Санкт-Петербургский государственный университет

Математико-механический факультет

**РЕФЕРАТ**

**МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ**

Выполнил:

Магистр 2-го курса  
Дружинин В.Г.

Санкт-Петербург

2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc503199365)

[1. МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ 5](#_Toc503199366)

[2. МОДЕЛЬ СПАЛАРТА-АЛЛМАРАСА 10](#_Toc503199367)

[3. МОДЕЛЬ (epsilon) 12](#_Toc503199368)

[4. МОДЕЛЬ (omega) 14](#_Toc503199369)

[5. SST – МОДЕЛЬ 15](#_Toc503199370)

[6. V2-f МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕТНОСТИ 17](#_Toc503199371)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 18](#_Toc503199372)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 19](#_Toc503199373)

# ВВЕДЕНИЕ

Турбуле́нтность, турбуле́нтное тече́ние — явление, заключающееся в том, что, обычно, при увеличении скорости течения жидкости или газа в среде самопроизвольно образуются многочисленные нелинейные фрактальные волны и обычные, линейные различных размеров, без наличия внешних, случайных, возмущающих среду сил и/или при их присутствии. Для расчёта подобных течений были созданы различные модели турбулентности. Волны появляются случайно, и их амплитуда меняется хаотически в некотором интервале. Они возникают чаще всего либо на границе, у стенки, и/или при разрушении или опрокидывании волны. Они могут образоваться на струях. Экспериментально турбулентность можно наблюдать на конце струи пара из электрочайника. Количественные условия перехода к турбулентности были экспериментально открыты английским физиком и инженером   
О. Рейнольдсом в 1883 году при изучении течения воды в трубах.

Турбулентность в её обычном понимании возникает в пристеночных слоях слабовязких жидкостей или газов либо на некотором удаленном расстоянии за плохообтекаемыми телами.

Обычно турбулентность наступает при превышении критической величины неким параметром, например, числом Рейнольдса.

При определённых параметрах турбулентность наблюдается в потоках жидкостей и газов, многофазных течениях, жидких кристаллах, квантовых бозе- и ферми- жидкостях, магнитных жидкостях, плазме и любых сплошных средах (например, в песке, земле, металлах). Турбулентность также наблюдается при взрывах звёзд, в сверхтекучем гелии, в нейтронных звёздах, в лёгких человека, движении крови в сердце, при турбулентном (т. н. вибрационном) горении.

Турбулентность возникает самопроизвольно, когда соседние области среды следуют рядом или проникают один в другой, при наличии перепада давления или при наличии силы тяжести, или когда области среды обтекают непроницаемые поверхности. Она может возникать при наличии вынуждающей случайной силы. Обычно внешняя случайная сила и сила тяжести действуют одновременно. Например, при землетрясении или порыве ветра падает лавина с горы, внутри которой течение снега турбулентно. Мгновенные параметры потока (скорость, температура, давление, концентрация примесей) при этом хаотично колеблются вокруг средних значений. Зависимость квадрата амплитуды от частоты колебаний (или спектр Фурье) является непрерывной функцией.

# МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Хорошо представить появление турбулентности можно на рисунке 1, где рассмотрена задача об обтекании плоской пластины потоком жидкости.

На поверхности пластины, начиная от передней кромки, формируется пограничный слой — область течения, в которой происходит основное изменение скорости жидкости. На передней части пластины течение в погранслое ламинарное. Профиль скорости в этой области легко рассчитать. Но начиная с некоторого расстояния от передней кромки малые хаотические возмущения в потоке усиливаются, в результате чего поток теряет устойчивость, и режим течения в погранслое меняется с ламинарного на переходный, а затем и на турбулентный.

