ДЗ 2

```
- 18 -  - - 0,35 61 -  - - 0, 32 - -  - - 30 - 69 - - - 130 - 270 - - - 42
```

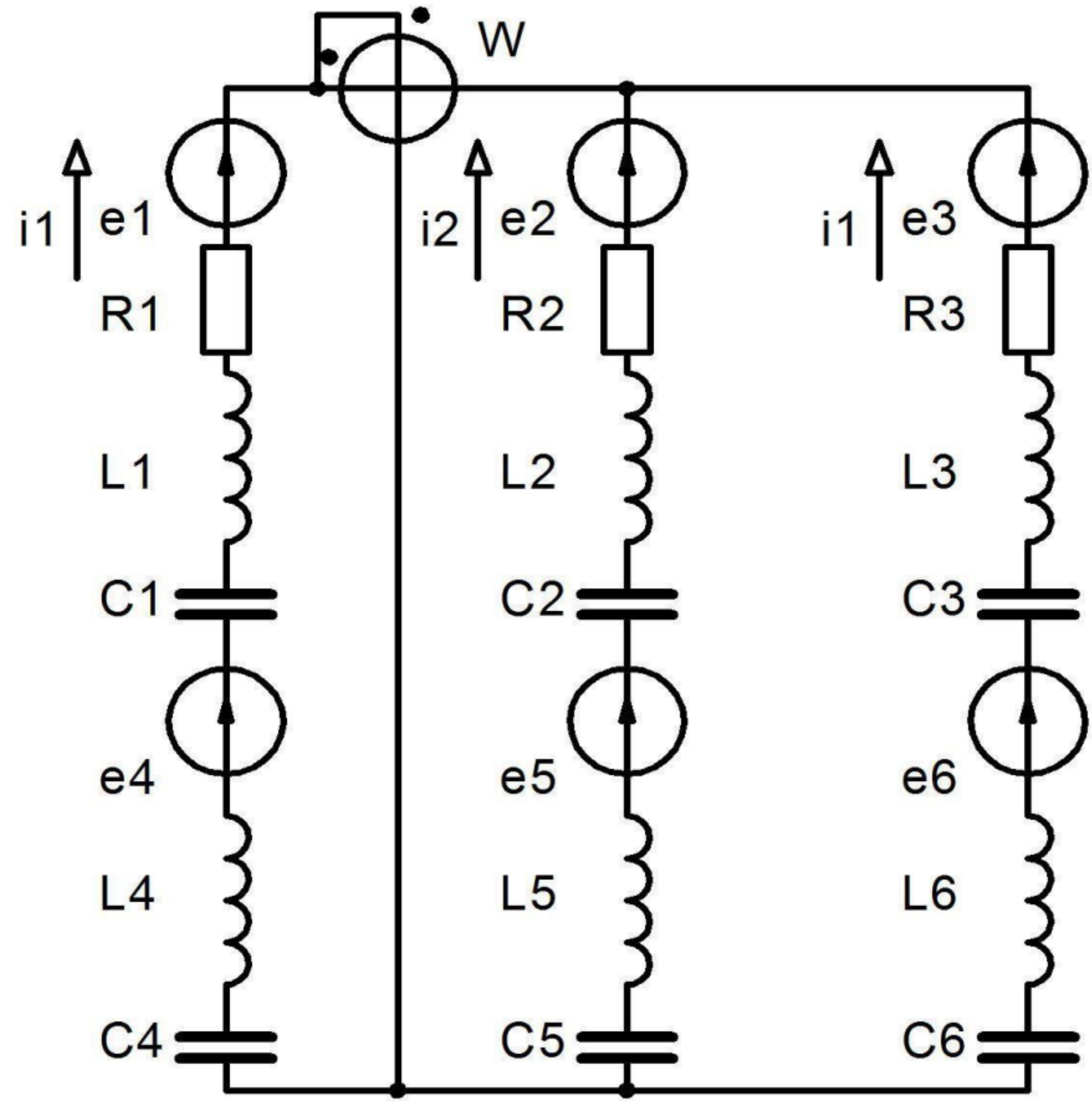
$$R_2 = 18$$
$$L_3 = 0.35$$
$$C_1 = 61\text{мкФ}$$
$$L_5 = 0.32$$
$$Em_1 = 30$$
$$Em_3 = 69$$
$$\phi_1 = 130$$
$$\phi_3 = 270$$
$$f = 42$$

