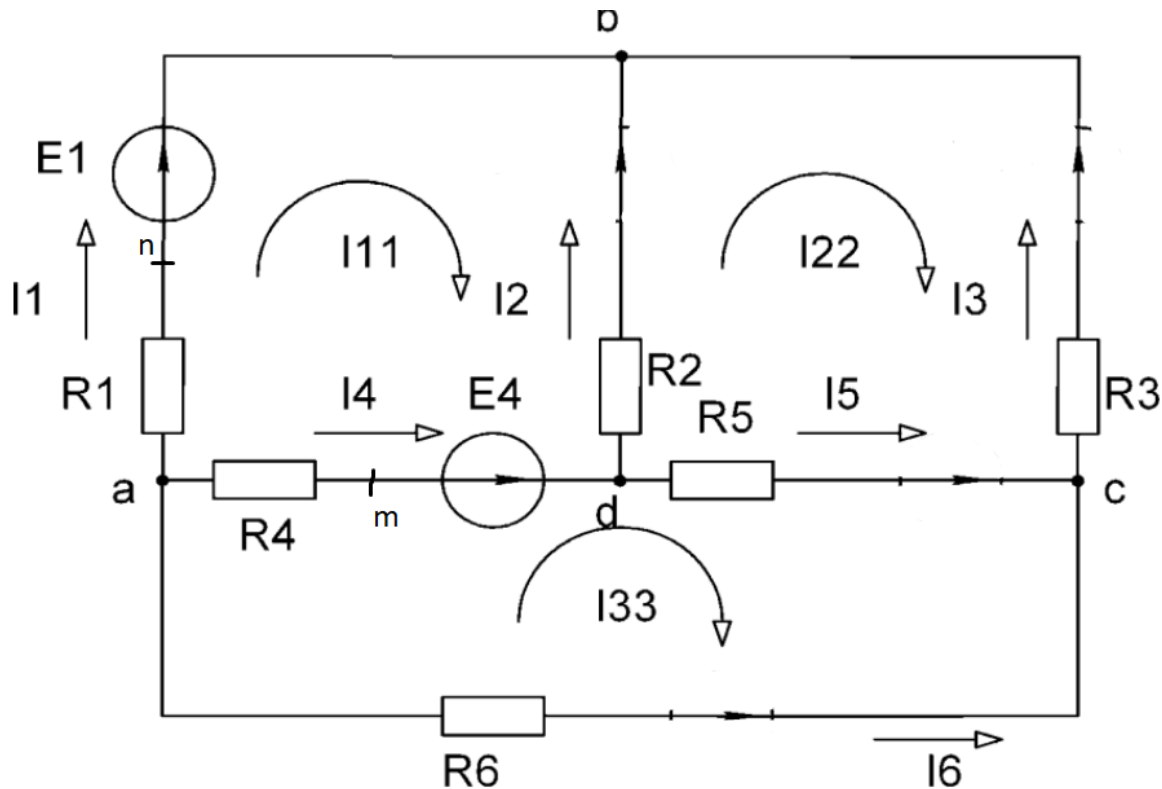


ДЗ 1 часть 2

3. Определить ток I_1 методом узловых потенциалов

$$\begin{aligned}R_1 &= 15, \\R_2 &= 28, \\R_3 &= 17, \\R_4 &= 62, \\R_5 &= 38, \\R_6 &= 21, \\E_1 &= 13, \\E_4 &= 14\end{aligned}$$



По методу узловых потенциалов (МУП) сначала нужно найти потенциалы узлов цепи (φ_a , φ_b , φ_c , φ_d на рис. 1), а затем уже по ним рассчитать токи в ветвях. Систему уравнений для узловых потенциалов будем сразу составлять в матричном виде. Уравнение в матричной форме имеет вид:

$$\begin{pmatrix} g_{11} & -g_{12} & \dots & -g_{1N} \\ g_{21} & -g_{22} & \dots & -g_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N1} & -g_{N2} & \dots & -g_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \dots \\ \varphi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_1 \\ \sum_2 \\ \dots \\ \sum_3 \end{pmatrix}$$

Здесь:

mk – сумма проводимостей ветвей i -го узла;

φ_{ii} – сумма проводимостей ветвей, соединяющих i -ый и j -ый узлы;

φ_N – искомый (неизвестный) потенциал k -го узла (принимая, что узел «а» имеет номер 1, узел «b» – номер 2 и т.д.);

\sum_N – алгебраическая сумма по всем активным ветвям N -го узла величин E/R (E – алгебраическая сумма ЭДС ветви, R – сопротивление ветви) для ветвей с ЭДС, или I_i (I_i – источник тока ветви). Если E или I_i направлены к узлу, соответствующее слагаемое в \sum_N берётся со знаком «+».

