Pri riešení úloh použite metódu Monte Carlo. Zabezpečte, čo najvyššiu presnosť výsledkov (žiadne generované hodnoty nezaokrúhľujte, ale modelujte ich presne podľa zadania)!

Zadanie 1. príkladu

Kolportér predáva na ulici dennú tlač. Tlačiarňam platí 0,15 € za jeden výtlačok. Predaj začína vždy presne o 9:00 a končí najneskôr o 16:00. Po skončení predaja v daný deň vráti zvyšné výtlačky do tlačiarne. Za jeden vrátený kus dostane iba 65% pôvodnej nákupnej ceny. Kolportér predáva noviny každý deň za inú cenu. Jej hodnoty je možné modelovať pomocou **trojuholníkového spojitého rozdelenia**, pričom min = 0,25 €, max = 0,95 € a modus = 0,6 €. Keďže kolportérovi sa moc pracovať nechce dĺžka predaja je v každý deň iná a závisí od počasia, jeho nálady a iných okolností. Niekedy skončí napr. už o 14:20, inokedy až o 16:00. Bolo zistené že túto dĺžku dennej doby predaja môžeme modelovať pomocou **rovnonomerného spojitého rozdelenia** na intervale <250; 420) minút. Bola analyzovaná doba, ktorá uplynie medzi predajom dvoch novín a bolo zistené, že priemerne každých 2.7 minúty predá jedny noviny bez ohľadu na ich cenu a pravidelne predá prvý výtlačok už o 9:00. Kolportér môže zakúpiť noviny iba v balíkoch po 10 kusov (môže teda napr. kúpiť 3 balíky, kde bude dohromady 30 kusov). Koľko balíkov novín má kolportér nakupovať aby dosiahol čo najvyšší zisk [15]? Aký denný zisk dosiahne kolportér pri Vami odporúčanom počte nakúpených balíkov s novinami [54,6 €]?
Pri riešení úlohy použite metódu Monte Carlo. Urobte minimálne 1 000 000 replikácií. Zabezpečte, čo najvyššiu presnosť výsledkov (žiadne generované hodnoty nezaokrúhľujte, ale modelujte ich presne podľa zadania)!

Zadanie 2. príkladu

Ľudový remeselník sa začal pripravovať na nadchádzajúci jarmok. Vie vyrábať dva druhy výrobkov (označme ich A a B). Technologické postupy umožňujú vyrábať do jarmoku iba jediný typ výrobku. Do jarmoku je schopný vyrobiť 70 kusov výrobkov typu A, výrobkov typu B je schopný vyrobiť najviac 90 kusov. Náklady na vyrobenie jediného kusu výrobku typu A je možné modelovať pomocou **trojuholníkového spojitého rozdelenia**, pričom min = 1 €, max = 2,5 € a modus = 1,75 €. Náklady na vyrobenie jediného kusu výrobku typu B je možné modelovať pomocou **trojuholníkového spojitého rozdelenia**, pričom min = 0,7 €, max = 1,7 € a modus = 1,2 €. Dopyt po výrobkoch A môžeme modelovať pomocou **rovnonomerného diskrétneho rozdelenia** na intervale <40; 80). Dopyt po výrobkoch B môžeme modelovať pomocou **rovnonomerného diskrétneho rozdelenia** na intervale <66; 155). Výrobok A sa bude predávať za 3€ a výrobok B bude stáť 2€. Výrobca sa potrebuje rozhodnúť, či je lepšie vyrobiť 70 kusov výrobkov typu A, alebo uprednostniť výrobu výrobkov typu B a na trh priniesť 90 kusov výrobkov typu B. Odporučte výrobcovi svoje riešenie, ktoré podložíte konkrétnymi zisteniami. Aký zisk dosiahne výrobca pri výrobe a následnom predaji jednotlivých typov [A - 52,6; B – 65,2]?
Pri riešení úlohy použite metódu Monte Carlo. Urobte minimálne 1 000 000 replikácií.
Zabezpečte, čo najvyššiu presnosť výsledkov (žiadne generované hodnoty nezaokrúhľujte, ale modelujte ich presne podľa zadania)!

Zadanie 3. príkladu

Odhad čísla π

Odhadnite hodnotu π. Generujte rovnomerne body z jednotkového štvorca – teda x-ovú súradnicu z rovnomerného rozdelenia nad intervalom [0, 1] a y-ovú súradnicu z rovnomerného rozdelenia nad intervalom [0, 1]. Určite, aký podiel z nich padol do kruhu so stredom [0.5, 0.5] a polomerom r = 0.5. Na základe tohto podielu a vzorca pre výpočet obsahu kruhu spravte odhad čísla π. Zistite, koľko bodov bolo potrebné vo Vašom experimente náhodne umiestniť do štvorca, aby chyba odhadu hodnoty π bola menšia ako 10^{-6}.