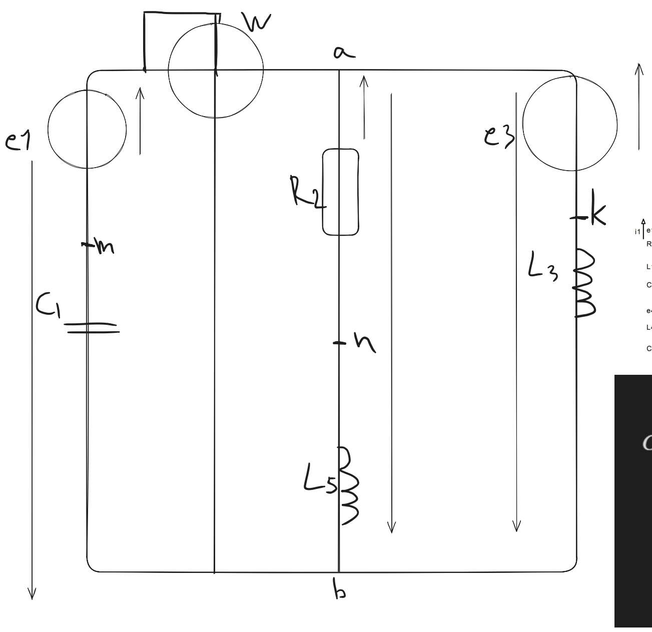
мкФ = 10^{-6} Ф.

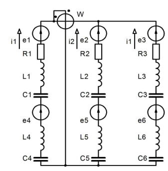
Для схемы, соответствующей Вашему варианту, выполнить следующее:

1. По законам Кирхгофа составить систему уравнений для расчёта токов во всех ветвях, записав её в двух формах:
    1. для мгновенных значений (дифференциальная форма);
    2. для комплексов (символическая форма).
2. Определить комплексы токов в ветвях любым методом.
3. Определить показание ваттметра двумя способами:
    1. а) с помощью выражения для комплексов тока и напряжения на ваттметре;
    2. б) по формуле UIcosφ. На векторной диаграмме тока и напряжения ваттметра указать угол φ=φu-φi.
4. Построить векторную топографическую диаграмму токов и напряжений.
5. Записать выражение для мгновенного значения тока i1 и построить график зависимости i1(ωt) в интервале от 0 до 2π.

6. Составить баланс мощностей







$$R_2 = 18$$
$$L_3 = 0.35$$
$$C_1 = 61\text{мкФ}$$
$$L_5 = 0.32$$
$$Em_1 = 30$$
$$Em_3 = 69$$
$$\phi_1 = 130$$
$$\phi_3 = 270$$
$$f = 42$$

1. Предварительные расчеты

1.1 Вычисление комплексов ЭДС ветвей

$$E = \mathrm{Re}E + j\mathrm{Im}E = Ee^{j\psi_e}$$
$$E = \frac{1}{\sqrt{2}}E_m; \mathrm{Re}E = E\cos\psi_e; \mathrm{Im}E = E\sin\psi_e$$

Для наших данных получим:
Для ЭДС E_1:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{m_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} * 30 = 21.213$$
$$\mathrm{Re}E_1 = E_1\cos\psi_{e_1} = 21.213 * \cos 130 = -13.636$$
$$\mathrm{Im}E_1 = E_1\sin\psi_{e_1} = 21.213 * \sin 130 = 16.250$$

Комплекс первой ЭДС: $E_1 = -13.636 + j16.250 = 21.213e^{j130}$
Для ЭДС E_3:

$$E_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{m_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} * 69 = 48.79$$
$$\mathrm{Re}E_3 = E_3\cos\psi_{e_3} = 48.79 * \cos 270 = 0$$
$$\mathrm{Im}E_3 = E_3\sin\psi_{e_3} = 48.79 * \sin 270 = -48.79$$

Комплекс первой ЭДС: $E_3 = 0 - j48.79 = 48.79e^{j270}$

1.2 Вычисление полных комплексных сопротивлений ветвей

Полное комплексное сопротивление ветви определяется по формуле:

$$Z = R + jX = R + j(X_l - X_c)$$

где R - сопротивление ветви
$X = X_l - X_c$ - реактивное сопротивление
$X_l = wL$ - реактивное индуктивное сопротивление
$X_c = \frac{1}{wC}$-реактивное емкостное сопротивление
$w = 2\pi f$ - угловая частота
Угловая частота:

$$w = 2\pi f = 263.89$$

Первая ветвь:

$$X_{C_1} = \frac{1}{wC_1} = 62.121 \text{ Ом}$$
$$Z_1 = -X_{C_1} = -j62.121 \text{ Ом}$$

