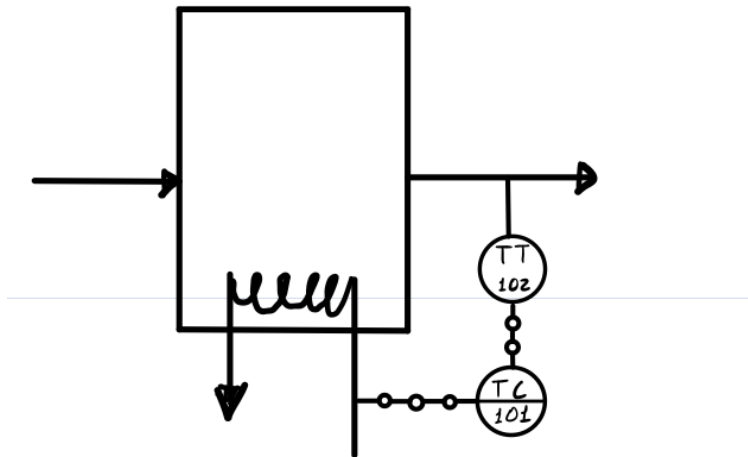


Oppgave 1



Oppgave 2

Antar følgende enheter:

$$h[m] \cdot F_i \left[\frac{m^3}{s} \right] \cdot F_u \left[\frac{m^3}{s} \right] \cdot \rho \left[\frac{kg}{m^3} \right] \cdot r[m]$$

Tverrsnittsarealet:

$$A = \pi r^2 [m^2]$$

Massebalanse:

$$m' = \rho F_i - \rho F_u$$

Der $m = \rho A h$

$$(\rho A h)' = \rho F_i - \rho F_u$$

$$A h' = F_i - F_u$$

Etter forkorting med rho og divisjon med A, gir:

$$h' = \frac{F_i - F_u}{A}$$

Som er modell for h.

Oppgave 3

Vi løser først den matematiske modellen for $y'(t)$, som gir:

$$y'(t) = \frac{-y(t) + Ku(t)}{T}$$

Initialisering (før simulering løkken):

`y_k = y_init`

Inne i simuleringsløkken:

Begrensning av `y_k` mellom `[y_min, y_maks]` (for eksempel med `clip()` funksjonen i numpy biblioteket).

Beregning av den tidsderivate:

`dy_dt_k = (-y_k + K*u)/T`

Euler integrering:

`y_kp1 = y_k + dt*dy_dt`

Bruk `y_k` til lagring i arrayer for senere plotting

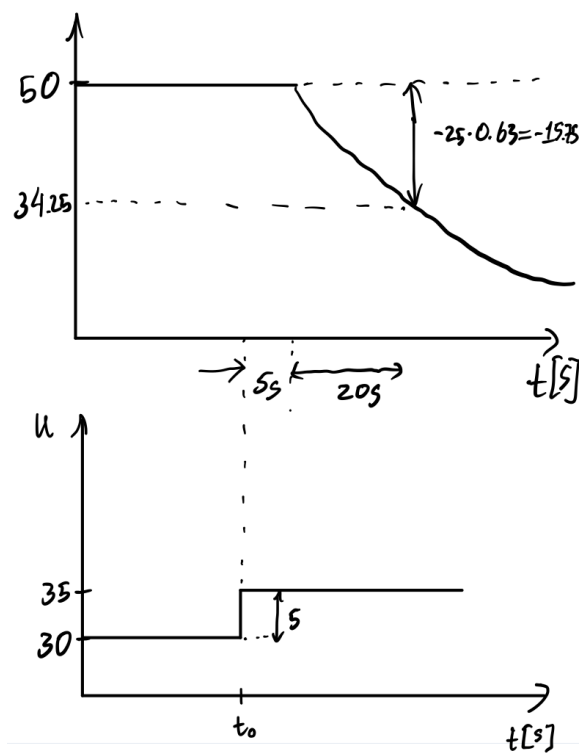
Tidsindeksskifte:

`y_k = y_kp1`

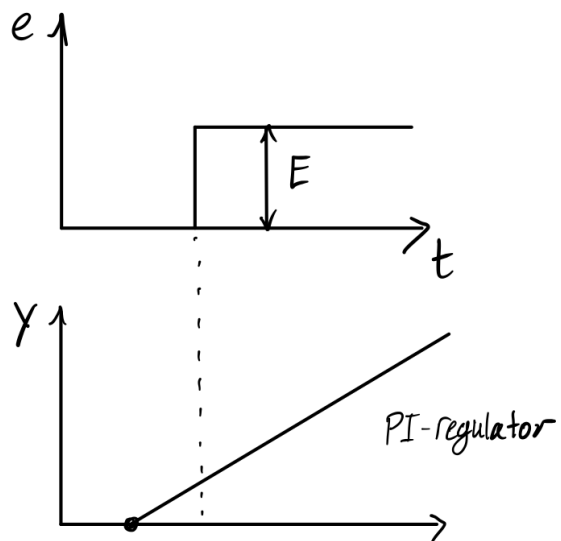
Etter simuleringsløkken:

Plotting, lagring av data til filer, etc.

