

ľ	NUM	ER U	CZNIA	1	

POZIOM ROZSZERZONY Część I

ARKUSZ EGZAMINACYJNY PROJEKTU INFORMATURA

DATA: 8 GRUDNIA 2017 R.

CZAS PRACY: 60 MINUT

Liczba punktów do uzyskania: 15

WPISUJE ZDAJĄCY	WYBRANE:	
	(środowisko)	
	(kompilator)	
	(program użytkowy)	

Instrukcja dla zdającego

- 1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 11 stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- 2. Rozwiązania i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
- 3. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
- 4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- 5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
- 6. Wpisz zadeklarowane (wybrane) przez Ciebie na egzamin środowisko komputerowe, kompilator języka programowania oraz program użytkowy.
- 7. Jeżeli rozwiązaniem zadania lub jego części jest algorytm, to zapisz go w wybranej przez siebie notacji: pseudokodu, listy kroków lub języka programowania, który wybrałaś/eś na egzamin.
- 8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Zadanie 1. Tocjent (0-6)

Dwie liczby naturalne są względnie pierwsze, jeżeli w rozkładzie na czynniki pierwsze nie mają wspólnych dzielników większych od 1, czyli jedynym ich wspólnym dzielnikiem jest liczba 1. Liczba 1 jest względnie pierwsza z każdą liczbą naturalną.

Funkcja φ (Eulera) lub *tocjent* dodatniej liczby naturalnej n jest liczbą liczb naturalnych większych od 0 i mniejszych lub równych n, które są względnie pierwsze z n.

Funkcja φ (Eulera) dana jest dla każdej liczby naturalnej n wzorem:

$$\varphi(n) = n * \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) * \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) * \dots * \left(1 - \frac{1}{p_k}\right),$$

gdzie $p_1, p_2, ..., p_k$ są wszystkimi czynnikami pierwszymi liczby n liczonymi bez powtórzeń.

Rozkładem na czynniki pierwsze liczby naturalnej *n* większej od 1 nazywamy przedstawienie tej liczby w postaci iloczynu czynników pierwszych (liczb pierwszych). Jeżeli dana liczba jest liczbą pierwszą, to w jej rozkładzie występuje tylko ona sama.

Przykład:

Wyznaczanie funkcji $\varphi(n)$, dla n = 100.

Rozkład liczby 100 na czynniki pierwsze można przedstawić jako iloczyn liczb pierwszych: 100 = 2 * 2 * 5 * 5. Zauważ, że podany rozkład można przedstawić jako iloczyn potęg liczb pierwszych bez powtórzeń: $100 = 2^2 * 5^2$

Wyznaczamy wartość funkcji $\varphi(n)$ zgodnie ze wzorem:

$$\varphi(100) = 100 * \left(1 - \frac{1}{2}\right) * \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 100 * \frac{1}{2} * \frac{4}{5} = \frac{400}{10} = 40$$

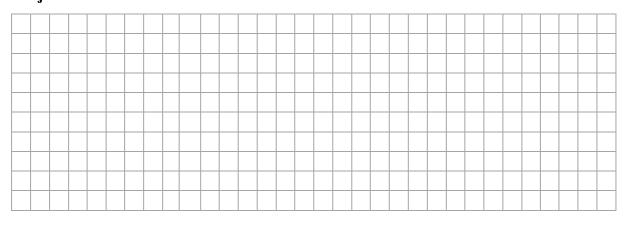
Zatem dla danej liczby naturalnej n=100 istnieje 40 liczb naturalnych mniejszych lub równych 100, które są względnie pierwsze z liczbą naturalną n=100.

Zadanie 1.1. (0–1)

Oblicz, dla danego n, ile jest liczb naturalnych względnie pierwszych z n w przedziale <1, n>. Wypełnij tabelę.

n	Wszystkie czynniki pierwsze liczby <i>n</i>	Czynniki pierwsze liczby <i>n</i> bez powtórzeń	$\varphi(n)$
7			
63			
125			

Miejsce na obliczenia



Zadanie 1.2. (0-2)

