Кафедра Прикладной математики
Института информационных технологий
РТУ МИРЭА

Дисциплина «Вычислительная математика»

2024-2025 у.г.

Лекция 2. Интерполяция и аппроксимация.

Часть 1. Основные понятия

Определение

- **Интерполяция** - это метод численного анализа, который используется для нахождения новых точек на заданном отрезке на основе известных данных.
- **Интерполяционные узлы** - это точки, через которые должна проходить интерполяционная функция.
- **Полином (многочлен)** — это математическое выражение, состоящее из суммы конечного числа членов, каждый из которых представляет собой произведение постоянного коэффициента и переменной, возведенной в неотрицательную целую степень.
- **Интерполяционный полином** - полином, который проходит через все заданные интерполяционные узлы.

Если набор точек $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, то
$\boldsymbol{x_i}$ **- это интерполяционные узлы**, а $\boldsymbol{y_i}$ **- значения функции в этих узлах**.

Полином

Полином $P(x)$ от одной переменной x имеет вид:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0,$$

где n — неотрицательное целое число, называемое степенью полинома; a_n, a_{n-1},…, a_1, a_0 — коэффициенты полинома, где $a_n \neq 0$.

Примеры простых полиномов:

- Линейный полином: $P(x) = 2x + 3$
- Квадратный полином: $P(x) = x^2 - 4x + 4$
- Кубический полином: $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 1$

Свойства полинома

<u>Сложение и вычитание</u>

Полиномы можно складывать и вычитать, при этом результатом будет полином. Например:

$$(3x^2 + 2x + 1) + (x^2 - x + 4) = 4x^2 + x + 5$$

<u>Умножение</u>

Полиномы можно умножать друг на друга, результатом также будет полином. Например:

$$(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$$

<u>Деление</u>

Полиномы можно делить друг на друга, при этом результатом может быть частное и остаток, которые тоже являются <u>полиномами</u>.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 8 & x^2 - 3 \\ \hline -\; x^3 - 3x \qquad & \boxed{x - 5} \leftarrow \text{частное} \\ \hline -5x^2 + 3x + 8 & \\ -\; -5x^2 + 15 \qquad & \\ \hline \boxed{3x - 7} & \leftarrow \text{остаток} \end{array}$$

Свойства полинома

Корни полинома

Значение переменной x, при котором полином равен нулю, называется корнем полинома. Например, для полинома $P(x) = x^2 - 5x + 6$ корнями являются $x = 2$ и x=3.

Дифференцирование

Полиномы можно дифференцировать, при этом результатом также будет полином. Например:

$$\frac{d}{dx}(3x^3 + 2x^2 + x) = 9x^2 + 4x + 1$$

Теорема о разложении полинома на множители

- Теорема. Для произвольного полинома $P(x)$ степени $n \geq 1$ существует его представление в виде произведения линейных множителей.
- Доказательство. Рассмотрим многочлен $P(x)$ степени n, который имеет n корней $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}$. Многочлен можно записать в общем виде:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

Если x_0 является корнем многочлена $P(x)$, то $P(x_0) = 0$. Это означает, что многочлен $P(x)$ можно разложить на множители, содержащие $(x - x_0)$:

$$P(x) = (x - x_0) Q(x),$$

где $Q(x)$— многочлен степени $n - 1$.

Теорема о разложении полинома на множители

Так как $P(x)$ имеет n корней, то можно применить этот процесс рекурсивно.

Продолжая этот процесс, мы получим:

$$P(x) = (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-2})(x - x_{n-1})S(x),$$

где $S(x)$ — многочлен степени 0, то есть константа. Обозначим эту константу за C, тогда:

$$P(x) = C(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-2})(x - x_{n-1}),$$

где C — коэффициент, равный ведущему коэффициенту a_n многочлена $P(x)$.

Некоторые особенности интерполяции

- Решение задачи экстраполяции (прогнозирование поведения функции вне рассматриваемого диапазона) на основе построенного интерполяционного полинома может быть некорректным;
- высокая степень полиномов может приводить к численной неустойчивости решений;
- для расчёта полинома необходимо адекватное количество узлов;
- при построении полиномов предполагается, что данные обладают свойством гладкости.