Pomôcky: Kruh so stredom $[x_0, y_0]$ a polomerom r je množina všetkých bodov [x, y] vyhovujúcich nerovnici $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq r^2$.

Hodnotu π môžeme odhadnúť: $\pi \cong \frac{\text{Obsah kruhu (podiel bodov, ktoré padli do kruhu)}}{r^2}$.

Zadanie 4. príkladu

Opitý námorník (alebo Brownov pohyb)

1. Opitý námorník sa postaví do bodu 0. V každom kroku sa pohne buď o krok dopredu (+1) alebo o krok dozadu (-1). Týchto krokov vykoná 1000. Kde sa bude potom nachádzať? Vykonajte 100000 replikácií a zistite jeho priemernú (konečnú) vzdialenosť od bodu 0.

   Pomôcka na kontrolu výsledku: Teoretický odhad pre N krokov v je $\sqrt{\frac{2N}{\pi}}$.

2. Opitý námorník sa teraz pohybuje v dvojrozmernom priestore. Začína v bode [0, 0]. V každom kroku sa pohne buď v x-ovom smere krok dopredu (+1) alebo o krok dozadu (-1), prípadne v y-ovom smere krok dopredu (+1) alebo o krok dozadu (-1). (Môže sa pohybovať "doprava", "doľava", "hore", "dolu", ale nikdy nie "šikmo".) Týchto krokov spraví 1000. Vykonajte 100000 replikácií a zistite, priemerne na koľko krokov by sa vtedy mohol najkratšou cestou do bodu [0, 0] vrátiť?

   Pomôcka na kontrolu výsledku: Teoretický odhad pre N krokov v je $\sqrt{\frac{4N}{\pi}}$.

3. Opitý námorník sa teraz pohybuje v trojrozmernom priestore. Začína v bode [0, 0, 0]. Má na výber vždy práve jeden zo šiestich smerov a chodí v každom smere o +1 alebo o -1, tak ako v predchádzajúcich prípadoch. Týchto krokov spraví 1000. Vykonajte 100000 replikácií a zistite, priemerne na koľko krokov by sa vtedy mohol najkratšou cestou do bodu [0, 0, 0] vrátiť?

   Pomôcka na kontrolu výsledku: Teoretický odhad pre N krokov v je $\sqrt{\frac{6N}{\pi}}$.

Zadanie 5. príkladu

Veštice (zadanie inšpirované filmom Minority Report)

Máme tri veštice, ktorých sa môžeme pýtať áno/nie otázky o budúcnosti. Každá z nich má v 80% prípadov pravdu. Predpokladajme, že sme im položili otázku a prvá veštica a druhá veštica na ňu odpovedali rovnako. Aká je pravdepodobnosť, že majú pravdu? Vykonajte 10 000 000 replikácií a určte túto pravdepodobnosť [94.1%]. Ak všetky tri odpovedia rovnako, aká je pravdepodobnosť, že majú pravdu? [98.5%]

Ako sa zmenia odpovede na predchádzajúce dve otázky, ak sa úspešnosť každej veštice v experimente bude správať ako náhodná premenná so spojitým trojuholníkovým rozdelením TRIA(30; 80; 100)? [84.5%, 92.7%]

Zadanie 6. príkladu

Pri testovaní nového pretekárskeho automobilu „Fast" boli zaznamenávané časy, ktoré vozidlo dosiahlo na testovacej trati a štatistickým spracovaním bolo zistené, že sa riadia trojuholníkovým rozdelením s parametrami Min= 40, Max=75, Modus=50 (v sekundách). Výrobcovi sa podarilo zistiť, že konkurenčný typ automobilu „Furious" dosiahol pri rovnakom teste časy, ktoré sú určené trojuholníkovým rozdelením s parametrami Min= 35, Max=80, Modus=52 (v sekundách). Jedného preteku za zúčastňuje 5 automobilov každého typu, za umiestenie na 1. mieste je pridelených 10 bodov, na 2. mieste 9, na 3. mieste 8, atď.

Pomocou metódy Monte Carlo určite pravdepodobnosť, že pri preteku sa na prvých dvoch miestach umiestnia automobily typu „Fast" [18.47%].