Нужно помнить, что размерность матрицы на 1 меньше количества узлов в цепи. В нашем случае узлов 4 (a, b, c, d), значит размерность матрицы 3x3. Уровень отсчёта потенциала выбирается произвольно. Примем потенциал точки d за ноль: $\varphi_d = 0$. Осталось найти 3 неизвестных потенциала: φ_a , φ_b , φ_c . (1й, 2й, и 3й узел соответственно). Применительно к рассматриваемой цепи, уравнение по методу контурных токов будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_6} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_4}{R_4} \\ \frac{E_1}{R_1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Подставляем значения:

$$\begin{pmatrix} 0.130415 & -0.066667 & -0.047619 \\ -0.066667 & 0.161204 & -0.058824 \\ -0.047619 & -0.058824 & 0.132758 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.0925 \\ 0.8667 \\ 0 \end{pmatrix}$$

решаем с помощью обратной матрицы:

$$A * X = C; X = A' * C$$

Обратная матрица равняется:

$$A' = \begin{pmatrix} 17.751 & 11.528 & 11.475 \\ 11.528 & 14.887 & 10.731 \\ 11.475 & 10.731 & 16.403 \end{pmatrix}$$

Тогда:

$$\begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.063 & 15.561 & 17.639 \\ 15.561 & 18.658 & 16.495 \\ 17.639 & 16.495 & 25.214 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1.0925 \\ 0.8667 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Получаем:

$$\begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.4013 \\ 0.3075 \\ -3.2359 \end{pmatrix}$$

Проверяем:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_1}{R_1} = 0.2194$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_b}{R_2} = -0.010982$$

$$I_3 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_3} = -0.2084$$

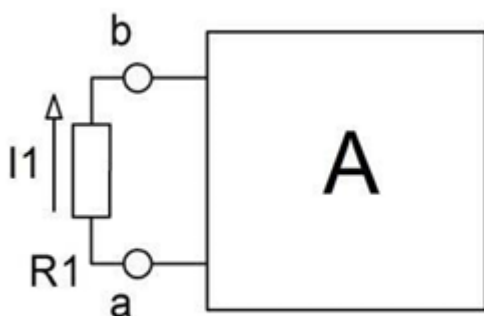
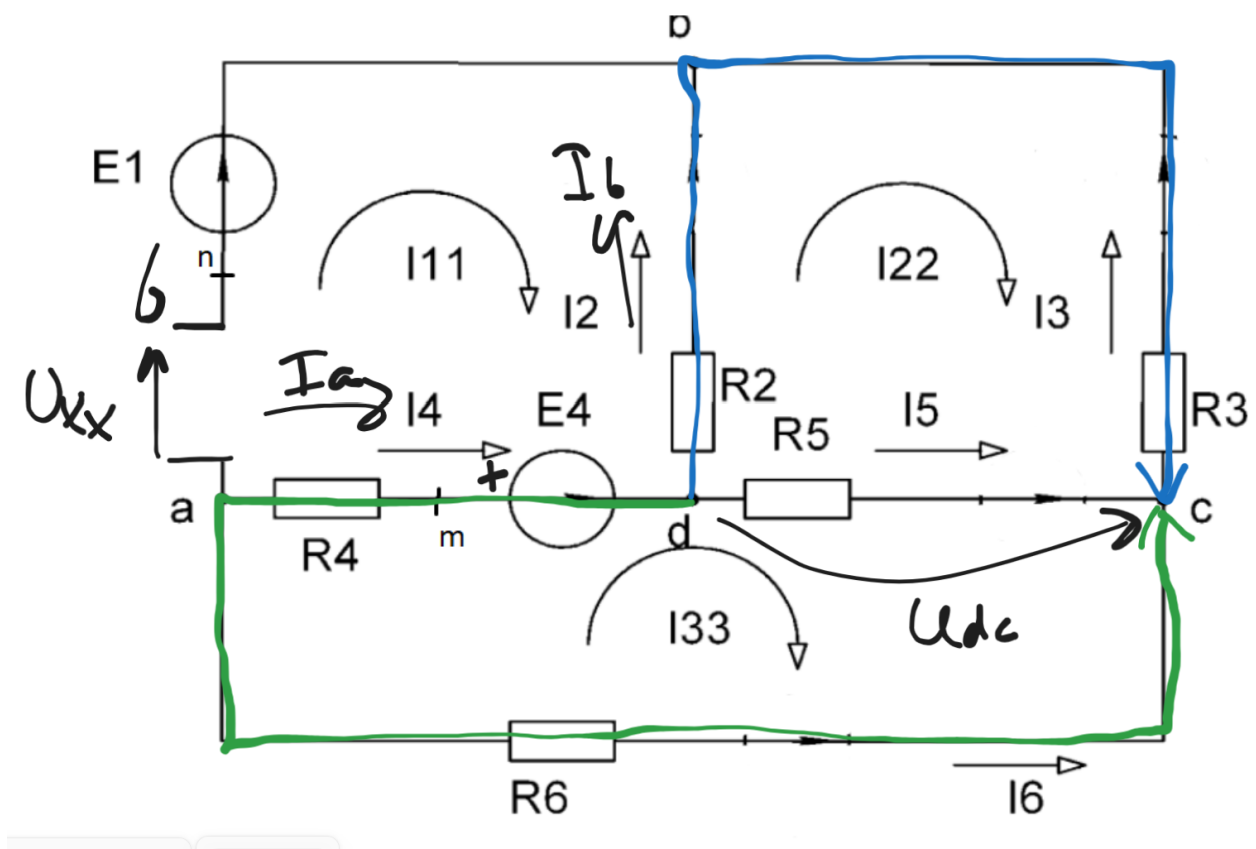
...