Часть 2. Интерполяционные многочлены

Постановка задачи приближения функций

Задача приближения функций возникает при решении многих задач и состоит в представлении некоторых известных или неизвестных функций с помощью других, более простых функций.

Дано: - конечное число точек эвклидова пространства $x_i, i = 0,1, \dots, n$

- значения некоторой функции $f(x_i)$ в этих точках

Требуется: построить максимально простую функцию $g(x)$, значения которой совпадают со значениями функции $f(x)$ в заданных точках

Точность аппроксимации ε: $|f(x) - g(x)| < \varepsilon$

Постановка задачи приближения функций

Приближение функции $y = f(x)$, которая задана таблицей

i	0	1	2	…	n
x_i	x_0	x_1	x_2	…	x_n
$f(x_i)$	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	…	$f(x_n)$

Задача вычисления заданной функции в точках, которые отсутствуют в таблице - задача интерполирования, или интерполяции.

Точка z $(z \neq x_i, i = 0, 1, \dots, \mathrm{n}) \in [x_0, x_n]$ – точка интерполяции.

Точка z вне промежутка — точка экстраполяции.

Интерполяционный полином

Теорема. Для любого набора из $n+1$ узла $x_0, x_1, \ldots, x_n$ и значений функции f в этих узлах существует единственный интерполяционный многочлен $P_n(x)$ степени не выше n, который проходит через все заданные точки, то есть $P_n(x_i) = f(x_i)$ для всех $i = 0, 1, \ldots, n$.

Доказательство. Предположим, что существуют два интерполяционных полинома $P_n(x)$ и $Q_n(x)$, которые удовлетворяют условиям $P_n(x_i) = f(x_i)$ и $Q_n(x_i) = f(x_i)$ для всех $i = 0, 1, \ldots, n$.

Интерполяционный полином

Рассмотрим $R(x) = P_n(x) - Q_n(x)$ — многочлен степени не выше n, который имеет $n+1$ корень в точках $x_0, x_1, \dots, x_n$.

Многочлен степени не выше n может иметь не более n корней!

$$\Longrightarrow \quad R(x) \equiv 0.$$

$$\Longrightarrow \quad P_n(x) = Q_n(x)$$

$\blacksquare$

Интерполяционный полином в форме Лагранжа

Полином общего вида:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Подставим координаты точек, определяющих функцию: $P_n(x_i) = y_i, i = 0,1,\dots,n$.

$$\begin{cases} a_n x_0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + \dots + a_1 x_0 + a_0 = f(x_0) \\ a_n x_1^n + a_{n-1} x_1^{n-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0 = f(x_1) \\ \dots \\ a_n x_n^n + a_{n-1} x_n^{n-1} + \dots + a_1 x_n + a_0 = f(x_n) \end{cases}$$

Так как $x_i \neq x_j$ $\Rightarrow$ определитель системы не равен нулю

$\Rightarrow$ Система имеет единственное решение.

Недостаток: очень затратно по времени и вычислительным ресурсам!

Интерполяционный полином в форме Лагранжа

Интерполяционный полином в форме Лагранжа в общем виде:

$$L_n(x) = f(x_0)l_0(x) + f(x_1)l_1(x) + \dots + f(x_n)l_n(x),$$

$l_i(x)$ – базисные полиномы Лагранжа:

$$l_i(x_j) = \delta_{ij},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера

$$\delta_{ij} = 1,\ i=j,$$
$$\delta_{ij} = 0,\ i \neq j.$$

Базисные полиномы: $$l_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_i}{x_i - x_j}$$

Интерполяционный полином в форме Лагранжа

Общий вид интерполяционного многочлена в форме Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \cdot \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_i}{x_i - x_j}$$

Развёрнутая формула интерполяционного полинома Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \cdots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \cdots (x_i - x_n)}.$$

Интерполяционный полином в форме Лагранжа

Пример 1. Функция $y = f(x)$ задана следующей таблицей:

i	0	1	2	3	4
x_i	0	0,1	0,15	0,20	0,25
y_i	0,02	0,10	0,01	0,25	0,15

Найти многочлен Лагранжа, интерполирующий данную функцию.