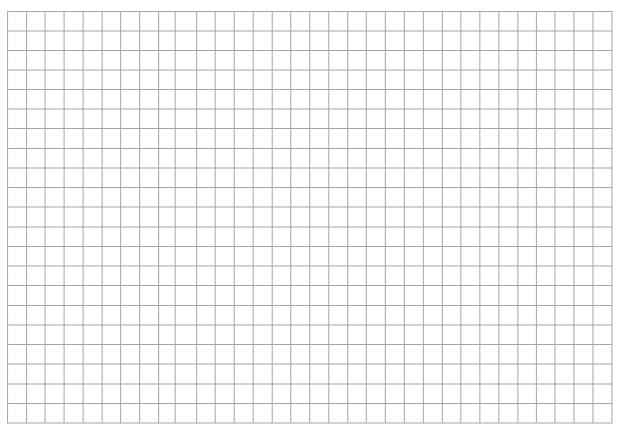
Zapisz (w postaci pseudokodu, listy kroków lub w wybranym języku programowania) algorytm zgodny z poniższą specyfikacją, który dla liczby naturalnej *n* wypisuje wszystkie czynniki pierwsze występujące w rozkładzie liczby *n* (z powtórzeniami).

Specyfikacja:

Dane: liczba naturalna n (n > 1)

Wynik: wszystkie czynniki pierwsze liczby n

Algorytm:

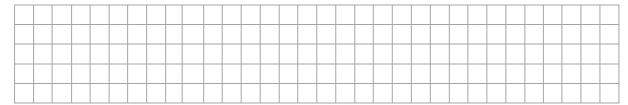


Wypełnia	Nr zadania	1.1.	1.2.
egzaminator	Maks. liczba pkt	1	2
egzammator	Uzyskana liczba pkt		

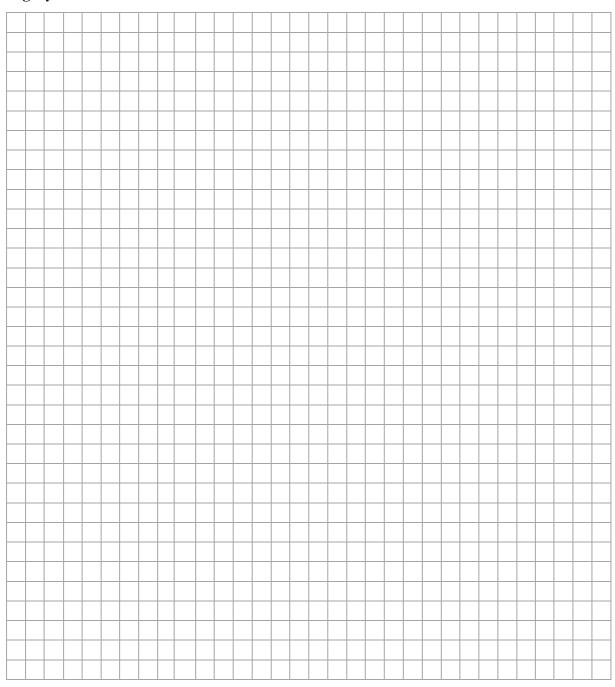
Zadanie 1.3. (0-3)

Zapisz (w postaci pseudokodu, listy kroków lub w wybranym języku programowania) algorytm, który dla liczby naturalnej $n \ge 1$ oblicza wartość funkcji tocjent, czyli liczbę liczb naturalnych mniejszych lub równych n, które są względnie pierwsze z n. Pamiętaj o podaniu specyfikacji.

Specyfikacja:



Algorytm:



Zadanie 2. Przyjazne węże (0-6)

Piotr otrzymał od Mikołaja wielki worek klocków. Wszystkie klocki były tej samej wielkości i tego samego kształtu. Różniły się tylko kolorem. Były *białe, czerwone, niebieskie* lub *zielone*.

Każdy klocek miał po przeciwnych stronach dwa zaczepy umożliwiające połączenie go z dwoma innymi klockami. Można więc było je łączyć wyobrażając sobie, że są to łańcuchy, weże, sznury korali, czy liany w dżungli.

Piotr postanowił z otrzymanych klocków budować węże. Zaprosił kolegów do zabawy. Wspólnie ustalili, że węże będą budowane etapami, według przygotowanych wcześniej reguł. Wąż utworzony zgodnie z regułami będzie wężem **przyjaznym** (niejadowitym), pozostałe będą wężami jadowitymi.

Spisując reguły kolory oznaczyli ich pierwszymi literami.

Na przykład, zapis $N \to CCN$ oznacza, że przy przejściu do następnego etapu budowy węża, należy wymienić klocek niebieski na dwa czerwone i jeden niebieski, w podanej kolejności.

Na początek każdy z chłopców losuje kolor pierwszego klocka. W pierwszym etapie każdy wąż składa się z jednego klocka. By przejść do każdego kolejnego etapu należy każdy klocek z aktualnego etapu podmienić według reguł. Budowę węża można zakończyć na dowolnym etapie. Wąż budowany według reguł jest wężem przyjaznym już od pierwszego etapu.