$$I_6 = -0.2936$$

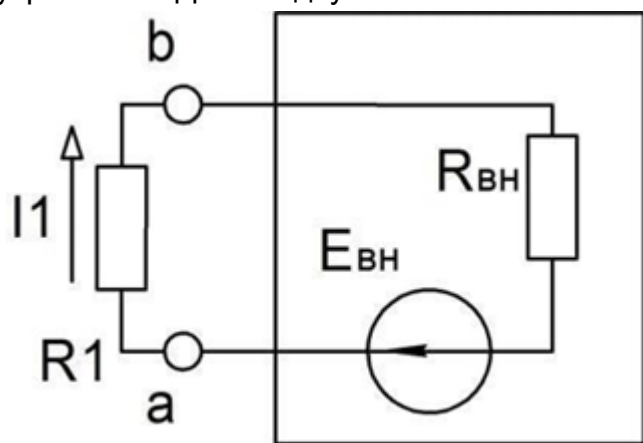
Значения сходятся

5. Определить ток I_1 методом эквивалентного генератора

Чтобы определить ток I_1 методом эквивалентного генератора, выделим сопротивление R_1 , по которому протекает ток I_1 , а остальную часть цепи поместим в двухполюсник (активный):

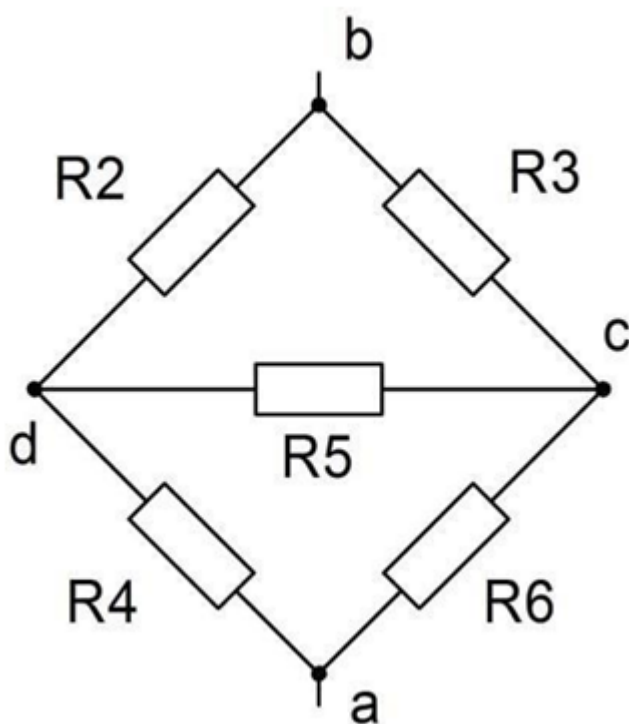


Теперь задача сводится к тому, чтобы определить внутреннее сопротивление $R_{вн}$ и внутреннюю ЭДС $E_{вн}$ двухполюсника:

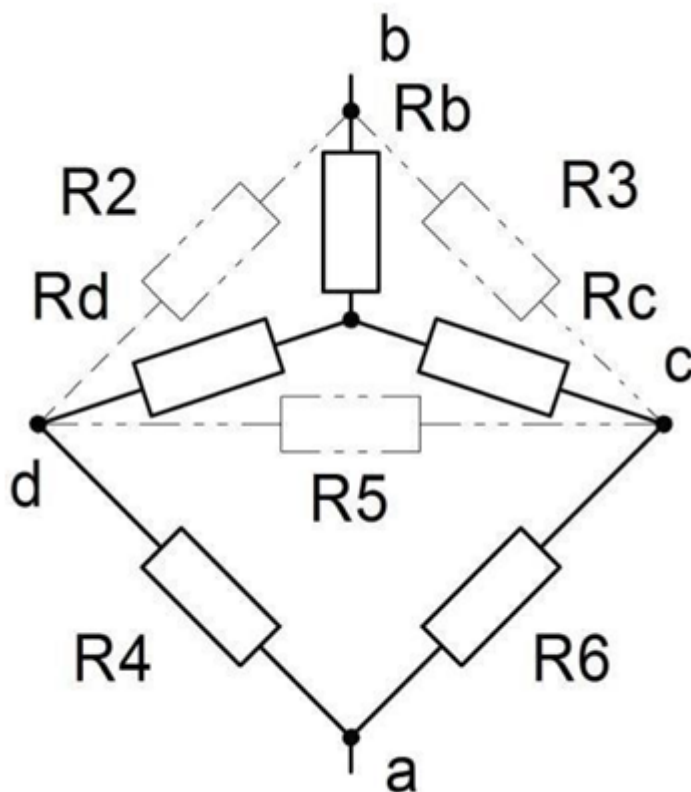


5.1 Определение внутреннего сопротивления двухполюсника

Внутреннее сопротивление двухполюсника – это сопротивление между зажимами двухполюсника, из которого удалены все источники. То есть искомое внутреннее сопротивление – это эквивалентное сопротивление между точками а и в цепи:



Данная цепь называется мостовым соединением. Для расчёта её эквивалентного сопротивления можно воспользоваться, например, заменой «треугольник-звезда». «Треугольник», образованный сопротивлениями R_2 - R_3 R_5 , заменим на «звезду» R_d - R_b - R_c , как показано на рисунке:



Формулы перехода «треугольник-звезда» (берутся из справочника или учебника) для рассматриваемой цепи и расчёт соответствующих сопротивлений:

$$R_b = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_5} = 5.7349$$

$$R_c = \frac{R_3 R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = 7.7831$$

$$R_d = \frac{R_2 R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = 12.819$$

Теперь эквивалентное сопротивление между точками а и b можно рассчитать методом последовательных преобразований (эквивалентных сопротивлений):

$$R_{d4} = R_d + R_4 = 74.819$$

$$R_{c6} = R_c + R_6 = 28.783$$

$$R_{d4c6} = \frac{R_{d4} R_{c6}}{R_{d4} + R_{c6}} = \frac{2153.5}{74.819 + 28.783} = 20.787$$