Oppgave 4



Oppgave 5



Oppgave 6

$$A = 10m^2$$

$$\Delta F_i = 5 \frac{L}{s} = 0.005 \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta h = 5 \text{ cm} = 0.05$$

Dette gir:

$$T_c = A \frac{\Delta h}{\Delta F_i} = 10 \cdot \frac{0.05}{0.005} = 100s$$

$$K_c = -\frac{A}{T_c} = -\frac{\Delta F_i}{\Delta h} = -\frac{0.005}{0.05} = -0.1 \frac{\left(\frac{m^3}{s}\right)}{m}$$

$$T_i = 2T_c = 2 \cdot 100 = 200s$$

Oppgave 7

$$Ty'(t) = -y(t) + K_u u(t - \tau) + K_d d(t)$$

$$S = \frac{K_u}{T} U$$

Vi løser for K_u :

$$K_u = \frac{ST}{U}$$

Dens transferfunksjon er gitt ved:

$$H(s) = \frac{K_u}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

PI-innstillingene for skogestad metoden er gitt ved:

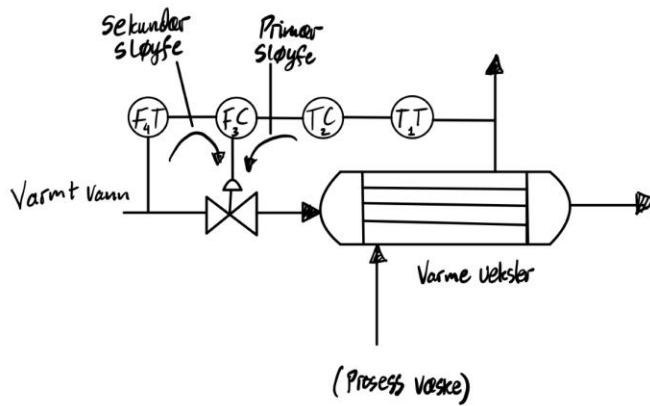
$$K_p = \frac{1}{K_u(T + \tau)} = \frac{1}{2 \frac{ST}{U} \tau}$$

$$T_i = 2(T + \tau) = 4\tau$$

Oppgave 8

Ett eksempel: figuren nedenfor viser en P&I D for en temperatur kontrollert varmeveksler hvor en kald prosessvannstrøm varmes opp med varmt vann. Kontrollstrukturen er kaskadekontroll der primærsløyfen er en temperaturkontrollsløyfe for temperaturen på utløpet av varmeveksleren. Sekundærsløyfen er en strømningskontrollsløyfe av varmtvannstrømmen som kompenserer for

variasjoner i varmtvannstrømmen forårsaket av variasjon i trykktilførselen (forstyrrelse), slik at strømmens variasjoner minimeres, noe som minimerer variasjoner i temperaturen på varmevekslerens utstrømning.



Oppgave 9

$$Ty'(t) = -y(t) + K_u u(t) + K_d d$$

Vi erstatter r med i i likningen og løser for kontroll signalet u :

$$Tr' = -r + K_u u(t) + K_d d$$

$$K_u u(t) = Tr' + r - K_d d$$

$$u(t) = \frac{Tr' + r - K_d d}{K_u}$$

Foroverkopleren er da:

$$u_{ff} = \frac{Tr' + r - K_d d}{K_u}$$

Alt på høyre siden av likningen må være kjent for at foroverkopleren skal være realiserbar.

En perfekt foroverkopler er ikke mulig fordi det er alltid noen prosess forstyrrelser som ikke blir målt og fordi prosess modellen er aldri perfekt.

Oppgave 10

Transferfunksjonen fra u til y :

$$Ty'(t) = -y(t) + K_u u(t - \tau) + K_d d(t)$$

Vi setter K_d og d lik null og laplas transformerer likningen:

$$Ts y(s) = -y(s) + K_u e^{-\tau s} u(s)$$

$$Ts y(s) + y(s) = K_u e^{-\tau s} u(s)$$

$$y(s)(Ts + 1) = K_u e^{-\tau s} u(s)$$

$$y(s) = \frac{K_u e^{-\tau s} u(s) + K_d d(s)}{Ts + 1}$$

$$y(s) = \frac{K_u e^{-\tau s}}{Ts + 1} u(s)$$

Transferfunksjonen er gitt ved:

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K_u e^{-\tau s}}{Ts + 1}$$

Oppgave 11

Dynamiske egenskaper: En integrator med sprang respons som er en rampe.

For å finne amplitude forsterkningen erstatter vi "s" med $j\omega$ i $H(s)$ som blir $H(j\omega)$ og der $j = e^{\frac{j\pi}{2}}$.

$$H(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{e^{\frac{j\pi}{2}} \omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{e^{\frac{j\pi}{2}} \omega} = \frac{K}{\omega} e^{j(-\frac{\pi}{2})}$$

Amplitude forsterkningen blir:

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{\omega}$$

Og faseforskyvningsfunksjonen er gitt ved:

$$\arg H(j\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

Oppgave 12

$$GM = \Delta K = \frac{12.0}{4.0} = 3.0$$

Akseptabel verdi for GM ligger i intervallet:

$$1.7 \leq GM \leq 4.0$$

$$30^\circ \leq PM \leq 45^\circ$$

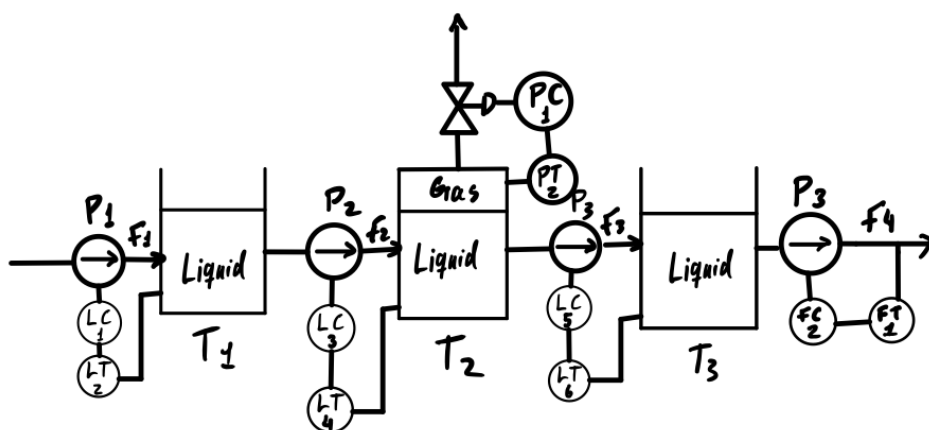
GM har akseptabelt verdi siden den er innenfor det gitte intervallet.

Oppgave 13

Tilstandsestimatoren fungerer som en prosess og sensor simulator som bruker en prosess modell og en sensor modell for å estimere tilstandene til målingene. Differansen mellom den virkelige målingen og den simulerte (estimerte) målingen er brukt for å rette opp det nå værende tilstanden.

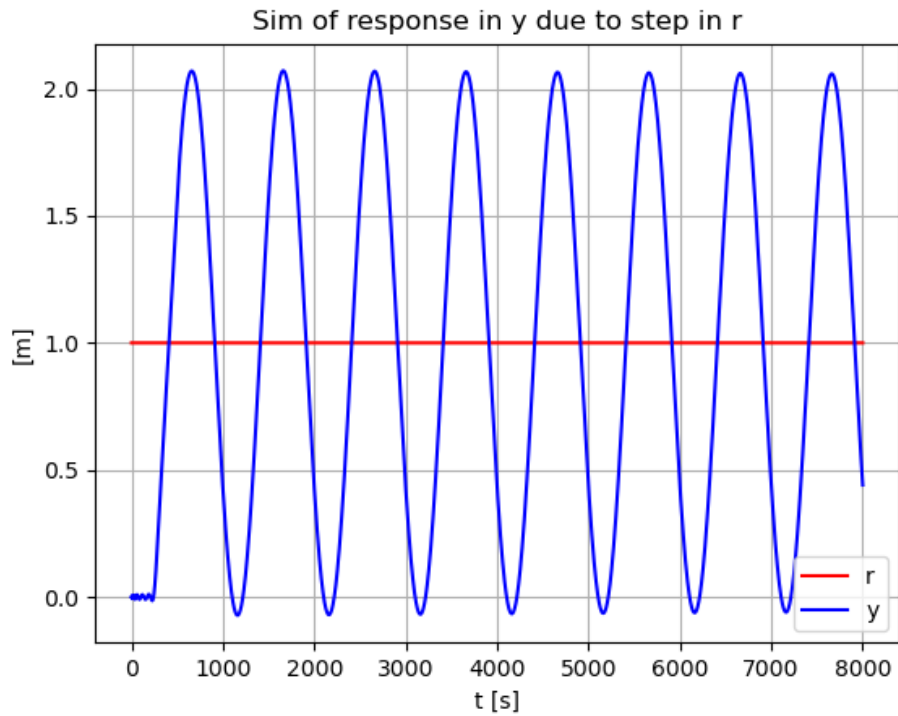
Kalman filteret er brukt for å estimere ukjente tilstands variabler av et dynamisk system. Dette kan for eksempel være t fly.