Chłopcy wybrali następujący zbiór reguł:

 $B \rightarrow CNZ$

B → BBB

 $C \rightarrow BNZ$

 $C \rightarrow CCC$

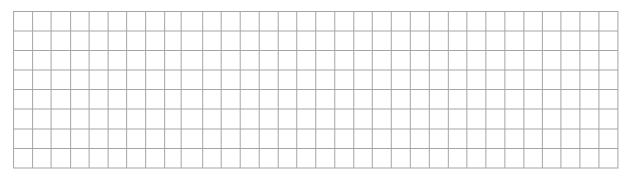
 $N \rightarrow NNN$

 $Z \rightarrow CZZ$

Zadanie 2.1. (0-1)

Wypisz wszystkie przyjazne węże, które można otrzymać na trzecim etapie, jeśli jako pierwszy został wylosowany klocek biały (B). Jaka będzie ich liczba?

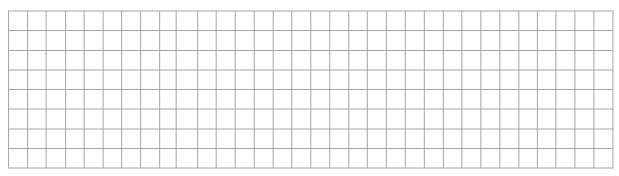
Miejsce na odpowiedź:



Wypełnia	Nr zadania	1.3.
egzaminator	Maks. liczba pkt	3
egzammator	Uzyskana liczba pkt	

Wypisz wszystkie przyjazne węże, które można otrzymać na trzecim etapie, jeśli jako pierwszy został wylosowany klocek niebieski (N). Jaka będzie ich liczba?

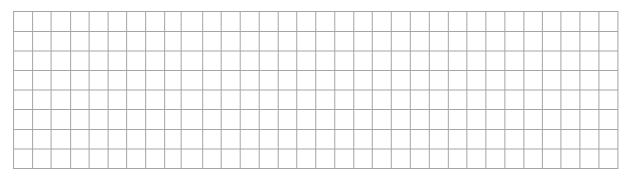
Miejsce na odpowiedź:



Zadanie 2.2. (0-1)

Jaka będzie długość węża budowanego według powyższych reguł na *k*-tym etapie?

Miejsce na odpowiedź:



Zadanie 2.3. (0-1)

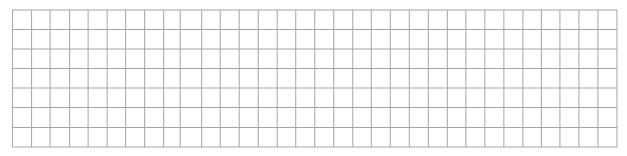
Piotr wziął do ręki węża zbudowanego przez Jarka według powyższych reguł. Być może ktoś po zakończonej zabawie oderwał od węża jeden lub dwa klocki. Teraz wąż składa się z d klocków (d > 1). W jaki sposób Piotr może sprawdzić czy wąż jest cały?

Miejsce na odpowiedź:



Jak Piotr może obliczyć, na którym etapie Jarek skończył budować węża, jeśli wie, że wąż jest cały?

Miejsce na odpowiedź:



Zadanie 2.4. (0-3)

Chłopcy postanowili opracować procedurę sprawdzania czy wąż jest przyjazny, którą będzie można wykorzystać nie tylko do tego jednego zbioru reguł.

Założyli, że istnieje zbiór *n* reguł postaci:

 $x_i \rightarrow p_i q_i r_i$, i = 1, 2,, n, gdzie x_i to kolejne kolory znajdujące się po lewej stronie reguł, a p_i , q_i i r_i to kolejne kolory znajdujące się po prawej stronie reguł.

