

DATAWEERGAVE

□ **Talstelsels**

- Verschillende notaties
- Negatieve binaire getallen
- Niet-gehele binaire getallen
- BCD-getallen

□ **Codes**

- Ascii
- Unicode

Talstelsels

❑ Talstelsels

- ✓ Decimale stelsel
- ✓ Binaire stelsel
- ✓ Hexadecimale stelsel
- ✓ Octale stelsel

❑ Negatieve binaire getallen

- ✓ Teken/grootte notatie
- ✓ Plus n-notatie
- ✓ Een- en tweecomplementnotatie
- ✓ Overflow

❑ Niet-gehele binaire getallen

- ✓ 'Floating point'-getallen
- ✓ IEEE-notatie

❑ BCD-getallen

Talstelsels

- Elk **getal** uitgedrukt als een **reeks** van **termen** van **machten** van het **grondtal** n met de symbolen van het getal als coëfficiënten:
- In het n -delig talstelsel wordt het getal nu geschreven als de rij symbolen:

$$x = x_k n^k + \dots + x_2 n^2 + x_1 n^1 + x_0 n^0$$

- **Algemene formule:**

$$G = \sum \text{symbool} \times \text{grondtal}^{\text{positie}}$$

Decimaal stelsel

- ❑ **Het decimale stelsel wordt ook wel het tiendelige of basis-10 stelsel genoemd**
- ❑ **Het grondtal (getalbasis) is het getal 10.**
- ❑ **Bijgevolg heeft het decimale stelsel 10 cijfers:**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Decimaal stelsel

Het decimale getal 54 komt overeen met:

$$5 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Het decimale getal 165 komt overeen met:

$$1 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

Het decimale getal 6452 komt overeen met:

$$\text{decimaal getal} = 6452$$

$$= 6000 + 400 + 50 + 2$$

$$= 6 * 10^3 + 4 * 10^2 + 5 * 10^1 + 2 * 10^0$$

Decimaal stelsel

□ Samenvattend:

$$\begin{array}{ccccccc} & 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 & \leftarrow & \text{gewicht} \\ G = & 6 & 4 & 5 & 2 & \leftarrow & \text{symbool} \\ & 6000 & 400 & 50 & 2 & \leftarrow & \text{cijferwaarde} \end{array}$$

getal 6452	rest	
645	2	minst significante symbool
64	5	
6	4	
0	6	meest significante symbool

➤ In **wetenschappelijke notatie**:

$$6452 = +6,452 \cdot 10^{+3}$$

DUS: getal=toestandsteken x mantisse x grondtal^{positie}

Waarbij $1 < \text{mantisse} < \text{grondtal}$

Binaire stelsel

□ Grondtal= 2

- Slechts 2 cijfersymbolen: 0, 1
- Conventie: 1 = aan
0 = uit
- Bit (binary digit), toestand van aan of uit
- Byte (by eight)= 8 bits
- De bitpositie verwijst naar de significantie
 - ✓ Positie 7 = MSB = Most Significant bit (meest beduidende bit)
 - ✓ Positie 0 = LSB = Least Significant bit (minst beduidende bit)



Binaire stelsel

- ❑ De bits in een byte krijgen dus volgens hun plaats in deze byte de volgende waarde.

Bitpositie	2^{positie}	Decimale waarde
Bits 7	2^7	128
Bits 6	2^6	64
Bits 5	2^5	32
Bits 4	2^4	16
Bits 3	2^3	8
Bits 2	2^2	4
Bits 1	2^1	2
Bits 0	2^0	1

Binaire stelsel

□ Eenheden van bits en bytes

afk.	naam	decimaal	waarde
K	Kilo	10^3	1000
M	Mega	10^6	1000000
G	Giga	10^9	1000000000
T	Tera	10^{12}	1000000000000
P	Peta	10^{15}	1000000000000000
E	Exa	10^{18}	1000000000000000000
Z	Zetta	10^{21}	1000000000000000000000
Y	Yotta	10^{24}	1000000000000000000000000
afk.	naam	binair	waarde
Ki	Kibi	2^{10}	1024
Mi	Mebi	2^{20}	1048576
Gi	Gibi	2^{30}	1073741824
Ti	Tebi	2^{40}	1099511627776
Pi	Pebi	2^{50}	1125899906842624
Ei	Exbi	2^{60}	1152921504606846976
Zi	Zebi	2^{70}	1180591620717411303424
Yi	Yobi	2^{80}	1208925819614629174706176

Binaire stelsel

□ Omzetting naar binair

- Herhaalde deling van het om te zetten getal door het grondtal (tot het quotiënt van een deling nul wordt).
- De rest van elke deling vormt een bit binnen het binaire getal (beginnende met de LSB).
- ✓ Voorbeeld 1 : getal 94 decimaal omzetten naar zijn binaire equivalent:

