

Teoria gier

Technologie Informacyjne

Igor Rewers

Wydział Automatyki Robotyki i Elektrotechniki Politechniki Poznańskiej

29 października 2025



Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Teoria gier w matematyce — matematyka decyzji i strategii
 - Definicja gry
 - Historia teorii gier
 - Przykłady gier
 - Klasyfikacja gier
- 3 Gra dwuosobowa o sumie zerowej
 - Twierdzenie minimaksowe von Neumanna
 - Przykład gry dwuosobowej
- 4 Podsumowanie
- 5 Bibliografia

Wstęp

Na początku coś o mnie:

Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: [technik programista](#)

Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Koźmiegłowach koło Poznania

Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Koźmiegłowach koło Poznania
- dlaczego automatyka i robotyka ?

Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Koźmiegłowach koło Poznania
- dlaczego automatyka i robotyka ?
- po studiach chciałbym...

Definicja gry

Definicja

Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.

Definicja gry

Definicja

Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.

- Zastosowanie:
 - Ekonomia
 - Informatyka
 - Psychologia

Definicja gry

Definicja

Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.

- Zastosowanie:
 - Ekonomia
 - Informatyka
 - Psychologia

Ciekawostka: Teoria gier wywodzi się z badania gier hazardowych, i taka jest też jej terminologia

Historia teorii gier

Początki teorii gier sięgają XIX wieku, ale jej formalne podstawy opracowali John von Neumann i Oskar Morgenstern w książce *Theory of Games and Economic Behavior* (1944). To właśnie tam po raz pierwszy opisano gry w sposób ścisły matematyczny, tworząc fundament pod współczesne badania nad decyzjami strategicznymi.

Przykłady gier

Przykłady gier:

- **Gra w orzeł czy reszka** – przykład gry o sumie zerowej, w której zysk jednego gracza to strata drugiego.
- **Kamień–papier–nożyce** – gra symetryczna, w której żadna strategia nie daje przewagi; najlepsze jest losowanie.

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe
- Gry o skończonym i nieskończonym czasie rozgrywki.

Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe
- Gry o skończonym i nieskończonym czasie rozgrywki.

Gra dwuosobowa o sumie zerowej

Definicja

Gra dwuosobowa o sumie zerowej to gra, w której zysk jednego gracza jest dokładnie równy stracie drugiego. Innymi słowy, suma wypłat wszystkich graczy zawsze wynosi zero – jeśli jeden wygrywa, drugi przegrywa dokładnie tę samą wartość.

$$U_a + U_b = 0$$

U_a – wypłata gracza a , U_b – wypłata gracza b

Ciekawostka: John von Neumann w taksówce „nabazgrał” na kartce papieru twierdzenie o minimaksie, które polega na minimalizacji maksymalnej wygranej przeciwnika w grze o sumie zerowej

Twierdzenie minimaksowe von Neumanna

Fundamentem teorii gier o sumie zerowej jest twierdzenie minimaksowe, które mówi:

$$\max_p \min_q E(p, q) = \min_q \max_p E(p, q) \quad (1)$$

Oznacza ono, że istnieje pewna wartość gry v , przy której:

- gracz A, wybierając najlepszą strategię, gwarantuje sobie conajmniej v
- gracz B, wybierając najlepszą strategię, nie pozwoli A wygrać więcej niż v

Ta wartość v to właśnie **wartość gry**.

$$v = \max_p \min_q E(p, q) = \min_q \max_p E(p, q) \quad (2)$$

Przykład gry dwuosobowej

Przykładowa gra pomiędzy dwoma stacjami:
Stacja 1 wybiera **wiersz**, a Stacja 2 **kolumnę**

	Szkocja	Anglia
Szkocja	5	-3
Anglia	2	4

Tabela: Macierz wypłat dla gry o sumie zerowej

Stacja 1 wybiera strategię, która **maksymalizuje** ten minimalny wynik (maximin): $\text{Max}(-3, 2) = 2$

Stacja 2 wybiera strategię, która **minimalizuje** maksymalny zysk stacji 1 (minimax) : $\text{Min}(5, 4) = 4$

Podsumowanie

Teoria gier pokazuje, jak matematyka pomaga zrozumieć decyzje i strategie graczy. W grach o sumie zerowej wygrana jednego zawsze oznacza stratę drugiego, a twierdzenie minimaksowe pozwala znaleźć najlepszą strategię w takiej rywalizacji.







Rysunek: Zdjęcie autorstwa Andrea Piacquadio z Pexels:

[https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/](https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/)

[mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/](https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/)

Bibliografia

-  ChatGPT, OpenAI.
-  Crilly, T. (2009). *50 teorii matematyki, które każdy powinien znać*. PWN, Warszawa.
-  Wikipedia.org — Teoria gier.
-  Andrea Piacquadio. (2020). *Zdjęcie mężczyzny z laptopem*. Pexels.