Вторая ветвь:

$$R_2 = 18 \text{ Ом}$$
$$X_{L_5} = wL_5 = 84.446 \text{ Ом}$$
$$Z_2 = R_2 + jX_{L_5} = 18 + j84.446 = \text{ Ом}$$

Третья

$$X_{L_3} = wL_3 = 92.363 \text{ Ом}$$
$$Z_3 = X_{L_3} = j92.363 \text{ Ом}$$

Крч без j - x, с j - y, смотрим на расстояние и угол от 0,0 до координаты (на будущее)

2 Составить систему уравнений по законам кирхгофа

Задание:
составить систему уравнений по законам Кирхгофа, необходимую и достаточную для расчёта цепи. Систему составить в двух формах:

1. дифференциальной;
2. символической (комплексной). Расчёт полученных систем проводить не обязательно.

2.1 Для мгновенных значений (дифференциальная форма):

При составлении уравнений по законам Кирхгофа в дифференциальной форме нужно помнить связь между токами и напряжениями на отдельных элементах для мгновенных значений:
для активного сопротивления:

$$u = Ri$$

для индуктивности:

$$u = L\frac{di}{dt}$$

для емкости

$$u = \frac{1}{C}\int idt$$

Отметим для удобства три дополнительные точки: m, n и k, не являющиеся узлами. Данная цепь (рис. 1) имеет 3 ветви и 2 узла (a и b). Поэтому необходимо составить систему трёх уравнений с тремя неизвестными. Одно уравнение составим по 1-му закону Кирхгофа, два – по второму:
уравнение для узла a:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

уравнение для левого контура $anbma$:

$$\frac{1}{C_1}\int i_1dt - i_2R_2 - L_5\frac{di_2}{dt} = e_1$$

уравнение для правого контура $akbna$:

$$-L_3\frac{di_3}{dt}+i_2R_2+L_5\frac{di_2}{dt}=-e_3$$

Таким образом получим систему из трех интегро-дифференциальных уравнений с тремя неизвестными токами $i1$, $i2$, $i3$:

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3=0 \\ \frac{1}{C_1}\int i_1dt-i_2R_2-L_5\frac{di_2}{dt}=e_1 \\ -L_3\frac{di_3}{dt}+i_2R_2+L_5\frac{di_2}{dt}=-e_3 \end{cases}$$

Для комплексов (символическая форма):

Связь между комплексами токов и напряжений на отдельных элементах имеет вид:
для активного сопротивления:

$$\underline{U}=R\underline{I}$$

для индуктивности:

$$\underline{U}=jwL\underline{I}=jX_L\underline{I}$$

для емкости

$$\underline{U}=\frac{1}{jwC}\underline{I}=-jX_C\underline{I}$$

уравнение для узла a:

$$\underline{I_1}+\underline{I_2}+\underline{I_3}$$

уравнение для левого контура $anbma$.

$$-jX_{C_1}\underline{I_1}-R_2\underline{I_2}-jX_{L_5}\underline{I_2}$$

уравнение для правого контура $akba$.

$$jX_{L_5}\underline{I_2}+R_2\underline{I_2}-jX_{L_3}\underline{I_3}$$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \underline{I_1}+\underline{I_2}+\underline{I_3} \\ -jX_{C_1}\underline{I_1}-R_2\underline{I_2}-jX_{L_5}\underline{I_2} \\ jX_{L_5}\underline{I_2}+R_2\underline{I_2}-jX_{L_3}\underline{I_3} \end{cases}$$

3. Найти токи в ветвях

В общем случае уравнение для комплекса межузлового напряжения имеет вид:

$$\underline{U_{ab}}=\frac{\sum_k\frac{\pm E_k}{\underline{Z_k}}}{\sum_n\frac{1}{\underline{Z_n}}}$$

Вычисляем:

$$\underline{U_{ab}} = -13.586 - i124.994$$

Токи в ветвях найдем по закону Ома для активной ветви. **Знаки ЭДС и напряжения определяются относительно направления тока:**

$$\underline{I_1} = \frac{\underline{E_1} - \underline{U_{ab}}}{\underline{Z_1}} = -2.2737 - i0.00079976$$
$$\underline{I_2} = \frac{-\underline{U_{ab}}}{\underline{Z_2}} = 1.4486 + i0.1479$$
$$\underline{I_3} = \frac{\underline{E_3} - \underline{U_{ab}}}{\underline{Z_3}} = 0.8251 - i0.1471$$