94	0
47	1
23	1
11	1
5	1
2	0
1	1
0	

↑
leesrichting

dus het binaire getal: 1011110

Binaire stelsel

□ Optellen in het binaire stelsel

addendum		0		0		1		1
augendum	+	0	+	1	+	0	+	1
som		0		1		1		0
carry		0		0		0		1

➤ In de praktijk komt dit overeen met:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

⇒ met een 1 als overdracht naar de volgende kolom

$$1 + 1 + 1 = 11$$

⇒ met een 1 als overdracht naar de volgende kolom

Binaire stelsel

□ Optellen met positieve binaire getallen

- Vb 1: binaire optelling zonder overdrachten

$$6 + 8 = 14 \text{ (decimale stelsel)}$$

0 0 0 0 0 1 1 0

dit is het getal 6

0 0 0 0 1 0 0 0

dit is het getal 8

0 0 0 0 1 1 1 0

dit is het getal 14

- Vb 2: binaire optelling met overdrachten

$$15 + 9 = 24 \text{ (decimale stelsel)}$$

1 1 1 1

dit zijn de overdrachten

0 0 0 0 1 1 1 1

dit is het getal 15

0 0 0 0 1 0 0 1

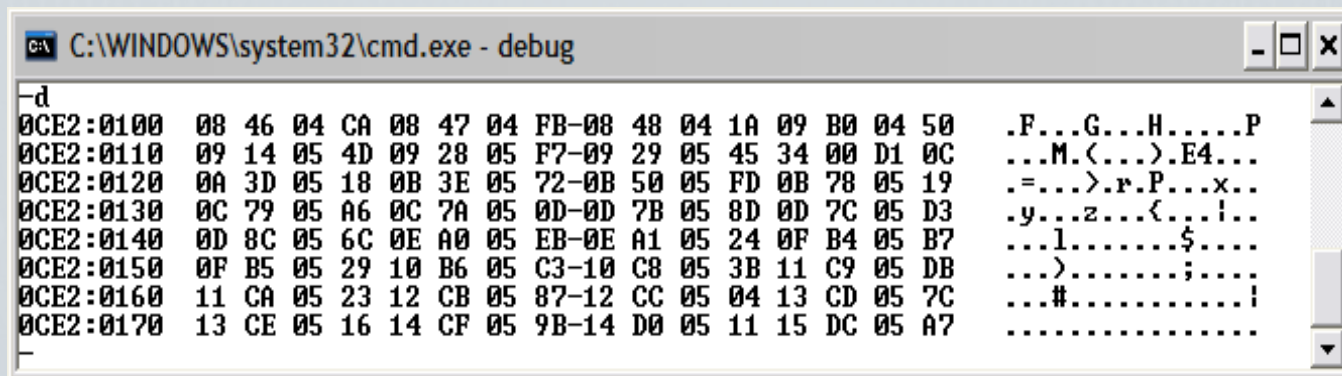
dit is het getal 9

0 0 0 1 1 0 0 0

dit is het getal 24

Hexadecimale stelsel

- ❑ Werkt met een nibble (4 bits , halve byte)
- ❑ 4 bits kunnen 2^4 getallen representeren van 0000 (0) tot 1111 (15).
- ❑ Grondtal = 16 (16-tallig stelsel).
- ❑ Dus 16 symbolen:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F



The screenshot shows a Windows command prompt window titled "C:\WINDOWS\system32\cmd.exe - debug". The command entered is "-d". The output is a hex dump showing memory addresses from 0CE2:0100 to 0CE2:0170. Each line contains a hex address, a hex value, and its ASCII representation. The ASCII column shows various characters including letters, numbers, and symbols, demonstrating the mapping of hex values to their corresponding characters.

```
-d
0CE2:0100 08 46 04 CA 08 47 04 FB-08 48 04 1A 09 B0 04 50 .F...G...H....P
0CE2:0110 09 14 05 4D 09 28 05 F7-09 29 05 45 34 00 D1 0C ...M.(...).E4...
0CE2:0120 0A 3D 05 18 0B 3E 05 72-0B 50 05 FD 0B 78 05 19 .=...>.r.P...x..
0CE2:0130 0C 79 05 A6 0C 7A 05 0D-0D 7B 05 8D 0D 7C 05 D3 .y...z...{...!..
0CE2:0140 0D 8C 05 6C 0E A0 05 EB-0E A1 05 24 0F B4 05 B7 ...l.....$....
0CE2:0150 0F B5 05 29 10 B6 05 C3-10 C8 05 3B 11 C9 05 DB ...>.....;....
0CE2:0160 11 CA 05 23 12 CB 05 87-12 CC 05 04 13 CD 05 7C ...#......!....
0CE2:0170 13 CE 05 16 14 CF 05 9B-14 D0 05 11 15 DC 05 A7 .....

