Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование

Механика деформируемого твёрдого тела

Модель деформируемого объекта управления

Магистерская диссертация

красный – ошибка, нужно исправить

зеленый – исправленное

фиолетовый – вопросы, комментарии

Научный руководитель:

(Заведующий кафедрой, д.ф-м.н, профессор) Морозов В.А.

Рецензент:

(Заместитель Генерального директора, к.ф.-м.н.) Зайченко О.К.

Санкт-Петербург

2018

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Main Field of Study (Speciality)

Solid mechanics

Druzhinin Vasilii G

The model of a deformable controlled object

Master’s Thesis

Scientific supervisor:

(Head of the department, Doctor of Science) Morozov Victor A.

Reviewer:

(Deputy CEO, Ph.D.) Zaychenko Olga K.

Saint-Petersburg

2018

Оглавление

[ВВЕДЕНИЕ 5](#_Toc511932409)

[1. Моделирование деформации иглы при проведении операций 7](#_Toc511932410)

[1.1. Различные иглы, применяемые при проведении операций 7](#_Toc511932411)

[1.2. Существующие подходы для моделирования деформации игл при выполнении операций 8](#_Toc511932412)

[1.3. Постановка задачи 10](#_Toc511932413)

[1.3.1 Общая постановка задачи 10](#_Toc511932414)

[1.3.2 Постановка задачи для расчета движения иглы в плоскости *Oxy* при поступательном движении 11](#_Toc511932415)

[2. Решаемые уравнения 14](#_Toc511932416)

[3. Численное решение 16](#_Toc511932417)

[3.1 Моделирование состояния покоя 16](#_Toc511932418)

[3.2 Моделирование нагруженного состояния 17](#_Toc511932419)

[4. Сравнение с результатами эксперимента 20](#_Toc511932420)

[4.1 Результаты эксперимента 20](#_Toc511932421)

[4.2 Сравнение результатов моделирования и эксперимента 22](#_Toc511932422)

[Заключение 24](#_Toc511932423)

[Список использованной литературы 25](#_Toc511932424)

АННОТАЦИЯ

УДК 51-72, 51-74, 519.688

MSC 74L15, 37N15

Дружинин В. Г. Модель деформируемого объекта управления. Научный руководитель Морозов В.А. д.ф-м.н, профессор. В данной работе представлены результаты разработки модели, описывающей отклонения медицинской иглы при ее движении в вязкоупругой среде. В работе представлены декомпозиция модели для полного описания деформации, а так же частная задача для поступательного движения иглы в первом приближении. Результаты моделирования подтверждаются экспериментальными данными, полученными на таком-то лабораторном оборудовании.

Количество использованных источников 7.

Библиографическое описание диссертации:

Дружинин В.Г. Модель деформируемого объекта управления. Магистерская дис.:защищена \_\_.\_\_.\_\_\_\_/ Дружинин Василий Григорьевич. – СПб.,2018 – 27 с. – Библиогр.:26 – 27.

# ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является малой частью огромного трудоемкого процесса разработки сложной робототехнической системы для проведения операции брахитерапии. Данная операция проводиться для лечения рака предстательной железы (РПЖ) посредством внедрения микроисточников радиоизлучения в предстательную железу максимально близко к опухоли. Сложность проведения данной операции заключается в подведения кончика иглы к целевой точке. Так же данная робототехническая система сможет применяться для проведения других операций, связанных с проколами и точным позиционированием кончика иглы.

Преимущества использования роботов по сравнению с традиционными методами заключаются в том, что роботизированный манипулятор способен обеспечить практически любую требуемую точность наведения инструмента и его контролируемого силового воздействия, что позволяет рассчитывать не только на повышение качества освоенных в настоящее время операций, но и создание базиса для разработки принципиально новых хирургических технологий. Другим важным преимуществом является отсутствие прямого контакта врача с радиоактивными источниками, что позволит обезопасить медицинский персонал от сопутствующего облучения.

Из-за своих геометрических особенностей и прилагаемых нагрузок в процессе выполнения операции игла деформируется, что приводит к отклонению иглы от начального положения. В данной работе будет рассматриваться процесс разработки модели деформации иглы для корректировки ее движения в вязкоупругих материалах (тканях человека) при проведении операций.

Таким образом, необходимо построить модель и создать на ее основе такой программный продукт, который позволяет прогнозировать и корректировать движение иглы при работе робототехнической системы.

