

Função Exponencial e Aplicações na Engenharia

Aula Adaptada (30 min)

Daiane I. Dolci

9 de dezembro de 2025

Objetivos da Aula (30 min)

① Conceitos Fundamentais (10 min):

- Definição e comportamento gráfico (a^x).
- O número de Euler (e) e a exponencial natural.

② Modelagem e Aplicação (20 min):

- A forma $f(x) = c \cdot e^{kx} + b$.
- Interpretação física dos parâmetros.
- Estudo de caso: Lei de Resfriamento de Newton.

③ Prática: Exercícios propostos para fixação extraclasse.

1. Definição da Função Exponencial

Uma **função exponencial** possui a variável no expoente.

Forma Básica

$$f(x) = a^x$$

onde a base a é um número real positivo e diferente de 1 ($a > 0, a \neq 1$).

Comportamento (Crescimento vs Decaimento):

- **Crescente ($a > 1$)**: Aumenta rapidamente.
 - Ex: $2^x, e^x, 10^x$
- **Decrescente ($0 < a < 1$)**: Diminui em direção a zero.
 - Ex: $(0,5)^x, (1/2)^x, e^{-x}$

Restrições da Base a

Por que existem restrições?

- ① $a > 0$: Bases negativas geram números complexos em raízes pares.
- ② $a \neq 1$: Se $a = 1$, $f(x) = 1^x = 1$ (constante), sem interesse para modelagem de crescimento.

2. O Número de Euler e a Exponencial Natural

O caso mais importante na Engenharia é a base e.

$$e \approx 2,718$$

Função Exponencial Natural

$$f(x) = e^x$$

Propriedades:

- Sempre crescente ($e > 1$).
- Passa por $(0, 1)$.
- Assíntota no eixo x ($y = 0$).

3. Forma Geral e Modelagem

Para modelar fenômenos reais, usamos a forma parametrizada:

Equação de Modelagem

$$f(x) = c \cdot e^{kx} + b$$

Significado dos Parâmetros:

- ① **b (Assíntota Horizontal):** Valor de equilíbrio ($t \rightarrow \infty$). Ex: Temp. ambiente.
- ② **k (Taxa):**
 - $k > 0$: Crescimento.
 - $k < 0$: Decaimento.
- ③ **c (Amplitude):** Diferença inicial em relação à assíntota.

4. Aplicação: Lei de Resfriamento de Newton

Problema: Um motor a 120C é desligado em uma sala a 25C.

$$T(t) = 25 + 95e^{-0.08t}$$

Interpretação:

- $b = 25$: Temperatura da sala (o motor tende a 25C).
- $c = 95$: Diferença inicial ($120 - 25 = 95$).
- $k = -0.08$: Taxa de resfriamento (negativa = decaimento).

(Visualização gráfica no Notebook)

5. Exercícios Propostos (Para Casa)

Parte 1: Conceitos

- Propriedades de potência ($e^a \cdot e^b$, etc).
- Identificar funções crescentes/decrescentes.

Parte 2: Aplicações

- **Carga de Capacitor:** $V_C(t) = 9(1 - e^{-2.5t})$
- **Resfriamento de Café:** $T(t) = 22 + 63e^{-0.05t}$
- **Decaimento Radioativo:** $M(t) = 50e^{-0.1t}$

Resolva os exercícios detalhados no final do Notebook.

6. Material Extra (Opcional): Machine Learning

Função Sigmoide (Logística)

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

- Converte valores reais em probabilidades (0 a 1).
- Fundamental para Redes Neurais e Classificação.

Obrigada!

Dúvidas?