4. Составить баланс мощностей

Задание: По результатам расчётов составить баланс комплексных мощностей источников и потребителей.
Баланс мощностей определяется для комплексной мощности, и заключается в том, что комплексная мощность, которую дают все источники в электрической цепи, равна комплексной мощности, которая тратится во всех потребителях:

$$\sum \underline{S}_{ист} = \sum \underline{S}_{потр}$$

С учётом выражения для комплексной мощности $S = UI*$, где $I*$ – сопряжённый комплекс тока (напомним, сопряжённые комплексы отличаются знаком мнимой части), получим:

$$\sum \underline{E} * \underline{I}^* = \sum \underline{U} * \underline{I}^*$$

Выразим комплексную мощность потребителей через их сопротивление:

$$\sum \underline{S_{потр}} = \sum \underline{U} * \underline{I}^* = \sum \underline{IZ} * \underline{I}^* = \sum Ie^{j\psi_I} \underline{Z} * Ie^{-j\psi_I} = \sum I^2 \underline{Z}$$

Где I^2 - квадрат модуля комплексного тока.
Итоговое выражение имеет вид:

$$\sum \underline{E} * \underline{I}^* = \sum I^2 \underline{Z}$$

Составим баланс мощности для аналитической цепи:
Мощность источников:

$$S_{ист} = \sum \underline{E} * \underline{I}^* = \underline{E_1} * \underline{I_1}^* + \underline{E_3} * \underline{I_3}^* = 38.168 - i77.213$$

Мощность потребителей:

$$S_{пот} = \sum I^2 \underline{Z} = \sum I_1^2 \underline{Z_1} + \sum I_2^2 \underline{Z_2} + \sum I_3^2 \underline{Z_3} = 38.168 - 77.213i$$

5. Показания ваттметра

Задание:
Рассчитать активную мощность двумя способами:

1. как действительную часть комплексной мощности;
2. используя коэффициент мощности (cosφ);
3. построить векторную диаграмму тока и напряжения в ветви, для которой был проведён расчёт показаний ваттметра, указать на диаграмме разность фаз φ.

5.1 Определить показание ваттметра как действительную часть комплексной мощности

Комплексная мощность определяется выражением:

$$\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = P + jQ$$

Ваттметр показывает активную мощность, следовательно, для действующих в ветви комплексов тока I и напряжения U , получим:

$$P = Re(\underline{S}) = Re(\underline{U} * \underline{I^*})$$

где $I*$ – сопряжённый комплекс тока в квадрате , ReS– действительная часть комплекса S. Ваттметр на рис. 1 включён так, что измеряет активную мощность участка (двухполюсника), расположенного справа от ваттметра. Комплекс тока этого двухполюсника I1, комплекс напряжения $U\ ab$. Подставив числовые значения, получим:

$$P = \mathrm{Re}((-13.586 - i124.994) * (-2.2737 + i0.00079976)) = 30.991 \text{ Вт}$$

5.2 Определить показание ваттметра используя коэффициент мощности ($\cos\varphi$)

$$\phi = \psi_{Uab} - \psi_{I_1} = arctg\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{U_{ab}})}{\mathrm{Re}(\underline{U_{ab}})}\right) - arctg\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{I_1})}{\mathrm{Re}(\underline{I_1})}\right) = -276.22$$