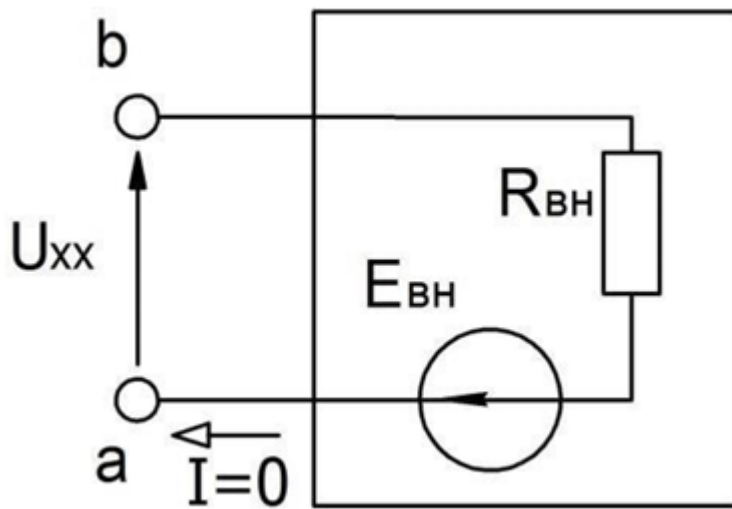
$$R_{ab} = R_b + R_{d4c6} = 26.521$$

Подставим значения, получим

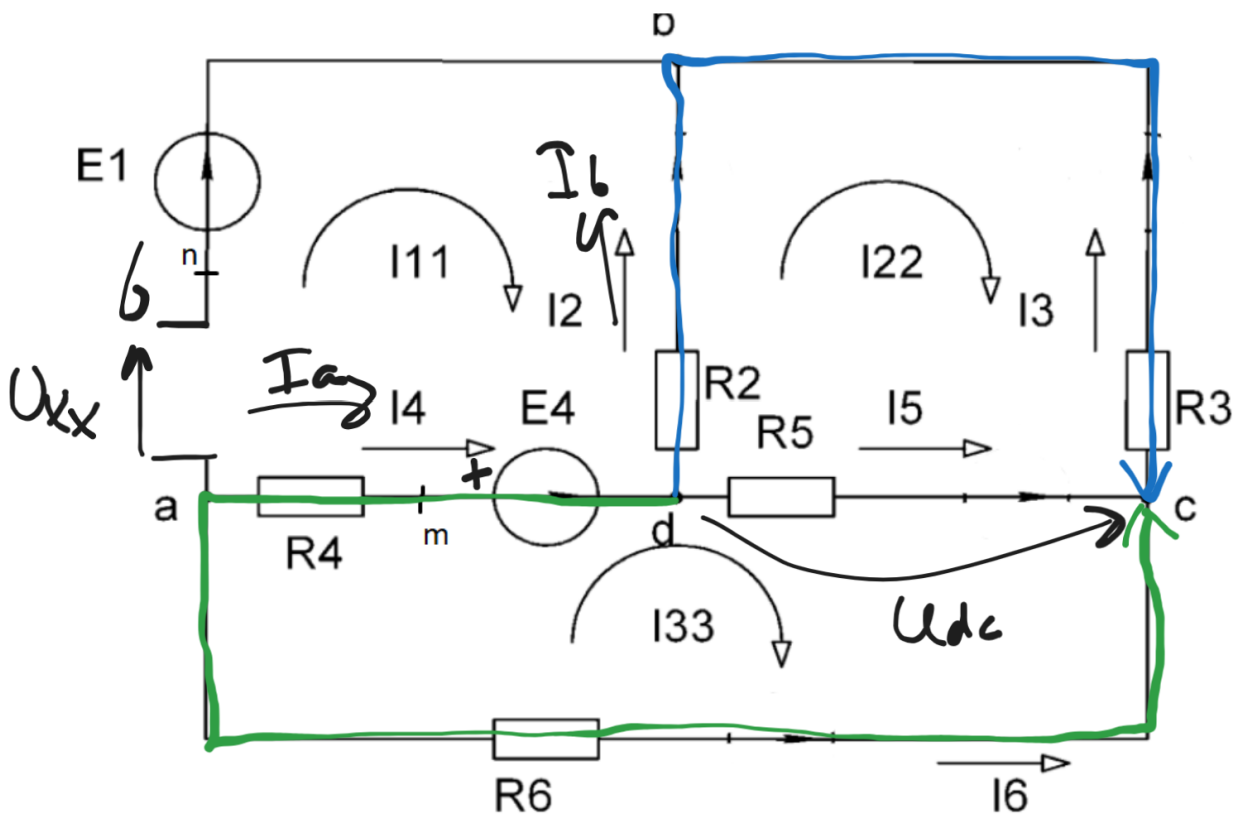
$$R_{BH} = R_{ab} = 26.521$$

5.2 Определение внутреннего ЭДС двухполюсника.