Совместив данный продукт с другими системами, можно будет прогнозировать более оптимальные точки для прокола при проведении операции, корректировать для повышения точности. Отладив данную модель и дополнив ее моделью вязкоупругих тканей, можно будет моделировать процесс проведения операции в различных целях, к примеру, для обучения работников медицинской сферы.

Данная работа состоит из четырех глав.

В первой главе дан обзор используемых игл, а также подходам к разработке моделей реального времени описывающих из деформацию. Сделана постановка задачи. Объем главы 8 страниц.

Во второй главе приведены решаемые уравнения для нахождения необходимых параметров. Объем главы 3 страницы.

В третьей главе приведены результаты численного моделирования. Объем главы 2 страницы.

В четвертой главе приведены результаты эксперимента, а также приведено сравнение с результатами моделирования. Объем главы 3 страницы.

# Моделирование деформации иглы при проведении операций

## Различные иглы, применяемые при проведении операций

Существуют 2 основных типа игл, применяемых для операций. Более широко распространены металлические иглы с асимметричным кончиком. На рисунке 1 приведен пример такой иглы.



Рис. 1 – Форма используемой иглы

Таким образом, управление движения иглы осуществляется путем поворота иглы вокруг своей оси, поскольку боковое усилие приложено перпендикулярно плоскости среза. При этом кончик иглы поворачивается, а вместе с ним и плоскость изгиба дуги, и направление дальнейшего движения. При необходимости введения гибкой иглы вдоль прямолинейной траектории, ее необходимо постоянно поворачивать. В «классических» системах для процедур брахитерапии применяются исключительно обычные металлические прямые иглы. Но некоторое время назад была предложена идея перехода к применению гибких игл. Основные преимущества, которые дает применение гибких игл, это возможность реализации криволинейных траекторий движения иглы в теле пациента, возможность корректировки траектории движения иглы в процессе введения и возможность существенного уменьшения общего объема травмированных в результате операции брахитерапии тканей. Иглы с высокой степенью гибкости изготавливаться из специальных материалов. Для проведения операций иглы начинают делать более сложными и многофункциональными. На рисунке 2 приведен пример гибкой иглы [1].



Рис.2 – Сложная симметричная игла

## Существующие подходы для моделирования деформации игл при выполнении операций

В работе [2] моделирование проводилось с использованием неголономной кинематической модели. Как отмечают сами авторы, поскольку работа проводилась в первом приближении, то результаты моделирования сильно отличаются от экспериментальных.

В работе [3] математическое моделирование оптимальной криволинейной траектории движения иглы описывается с помощью алгоритмов планирования траектории. Формирование траектории осуществляется с помощью координат, конфигурирующих область, в которой выделяются те её части, которые необходимо обходить, и те части, которые могут являться возможным вариантом траектории. Выделения предлагается выполнить таких областей предлагается с помощью четырёх методов: метода потенциальных полей, метода дорожных карт, метода декомпозиционного планирования и метода координатных сеток.

В работе [4] рассматривается несколько методов для моделирования иглы один из которых предложен для очень гибкой иглы, а второй метод учитывает влияние окружающих материалов.

Первый подход – кинематический, он описывает траекторию движения, исходя из привязки к глобальной системе координат, и предполагает, что благодаря конструктивной особенности кончика ассиметричной конический формы, игла будет перемещаться по круговой траектории. Для данного метода описания предполагается использование unicycle model и bicycle model. Впервые данные методы были использованы в работе [5]. Поскольку предложенные модели не учитывают взаимодействие иглы с окружающими тканями, то они пригодны для описания взаимодействия иглы с достаточно мягкими тканями.

Второй подход – механический, он описывает систему взаимодействия сил между иглой и тканью, в которой она находится, поскольку с одной стороны требуются силы для перемещения иглы внутри ткани, с другой стороны на тело иглы воздействуют силы трения, силы распределённой нагрузки, а в силу несимметричности кончика иглы на него также воздействует сила, оказывающая давление со стороны ткани.

Также для механического описания иглы можно использовать уравнения изгиба тонких гибких стержней [6]. С помощью такого подхода удобно будет оценивать устойчивость стержня – иглы.

Проведенный анализ показал, что в настоящее время разработано достаточно много моделей для игл, изготовленных из сложных композитных материалов, но еще не разработана модель, позволяющая описывать деформацию стальной иглы. Но существует целесообразность использования данных игл при проведении медицинских операций.

Исходя из этого необходима разработка модели для стальной иглы. Для этого в данной работе будет использован новый подход для описания сил действующих на кончик иглы и уравнения описывающие отклонения кончика иглы.

