

# Teoria gier

## Technologie Informacyjne

Igor Rewers

Wydział Automatyki Robotyki i Elektrotechniki Politechniki Poznańskiej

29 października 2025



# Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Teoria gier w matematyce — matematyka decyzji i strategii
  - Definicja gry
  - Historia teorii gier
  - Przykłady gier
  - Klasyfikacja gier
- 3 Gra dwuosobowa o sumie zerowej
  - Twierdzenie minimaksowe von Neumanna
  - Przykład gry dwuosobowej
- 4 Podsumowanie
- 5 Bibliografia

# Wstęp

Na początku coś o mnie:

# Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: [technik programista](#)

# Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Koźmiegłowach koło Poznania

# Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Koźmiegłowach koło Poznania
- dlaczego automatyka i robotyka ?

# Wstęp

Na początku coś o mnie:

- absolwent Zespołu Szkół Komunikacji im. Hipolita Cegielskiego w Poznaniu, kierunek: **technik programista**
- mieszkam w Kozięglowach koło Poznania
- dlaczego automatyka i robotyka ?
- po studiach chciałbym...

# Definicja gry

## Definicja

*Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.*



# Definicja gry

## Definicja

*Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.*

- Zastosowanie:
  - Ekonomia
  - Informatyka
  - Psychologia

# Definicja gry

## Definicja

*Gra to sytuacja konfliktowa, w której uczestnicy (ludzie, firmy, zwierzęta) wybierają strategie, a wynik w jednostkach użyteczności zależy od wszystkich graczy. Teoria gier analizuje, jakie strategie dają najlepsze wyniki.*

- Zastosowanie:
  - Ekonomia
  - Informatyka
  - Psychologia

*Ciekawostka: Teoria gier wywodzi się z badania gier hazardowych, i taka jest też jej terminologia*

# Historia teorii gier

# Historia teorii gier

Początki teorii gier sięgają XVII wieku, ale jej formalne podstawy opracowali John von Neumann i Oskar Morgenstern w książce *Theory of Games and Economic Behavior* (1944). To właśnie tam, po raz pierwszy opisano gry w sposób ścisły matematyczny, tworząc fundament pod współczesne badania nad decyzjami strategicznymi.

# Przykłady gier

## Przykłady gier:

- **Orzeł czy reszka** – przykład gry o sumie zerowej, w której zysk jednego gracza to strata drugiego.

# Przykłady gier

## Przykłady gier:

- **Orzeł czy reszka** – przykład gry o sumie zerowej, w której zysk jednego gracza to strata drugiego.
- **Kamień–papier–nożyce** – gra symetryczna, w której żadna strategia nie daje przewagi; najlepsze jest losowanie.

# Przykłady gier

## Przykłady gier:

- **Orzeł czy reszka** – przykład gry o sumie zerowej, w której zysk jednego gracza to strata drugiego.
- **Kamień–papier–nożyce** – gra symetryczna, w której żadna strategia nie daje przewagi; najlepsze jest losowanie.
- **Poker**–gra z niepełną informacją

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy



# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe
- Gry o skończonym i nieskończonym czasie rozgrywki.

# Klasyfikacja gier

- Liczba graczy
- Suma wypłat
- Informacja
- Kolejność ruchów
- Gry sprawiedliwe
- Gry o skończonym i nieskończonym czasie rozgrywki.

# Gra dwuosobowa o sumie zerowej

## Definicja

*Gra dwuosobowa o sumie zerowej to gra, w której zysk jednego gracza jest dokładnie równy stracie drugiego. Innymi słowy, suma wypłat wszystkich graczy zawsze wynosi zero – jeśli jeden wygrywa, drugi przegrywa dokładnie tę samą wartość.*

$$U_a + U_b = 0$$

$U_a$  – wypłata gracza  $a$ ,  $U_b$  – wypłata gracza  $b$

# Gra dwuosobowa o sumie zerowej

## Definicja

*Gra dwuosobowa o sumie zerowej to gra, w której zysk jednego gracza jest dokładnie równy stracie drugiego. Innymi słowy, suma wypłat wszystkich graczy zawsze wynosi zero – jeśli jeden wygrywa, drugi przegrywa dokładnie tę samą wartość.*

$$U_a + U_b = 0$$

*$U_a$  – wypłata gracza  $a$ ,  $U_b$  – wypłata gracza  $b$*

*Ciekawostka: John von Neumann w taksówce „nabazgrał” na kartce papieru twierdzenie o minimaksie, które polega na minimalizacji maksymalnej wygranej przeciwnika w grze o sumie zerowej*



# Twierdzenie minimaksowe von Neumanna

Fundamentem teorii gier o sumie zerowej jest twierdzenie minimaksowe, które mówi:

$$\max_p \min_q E(p, q) = \min_q \max_p E(p, q) \quad (1)$$

Oznacza ono, że istnieje pewna wartość gry  $v$ , przy której:

- gracz A, wybierając najlepszą strategię, gwarantuje sobie co najmniej  $v$
- gracz B, wybierając najlepszą strategię, nie pozwoli A wygrać więcej niż  $v$

Ta wartość  $v$  to właśnie **wartość gry**.

$$v = \max_p \min_q E(p, q) = \min_q \max_p E(p, q) \quad (2)$$

## Przykład gry dwuosobowej

Przykładowa gra pomiędzy dwoma stacjami:  
Stacja 1 wybiera **wiersz**, a Stacja 2 **kolumnę**

	Szkocja	Anglia
Szkocja	5	-3
Anglia	2	4

**Tabela:** Macierz wypłat dla gry o sumie zerowej

Stacja 1 wybiera strategię, która **maksymalizuje** ten minimalny wynik (maximin):  $\text{Max}(-3, 2) = 2$

Stacja 2 wybiera strategię, która **minimalizuje** maksymalny zysk stacji 1 (minimax) :  $\text{Min}(5, 4) = 4$

# Podsumowanie

Teoria gier pokazuje, jak matematyka pomaga zrozumieć decyzje i strategie graczy. W grach o sumie zerowej wygrana jednego zawsze oznacza stratę drugiego, a twierdzenie minimaksowe pozwala znaleźć najlepszą strategię w takiej rywalizacji.







**Rysunek:** Zdjęcie autorstwa Andrea Piacquadio z Pexels:

[https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/](https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/)

[mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/](https://www.pexels.com/pl-pl/zdjecie/mezczyzna-ubrany-w-brazowa-kurtke-i-za-pomoca-szarego-laptopa-874242/)

# Bibliografia

-  ChatGPT, OpenAI.
-  Crilly, T. (2009). *50 teorii matematyki, które każdy powinien znać*. PWN, Warszawa.
-  Wikipedia.org — Teoria gier.
-  Andrea Piacquadio. (2020). *Zdjęcie mężczyzny z laptopem*. Pexels.