Pomocou metódy Monte Carlo určite, ktorý výrobca dosiahne v sezóne, ktorá má 15 pretekov vyšší bodový zisk. [Fast získa viac bodov s pravdepodobnosťou 64.44%]

Zadanie 7. príkladu

Farmaceutická spoločnosť, vyrábajúca vakcíny s obmedzenou dobou životnosti 1 mesiac, sa rozhodla racionalizovať prevádzku skladov, teda znížiť celkové straty spôsobené nesprávnym počtom skladovaných vakcín. Dopyt sa v jednotlivých mesiacoch síce mení, ale počas niekoľkých rokov sa priemerný mesačný dopyt pohyboval na hranici 4500 kusov vakcín, preto spoločnosť v súčasnosti skladuje práve toto množstvo. V prípade, že je požadované množstvo vakcín rovné skladovanému množstvu, sú dodatočné náklady spoločnosti nulové. Ak však spoločnosť nemá na sklade potrebné množstvo vakcíny požadované v danom mesiaci, je potrebné túto vakcínu urýchlene do skladu dopraviť lietadlom, čo je spojené s dodatočnými nákladmi vo výške 150 € na jeden kus vakcíny. V prípade, že skladové zásoby presiahli dopyt v danom mesiaci, je nepredaná vakcína ďalej nepoužiteľná a strata spoločnosti je v takomto prípade 50 € na jeden kus vakcíny. Prieskum mesačného dopytu vypracovaný v predošlých rokoch ukázal, že dopyt sa riadi trojuholníkovým rozdelením s parametrami (min=1000 vakcín, max=8500 vakcín, mod=4000 vakcín). Pomocou metódy Monte Carlo určite aké má byť množstvo skladovanej vakcíny, aby boli dodatočné náklady minimálne (simulujte jeden mesiac). [počet 5589]

Zadanie 8. príkladu

Agronóm Jaromír sa na miestnom RD pripravuje na žatvu a potrebuje stanoviť potrebné množstvo kombajnov tak, aby tieto boli schopné zozbierať úrodu na rozlohe 300 ha za dva dni. Keďže pri prekročení stanoveného času bude RD musieť zaplatiť omnoho vyššiu cenu za prenájom kombajnov, predseda RD požaduje, aby bola pravdepodobnosť prekročenia limitu dvoch dní nižšia ako 10 %. Jeden kombajn je za hodinu schopný zožať rozlohu, ktorá je daná trojuholníkovým rozdelením s parametrami (min=1 ha, max=3,5 ha, mod=3 ha). Pracovný čas je 10 hodín denne. Pomocou metódy Monte Carlo stanovte minimálny počet kombajnov potrebných na žatvu tak, aby bola dodržaná predsedova podmienka. [7]

Zadanie 9. príkladu

Mladý cestovateľ cestuje po celom svete. Keďže nemá žiadne záväzky, cestuje vždy na poslednú chvíľu (last minute) tak, aby kúpil čo najlacnejšie letenky. Teraz sa pripravuje na cestu do Tanzánie. Vie už, ktorým letom chce letieť. Presne o 7 dní odchádza a letenku potrebuje kúpiť aspoň deň vopred (letenku si môže kúpiť dnes – deň 0, zajtra – deň 1, pozajtra – deň 2, ... deň 6). Dnes môže letenku kúpiť za 500€ (cena sa dnes už meniť nebude). Zo skúseností a analýzy cien leteniek v minulosti zistil, že cena letenky klesne každý deň o X percent ceny, pričom premennú X môžeme modelovať pomocou trojuholníkového spojitého rozdelenia, pričom min = 1%, max = 11,% a modus = 4%. Napríklad, ak zajtra bude cena nižšia o 1%, bude letenka stáť 693€. Ak pozajtra zlacnie o 10% bude stáť 693 – 69,3 = 623,7€.

Cena, ale iba neklesá. Stáva sa, že naplnenosť letu dosiahne 75% a vtedy letecká spoločnosť zvýši skokovo cenu leteniek o 30% (v tento deň sa cena nezníži, ale iba zvýši o 30%) a v ďalšie dni (až do odletu) sa už nemení. Dnes je naplnenosť letu iba 27% a dnes sa už nezmení. Naplnenosť letu sa zvýši každý deň o Y percent, pričom premennú Y môžeme modelovať pomocou rovnomerného spojitého rozdelenia na intervale <5; 14)%. Napríklad, zajtra sa zvýši zaplnenie letu o 10% tak bude 37%. Ďalší deň sa zvýši naplnenosť o 5% a celková naplnenosť dosiahne 42%. Odporučte cestovateľovi kedy má zakúpiť letenku (dnes – deň 0, zajtra – deň 1, pozajtra – deň 2, ... deň 6), tak, aby jej cena bola čo najnižšia. Zistite aj aká bude (priemerná) cena letenky, ak ju v tento deň zakúpi.

Odpoveď: Cestovateľ by mal zakúpiť letenku v štvrtý deň za 405,5 €.