## Постановка задачи

### 1.3.1 Общая постановка задачи

Необходимо разработать модель для определения положения кончика ассиметричной иглы (см. рисунки 1 и 3) в системе координат манипулятора *Oxyz* при поступательном и вращательном движении иглы в вязкоупругих материалах.

Данная задача является объемной и междисциплинарной. Для решения которой нужно затронуть несколько разделов механики и учитывать большое количество начальных и граничных условий. Так же предложенное решение для получения численного решения не должно занимать достаточно большое количество ресурсов. Должно подходить для итерационного решения во время работы системы. Далее будут приведены возможные подзадачи:

Основные задачи

1. Расчет движения иглы в плоскости *Oxy,* деформация иглы в зависимости от поступательного движения;
2. Расчет движения иглы в трехмерном пространстве в зависимости от вращательного и поступательного движения;
3. Моделирование процесса прокола, получение изгиба иглы перед внедрением ее в вязкоупругие ткани (нагрузка и разгрузка иглы в процессе прокола);
4. Моделирование движение иглы через материалы различной плотности различной (кожа, мышцы, орган);
5. Моделирование влияние сил, создаваемых тканью при деформации на поверхность иглы;
6. Моделирование силы трения при внедрении иглы в вязкоупругие ткани;
7. Моделирование деформации вязкоупругих тканей.

Как видно из приведённых пунктов для полного решения данной задачи необходимо учитывать достаточно много параметров. В данной работе рассматривается первый пункт. На рисунке 3 показана примерная схема полной модели описывающей работу системы.

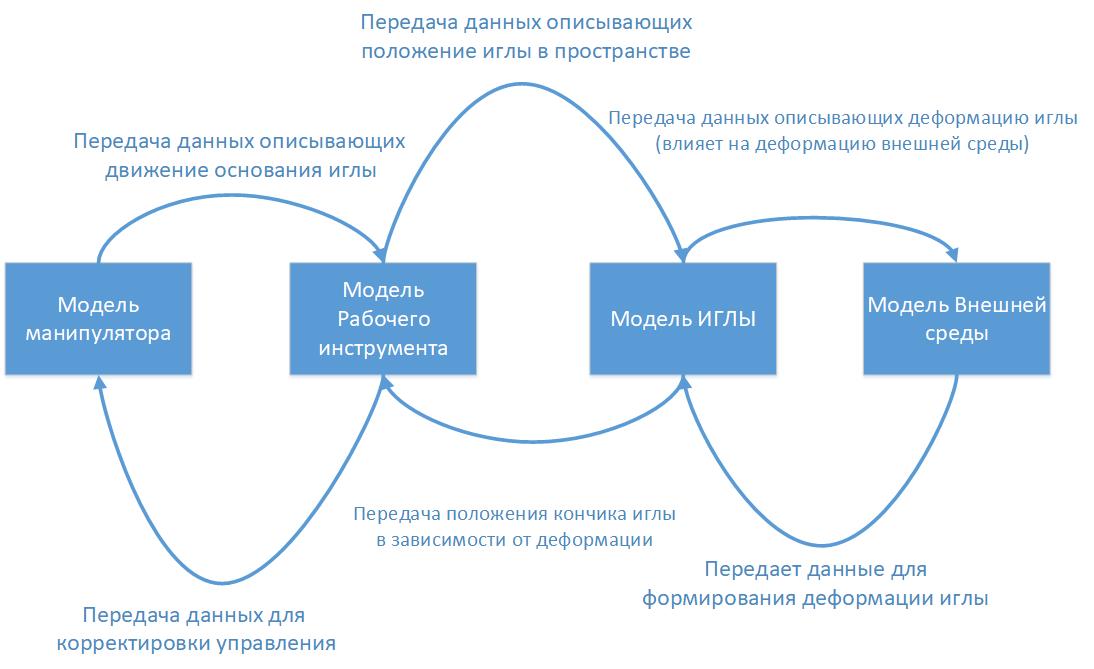


Рис.3 – Полная модель работы системы

### 1.3.2 Постановка задачи для расчета движения иглы в плоскости *Oxy* при поступательном движении

Необходимо разработать модель для определения положения кончика ассиметричной иглы (см. рисунки 1, 4, 5) в системе координат *Oxy* при поступательном движении иглы в вязкоупругих материалах. Модель должна учитывать параметры иглы и параметры среды, с которой она взаимодействует.

Также примем, что игла не может сжиматься, поскольку плотность среды намного ниже, чем плотность иглы.