Specyfikacja funkcji Przyjazny(t, lewy, prawy)

Dane:

t - tablica znaków określających kolory poszczególnych klocków konkretnego węża,
 lewy - indeks skrajnego lewego elementu tablicy,

prawy – indeks skrajnego prawego elementu tablicy

Wynik:

PRAWDA – jeśli wąż jest przyjazny (niejadowity), FAŁSZ – jeśli wąż jest jadowity

Funkcja Przyjazny(t, lewy, prawy)

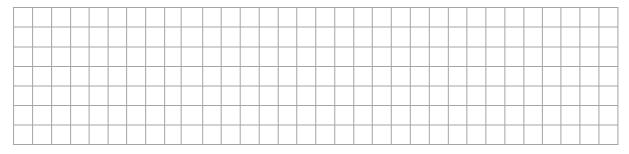
- 1. d = prawy lewy + 1
- 2. Jeżeli d = 1:
 - 2.1. Dla i = 1, 2, ..., n wykonaj jeżeli $t[lewy] = x_i$, to zwróć PRAWDA
 - 2.2. Zwróć FAŁSZ
- 3. Jeżeli d = 3:
 - 3.1. Dla i=1,2,...,n wykonaj jeżeli $t[lewy]=p_i$ i $t[lewy+1]=q_i$ i $t[prawy]=r_i$ to zwróć PRAWDA
 - 3.2. Zwróć FAŁSZ
- 4. Jeżeli $d \mod 3 \neq 0$, to zwróć FALSZ
- 5. Jeżeli *Przyjazny(t, lewy, lewy+d/3-1)* i *Przyjazny(t, lewy+d/3, lewy+2d/3-1)* i *Przyjazny(t, lewy+2d/3, prawy)*, to zwróć *PRAWDA*
- 6. Zwróć FAŁSZ

Wypełnia	Nr zadania	2.1.	2.2.	2.3.
egzaminator	Maks. liczba pkt	1	1	1
Cgzaiiiiiatui	Uzyskana liczba pkt			

Powyższy algorytm jest również odpowiedni dla wybranego przez chłopców zbioru reguł. Wykorzystaj podany na początku zadania zbiór reguł i zapisz w tabeli wszystkie <u>rekurencyjne</u> wywołania funkcji *Przyjazny* oraz wynik jej działania dla węży: *NNNCCC*, *BBBNNNCZZ*, *CBB*.

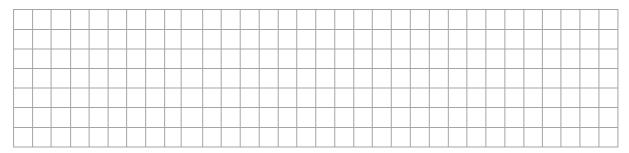
Wąż	Wywołania funkcji <i>Przyjazny</i>	Wynik zwrócony przez funkcję <i>Przyjazny</i>
NNNCCC		
BBBNNNCZZ		
СВВ		

Miejsce na obliczenia:



Czy z opracowanej przez chłopców funkcji *Przyjazny* można usunąć jedną lub kilka linii w taki sposób, by funkcja nadal prawidłowo sprawdzała, czy wąż jest przyjazny? Jeśli tak, podaj numery tej/ tych linii.

Miejsce na odpowiedź:



Zadanie 3. Test (0-3)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wpisz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F**, jeśli zdanie jest fałszywe. W każdym zadaniu punkt uzyskasz tylko za komplet poprawnych odpowiedzi.

Zadanie 3.1. (0-1)

		P/F
1.	Liczba dziesiętna -108 zapisana w systemie dwójkowym za pomocą kodu U2 z wykorzystaniem 8 bitów to 10010100	
2.	Liczba dziesiętna 0,1875 zapisana w systemie dwójkowym to 0,0011	
3.	Liczba dwójkowa 100101 zapisana w kodzie U2 z wykorzystaniem 6 bitów to liczba dziesiętna -5	
4.	Liczba dodatnia 10,0101 zapisana w systemie dwójkowym, to w zapisie dziesiętnym liczba 2,625	

Zadanie 3.2. (0–1)

		P/F
1.	Adres IP 191.0.2.1 należy do klasy A	
2.	Adres IP 134.16.0.1 należy do klasy B	
3.	Adres IP 195.0.0.1 należy do klasy C	
4.	Adres IP 69.255.2.1 należy do klasy D	

Zadanie 3.3. (0–1)

Baza danych składa się z dwóch tabel: towary i zamówienia. Poniżej przedstawiona jest zawartościach tych tabel.

towary					
id_tow	nazwa	cena			
1	jabłka	2,99			
2	gruszki	3,59			
3	banany	4,99			
4	winogrona	6,99			
5	śliwki	3,00			

zamowienia				
id_	zam	id_	tow	waga
1		2		3
2		3		2
3		2		1
4		2		6
5		1		1
6		3		1

Wypełnia	Nr zadania	2.4.	3.1.	3.2.
egzaminator	Maks. liczba pkt	3	1	1
egzammator	Uzyskana liczba pkt			

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.3.
	Maks. liczba pkt	1
	Uzyskana liczba pkt	