```

Hexadecimale stelsel

Hexadecimaal	Binair	Decimaal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

Hexadecimale stelsel

- De werking van een basis-16 stelsel komt overeen met deze van het decimale of het binaire stelsel maar het grondtal is nu 16.

Voorbeeld : F6_h

F 6

1111

0110 : Binair

$$15 \times 16^1 + 6 \times 16^0 = 246$$

Om een hexadecimaal getal goed te kunnen onderscheiden van een decimaal getal wordt achter het getal een letter h toegevoegd

Hexadecimale stelsel

□ Omzetting: decimaal naar hexadecimaal

2356	/16
147	4
9	3
0	9

Dit geeft dus het hexadecimale getal : 934_h

□ Omzetting: hexadecimaal naar binair

➤ Voorbeeld: BAF5_h

B kan binair worden voorgesteld door:	1011
A kan binair worden voorgesteld door:	1010
F kan binair worden voorgesteld door:	1111
5 kan binair worden voorgesteld door:	0101

Het binair het getal van BAF5 is dus: 1011 1010 1111 0101

Hexadecimale stelsel

□ Omzetting van binair naar hexadecimaal

Voorbeeld 1: **0 1 0 0 1 0 1 0**

Opdeling in groepjes van 4 bits:

0 1 0 0	1 0 1 0
4	A

Dit geeft het hexadecimale getal : $4A_h$

Voorbeeld 2: **1 0 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 1**

Opdeling in groepjes van 4 bits:

1 0 1 1	1 0 1 0	1 1 1 1	0 1 0 1
B	A	F	5

hex getal : $BAF5_h$

Octale stelsel

- ❑ Een octaal getal kan binair worden voorgesteld door een groepje van 3 bits.
- ❑ 2^3 mogelijkheden, geeft grondtal 8
dus 8 symbolen: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**

Octaal	Binair	Decimaal
0	000	0
1	001	1
2	010	2
3	011	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7

Octale stelsel

- ❑ De positie in de rij van het octale getal bepaalt de waarde van de digit.

Positie	8^{positie}	Decimale waarde
0	8^0	1
1	8^1	8
2	8^2	64
3	8^3	512
4	8^4	4096
5	8^5	262144

Octale stelsel

□ Beveiligingsniveau's van bestanden (Unix)

Elk bestand kent naar gebruiker 3 niveau's van beveiliging :

- user permissies voor eigenaren
- group permissies voor groepsleden (samenwerkende users)
- other permissies voor overige gebruikers

De permissies van bestanden binnen elke gebruikersgroep omvatten volgende onderdelen:

- read permissie om het bestand te lezen
- write permissie om in een bestand te schrijven
- execute permissie om een bestand uit te voeren

Een beveiliging ingeschakeld = logische 1

Een beveiliging uitgeschakeld = logische 0

Eigenaars	Groepsleden	Anderen
Read	Read	Read
Write	Write	Write
Execute	Execute	Execute

Octale stelsel

➤ Voorbeeld: protectie van een bestand voor1

Voor1 rwx r_x r_x of binair 111 101 101

 r w x r _ x r _ x

 1 1 1 1 0 1 1 0 1

User : write, read en execute

Group : read en execute

Other : read en execute

CHMOD: Veranderen van protecties met de instructie change modus (chmod), gevolgd door een octaal getal dat de nieuwe protectie aangeeft.

voorbeeld: chmod 700 voor1 = de protecties worden dan

voor1 rwx ____ ____ of binair : 111 000 000

\$ chmod u+x bestand: voegt execute rechten toe aan de user.

\$ chmod o-x bestand: neemt execute rechten weg van de other.

Negatieve binaire getallen

❑ Teken-en-grootte (sign-and-magnitude)

- 7^o bit = tekenbit
- Logische waarde "0" : positief getal
- Logische waarde "1": negatief getal

Niet getekend=

7	6	5	4	3	2	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Alle acht bits worden gebruikt om het getal voor te stellen

Positief getal =

7	6	5	4	3	2	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

7 bits om het getal zelf voor te stellen

tekenbit is nul, een positief getal

Negatief getal =

7	6	5	4	3	2	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

7 bits om het getal zelf voor te stellen

tekenbit is 1, een negatief getal

Negatieve binaire getallen

□ Teken-en-grootte (sign-and-magnitude)

➤ Voorbeeld:

$$+ 7_{(10)} = 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1_{(2)}$$

$$- 7_{(10)} = 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1_{(2)}$$

➤ Voor/nadelen:

2 voorstellingen voor getal 0 overlappen

$$\Rightarrow -0 = 1000\ 0000_{(2)}$$

$$\Rightarrow +0 = 0000\ 0000_{(2)}$$

binaire optelling dient anders te gebeuren

Negatieve binaire getallen

□ De plus n-notatie (excess-N)