Внутренняя ЭДС двухполюсника E_{BH} равняется напряжению холостого хода U_{xx} на его зажимах:



Рассматриваемый двухполюсник выглядит следующим образом:



Данная цепь имеет только 2 узла d и c. По методу двух узлов находим напряжение U_{dc} :

$$U_{dc} = \frac{\frac{E_4}{R_4 + R_6}}{\frac{1}{R_4 + R_6} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2 + R_3}} = 2.7840$$

Найдем токи I_a и I_b :

$$I_a = \frac{E_4 - U_{dc}}{R_4 + R_6} = 0.1351, I_b = \frac{U_{dc}}{R_2 + R_3} = 0.0619$$

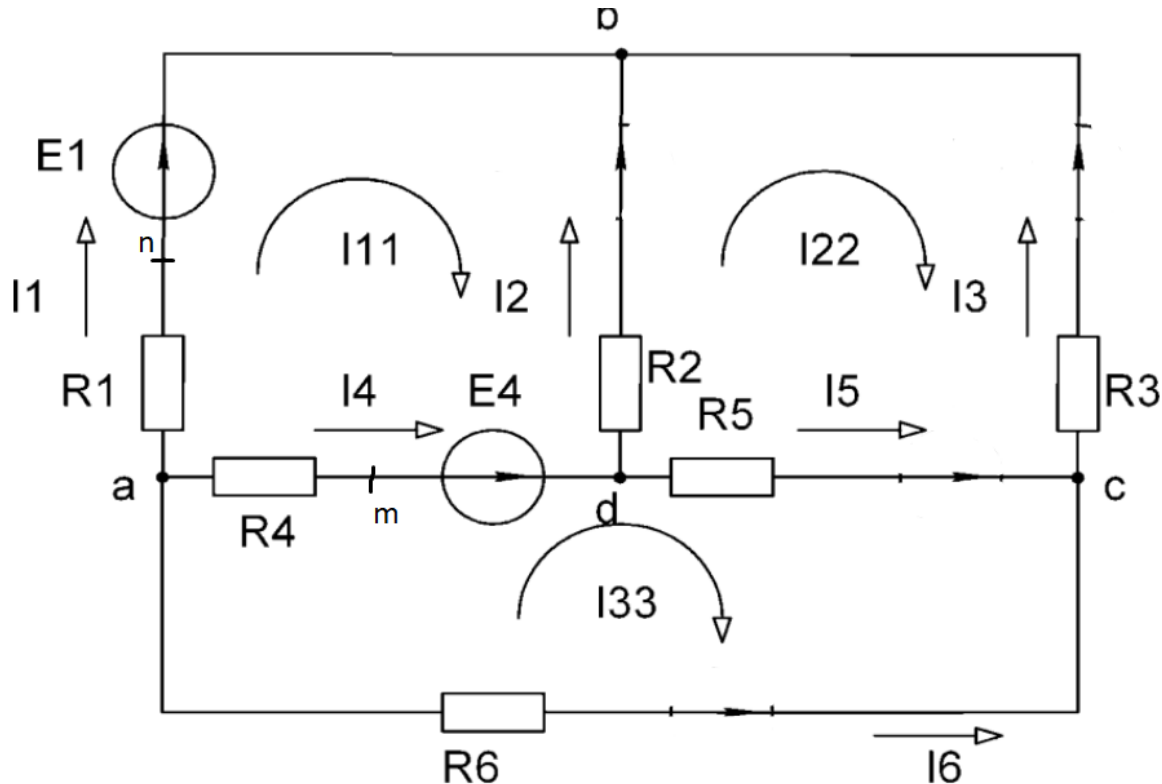
По второму закону Кирхгофа:

$$U_{xx} = E_1 - E_4 + R_2 I_2 + R_4 I_4 = 9.1105$$

Определение тока I_1 :

$$I_1 = \frac{E_{BH}}{R_1 + R_{BH}} = \frac{9.1105}{15 + 26.521} = 0.2194$$

6 Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, содержащего обе ЭДС.



Потенциальная диаграмма контура цепи постоянного тока – это график зависимости потенциала от сопротивления при обходе контура. Выберем контур $amdca$, включающий обе ЭДС. Размах графика по оси абсцисс – не менее суммы сопротивлений контура:

$$R_1 + R_4 + R_2 = 105 \text{ Ом}$$

Потенциалы узлов:

$$\varphi_a = -9.4013\text{В}$$

$$\varphi_b = 0.3075\text{В}$$

$$\varphi_c = -3.2359\text{В}$$

Рассчитаем потенциалы точек m и n .

$$\varphi_m = \begin{cases} \varphi_a - R_4 I_4 = -14 \\ \varphi_d - E_4 = -14 \end{cases}$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \varphi_a - R_1 I_1 = -12.693 \\ \varphi_b - E_1 = -12.693 \end{cases}$$

Исходя из перечисленных правил и результатов расчётов, получим следующий график:

