
Lista de Exercícios 01 – EDOs

Questão 1

Determine as soluções constantes das EDOs abaixo

- a) $\frac{dx}{dt} = x + 2$
- b) $\frac{dy}{dt} - y^2 + 4 = 0$
- c) $\frac{dx}{dt} + 2y + 3 = 0$
- d) $\frac{dy}{dt} = (1 - y)(2 + y)$
- e) $\frac{dy}{dt} = y^2 + 5y + 6$

Questão 2

Nas EDOs abaixo determine a solução geral das EDOs abaixo

- a) $y' + 2y = 2e^x$
- b) $x^3 \frac{dy}{dx} + x^2 y = 1$
- c) $x \frac{dy}{dx} + y = x^2$
- d) $\frac{dy}{dx} = y \cdot x$
- e) $\frac{dy}{dt} = e^t(y + 1)^3$
- f) $y'' + 5y' + 4y = e^{2x}$
- g) $y'' - y' - 6y = 1 + e^{-2x}$ (pesquise sobre o princípio da superposição)

Questão 3

Encontre a solução das EDOs abaixo que atenda às condições iniciais informadas

- a) $t \frac{dy}{dt} = y + t^2 \sin(t), y(\pi) = 0$
- b) $x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1, y(2) = 1$
- c) $y' = -y^2, y(0) = 0.5$
- d) $y' = xy^3, y(5) = 1, y(x) > 0$
- e) $y' = x^2 e^y, y(0) = 1$
- f) $y'' + 6y' = 0, y(1) = 3, y'(1) = 12$
- g) $y'' - 6y' + 25y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$
- h) $y'' - 5y + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$
- i) $9y'' + y = 3x + e^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 2$
(pesquise pelo “Princípio da Superposição” para resolver a letra i))

Questão 4

- a) Em um dado circuito elétrico composto de uma fonte de tensão contínua, resistor com resistência $R = 100\Omega$ e capacitor com a capacitância $C = 0.001F$, a tensão da fonte $v(t) = 5$ é igual a tensão no capacitor $v_c(t)$ somada ao produto de três termos: R , C e a taxa de variação de tensão no capacitor. Determine a função $v_c(t)$.
- b) Um objeto com uma temperatura de 100°C no instante $t = 0$ é colocado em um compartimento com uma temperatura ambiente de 25°C . Um minuto ($t = 1$) após ser colocado no compartimento, a temperatura do objeto é 75°C . Admitindo (lei de resfriamento de Newton) que a temperatura $T = T(t)$ do objeto esteja variando a uma taxa proporcional à diferença entre a temperatura do objeto e a do quarto, determine a EDO e em seguida a função de $T(t)$ com t em minutos (Use as duas condições fornecidas para encontrar todas as constantes)
- c) Determine uma função $y(x)$, tal que para qualquer ponto (x, y) , a reta tangente do gráfico $y = f(x)$ é igual a duas vezes o valor do produto entre y e x , considerando que $y(x) > 0$, assumindo que $y(1) = 1$.

Gabarito de algumas questões

2.b) $y(x) = (kx - 1)/x^2$; 2e) $y(t) = (e^t + k - 1)/(e^t + k)$; 2g) $y(x) = -\frac{1}{5}e^{-2x}x + k_1e^{-2x} + k_2e^{3x} - \frac{1}{6}$;
3d) $(x) = 1/\sqrt{26 - x^2}$; 3e) $y(x) = -\log\left(-\frac{x^3}{3} + e^{-1}\right)$; 3i) $y(x) = 0.1e^{(-x)} + 3x + 0.9\cos(x/3) - 2.7\sin(x/3)$
4a) $v_c(t) = 5 + ke^{-10t}$; 4b) $T(t) = 25 + 75e^{-4.48t}$; 4c) $y(x) = e^{x^2-1}$