- Gebruik van een vaste lengte van het bitpatroon
- Waarde 0 = waarde in het midden van het spectrum van mogelijke waarden
- Waarde juist hoger = 1 binair bij optellen
- Waarde juist lager = 1 binair van aftrekken



Negatieve binaire getallen

□ De plus 4-notatie (n=4)

➤ 3 bits als vaste lengte

- ✓ 100 verkrijgt de referentiewaarde 0
- ✓ $+1 = 1$ optellen bij 100 \Rightarrow geeft 101
- ✓ $-1 = 1$ aftrekken van 100 \Rightarrow geeft 011
- ✓ Dit geeft de volgende combinaties :

1 1 1	verkrijgt de waarde +3
1 1 0	verkrijgt de waarde +2
1 0 1	verkrijgt de waarde +1
1 0 0	verkrijgt de waarde 0
0 1 1	verkrijgt de waarde -1
0 1 0	verkrijgt de waarde -2
0 0 1	verkrijgt de waarde -3
0 0 0	verkrijgt de waarde -4

Negatieve binaire getallen

□ 4 bits lengte = plus 8 of plus 7-notatie

➤ Plus 8

✓ 1000

= referentiewaarde 0

➤ Plus 7

✓ 0111

= referentiewaarde 0

Plus 7	Binair	Plus 8
+8	1111	+7
+7	1110	+6
+6	1101	+5
+5	1100	+4
+4	1011	+3
+3	1010	+2
+2	1001	+1
+1	1000	0
0	0111	-1
-1	0110	-2
-2	0101	-3
-3	0100	-4
-4	0011	-5
-5	0010	-6
-6	0001	-7
-7	0000	-8

Negatieve binaire getallen

□ De plus-n notatie

➤ decimaal naar binair (in plus 4-notatie)

4 bij optellen (plus 4) en de som omzetten naar zijn binaire waarde

$$+2 : 2 + 4 = 6 \text{ binair : } 1 \ 1 \ 0$$

$$-2 : -2 + 4 = 2 \text{ binair : } 0 \ 1 \ 0$$

$$-4 : -4 + 4 = 0 \text{ binair : } 0 \ 0 \ 0$$

➤ binair naar decimaal (in plus 4-notatie)

decimale waarde van het binaire getal berekenen en 4 van aftrekken.

$$1 \ 1 \ 0 = 6 - 4 = +2$$

$$0 \ 1 \ 0 = 2 - 4 = -2$$

$$0 \ 0 \ 0 = 0 - 4 = -4$$

Negatieve binaire getallen

□ De plus-n notatie

- Nadeel: geen eenvoudige schakelingen voor optellen en aftrekken

Sommatie van +4 en -3 geeft hier dan :

$$\begin{array}{r} +4 : 1\ 1\ 0\ 0 \\ -3 : \underline{0\ 1\ 0\ 1} \\ \hline 0\ 0\ 0\ 1\ (-7) \end{array}$$

Negatieve binaire getallen

□ De één-complement notatie

- Het 1-complement bekomt men door het n-bits getal af te trekken van een n-bits getal met alle bits op 1.

- Voorbeeld:

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ +14 = 00001110 \Rightarrow -14 = \frac{-00001110}{11110001} \end{array}$$

⇒ **in praktijk inversie van alle bits**

- Voor/nadelen:

2 voorstellingen voor het getal 0 overlappen niet

$$\Rightarrow +0 = 0\ 000\ 0000$$

$$\Rightarrow -0 = 1\ 111\ 1111$$

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

- Het twee-complement bekomt men door het n-bits getal af te trekken van een n+1-bits getal met de MSB op 1 en alle volgende bits op 0.

- Voorbeeld:

$$+14 = 00001110 \Rightarrow -14 = \begin{array}{r} 100000000 \\ -00001110 \\ \hline 11110010 \end{array}$$

⇒ in praktijk inversie van alle bits + 1 optellen

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

- Negatief decimaal getal omzetten naar 2sC
- Vb: -5: binaire waarde van +5: 0 1 0 1

- ✓ Neem de binaire waarde van het positieve getal
- ✓ Neem het 1-complement van het getal nadat het omgezet is naar byte-notatie

-5: 0 0 0 0 0 1 0 1

 1 1 1 1 1 0 1 0 (1-complement)

- ✓ Ten laatste tel bij dit resultaat het binaire getal 1 op.

-5: 0 0 0 0 0 1 0 1

 1 1 1 1 1 0 1 0 (complementaire waarde)

 + 1

 1 1 1 1 1 0 1 1

- ✓ Binaire waarde van -5 in 2sC dus 1 1 1 1 1 0 1 1

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

- Een 2-complement binair getal omzetten naar zijn decimale
 - ✓ **Positief getal**, indien het getal start met een nul
 - We kunnen dan vervolgens gewoon de waarde omzetten.
 - ✓ **Negatief getal**, indien het getal start met een 1
 - Neem het complement van het getal (alle bits van waarde veranderen) en tel binair hierbij 1 op.