Oppgave 14



Oppgave 15

Med $K_c = 12.2$ for svingende bølgebevegelse:



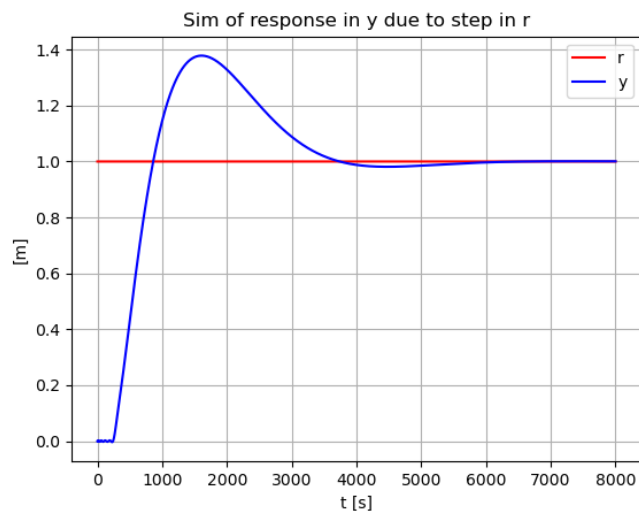
Perioden leses av til å være $P_u = 1010$:

PI-instillingene for relaxed ZN gir:

$$K_c = 0.25K_{c,u} = 0.25 \cdot 12.2 = 3.05$$

$$T_i = 1.25P_u = 1.25 \cdot 1010 = 1262.5$$

Implementerer dette i koden og får da at systemet stabiliseres ved settpunkt:



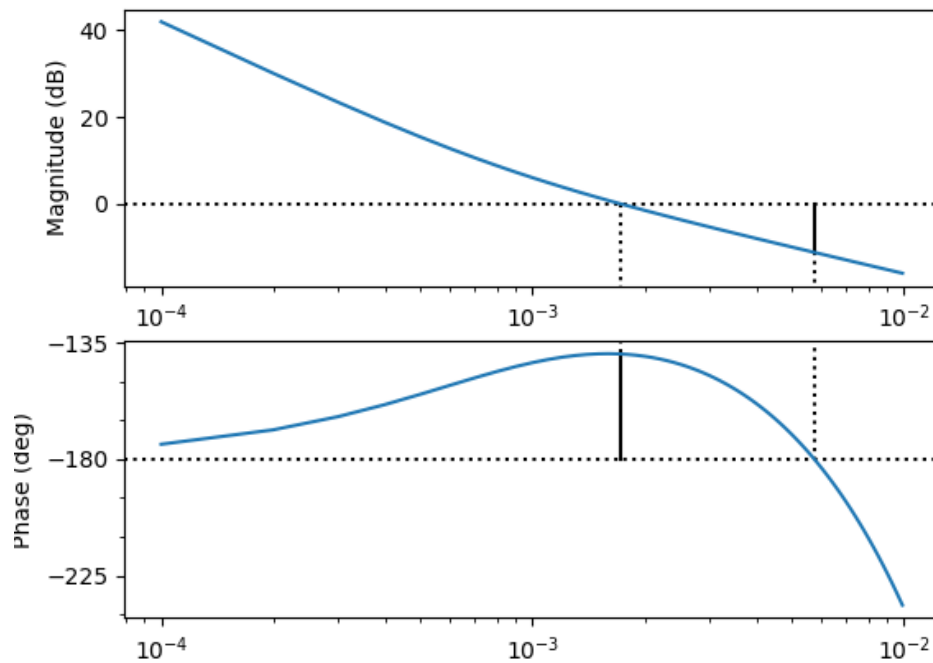
Akseptable intervaller for GM og PM verdier er gitt ved intervallene:

$$1.7 \leq GM \leq 4.0$$

$$30^\circ \leq PM \leq 45^\circ$$

Fra bode diagrammet og det som skrives ut til konsollen under ser vi at $GM=3.62$ og $PM=40.62$ som er tilfredsstillende verdier ifølge de akseptable intervallene.

$G_m = 11.17 \text{ dB}$ (at 0.01 rad/s), $P_m = 40.62 \text{ deg}$ (at 0.00 rad/s)



```
2 states have been removed from the model
GM [1 (not dB)] = 3.62e+00
```