Решение:

$$L_4(x) = 0{,}02 \cdot \frac{(x-0{,}1)(x-0{,}15)(x-0{,}20)(x-0{,}25)}{(0-0{,}1)(0-0{,}15)(0-0{,}20)(0-0{,}25)} +$$

$$+0{,}1 \cdot \frac{(x-0)(x-0{,}15)(x-0{,}20)(x-0{,}25)}{(0{,}1-0)(0{,}1-0{,}15)(0{,}1-0{,}20)(0{,}1-0{,}25)} +$$

$$+0{,}01 \cdot \frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}20)(x-0{,}25)}{(0{,}15-0)(0{,}15-0{,}1)(0{,}15-0{,}20)(0{,}15-0{,}25)} +$$

$$+0{,}25 \cdot \frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}15)(x-0{,}25)}{(0{,}20-0)(0{,}20-0{,}1)(0{,}20-0{,}15)(0{,}20-0{,}25)} +$$

$$+0{,}15 \cdot \frac{(x-0)(x-0{,}1)(x-0{,}15)(x-0{,}20)}{(0{,}25-0)(0{,}25-0{,}1)(0{,}25-0{,}15)(0{,}25-0{,}20)}$$

$$\boxed{L_4(x) = -5240{,}00x^4 + 2774{,}67x^3 - 462{,}10x^2 + 24.50x + 0{,}02}$$

$$x = 0, L_4(0) = 0{,}02$$

$$x = 0{,}10, L_4(0{,}10) = -0{,}5240 + 2{,}77 - 4{,}62 + 2{,}45 + 0{,}02 = 0{,}096$$

$$x = 0{,}15, L_4(0{,}15) = -2{,}652 + 9{,}364 - 10{,}397 + 3{,}675 + 0{,}02 = 0{,}0095$$

$$x = 0{,}20, L_4(0{,}20) = -8{,}384 + 22{,}197 - 18{,}484 + 4{,}9 + 0{,}02 = 0{,}249$$

$$x = 0{,}25, L_4(0{,}25) = -20{,}468 + 43{,}354 - 28{,}881 + 6{,}125 + 0{,}02 = 0{,}149$$

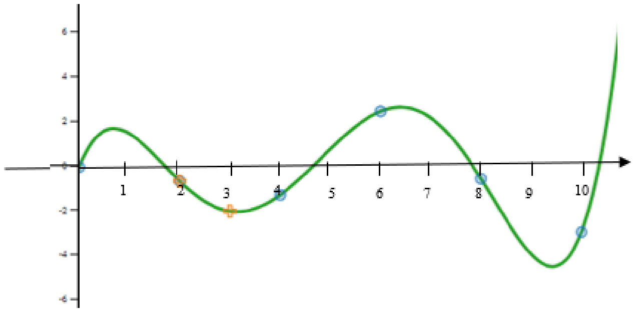
Интерполяционный полином в форме Лагранжа

Пример 2. Значения функции $\boldsymbol{y = cos(x)\cdot\sqrt{x}}$ вычислены в 6 точках, которые получены методом случайной выборки для различных моментов времени.

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0	2	4	6	8	10
y_i	0,0	-0,6	-1,2	2,4	-0,5	-2,8

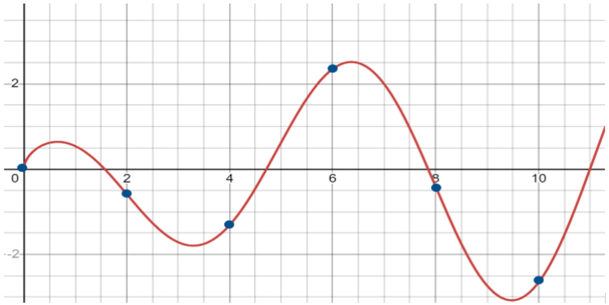
Необходимо построить многочлен в форме Лагранжа для представленного набора значений.