1 1 1 1 1 0 1 1 (2-complement voorstelling van -5)

0 0 0 0 0 1 0 0 (complementaire waarde)

+ 1

0 0 0 0 0 1 0 1 = 5, abs. waarde van het bin. getal 0101

- ✓ De uitkomst is dus de absolute waarde 5 van een negatief getal \Rightarrow resultaat = -5

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

Plus 8-notatie

1 1 1 1	verkrijgt de waarde +7
1 1 1 0	verkrijgt de waarde +6
1 1 0 1	verkrijgt de waarde +5
1 1 0 0	verkrijgt de waarde +4
1 0 1 1	verkrijgt de waarde +3
1 0 1 0	verkrijgt de waarde +2
1 0 0 1	verkrijgt de waarde +1
1 0 0 0	verkrijgt de waarde 0
0 1 1 1	verkrijgt de waarde -1
0 1 1 0	verkrijgt de waarde -2
0 1 0 1	verkrijgt de waarde -3
0 1 0 0	verkrijgt de waarde -4
0 0 1 1	verkrijgt de waarde -5
0 0 1 0	verkrijgt de waarde -6
0 0 0 1	verkrijgt de waarde -7
0 0 0 0	verkrijgt de waarde -8

2s-C

0 1 1 1
0 1 1 0
0 1 0 1
0 1 0 0
0 0 1 1
0 0 1 0
0 0 0 1
0 0 0 0
1 1 1 1
1 1 1 0
1 1 0 1
1 1 0 0
1 0 1 1
1 0 1 0
1 0 0 1
1 0 0 0

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

- Bij de 2-complement methode geeft een bewerking de correcte uitkomst:

Notatie van -4: 0000 0100 (+4)
 1111 1011 (1'sC)
 1111 1100 (2'sC van -4)

+4: 0 0 0 0 0 1 0 0
-4: 1 1 1 1 1 1 0 0
 ≠ 0 0 0 0 0 0 0 0

- ✓ De overdrachtsbit of carrybit speelt op dit moment geen rol en die laten we wegvallen

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

➤ Voor/nadelen:

✓ 1 voorstelling voor het getal 0

- $+0 = 0\ 000\ 0000$
- $-0 = 0\ 000\ 0000$

✓ Waarde-range van één byte

- Positief van +0 (binair 00000000) tot +127 (binair 01111111)
- Negatief van -1 (binair 11111111) tot -128 (binair 10000000)

✓ Binaire optelregels blijven geldig

$$\begin{array}{l} (+4) \xrightarrow{\text{binair}} 0\ 000\ 0100 \\ (-4) \xrightarrow{\text{binair}} 1111\ 1100 \\ \hline (-0) \xrightarrow{\text{binair}} 1\ 0000\ 0000 \end{array}$$

✓ Meest gebruikte voorstelling

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

➤ Positief decimaal getal naar twee-complement

- ✓ De binaire waarde van het getal in byte notatie
- ✓ Meest significante bit is 0 bij positieve getallen
- ✓ + 5 = Binaire waarde 0000 01001

➤ Negatief decimaal getal naar twee-complement

- ✓ De binaire waarde van het getal in byte notatie
- ✓ Meest significante bit is 1 bij negatieve getallen
- ✓ + 5 = binaire waarde 0000 01001
- ✓ 1sC nemen 1111 10110
- ✓ -5 in 2sC 1111 10111

Negatieve binaire getallen

□ De twee-complement notatie

- Twee-complement binair getal naar decimaal
 - ✓ Getal start met een nul \Rightarrow een positief getal
 \Rightarrow de waarde gewoon omzetten
 - ✓ Getal start met een 1 \Rightarrow een negatief getal
 \Rightarrow Complement van het getal nemen
 \Rightarrow Tel binair hierbij 1 op

2 - complement van -5	= 11111011
complement	= 00000100
optellen van 1	+1
binair voorstelling van +5	= 00000101

Negatieve binaire getallen

□ Binaire optelling met positieve en negatieve getallen

➤ Beide getallen positief

$$\begin{array}{lcl} (+4) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 000\ 0100 \\ (+9) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 000\ 1001 \\ \hline (+13) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 000\ 1101 \end{array}$$

➤ Een getal negatief, carry uit tekenbits

$$\begin{array}{lcl} (-4) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1111\ 1100 \\ (+9) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 000\ 1001 \\ \hline (+5) & \xrightarrow{\text{binair}} & 10\ 000\ 0101 \end{array}$$

Negatieve binaire getallen

□ Binaire optelling met positieve en negatieve getallen

➤ Beide getallen negatief

$$\begin{array}{lcl} (-5) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1111\ 1011 \\ (-9) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1111\ 0111 \\ \hline (-14) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1111\ 10010 \end{array}$$

