

Opdracht 6

Binnen de verzamelingenleer kent men ook een equivalent van de exclusieve of, namelijk de bewerking symmetrisch verschil Δ .

Dit wordt als volgt gedefinieerd $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Ga na of volgende gelijkheden geldig is

$$A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$$

$$A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$$

stap1: herschrijf het symmetrisch verschil

$$(A \setminus (B \cap C)) \cup ((B \cap C) \setminus A) = ((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \cap ((A \setminus C) \cup (C \setminus A))$$

stap2: herschrijf het verschil met behulp van de 3 basisbewerkingen

$$(A \cap (B \cap C)^c) \cup ((B \cap C) \cap A^c) = ((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \cap ((A \cap C^c) \cup (C \cap A^c))$$

stap3: herschrijf de uitdrukking met behulp van Boole Algebra

$$A \cdot \overline{(B \cdot C)} + B \cdot C \cdot \bar{A} = (A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{A}) \cdot (A \cdot \bar{C} + C \cdot \bar{A})$$

$$A \cdot (\bar{B} + \bar{C}) + \bar{A} \cdot B \cdot C = A \cdot \bar{B} \cdot A \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{A} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{A} \cdot C$$

$$=0 \qquad =0$$

$$A \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C$$

We stellen het linkerlid en het rechterlid voor in een VK diagram. Als de gelijkheid geldig is, moet het VK-diagram bij beiden gelijk zijn.

VK linkerlid $A.\bar{B} + A.\bar{C} + \bar{A}.B.C$

			A
		x	x
B		x	x
		C	

VK linkerlid $A.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.C$

			A
			x
B		x	
		C	

DUS: de voorgestelde gelijkheid is niet geldig, immers de DNV voor beide leden is niet hetzelfde!