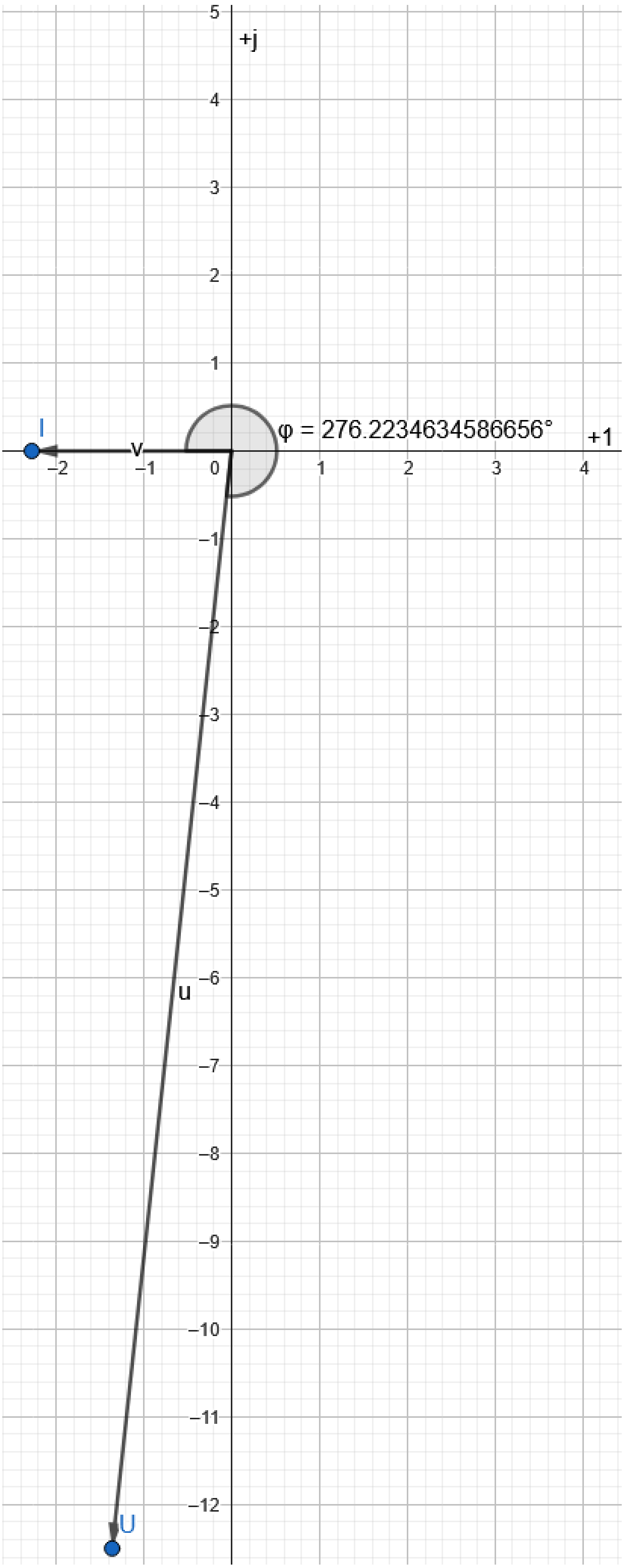
Тогда активная мощность:

$$P = U_{ab} * I_1 * \cos\phi = 125.73 * 2.2737 * \cos(-276.22) = 30.991$$

5.3 На векторной диаграмме тока и напряжения ваттметра указать угол $\phi = \psi_U - \psi_I$.

На комплексной плоскости построим векторы $U\ ab$ и I1.
Исходя из величин действующих значений комплексов Uab и I1, выберем масштабы

для векторов напряжения и тока: $m_I = 1\frac{А}{\text{см}}$; $m_U = 10\frac{В}{см}$