“end-around-carry” wordt verworpen
aangezien de computer werkt met een
vaste bitlengte (in dit geval 8)

Negatieve binaire getallen

❑ Overflow

- In twee-complement methode met vier bits = max tot +7.
- Er is onvoldoende geheugenruimte om resultaat voor te stellen = **OVERFLOW**
- Dergelijke fouten doen zich dus voor als twee positieve of twee negatieve getallen worden opgeteld met resultaten die buiten het bereik vallen.

$$\begin{array}{lcl} (+3) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0011 \\ (+5) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0101 \\ \hline (+8) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1000 \end{array}$$

Negatieve binaire getallen

❑ Overflow

- Mogelijkheid 1: optelling van 2 positieve getallen

$$\begin{array}{rcl} (+65) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 100\ 0001 \\ (+66) & \xrightarrow{\text{binair}} & 0\ 100\ 0010 \\ \hline (+131) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1\ 000\ 0011 \end{array}$$

2-complement = -61

- Mogelijkheid 2: optelling van 2 negatieve getallen

$$\begin{array}{rcl} (-29) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1\ 110\ 0011 \\ (-100) & \xrightarrow{\text{binair}} & 1\ 001\ 1100 \\ \hline (-129) & \xrightarrow{\text{binair}} & 10\ 111\ 1111 \end{array}$$

2-complement = +127

Negatieve binaire getallen

❑ **Overflow**

- De fout wordt in beide gevallen opgemerkt door het plots verschijnen van een ander teken.
 - ✓ Sommatie van twee positieve getallen resulteert in een negatief getal
 - ✓ Sommatie van twee negatieve getallen resulteert in een positief getal
- Vermits we hier werken met vaste bitpatronen van 8 bits zitten we zoals in de voorbeelden werd aangegeven, al vlug buiten het bereik.

Negatieve binaire getallen

□ Data types in programmeertalen

bits	naam	Java	.Net	bereik
1 bit	bit	boolean	boolean	true false
8	byte, octet	byte	byte	-128 tot 127
16	word	char (unicode)	char	0 tot 65535
16	word	short	short	-32768 tot 32767
32	doubleword	int	integer	-2.147.483.648 tot 2.147.483.647
64	quadword	long	long	-9.223.372.036.854.775.808 tot +9.223.372.036.854.775.807
128	octaword			
32		float	single	$1,401298.e^{-45}$ tot $3,40282.e^{+38}$
64		double	double	$4,940656.e^{-324}$ tot $1,797693.e^{308}$

Negatieve binaire getallen

□ Notatie in programmeertalen

Taal	binair	decimaal	hexadecimaal	octaal
xml	-	[[-
C, C++, Java	0b1011011	91	0x5B	0133
assembler	1011011b	91	05Bh	-
VB	-	91	&h5B	&o133

Niet-gehele binaire getallen

❑ **Probleem:**

- Er kan geen komma geplaatst worden in een bit.

❑ **Oplossing:**

- Toch komma plaatsen en daarna wegwerken

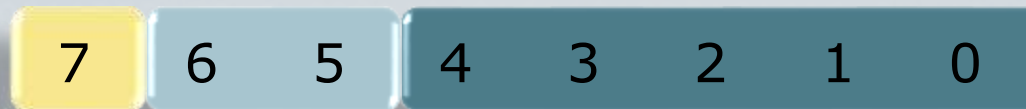
❑ **Fictieve notatie**

- De fictieve notatie is een 'floating point'-getal van één byte

Niet-gehele binaire getallen

□ Floating-point getal

- Bit 7 = meest significante bit stelt het teken voor:
 - ✓ MSB = 0 : een positief getal.
 - ✓ MSB = 1 : een negatief getal.
- Bit 6 – 5:
 - ✓ bevatten het exponent in een plus 2 – notatie
- Bit 4 – 0:
 - ✓ bevatten de mantisse



Tekenbit: 0=positief, 1=negatief

Exponent in plus-2 notatie

Mantisse

Niet-gehele binaire getallen

□ 'Floating point' naar decimaal

➤ Decimale waarde van een 'floating point'-getal:

- ✓ Bit 7 bepaalt of het een positief of negatief getal is.
- ✓ Het getal zelf wordt vervolgens bepaald

$$1, \text{mantisse} \times 2^{\text{exponent}}$$

□ Voorbeeld 1:

7 6 5 4 3 2 1 0 : bitpositie

1 0 1 1 0 1 0 1 : bitwaarde

- ✓ Teken = 1 dus een negatief getal
- ✓ Exponent = 0 1 = 1 - 2 : -1 (in plus 2 notatie)
- ✓ Mantisse = 1 0 1 0 1

$$- 1, 10101 \times 2^{-1} = 0, 110101$$

$$= - 53/64 = - 0,828125$$

Niet-gehele binaire getallen

□ Decimaal naar 'floating point'

$$\begin{array}{r} - \quad 0,828125 \quad *16 \\ \hline - \quad \mathbf{13},25 \quad *16 \\ - \quad \mathbf{4},00 \quad (13 \text{ wordt D, } 4 \text{ blijft } 4) \end{array}$$

