

ДЗ 1

Часть 1

Дано:

$$R_1 = 15,$$

$$R_2 = 28,$$

$$R_3 = 17,$$

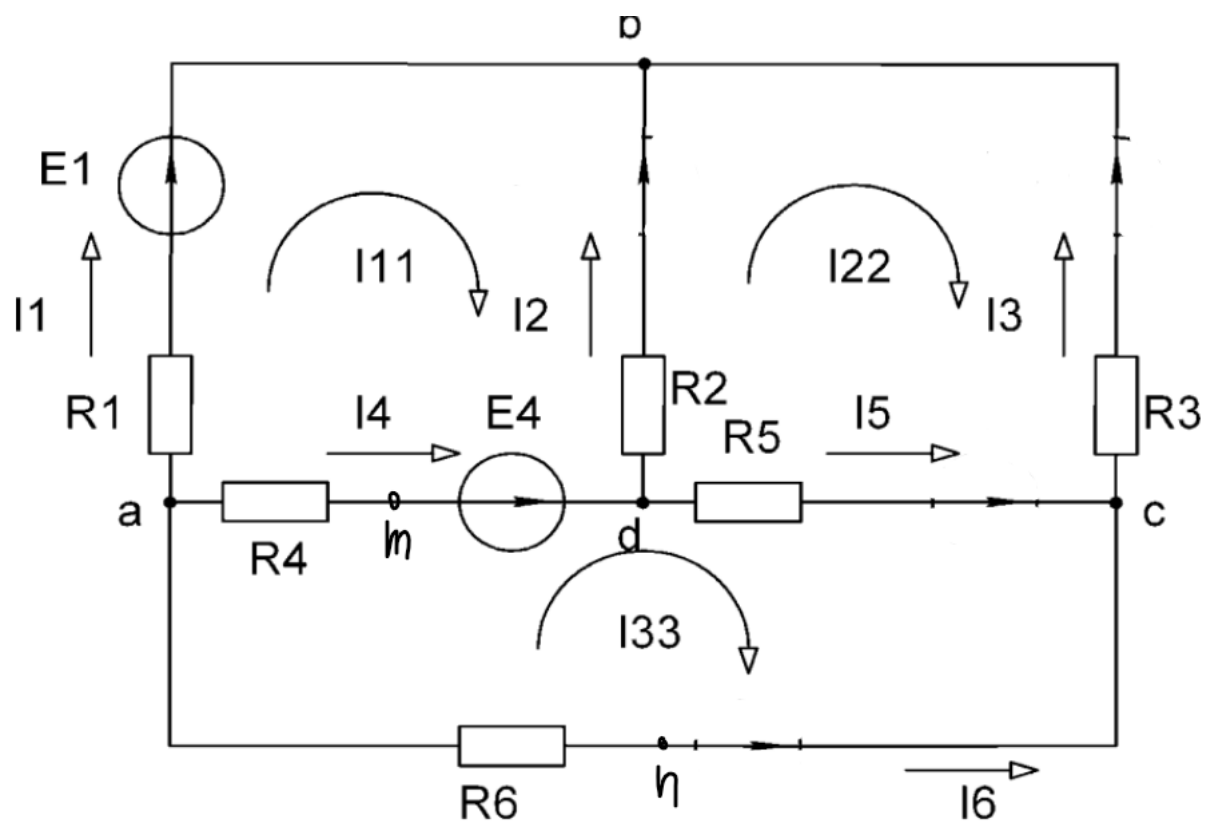
$$R_4 = 62,$$

$$R_5 = 38,$$

$$R_6 = 21,$$

$$E_1 = 13,$$

$$E_4 = 14$$



1.1 Определить токи во всех ветвях методом непосредственного законов Кирхгофа

узел а: $-I_1 - I_4 - I_6 = 0$

узел b: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

узел с: $-I_3 + I_5 + I_6 = 0$

контур abdma: $I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_4 R_4 = E_1 - E_4$

контур dbcd: $I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_5 R_5 = 0$

контур amdcna: $I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_6 R_6 = E_4$

Получается система уравнений

$$\begin{cases} -I_1 - I_4 - I_6 = 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ -I_3 + I_5 + I_6 = 0 \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_4 R_4 = E_1 - E_4 \\ I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_5 R_5 = 0 \\ I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_6 R_6 = E_4 \end{cases}$$

Решим систему уравнений с помощью матриц, представив систему в виде: $(R)(I) = (E)$.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 15 & -28 & 0 & -62 & 0 & 0 \\ 0 & 28 & -17 & 0 & -38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 62 & 38 & -21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 13 - 14 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix}$$

После решения данной системы, получим следующие значения токов:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78341/357043 \\ -3921/357043 \\ -74420/357043 \\ 26483/357043 \\ 30404/357043 \\ -104824/357043 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2194 \\ -0.010982 \\ -0.2084 \\ 0.074173 \\ 0.085155 \\ -0.2936 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = 0.2194;$$

$$I_2 = -0.010982;$$

$$I_3 = -0.2084;$$

$$I_4 = 0.074173;$$

$$I_5 = 0.085155;$$

$$I_6 = -0.2936$$

1.2 Составить баланс мощностей

Уравнение баланса мощностей для цепи постоянного тока имеет вид:

$$\sum_n R_n I_n^2 = \sum_k \pm I_k E_k$$

$$R_1 * I_1^2 + R_2 * I_2^2 + R_3 * I_3^2 + R_4 * I_4^2 + R_5 * I_5^2 + R_6 * I_6^2 = I_4 E_4 + I_6 E_6$$

Подставив числа, получаем:

$$\begin{aligned} &15 * 0.2194^2 + 28 * (-0.010982)^2 + 17 * (-0.2084)^2 + \\ &+ 62 * 0.074173^2 + 38 * 0.085155^2 + 21 * (-0.2936)^2 = \\ &= 13 * 0.2194 + 14 * 0.074173 \\ &3,8906 = 3,8906 \end{aligned}$$

Баланс сошелся

Часть 2

По закону контурных токов, надо найти контурные токи, а затем по ним рассчитать токи в ветвях.

Система уравнений для контурных токов:

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 - E_4 \\ 0 \\ E_4 \end{pmatrix}$$

Решаем, получается:

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2194 \\ 0.2084 \\ 0.2936 \end{pmatrix}$$

Находим значения токов в ветвях:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = 0.2194 \\ I_2 &= I_{22} - I_{11} = 0.2084 - 0.2194 \\ I_3 &= -I_{22} = -0.2084 \\ I_4 &= I_{33} - I_{11} = 0.2936 - 0.2194 \\ I_5 &= I_{33} - I_{22} = 0.2936 - 0.2084 \\ I_6 &= -I_{33} = -0.2936 \end{aligned}$$

Получаем:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = 0.2194 \\ I_2 &= -0.011000 \\ I_3 &= -0.2084 \\ I_4 &= 0.074200 \\ I_5 &= 0.085200 \\ I_6 &= -0.2936 \end{aligned}$$

Ответы сходятся