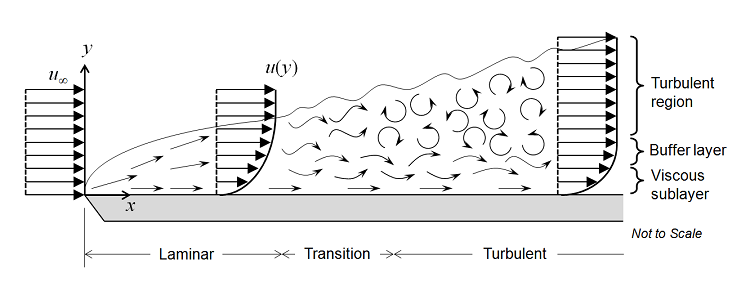


Рисунок 1. Турбулентность

Переход между тремя режимами течения в погранслое определяется числом Рейнольдса, , где — плотность жидкости, — скорость, *L* — характерный линейный размер (в данном случае, расстояние от передней кромки пластины) и — динамический коэффициент вязкости. Будем рассматривать течение ньютоновской жидкости, то есть такой жидкости, вязкость которой не зависит от скорости сдвига. Многие важные для инженерной практики жидкости и газы, в том числе вода и воздух, являются ньютоновскими.

При ламинарном режиме течения поле скорости может быть найдено из решения стационарных уравнений Навье-Стокса, которые описывают распределение скорости и давления в потоке жидкости. Можно предположить, что скорость жидкости не изменяется во времени, и получить точное описание характеристик потока. В качестве примера можно привести решение задачи Блазиуса о ламинарном течении в пограничном слое. Когда поток начинает переходить к турбулентности, в потоке появляются колебания, несмотря на то, что скорость потока на входе не меняется со временем.

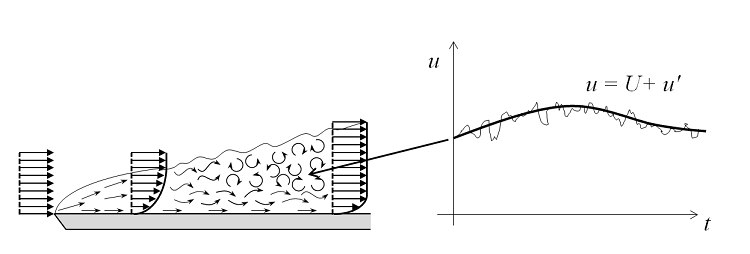


Рисунок 2 Скорость в потоке при турбулентном течении

С ростом числа Рейнольдса характерный размер вихревых структур в потоке уменьшается, а временной масштаб пульсаций скорости и давления становится столь коротким, что численное решение уравнений Навье-Стокса для большинства практических задач практически невозможно. Для описания таких режимов течения мы можем использовать осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (уравнения Рейнольдса, RANS), в которых мгновенные значения скорости u представлены в виде суммы пульсационной u’ и осредненной по времени U составляющих. В одно- и двухпараметрических моделях вводятся дополнительные уравнения переноса для характеристик турбулентности, одной из которых является кинетическая энергия (переменная k в k-ε и k-ω моделях турбулентности).

В алгебраических моделях используются алгебраические уравнения для турбулентной вязкости, описывающие ее зависимость от поля осредненной скорости и, в некоторых случаях, расстояния от твердых стенок. Найденные значения турбулентных переменных затем используются для расчета турбулентной (вихревой) вязкости, котороая прибавляется к молекулярной вязкости жидкости. Импульс, который мог бы переноситься малыми вихревыми структурами, наоборот, диссипирует за счет вязких эффектов. Турбулентная диссипация обычно превосходит вязкую диссипацию во всех области течения, за исключением вязкого подслоя вблизи твердых стенок. Модель турбулентности должна описывать непрерывное снижение степени турбулентности потока по мере приближения к стенке, как это делают низкорейнольдсовые модели. Либо должны быть рассчитаны новые граничные условия с помощью пристеночных функций.

Название "низкорейнольдсовая модель турбулентности" может показаться противоречивым, поскольку турбулентный режим течения наблюдается только при достаточно высоких значениях числа Рейнольдса. Однако термин "низкорейнольдсовая" относится не ко всей области течения, а только к пристеночной области, где доминируют вязкие эффекты, то есть к области вязкого подслоя, показанного на рисунке выше. Низкорейнольдсовая модель турбулентности — это модель, которая позволяет корректно рассчитать асимптотическое поведение различных характеристик потока, когда расстояние от стенки стремится к нулю. Например, низкорейнольдсовая модель должна описывать зависимость кинетической энергии турбулентности от расстояния от стенки как k~y2 при y→0. Корректная асимптотика означает, что модель турбулентности может использоваться для расчета течения по всей толщине погранслоя, в том числе в вязком подслое и буферном слое.