Hexadecimale getal: - 0,D4

Binair is dit: - 0,1101 0100

➤ Naar floating-point

✓ Bit 7 = 1 \Rightarrow negatief getal

✓ Komma laten drijven:

exponent = -1, in een plus tweeknotatie
geeft dit : $-1 + 2 = 1 = 01$ binair

$$-0,110101 = -1,10101 \times 2^{-1}$$

negatief dus bit 7 = 1

mantisse = 10101

7	6	5	4	3	2	1	0	: bitpositie
1	0	1	1	0	1	0	1	: bitwaarde

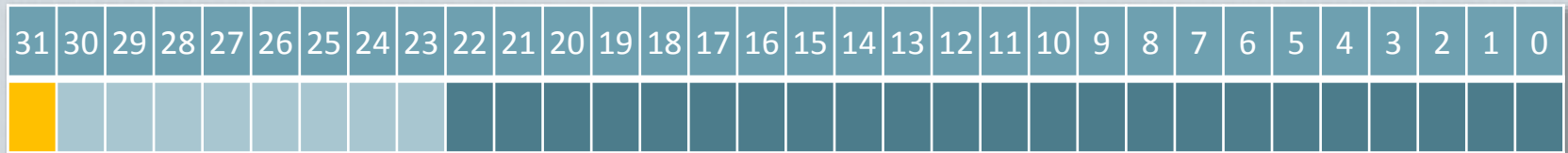
Niet-gehele binaire getallen

- ❑ **IEEE-standaard 754:**
- ❑ **De meeste processoren en compilers ondersteunen dit.**
- ❑ **Vier veelgebruikte getaltypes:**
 - Enkelvoudige precisie(32 bits): float
 - Dubbele precisie (64 bits): double
 - Dubbele uitgebreide precisie (80 bits)
 - Viervoudige precisie (128 bits)
- ❑ **De exponent wordt opgeslagen in een plus n-notatie.**

Niet-gehele binaire getallen

□ **IEEE 754 (32 bits): single precision**

- Drijvend kommagetal met enkelvoudige precisie, meestal float genoemd



Tekenbit: 0=positief, 1=negatief

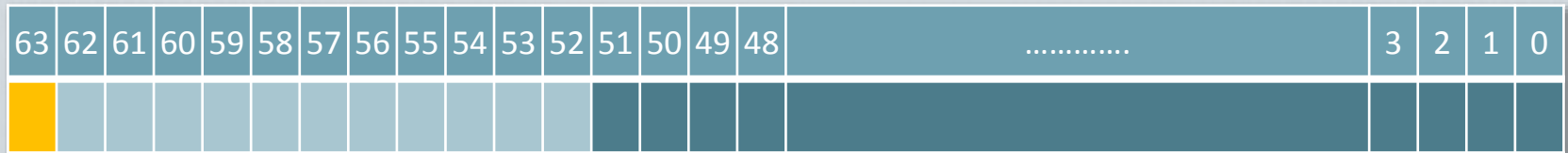
Exponent van 8 bits in plus-127 notatie

Mantisse van 23 bits, met precisie van 24 bits

Niet-gehele binaire getallen

❑ **IEEE 754 (64 bits): double precision**

- Drijvend kommagetal met dubbele precisie, meestal double genoemd



Tekenbit: 0=positief, 1=negatief

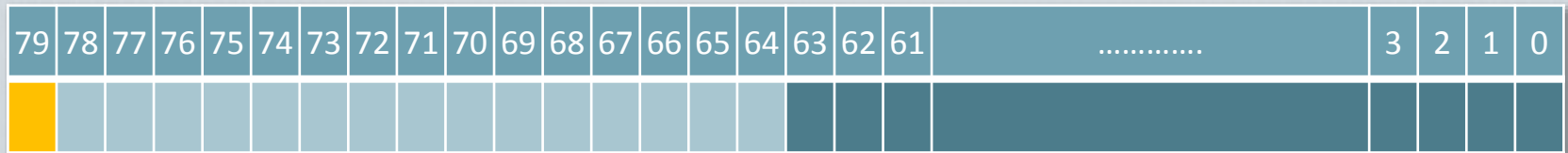
Exponent van 11 bits in plus-1023 notatie