Решение: Многочлен в форме Лагранжа, который строится на основании шести значений, представляет собой полином 5 степени. Результат построения полинома в форме Лагранжа показан в графическом виде.



Полином Лагранжа

$$L(x) = \frac{109}{12800}x^5 - \frac{803}{3840}x^4 + \frac{1117}{640}x^3 - \frac{5413}{960}x^2 + \frac{2213}{400}x$$



Оригинал функции $f(x) = \cos(x)\cdot\sqrt{x}$

Конечные разности

Пусть функция $y = f(x)$ задана в точках $x_i = x_0 + ih$,
где h – постоянная величина (шаг); i— целое.

Определение.

Конечной разностью первого порядка называется величина

$$\Delta y_i = f(x_{i+1}) - f(x_i), \qquad x_i \in [x_0, x_n].$$

Конечная разность второго порядка определяется по первой конечной разности:

$$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$$

Конечная разность n–ого порядка определяется через рекуррентное соотношение:

$$\Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_{i+1} - \Delta^{n-1} y_i$$

Вычисление конечных разностей

Конечные разности любого порядка могут быть выражены через значения функции.

Для конечной разности второго порядка:

$$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i =$$

$$= f(x_{i+2}) - f(x_{i+1}) - f(x_{i+1}) + f(x_i) =$$

$$= f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) + f(x_i)$$

$$\boxed{\Delta^2 y_i = y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}$$

Конечная разность n – ого порядка:

$$\boxed{\Delta^n y_i = y_{i+n} - C_n^1 y_{i+n-1} + C_n^2 y_{i+n-2} - \dots + (-1)^n y_i,}$$

где $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}, i = 0,1,\dots,n$

Таблица конечных разностей:

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	…
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$		
x_3	y_3	Δy_3			
x_4	y_4				
…	…				

Первая интерполяционная формула Ньютона

Функция $y = f(x)$ задана в точках $x_i = x_0 + ih, i = 0, 1, \dots, n$.

Определим многочлен степени n соотношением

$$N_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n\,(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1}).$$

Подставим вместо x значения заданных точек, начиная с x_0 :

$$N_n(x_0) = y_0 = a_0;$$

$$N_n(x_1) = y_1 = a_0 + a_1(x_1 - x_0) = a_0 + a_1 h$$

$$N_n(x_2) = y_2 = a_0 + a_1(x_2 - x_0) + a_2(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) = a_0 + a_1 2h + a_1 2h^2$$

$$\dots$$

$$y_0 = a_0$$

Отсюда находим:

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{h} = \frac{\Delta y_0}{h}$$

$$a_2 = \frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{2h^2} = \frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}$$

$$\dots$$

$$\boxed{a_k = \frac{\Delta^k y_0}{k!\,h^k}}$$

Первая интерполяционная формула Ньютона

$$N_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}(x - x_0)(x - x_1) + $$
$$+ \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!\,h^2}(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1}).$$

Пример 3. Функция $y = f(x)$задана следующей таблицей:

i	0	1	2	3	4
x_i	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
y_i	0,1202	0,2317	0,3410	0,4795	0,5841

Требуется найти многочлен Ньютона, интерполирующий данную функцию.

Решение: Составим таблицу конечных разностей.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
0,05	0,1202	0,1115	−0,0022	0,0314	-0,0945
0,10	0,2317	0,1093	0,0292	−0,0631	
0,15	0,3410	0,1385	−0,0339		
0,20	0,4795	0,1046			
0,25	0,5841				

Так как n = 4, h = 0,05, то имеем:

$$N_4(x) = 0.1202 + \frac{0.1115}{0,05}(x - 0,05) - \frac{0,0022}{2\cdot(0,05)^2}(x - 0,05)(x - 0,10) +$$
$$+ \frac{0,0314}{3!\cdot(0,05)^3}(x - 0,05)(x - 0,10)(x - 0,15) -$$
$$- \frac{0,0945}{4!\cdot(0,05)^4}(x - 0,05)(x - 0,10)(x - 0,15)(x - 0,20)$$