Почти все модели, содержащие уравнение для ω, являются низкорейнольдсовыми по определению. Однако стандартная и другие распространенные формулировки k-ε модели не являются низкорейнольдсовыми. Тем не менее некоторые из них могут быть дополнены так называемыми демпфирующими функциями, которые позволяют дают корректную ассимптотику. Такие модели называются низкорейнольдсовыми k-ε моделями.

Зачастую низкорейнольдсовые модели позволяют очень точно рассчитать течение в погранслое. Для разрешения значительных градиентов вблизи стенки, однако, требуется очень плотная расчетная сетка, что, в свою очередь, приводит к повышенным требованиям к вычислительным ресурсам. По этой причине для расчета течения вблизи твердых стенок при решении инженерных задач часто используются альтернативные методы.

Модели турбулентности, основанные на использовании уравнений Рейнольдса, различаются подходами к описанию течения в пристеночной области, количеством и физическим смыслом дополнительных неизвестных переменных, определяющих характеристики турбулентного течения. Во всех этих моделях в уравнениях Навье-Стокса появляется дополнительное слагаемое для турбулентной вихревой вязкости, однако рассчитывается это слагаемое в разных моделях по-разному.

В настоящее время существует достаточно большое количество моделей турбулентности далее в списке представим существующие на сегодняшний часто используемые модели.

1. RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes) модели c осреднённые по Рейнольдсу.
   1. Алгебраические модели
      1. Модель Чебеки-Смита
      2. Модель Болдуина-Ломакса
      3. Модель Джонсона-Кинга
      4. Модель, зависящая от шероховатости (A roughness-dependent model)
   2. Однопараметрические модели (One equation models)
      1. Модель с одним уравнением Прандтля
      2. Модель Болдуина-Барта
      3. Модель Spalart-Allmaras
      4. Модель Рахмана-Сийконена-Агарвала
   3. Двухпараметрические модели
      1. Модель (epsilon)
      2. Модель (omega)
2. Большое вихревое моделирование (LES)
   1. Модель Смагоринского-Лилли
   2. Динамическая модель подсеточного масштаба (Dynamic subgrid-scale model)
   3. Модель RNG-LES
   4. Модель, адаптируемая к поверхности, с вихревой вязкостью (WALE)
   5. Модель подсеточной шкалы кинетической энергии
   6. Пристеночная обработка для моделей LES
3. Модели нелинейной вихревой вязкости
   1. Explicit nonlinear constitutive relation
   2. v2-f Модель
4. Частное вихревое моделирование (DES)
5. Прямое численное моделирование (DNS)

Как видно из списка методов и моделей для моделирования турбулентных течений достаточно много, не смотря на то что в списке приведены наиболее используемые. Какую модель использовать зависит от необходимостей проводимых расчетов, и условий в которых исследуется поток.

Далее мы рассмотрим наиболее популярные и используемые в современных САПР моделях.

# МОДЕЛЬ СПАЛАРТА-АЛЛМАРАСА

Эта модель относится к классу однопараметрических моделей турбулентности. Здесь появляется только одно дополнительное уравнение для расчета кинематического коэффициента вихревой вязкости. Это низкорейнольдсовая модель, которая описывает всю область течения, включая пристеночные слои. Изначально модель была предложена для решения аэродинамических задач. Ее выгодно отличают относительно хорошая устойчивость и надежность, а также не слишком высокие требования к плотности расчетной сетки. Опыт показывает, что данная модель не очень хорошо описывает сдвиговые и отрывные течения, а также затухание турбулентности. Преимуществом этой модели является ее устойчивость и хорошая сходимость.

|  |  |
| --- | --- |
| D:\C#\trunk\HantulevaRef\64648ff50acb1e47c4ff91b016e5fb78.pngD:\C#\trunk\HantulevaRef\fdec625b1779e143145244581d4b32ec.png  D:\C#\trunk\HantulevaRef\f7c96cb6a0fa8a040dd12541e45598ad.png | (1) |

Где, *d –* расстояние до ближней стенки

D:\C#\trunk\HantulevaRef\c26b6df43f43bd154bfb843133c3917c.png

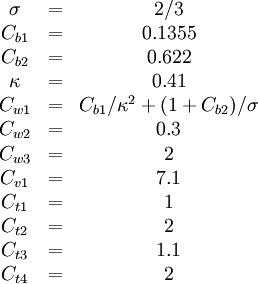
D:\C#\trunk\HantulevaRef\808c2f8b7e6b7e41982b199f6d4224fe.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\09b19885ed6dffe3dec850e2516f1696.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\993b41d0ba795e0b3877d041c4cff1cb.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\adae4a95d57dabec50f1f549e187d5c6.png