Рис.4 – Перемещаемая игла в вязкоупругих тканях

На рисунке 4 представлены следующие силы, действующие на иглу при ее движении в вязкоупругих тканях:

* *Ft –* сила, действующая на кончик иглы;
* *Ff* - сила трения, возникающая при движении иглы внутри ткани;
* *w(x) –* распределенная нагрузка (сила, которую оказывает ткань на поверхность иглы).

В данной работе будет рассмотрена более простая постановка задачи. На рисунке 5 показаны учитываемые силы, действующие на иглу, которые рассмотрим при решении задачи в первом приближении.



Рис.5 – Действующие силы на иглу

* *F –* сила, действующая на кончик иглы;
* *v –* скорость движения иглы в вязкоупругих тканях;
* угол наклона острия иглы;
* угол под которым действует сила.

В данной постановке мы не будем учитывать изгиб иглы под действием силы тяжести по следующим причинам, данный изгиб является пренебрежимо малым, что будет показано в разделе 3.1, а так же данный изгиб никак не будет влиять на кривизну иглы, находящейся в упруго вязкой среде.

# Решаемые уравнения

Для решения представленной задачи смещение кончика и угол отклонения будут рассчитывать по уравнениям 1 и 2 [7].

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2) |

где,

смещение кончика иглы;

сила, действующая на кончик иглы при ее движении;

осевой момент инерции;

длина иглы, находящаяся в вязкоупругих тканях;

модуль Юнга;

угол смещения.

В данном случае осевой момент инерции представим в виде двух параллельных прямоугольников 3.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Размер элементарных клеток (молекул) во много раз меньше чем габаритные размеры иглы. А так же скорость перемещения иглы в среде достаточно низкая, а плотность среды достаточно высокая по сравнению с воздухом. Исходя из этого для моделирования внешней силы *F* при перемещении иглы в вязкоупругой среде можно использовать силу лобового сопротивления 4.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

где,

коэффициент сопротивления;

плотность;

скорость перемещения иглы;

площадь поперечного сечения или для продолговатого тела , где объем тела.

В таблице 1 приведены параметры, которые будут использованы при расчетах.

В данной постановке задачи предложенные уравнения будем решать итерационно, суммируя деформацию предыдущих шагов с текущим шагом, тем самым будет сохраняться деформация на каждом шаге. Потому как игла не может восстановить свое горизонтальное положение в процессе работы из-за упругости ткани.

Таблица – 1 Параметры для расчетов

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование параметра | Значение | Размерность |
| диаметр иглы внешний | 0,001 | м |
| диаметр иглы внутренний | 0,0008 | м |
| модуль Юнга | 2.0·1011 | н/м2 |
| плотность | 1300 | кг/м3 |
| скорость перемещения иглы | 0,003 – 0,03 | м/с |
| коэффициент сопротивления формы | 0,82 | — |
| максимальная длина иглы | 0,1 | м |

# Численное решение

## 3.1 Моделирование состояния покоя

Для начала решения необходимо провести исследование и оценить величину отклонения иглы от горизонтального положения в состоянии покоя под действием силы тяжести. Данный расчет необходим, чтобы показать величину отклонение в результате действия силы тяжести, и показать на сколько она мала.

В данной ситуации будем рассматривать иглу как консольную балку с жесткой заделкой с левой стороны.



Рис 6. – Постановка задачи для системы находящейся в покое

распределенная нагрузка силы тяжести (5). А смещение и отклонение рассмотрим по уравнениям (6), (7) [7]. В таблице 2 приведены результаты.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |
|  | (7) |

Таблица 2 – Результаты расчетов для состояния покоя

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование параметра | Величина | Размерность |
| смещение | 3.3286·10-4 | мм |
| угол отклонения | 2.5429·10-4 | градусы |

Исходя из таблицы 2 видно, что данные отклонения достаточно малы. Для решения данной задачи была написана программа в   
среде MATLAB.

## 3.2 Моделирование нагруженного состояния

Предложенная модель работает итерационно, то есть в каждый момент времени рассчитывается отклонение, на следующем шаге текущее отклонение суммируется с предыдущим. Таким образом смещение сохраняется. В таблице 3 приведены результаты численных расчетов для определенных значений скорости.

