

## Atividade 2 - MO824

Ieremies Romero, Gian Franco, Gabriel Branco

April 16, 2022

### Modelo

Usamos o modelo já conhecido para o TSP convencional como base

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum c_e x_e \\ & \sum_{e \in \delta(v)} x_e = 2 \quad v \in V \\ & \sum_{e \in \delta(S)} x_e \leq |S| - 1 \quad S \subset V \end{aligned}$$

No nosso caso, temos que resolver dois TSP's mas que as soluções possuam  $k$  arestas em comum.

No nosso modelo  $x_e^1$  indica que usamos a aresta  $e$  para o tuor 1 o respectivo para o tuor 2 e  $D_e$  indica se a aresta está duplicada.

Nossa função objetivo pode ser a soma dos custos dos dois tuors, ou seja

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{i \in \{1,2\}} c_e x_e^i.$$

Repetimos as restrições do TSP para cada um dos tuors.

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \delta(v)} x_e^i &= 2 \quad v \in V \quad \forall i \in \{1,2\} \\ \sum_{e \in \delta(S)} x_e^i &\leq |S| - 1 \quad \forall S \subset V \quad \forall i \in \{1,2\} \end{aligned}$$

É importante notar que a segunda equação dá origem a quantidade exponencial de restrições de eliminação de subtutor. No nosso código, podemos

circundar esse problema adicionando as restrições conforme se faz necessário. Assim, quando o modelo termina com um certo conjunto de restrições, podemos conferir, por meio de uma busca de profundidade, se é uma solução viável considerando a restrição de subtuor. Caso não seja, adicionamos as restrições de subtuor que evitam essa solução. Fazemos isso até encontrarmos uma solução viável.

Por fim, adicionamos as restrições que exigem a quantidade de arestas compartilhadas.

$$\begin{aligned} x_e^i &\geq D_e \quad \forall e \in E \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ \sum_{e \in E} D_e &\geq k \end{aligned}$$

Assim, nosso modelo final é

$$\begin{aligned} \min \sum_{e \in E} \sum_{i \in \{1, 2\}} c_e x_e^i \\ \sum_{e \in \delta(v)} x_e^i &= 2 \quad \forall v \in V \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ \sum_{e \in \delta(S)} x_e^i &\leq |S| - 1 \quad \forall S \subset V \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ x_e^i &\geq D_e \quad \forall e \in E \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ \sum_{e \in E} D_e &\geq k \end{aligned}$$

## Geração de instâncias

Para testar nosso modelo, utilizamos o arquivo de coordenadas disponibilizado pelo professor para calcular nossos custos de arestas. Assim, para instâncias de 100 cidades, utilizamos as 100 primeiras linhas do arquivo.

Durante os testes, modificamos a quantidade de cidades (100, 150, 200 e 250) e o valor de  $k$  (zero, metade da quantidade de cidades e a quantidade de cidades).

## Resultados

Realizamos os testes em um computador equipado de um processador i5 de oitava geração, com 4 cores e 8 threads a 1.6ghz (max boost 3.2) e 8gb de ram, sem swap, com sistema operacional Linux 64bits.

Table 1: Métricas do modelo para as instâncias citadas no formato custo, gap e tempo de execução.

|           | $k = 0$             | $k = \frac{v}{2}$    | $k = v$            |
|-----------|---------------------|----------------------|--------------------|
| $v = 100$ | (1630, 0%, 12.46)   | (2102, 0%, 51.23)    | (3463, 0%, 18.29)  |
| $v = 150$ | (1966, 0%, 79.01)   | (2748, 0%, 565.42)   | (4780, 0%, 36.89)  |
| $v = 200$ | (2308, 0%, 208.72)  | (17763, 80.9%, 2048) | (6003, 0%, 112.67) |
| $v = 250$ | (2916, 11.1%, 1113) | (7525, 0%, )         | (6999, 0%, 596.74) |

É importante ressaltar que a instância com  $v = 250$  e  $k = 0$  foi finalizada pelo sistema operacional por falta de memória ram. O resultado reportado aqui é da última atualização fornecida pelo Gurobi.

## Análise

Observando as métricas obtidas, vemos os piores tempos de execução são encontrados quando  $k = \frac{v}{2}$ , com as instâncias maiores demorando consideravelmente a terminar, muitas vezes sem achar uma solução ótima. Além disso, apesar não diretamente mostrado na tabela, observamos que o tempo gasto adicionando restrições de forma "lazy" é consideravelmente pequeno em comparação com o tempo total.

## Fontes

[https://colab.research.google.com/github/Gurobi/modeling-examples/blob/master/traveling\\_salesman/tsp\\_gcl.ipynb](https://colab.research.google.com/github/Gurobi/modeling-examples/blob/master/traveling_salesman/tsp_gcl.ipynb)