Mantisse van 52 bits, met precisie van 53 bits

Niet-gehele binaire getallen

□ **IEEE 754 (80 bits): extended precision**

- Drijvend kommagetal met dubbele uitgebreide precisie



Tekenbit: 0=positief, 1=negatief

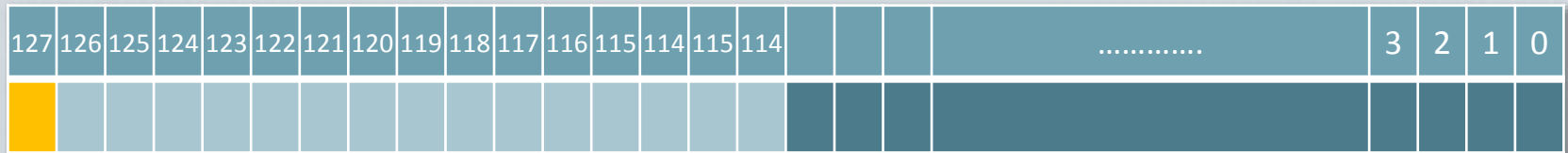
Exponent van 15 bits in plus-16383 notatie

Mantisse van 64 bits, met precisie van 65 bits

Niet-gehele binaire getallen

□ **IEEE 754 (128 bits): quadruple precision**

- Drijvend kommagetal met viervoudige precisie, binary128 genoemd



Tekenbit: 0=positief, 1=negatief

Exponent van 15 bits in plus-16383 notatie

Mantisse van 112 bits, met precisie van 113 bits

Niet-gehele binaire getallen

□ De voorstelling van ∞ , $-\infty$ en NaN

- De exponent met allemaal 1'en.
- Voor enkele precisie is dit exponent 255
- Voor dubbele precisie is dit exponent 2047.
- Tekenbit bepaalt het verschil tussen $+\infty$ en $-\infty$.

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Elk getal met een maximale exponent en een fractie die verschilt van 0, wordt een **NaN** (Not a Number) genoemd.

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Niet-gehele binaire getallen

□ Getal nul en gedenormaliseerde getallen

- Niet mogelijk om 0 weer te geven door impliciete m_0 die op 1 staat.
- De exponent met allemaal 0'en.
- Getal 0, ook de mantisse zijn allemaal 0'en.
- Tekenbit bepaalt het verschil tussen +0 en -0.

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Elk getal met een 0-exponent en een fractie verschillend van 0, is een gedenormaliseerd getal

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Niet-gehele binaire getallen

□ Voorbeeld: Decimaal naar binary32 (float)

Decimale waarde $128 + 1/32 = 128,03125$

Eerst de binaire waarde met kommanotatie.

1000 0000,0000 1

Normalisatie:

$1000\ 0000,0000\ 1 = 1,0000\ 0000\ 0001 \times 2^7$

Bit 31: het is een positief getal $\Rightarrow 0$

Exponent in plus127-notatie

$= 127 + 7 = 134 \Rightarrow 10000110$

Mantisse $\Rightarrow 000000000001$

De binary32 is dus :

0 10000110 000000000001000000000000

Niet-gehele binaire getallen

□ Voorbeeld: Binary32 naar decimaal

Het float getal is:

0 10000110 000000000000100000000000

Bit 31: 0 \Rightarrow het is een positief getal

Exponent in plus127-notatie

$$= 10000110 \Rightarrow 134 - 127 = + 7$$

Mantisse \Rightarrow 000000000001

$$1,0000\ 0000\ 0001 \times 2^7 = 1000\ 0000,0000\ 1$$

$$\text{decimale waarde } 128 + 1/32 = 128,03125$$

BCD-getallen

□ **BCD = Binary Coded Decimal**

- Binair gecodeerde decimale getallen.
- Hierbij stelt elke byte de waarde van een digit in het decimale getal voor.
- Mogelijk in 4 bits (packed) en 8 bits (unpacked)
 - ✓ Unpacked: 28
⇒ BCD: 0000 0010 0000 1000
 - ✓ Packed: 28
⇒ BCD: 0010 1000

BCD-getallen

❑ Packed BCD-getallen

- De eerste (linkse) nibble van het getal wordt telkens weggelaten.
- Het teken (+ of -) wordt in de laatste nibble aangegeven.
 - ✓ nibble: 1111 : niet getekend
 - ✓ nibble: 1100 : + teken
 - ✓ nibble: 1101 : - teken
- Vb : + 256 : 0010 0101 0110 1100 (=teken)
- Door deze manier van voorstellen worden de benodigde geheugenruimtes bijna gehalveerd.

BCD-getallen

□ Zoned Decimale getallen

- De cijfers worden voorgesteld in BCD-code, (1 cijfer = 1 byte, in de linkse nibble van elke byte wordt aangegeven of het getal getekend is of niet, en welk het teken is).

- ✓ Linkse nibble : 1111 : niet getekend is.
- ✓ Linkse nibble : 1100 : + teken wel uitgedrukt
- ✓ Linkse nibble : 1101 : - teken wel uitgedrukt.

- vb : + 256 : teken cijfer

11110010 11110101 11000110