Таблица 3 – Результаты расчетов для состояния нагруженного состояния

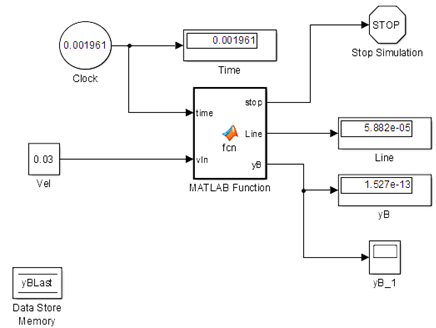
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Линейная скорость мм/с | Величина смещения кончика иглы, мм |
| 1 | 3 | 0,0323 |
| 2 | 9 | 0,2904 |
| 3 | 15 | 0,8066 |
| 4 | 21 | 1,5809 |
| 5 | 24 | 2,0648 |
| 6 | 27 | 2,6133 |
| 7 | 30 | 3,2263 |

Для поддержания требуемой точности данная модель требует достаточно часто выполнять расчет. В таблице 4 приведены данные показывающие необходимый шаг по времени для каждой скорости, чтобы получить требуемую точность.

Таблица 4 – Шаг по времени

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Линейная скорость мм/с | Шаг по времени, С |
| 1 | 3 | 3,33·10-6 |
| 2 | 9 | 1,11·10-6 |
| 3 | 15 | 6,67·10-6 |
| 4 | 21 | 4,77·10-7 |
| 5 | 24 | 4,17·10-7 |
| 6 | 27 | 3,71·10-7 |
| 7 | 30 | 3,34·10-7 |

В разделе 4.2 будет приведены графики сравнения с экспериментальными данными.



Clock – блок задания времени, Time – блок отображения времени, Vel – Блок задания скорости, Line – длинна введенной иглы, yB, yB\_1 – величина смещения, MATLAB function – расчетный блок.

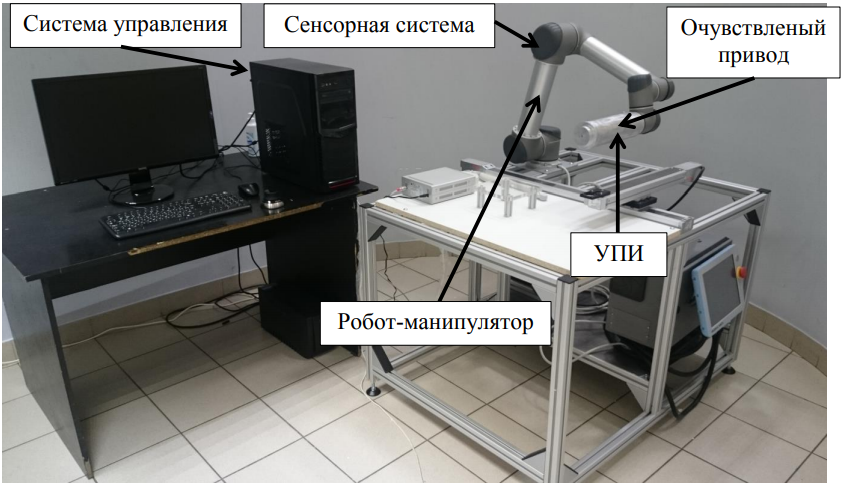
Рис 7 – Пример используемой модели для расчетов

Для построения данной модели использовался MATLAB/Simulik. На рисунке 7 показана разработана объектная модель, которая позволяет воспроизводить итерационную процедуру. В блоке Matlab Function задаётся код программы для выполнения. Код программы включает в себя решение уравнений и вычислений формул (1), (2), (3).

# Сравнение с результатами эксперимента

## 4.1 Результаты эксперимента

На рисунке 8 показана испытательная установка для проведения эксперимента.



УПИ – устройство перемещения игл

Рис 8 – Пример роботизированной установки

На рисунке 9, 10 показан пример используемой иглы для проведения экспериментов, а так же фонтом мягких тканей в тело, которого делаются проколы.