Окончательно:

$$N_4(x) = -0,1195 + 7,3871x - 68,3738x^2 + 359,4069x^3 - 635,0806x^4.$$

Вторая интерполяционная формула Ньютона

Интерполяционный многочлен Ньютона второго рода в общем виде:

$$N2_n(x) = a_0 + a_1(x - x_n) + a_2(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \cdots + a_n\,(x - x_n)(x - x_{n-1})\cdots(x - x_1).$$

Снова подставим вместо x значения заданных точек, но теперь начиная с x_n .
Получим коэффициенты:

$$a_0 = y_{\mathrm{n}}$$

$$a_1 = \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = \frac{\Delta y_{n-1}}{h}$$

$$a_2 = \frac{y_n - 2y_{n-1} + y_{n-2}}{2h^2} = \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!\,h^2}$$

$$\ldots$$

$$a_n = \frac{\Delta^n y_0}{n!\,h^n}$$

Окончательно, вторая интерполяционная формула Ньютона:

$$\boxed{N2_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h}(x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!\,h^2}(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!\,h^n}(x - x_n)(x - x_{n-1})\cdots(x - x_1)}$$

Сплайн-интерполяция

- **Сплайн** — это кусочно-заданная функция, состоящая из набора полиномов низкой степени, которые соединяются таким образом, чтобы обеспечить гладкость и непрерывность на стыках.

- **Сплайн-интерполяция** — это метод численного анализа, используемый для построения гладких функций, которые проходят через заданный набор точек.

В отличие от полиномиальной интерполяции, сплайны позволяют избежать проблем, связанных с осцилляциями и нестабильностью полиномов высокой степени.

Кубические сплайны

Являются наиболее распространённым типом. Формула для сегмента между x_i и x_{i+1}:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3.$$

При построении кубических сплайнов необходимо выполнение условий:

1) Условие интерполяции - $S_i(x_i) = y_i$ и $S_i(x_{i+1}) = y_{i+1}$;

2) Условие гладкости - $S_i{}'(x_{i+1}) = S_{i+1}{}'(x_{i+1})$ и $S_i{}''(x_{i+1}) = S_{i+1}{}''(x_{i+1})$;

3.1) Натуральные граничные условия - $S''(x_0) = 0$ и $S''(x_n) = 0$;

3.2) Полные граничные условия - $S'(x_0) = f'(x_0)$ и $S'(x_n) = f'(x_0)$.

Часть 3. Аппроксимация

Аппроксимация

- **Аппроксимация** — это процесс приближения сложной функции или набора данных более простой функцией, которая может быть полиномом, тригонометрическим рядом, экспонентой и т.д.
- Цель аппроксимации заключается в упрощении анализа и вычислений, а также в получении приблизительных значений, которые достаточно близки к исходным данным.

Аппроксимация

Некоторые виды аппроксимации:

- **Полиномиальная аппроксимация** - использование полиномов для аппроксимации данных или функций.
- **Сплайн-аппроксимация** - использование кусочно-полиномиальных функций, таких как линейные, квадратичные или кубические сплайны.
- **Тригонометрическая аппроксимация** - аппроксимация периодических функций с помощью тригонометрических рядов.
- **Экспоненциальная аппроксимация** - использование экспоненциальных функций для аппроксимации данных, особенно полезно для проведения оценок экспоненциального роста или убывания.

Метод наименьших квадратов (МНК)

Подход в регрессионном анализе, который используется для нахождения наилучшего приближения зависимой переменной (например, данных наблюдений) в виде линейной комбинации одной или нескольких независимых переменных.

Идея метода - минимизация суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений от соответствующих значений, предложенных моделью.

Цель применения метода - найти параметры модели, минимизирующие сумму квадратов отклонений между наблюдаемыми значениями и значениями, предложенными моделью.

Метод наименьших квадратов (МНК)

Рассмотрим простейший случай — линейную регрессию, где мы ищем линейную зависимость вида: y=a+bx где y — зависимая переменная, x — независимая переменная, a и b — параметры модели.

