



МИРЭА – Российский технологический университет
Кафедра вычислительной техники

Теория автоматов

Практическая работа №2:

Проектирование синхронных цифровых автоматов

Задача на вычисление свертки числа по заданному модулю

Старший преподаватель:
Боронников Антон Сергеевич
antboronnikov@mail.ru

Москва 2023



Задание

Спроектировать автомат, который вычисляет свертку по mod 3 для положительного числа, поступающего последовательно по одному разряду, начиная с младшего. Текущее значение свертки присутствует на двухразрядном выходе.



Теоретический минимум

Признак деления числа на 3 без остатка в десятичной системе счисления: если сумма всех его цифр делится на 3, то и само число также делится на три.

$123_{10} : 1+2+3 = 6, 6:3=2 \Rightarrow 123$ делится на 3 без остатка

$457_{10} : 4+5+7 = 16, 16:3=5 \text{ (ост. 1)} \Rightarrow 457$ не делится на 3 без остатка



Теоретический минимум

То же самое правило действует и для остатков от деления:

$$457_{10} : 4+5+7 = 16, 16 : 3 = 5 \text{ (ост. 1)} \Rightarrow 457 : 3 = 152 \text{ (ост. 1)}$$

$$857_{10} : 8+5+7 = 20, 20 : 3 = 6 \text{ (ост. 2)} \Rightarrow 857 : 3 = 285 \text{ (ост. 2)}$$



Теоретический минимум

Для числа в степени:

$$10^1_{10} : 10 \bmod 3 = 1$$

$$10^2_{10} : 100 \bmod 3 = 1$$

...

$$10^5_{10} : 100000 \bmod 3 = 1$$

...

$$10^x_{10} : 10^x_{10} \bmod 3 = 1$$



Теоретический минимум

Для нахождения остатка от деления на число X в двоичной системе счисления необходимо разложить число на группы, длина которых соответствует s в выражении:

$$(2^s)^k \bmod X = 1$$

Для $\bmod 3$ $s=2$:

$$(2^2)^k \bmod 3 = 1$$

$$\begin{aligned} (\dots + 4^3 d_3 + 4^2 d_2 + 4 d_1 + d_0) \bmod 3 &= (\dots + d_3 + d_2 + d_1 + d_0) \bmod 3 = \\ &= (\dots + (d_3 + (d_2 + (d_1 + (d_0) \bmod 3) \bmod 3) \bmod 3) \bmod 3) \bmod 3 \end{aligned}$$



Решение

Для определения разряда в группе, в проектируемом автомате дополнительно следует поставить на вход счетчик ***st*** по модулю ***s***.

Количество состояний – кол-во вариантов выражения $X \bmod 3$ (3: 0, 1, 2).

Если на вход **in** поступает «0» - свертка не изменяется – **+0**.

Если на вход **in** поступает «1»:

- Если очередной разряд на нулевом разряде группы ($st = 0$), то свертка увеличивается на вес разряда – **$+1 \cdot 2^0(+1)$** ;
- Если очередной разряд на первом разряде группы ($st = 1$), то свертка увеличивается на вес разряда – **$+1 \cdot 2^1(+2)$** ;

Q \ in	0 +0	1 +1	1 +2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

вх: 1011101 <-мл.разр.

вых: 0221211 <-мл.разр.



Решение. Автоматная таблица

Автоматная таблица:

Q \ in	0 +0	1 +1	1 +2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1



Q \ in,st	00	01	10	11
0	0	0	1	2
1	1	1	2	0
2	2	2	0	1

Кодирование состояний по значению свертки, чтобы не вычислять дополнительно выходную логику:

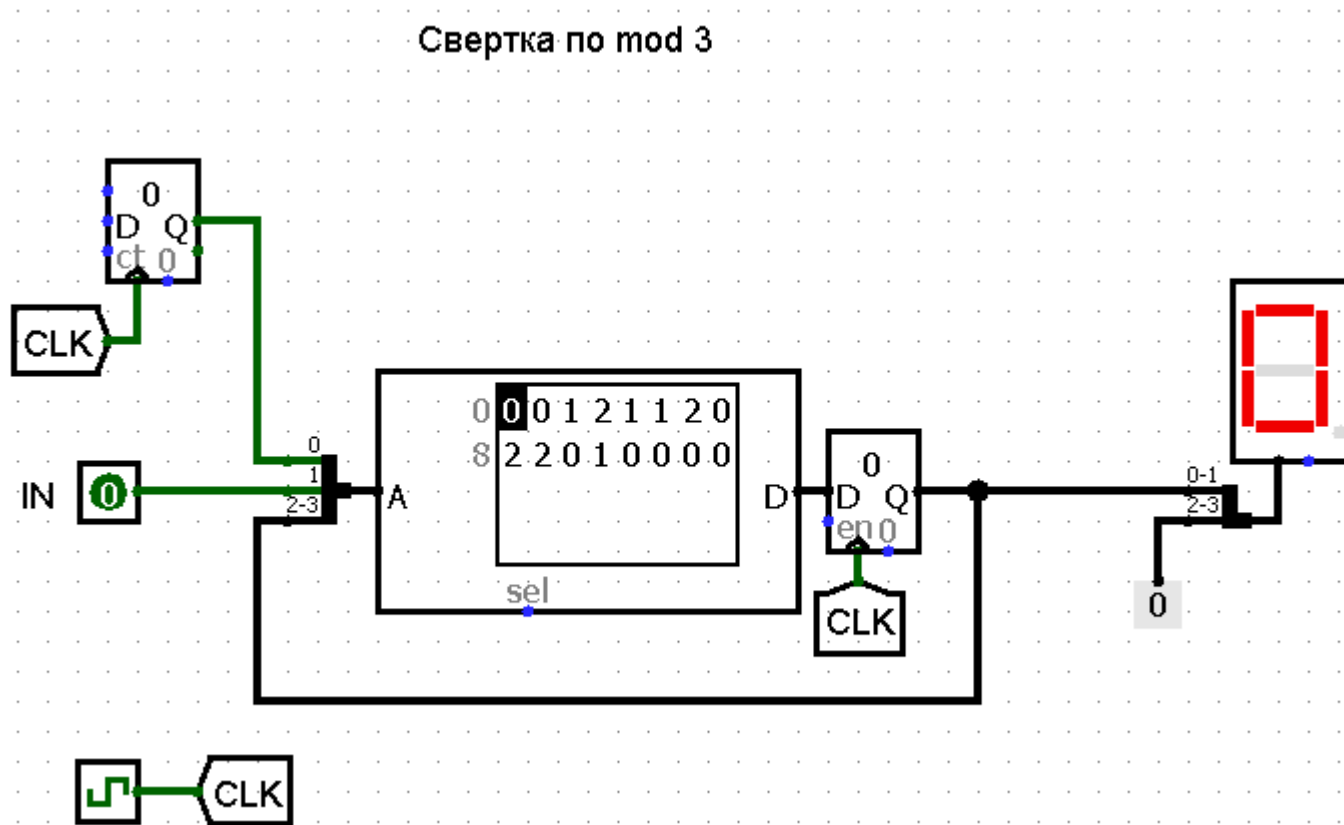
0 – 00

1 – 01

2 – 10



Решение. Схема автомата



Тест:

ВХ: 1011101 <-мл.разр.

ВЫХ: 0221211 <-мл.разр.