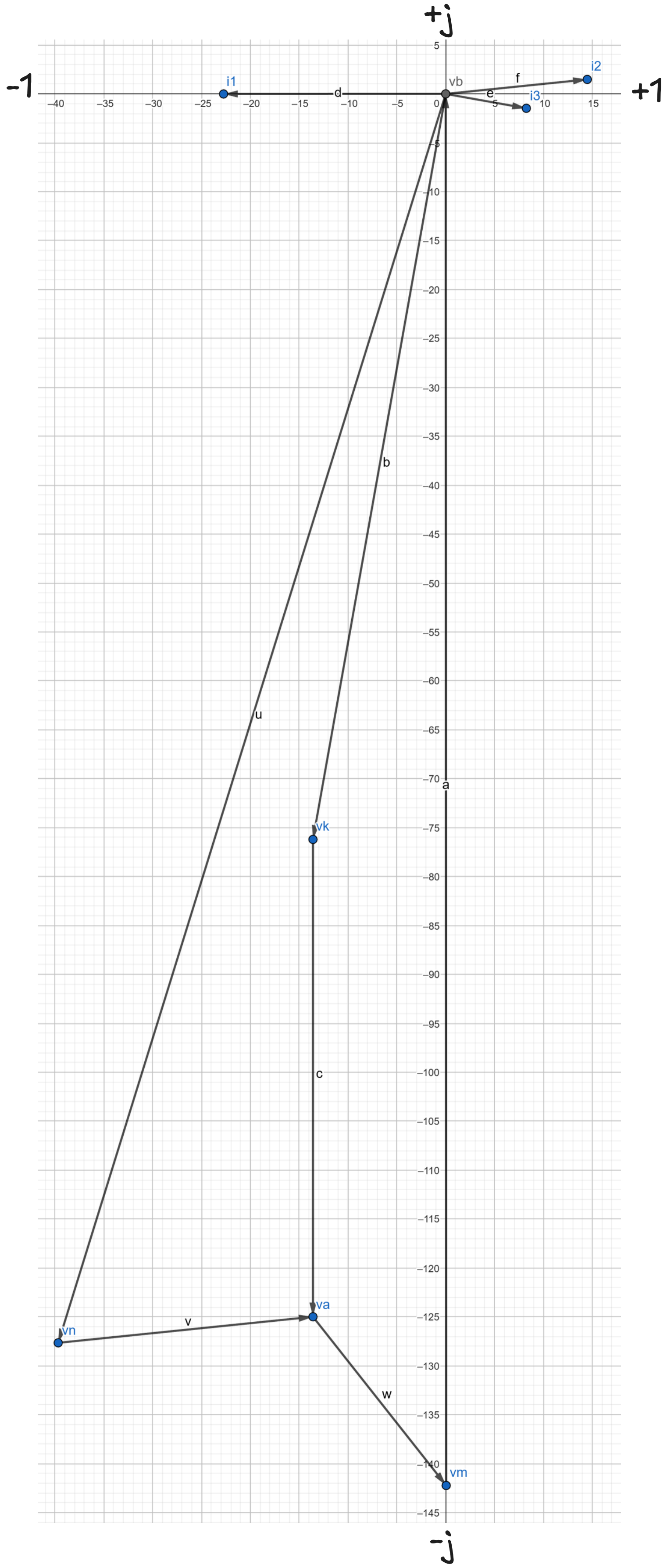

φ = 276.2234634586656°
+j
+1
I
U
v
u
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−11
−12
−2
−1
1
2
3
4

6. ПОСТРОИТЬ ВЕКТОРНУЮ ТОПОГРАФИЧЕСКУЮ ДИАГРАММУ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ

Задание - Отобразить на комплексной плоскости действующие в цепи токи и напряжения:

1. построить векторную диаграмму токов;
2. построить топографическую диаграмму напряжений на всех имеющихся в цепи активных и пассивных элементах.
   Векторная топографическая диаграмма токов и напряжений – это изображение на комплексной плоскости векторов всех токов и напряжений на всех элементах цепи. Причём векторы напряжений должны быть расположены в том же порядке, что и элементы цепи. Рекомендуется сначала разместить на комплексной плоскости точки, соответствующие комплексным потенциалом всех точек цепи, а потом соединить соседние точки. Тогда каждый отрезок диаграммы будет соответствовать элементу цепи.
   Выберем за уровень отсчёта потенциала точку b на рис. 1: $V\ b$ =0.
   Тогда потенциалы остальных точек могут быть найдены путём подсчёта изменения потенциала при движении от точки b (или от других точек с известным потенциалом) к этим точкам. При выборе исходной точки и пути можно руководствоваться простотой расчётов.

$$V_b = 0$$
$$V_a = V_b + U_{ab} = -13.586 - j124.994$$
$$V_n = V_a - I_2 * R_2 = -39.662 - j127.657$$
$$V_k = V_a - E_3 = -13.586 - j76.204$$
$$V_m = V_a - E_3 = 0.049682 - j141.24$$



7. ПОСТРОИТЬ ВРЕМЕННУЮ ДИАГРАММУ ТОКА В ПЕРВОЙ ВЕТВИ

Задание: Построить временную диаграмму (осциллограмму) тока в первой ветви:

1. записать выражение для мгновенного значения тока в первой ветви;
2. построить график функции $i1(\omega t)$ в интервале от 0 до 2π.
   Выражение для мгновенного значения тока имеет вид:

$$i = I_m \sin(wt + \psi_i)$$

Где $I_m = \sqrt{2}I$ - амплитуда тока
I - среднеквадратическое (действующее) значение тока;
$w = 2\pi f$ - угловая частота
ψ_i - начальная фаза тока $\psi_i = arctg\left(\frac{-2.2737}{-7.9976}\right) = 0.020154$
Для первой ветви получим:

1. Среднеквадратичное (действующее) значение тока: $I_1 = 2.2737$
2. Амплитуда тока: $I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} * 2.2737 = 3.2155$
3. Начальная фаза тока I_1: $\psi_i = arctg\left(\frac{-2.2737}{-7.9976}\right) = 0.020154$
4. Частота: $w = 0 \dots 2\pi$
   В итоге получаем:

$$i_1 = 3.2155 \sin(wt - 0.020154 \text{ град})$$