Тогда задача МНК:

$$S(a, b) = \sum_{i=0}^{n} \left(y_i - (a + bx_i)\right)^2 \to min.$$

Метод наименьших квадратов (МНК)

Частные производные от каждой переменной:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a} = -2\sum\limits_{i=0}^{n}\big(y_i - (a + bx_i)\big) = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a} = -2\sum\limits_{i=0}^{n}\big(y_i - (a + bx_i)\big)x_i = 0 \end{cases}$$

Упростим выражение:

$$\begin{cases} \mathrm{na} + \mathrm{b}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \\ \mathrm{a}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i + \mathrm{b}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i \end{cases}.$$

Метод наименьших квадратов (МНК)

В результате преобразований получаем формулы для коэффициенты для b и a соответственно:

$$\begin{cases} a = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i - \mathrm{b}\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \\ \mathrm{b} = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \end{cases}$$

Пример

Пусть имеется набор данных вида:

x	1	2	3	4	5
y	2	3	5	7	11

Требуется получить методом наименьших квадратов линейное приближение представленных данных.

Посчитаем необходимые суммы для определения коэффициентов:

$$\sum x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15;$$

$$\sum y = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 28;$$

$$\sum x^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55;$$

$$\sum xy = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 11 = 106.$$

Пример

Вычисленные значения подставляем в систему уравнений:

$$\begin{cases} a = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i - \mathrm{b}\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \\ \mathrm{b} = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \end{cases}$$

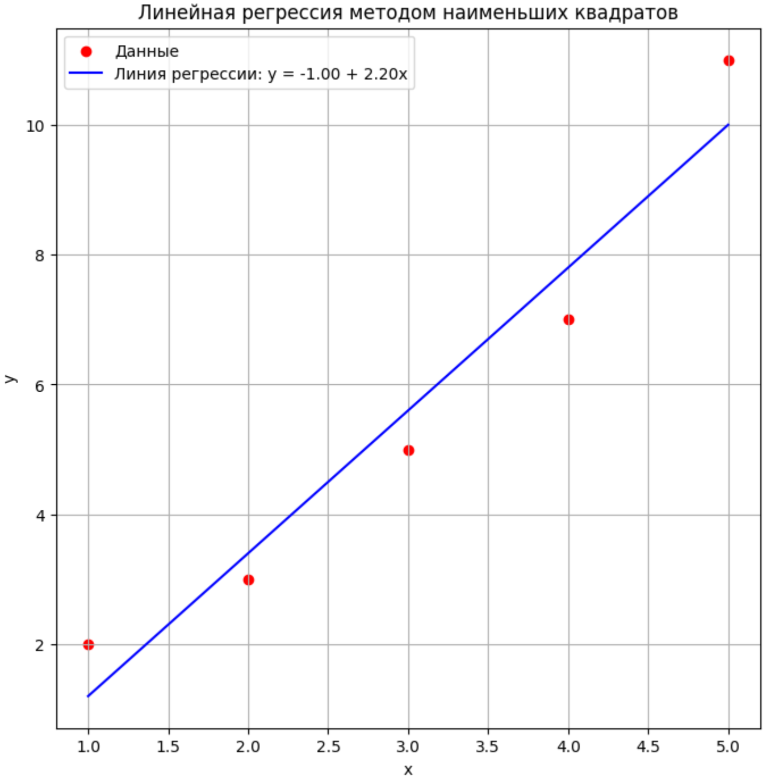
Получаем:

$$\begin{cases} a = \dfrac{28 - 2.2 \cdot 15}{5} = \dfrac{28 - 33}{5} = \dfrac{-5}{5} = -1 \\ \mathrm{b} = \dfrac{5 \cdot 106 - 15 \cdot 28}{5 \cdot 55 - 15^2} = \dfrac{530 - 420}{275 - 225} = \dfrac{110}{50} = 2.2 \end{cases}$$

Пример

Таким образом, получаем уравнение, аппроксимирующее данные:

$$y = -1 + 2.2x.$$



Резюме

- Рассмотрены основные аспекты задачи интерполяции;
- Рассмотрены основные аспекты задачи аппроксимации.