Константы:



# МОДЕЛЬ (epsilon)

В k-ε модели турбулентности записываются два дополнительных уравнения для расчета кинетической энергии турбулентности k и скорости диссипации кинетической энергии ε. Буферный слой не моделируется, для расчета скорости у стенки используются пристеночные функции. Благодаря быстрой сходимости и относительно низким требованиям к объему памяти k-ε модель очень популярна при решении промышленных задач. Она не очень точна при моделировании течений с положительным градиентом давления, струйных течений и течений в области с сильно искривленной геометрией. Модель хорошо подходит для решения задач внешнего обтекания тел сложной геометрической формы. Например, k-ε модель можно использовать для моделирования потока вблизи плохо обтекаемого тела.

|  |  |
| --- | --- |
| Для турбулентной кинетической энергии *k*  *D:\C#\trunk\HantulevaRef\03313e8802538459d0a202c34efc1274.png*  Для диссипации  D:\C#\trunk\HantulevaRef\06ca9efd2f29b3816707de0452572c77.png | (2) |

Моделирование турбулентной вязкости

D:\C#\trunk\HantulevaRef\06d36e3d0c952e4237d4e77849438c8e.png

Константы модели:

D:\C#\trunk\HantulevaRef\431bc359553dccb0f74dae33e1c0805d.png

Модели турбулентности, перечисленные ниже, отличаются более высокой степенью нелинейности по сравнению со стандартной k-ε моделью, и поэтому зачастую в расчетах на основе этих моделей бывает трудно добиться сходимости, если только не воспользоваться хорошим начальным приближением. Результаты расчета, полученные с помощью стандартной k-ε модели, могут послужить таким начальным приближением.

# МОДЕЛЬ (omega)

Модель k-ω похожа на k-ε, только здесь решается уравнение для удельной скорости диссипации кинетической энергии ω. Эта модель относится к низкорейнольдсовым, но она также может быть использована совместно с пристеночными функциями. Она отличается более высокой степенью нелинейности, а потому хуже сходится, чем стандартная k-ε модель, а кроме того, достаточно чувствительна к начальному приближению. Использование k-ω модели дает хорошие результаты в тех задачах, где k-ε модель недостаточно точна, например, при моделировании внутренних течений, течений по сильно искривленным каналам, отрывных и струйных течений. Хорошим примером применения k-ω модели является задача о течении жидкости через колено трубопровода.

|  |  |
| --- | --- |
| Для турбулентной кинетической энергии *k*  *D:\C#\trunk\HantulevaRef\1a436edcf81f2ccbdf53dfa7dd9e0550.png*  Для диссипации  D:\C#\trunk\HantulevaRef\b361dbe1c46fcbcbf1795a2997a00e09.png | (3) |

Кинематическая вязкость

D:\C#\trunk\HantulevaRef\d39ffe0a8995327de8beb55d11adeb4e.png

Замыкающие соотношения и коэффициенты

D:\C#\trunk\HantulevaRef\84089ebc001448ded1e9c9c81006fd38.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\c95be5ff2e5e0f6d223cf7a67dc490de.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\79a086333de62ac5966528dda70e28ea.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\a8b039252d9c7df3c32e37f464d907fc.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\b5d0b5c6793815c56ffed4d7b7fb879e (1).png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\bbed0b61aa5425878810f1766fbdea31.png

# SST – МОДЕЛЬ

SST-модель представляет собой комбинацию k-ε и k-ω моделей турбулентности: для расчета течения в свободном потоке используются уравнения k-ε модели, а в области вблизи стенок — уравнения k-ω модели. Это низкорейнольдсовая модель, которая стала своего рода стандартом для инженерных приложений. Требования к плотности сетки здесь те же, что и у k-ω модели и низкорейнольдсовой k-ε модели, однако эта модель лишена некоторых недостатков исходных k-ω и k-ε моделей. В учебной модели для расчета обтекания крылового профиля NACA 0012 используется SST-модель турбулентности. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

|  |  |
| --- | --- |
| Для турбулентной кинетической энергии *k*  *D:\C#\trunk\HantulevaRef\2b15a566cc406b49688be7eaa8c3215f.png*  Для диссипации  D:\C#\trunk\HantulevaRef\a134e239a765d4638a74df753866847a.png | (4) |