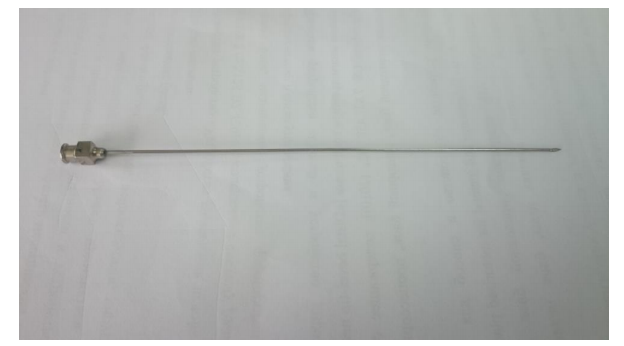


Рис 9 – Медицинская инъекционная игла

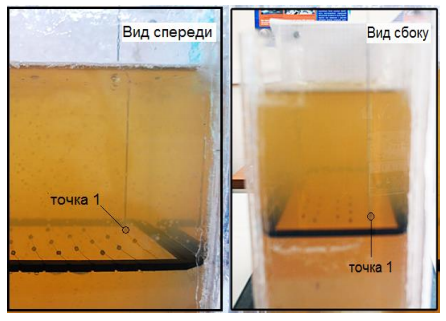


Рис 10 – Фонтом мягких тканей и игла

Игла перемещалась вертикально в диапазоне скоростей от 3 до 30 мм/с, с помощью робота – манипулятора. С помощью моторизованного микроскопа производилась сверка место положения кончика иглы с координатной сеткой.

Координатная сетка представляет из себя 100 точек с шагом в 10 мм в виде прямоугольной сетки, расположенных на глубине 100 мм.

В таблице 5 указаны результаты эксперимента.

Таблица 5- Результаты эксперимента

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Линейная скорость мм/с | Величина смещения кончика иглы, мм |
| 1 | 3 | 0,1 |
| 2 | 9 | 0,24 |
| 3 | 15 | 0,62 |
| 4 | 21 | 1,46 |
| 5 | 24 | 2,2 |
| 6 | 27 | 3,3 |
| 7 | 30 | 4,97 |

## 4.2 Сравнение результатов моделирования и эксперимента

На рисунке 11 представлены графики зависимости смещения от скорости. Из графиков видно, что зависимость деформации от скорости, полученная при моделировании частично совпадает. Из чего можно сделать вывод, что данный подход имеет смысл для определения смещения при движении иглы в вязкоупругой среде.

Погрешность моделирования можно объяснить большим количеством допущений, которые на следующих итерациях разработки модели будут учтены.

Для дальнейшего описания поведения среды при движении в ней иглы можно будет воспользоваться формулами Чаплыгина-Блазиуса. Данный подход позволит более точно учесть влияние формы иглы, при взаимодействии с внешней средой. Более корректная формулировка силы создаваемой средой позволит увеличить точность во всем диапазоне скоростей.

Рис 11 – Графики смещения в зависимости от скорости

# Заключение

В данной работе был произведён анализ существующих методов описания деформации иглы при ее движении в вязкоупругой среде.

Произведена декомпозиция построения полной модели деформации иглы при ее взаимодействии с данной средой, определено дальнейшее развитие модели.

Проведен расчет отклонения иглы от горизонтального положения при воздействии силы тяжести.

Разработана модель описывающая деформацию иглы в реальном времени. Для построения модели использовался новый подход. Внешняя сила действующая на иглу представлялась в виде силы лобового сопротивления, данный подход был взят из гидроаэромеханики, что позволило достаточно сильно упростить модель. Данная упрощённая модель может быть легко интегрирована в системы управления.

Определен способ повышения точности модели.

# Список использованной литературы

1. Seong Y.K., Luca F., Ferdinando R. Closed-Loop Planar Motion Control of a Steerable Probe with a “Programmable bevel” Inspired by Nature // Department of Mechanical Engineering, Imperial College London., UK. 2010. 970-983 pp.
2. Jienan D. et al. Medical needle steering for lung biopsy: experimental results in tissue phantoms using a robotic needle driver // Imaging Science and Information Systems (ISIS), Department of Radiology, Goergetown University Medical Center, USA. Washington, DC. 2008. № 77628.
3. Kemal F. Advanced Path Planning for a Neurosurgical Flexible Catheter // Delft University of Technology. 2012, 14–18 pp.
4. Abayazid M. et al. Integrating Deflection Models and Image Feedback for Real-Time Flexible Needle Steering // IEEE Transactions on Robotics. – 2013. – Vol. 29. – P. 542– 553.
5. R. J.Webster, J. S.Kim,N. J.Cowan,G. S.Chirikjian, and A. M. Okamura, “Nonholonomic modeling of needle steering,” Int. J. Robot. Res., vol. 25, no. 5/6, pp. 509–525, 2006.
6. Биргера И.А., Пановко Я.Г. Прочность, устойчивость, колебания. Том 1. / Справочник в трёх томах под общей редакцией. – М.: Изд-во Машиностроение. 1988. С. 831.
7. Икрин В.А. Сопротивление материалов с элементами теории упругости и пластичности. Издательство АСВ 2004. С 159-165.