходит через все интерполяционные узлы
Интерполяционный узел - точки, через которые должна проходить интерполяционная ф-ция

Интерполяционный полином Лагранжа
Развернутая формула:

$$L = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \frac{(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \ldots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \ldots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \ldots (x_i - x_n)}$$

Аппроксимация - процесс приближения сложной ф-ции к более простой.
Метод наименьших квадратов - минимизация суммы квадратов отклонений значений от соответствующих, предложенных моделью

$$S(a, b) = \sum_{i=0}^{n} (y_i - (y(x_i)))^2 \to min.$$

Тема 3

Отделение корней - это определение наличия, количества и нахождение для каждого области, которому он принадлежит.
Есть несколько методов отделения:
Аналитический - `Если на отрезке [a; b] ф-ция непрерывна и монотонна, а ее значения на концах отрезка имеют разные знаки, то на рассматриваевом числовом множестве существует один и только один корень уравнения`
Графический - Рисуем график и смотрим на пересечения с 0 епт.

Метод половинного деления -

$$\Delta c = \frac{a + b}{2} \text{Условие точности}$$

Если $f(a) * f(c) > 0 \to x \epsilon [x, b] -> a = c, \text{ иначе если } f(a) * f(c) < 0 \to x \epsilon [a, x] -> b = c$

Метод простых итераций -
Приводим уравнение к рекурсивному виду $x_i = \dots x_{i-1}$
И туп считаем. Погрешность это разность нынешнего и прошлого корня.

Метод Ньютона -

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

И так, пока разница между х не будет удовлетворять (хехе)

Метод хорд - чет заморочено

Тема 4

Определенный интеграл - Интеграл является пределом суммы бесконечно большого участка слагаемых, которые стремятся к 0.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

Геометрический смысл - Интеграл от неотрицательной ф-ции это площадь криволинейной трапеции ограниченной сверху графиком $y = f(x)$

Метод прямоугольников -

$$h = \frac{b-a}{n}$$
$$\int_a^b f(x)\,dx = h\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) - \text{левые прямоугольники}$$
$$\int_a^b f(x)\,dx = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) - \text{правые прямоугольники}$$
$$\int_a^b f(x)\,dx = h\sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) - \text{левые прямоугольники}$$

Метод трапеций -

$$\int_a^b f(x)\,dx = h\left(\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right)$$

Метод симпсона -

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}(\text{Первое и последнее y без коэффицентов, далее чередование 4, 2})$$

Метод Гаусса - я хз вообще

Тема 5

Плохообусловленные системы линейных алгебраических уравнений -
СЛАУ считается таковой, если малые изменения коэффициентов матрица А и/или компонент вектора свободных членов b вызывают существенное изменение системы.

Число обусловленности - это матрица, $cond(A) = ||A|| * ||A^{-1}||$

Метод Гаусса - решаем как обычно.
Обратный ход - находим из последней строки x_n затем с конца до начала по цепочке находим остальное.