Кинематическая вязкость

D:\C#\trunk\HantulevaRef\e88a60a9b5623974f98d89595c7eb0e2 (1).png

Замыкающие соотношения и коэффициенты

D:\C#\trunk\HantulevaRef\87d29560b46100813cef49e9f861f1cc.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\4396766e85b8ab0a43c9e78d109f3bbf.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\1438132576e08de1da7394c694172485.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\e07b80259bcf392ed3fc83985c4875e6.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\179d396fc28934adca8cf1f757b88cac.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\21108742c00b1b538735b883cc2d2b75.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\ea838c5eb7c20da0e305b21fa97793b1.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\c95be5ff2e5e0f6d223cf7a67dc490de (1).png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\6cbc1edf6228412937bd10a9d9dd9fd0.png

D:\C#\trunk\HantulevaRef\2186986c04d27fc445c9d1a2d224387b.png

# V2-f МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕТНОСТИ

Около твердых стенок интенсивность флуктуаций скорости в направлении по касательной к стенке обычно намного превышает интенсивность флуктуаций в направлении по нормали к стенке. Другими словами, флуктуациям скорости свойственна анизотропия. По мере удаления от стенки интенсивность флуктуаций во всех направлениях становится одинаковой. Флуктуации скорости становятся однородными или изотропными.

Анизотропия турбулентных флуктуаций в погранслое описывается v2-f моделью турбулентности за счет введения двух дополнительных уравнений, решаемых совместно с уравнениями для кинетической энергии турбулентности (k) и скорости диссипации кинетической энергии (ε). Первое дополнительное уравнение описывает перенос турбулентных флуктуаций скорости в направлении по нормали к линиям тока. Второе уравнение учитывает нелокальные эффекты, а именно обусловленное стенкой демпфирование перераспределения кинетической энергии между нормальным и касательным направлениями.

Эту модель следует использовать для расчета внутренних течений в системах с искривленными границами, например, при моделировании циклонов-сепараторов.

|  |  |
| --- | --- |
| Уравнение для переноса турбулентных флуктуаций D:\C#\trunk\HantulevaRef\02f127817886d8a13bc0b0953fbb2364.png  *D:\C#\trunk\HantulevaRef\4dfe2edd7e498f15491c4d78f266a9a3.png*  Уравнение для нелокальных эффектов D:\C#\trunk\HantulevaRef\8fa14cdd754f91cc6554c9e71929cce7.png  D:\C#\trunk\HantulevaRef\0e33c7cbe36c8d82a0b8500a57562542.png | (5) |

Где *L –* масштаб длины турбулентности

D:\C#\trunk\HantulevaRef\e1346b0f44e1e583315e145067993987.png

*T –* шкала времени турбулентности

D:\C#\trunk\HantulevaRef\345e881f3c23753ab889f271376c958f.png

Коэффициенты

D:\C#\trunk\HantulevaRef\eda8e9ae15b135066edcc3a6523cc6a7.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\f8e409293d73a4ef70a00322d2df8df3.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\5b757befb4c444372f03eed9672d2d81.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\89d342ea3f2ef3391bad00f07bb148ab.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\6e681e91ded6ebb9f9d0b70605b72daf.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\f00ba8bb7c33b15ad5ac30ee0a819e74.png D:\C#\trunk\HantulevaRef\cc4f32ebbc909c3adfc8d4d7d10b3d90.png

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приведен список использующихся в настоящее время моделей турбулентностей. Так же приведены замыкающие уравнения для наиболее популярных и наиболее используемых моделей в САПР.

Так же приведены рекомендации для использования каждой, подробно описанной модели.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур, Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений, СПб, Издательство СПбГУ, 2012 г.
2. Ю.В. Лапин., Статистическая теория турбулентности, Научно технические ведомости 2’ 2004 г.
3. Техническая документация COMSOL Multiphysics.
4. [www.cfd-online.com](http://www.cfd-online.com)