Geef de verzameling van alle oplossingen van volgend lineair stelsel door dit stelsel eerst te herleiden naar zijn canonieke vorm. ***Alle tussenstappen moeten opgeschreven worden***.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{4}x_3 = \frac{20}{3} - x_4 \\ \frac{3}{2}x_1 + x_2 = -\frac{1}{8}x_3 - x_4 + 15 \\ \frac{1}{3}x_2 + \frac{3}{4}x_3 = -x_4 \\ -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{6}x_2 + \frac{3}{16}x_3 + \frac{1}{2}x_4 = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

Uitwerking in Euler

```
>M:=[1/2,1/3,1/4,1,20/3; 3/2,1,1/8,1,15;0,1/3,3/4,1,0;-1/4,-1/6,3/16,1/2,-5/6]; fracprint(M)

        1/2       1/3       1/4         1      20/3
        3/2         1       1/8         1        15
          0       1/3       3/4         1         0
       -1/4      -1/6      3/16       1/2      -5/6

>M[1]:=M[1]*2; M[2]:=M[2]-3/2*M[1]; M[4]:=M[4]+1/4*M[1]; fracprint(M)

          1       2/3       1/2         2      40/3
          0         0      -5/8        -2        -5
          0       1/3       3/4         1         0
          0         0      5/16         1       5/2

>M:=swapRows(M,2,3); fracprint(M)

          1       2/3       1/2         2      40/3
          0       1/3       3/4         1         0
          0         0      -5/8        -2        -5
          0         0      5/16         1       5/2

>M[2]:=M[2]*3; M[1]:=M[1]-2/3*M[2]; fracprint(M)

          1         0        -1         0      40/3
          0         1       9/4         3         0
          0         0      -5/8        -2        -5
          0         0      5/16         1       5/2

>M[3]:=M[3]*-8/5; M[1]:=M[1]+M[3]; M[2]:=M[2]-9/4*M[3]; M[4]:=M[4]-5/16*M[3]; fracprint(M)

          1         0         0      16/5      64/3
          0         1         0     -21/5       -18
          0         0         1      16/5         8
          0         0         0         0         0
```

Hoe schrijf je dit op op het examen?

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & \frac{20}{3} \\ \frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{8} & 1 & 15 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{6} & \frac{3}{16} & \frac{1}{2} & -\frac{5}{6} \end{array}\right)$$

R1→(R1*2)
R2→R2-(3/2)*R1
R4→R4+(1/4)*R1

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & 2 & \frac{40}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{8} & -2 & -5 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{53}{24} & 2 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

R2 ←→ R3

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & 2 & \frac{40}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{8} & -2 & -5 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{53}{24} & 2 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

R2→(R2*3)
R1→R1-(2/3)*R2
R4→R4-(1/3)*R2

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & \frac{40}{3} \\ 0 & 1 & \frac{9}{4} & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{8} & -2 & -5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{16} & 1 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

R3→R3*(-8/5)
R1→R1+R3
R2→R2-(9/4)*R3
R4→R4-(5/16)*R3

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} & \frac{64}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{21}{5} & -18 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{16}{5} & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Het stelsel is nu herleid tot canonieke vorm.
Dit is **NIET** de oplossing van de vraag. Dus hier is de oefening **NIET** gedaan. Het enige wat je nu gedaan hebt, is het stelsel herleid naar een vorm die gemakkelijker is om op te lossen.
Het stelsel dat dezelfde oplossing heeft als ons oorspronkelijk stelsel is nu

$$\begin{cases} x_1 + \frac{16}{5}x_4 = \frac{64}{3} \\ x_2 - \frac{21}{5}x_4 = -18 \\ x_3 + \frac{16}{5}x_4 = 8 \end{cases}$$

We hebben nu 3 voorwaarden op 4 onbekenden. Dit wil zeggen dat we 1 onbekende vrij kunnen kiezen. Elke variabele kan op een eenvoudige manier uitgedrukt worden in functie van de onbekende x_4
Immers,

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{16}{5}x_4 + \frac{64}{3} \\ x_2 = \frac{21}{5}x_4 - 18 \\ x_3 = -\frac{16}{5}x_4 + 8 \end{cases}$$

Voor elke keuze van x_4 hebben we een oplossing

Neem $x_4 = t$ dan moet $\begin{cases} x_1 = -\frac{16}{5}t + \frac{64}{3} \\ x_2 = \frac{21}{5}t - 18 \\ x_3 = -\frac{16}{5}t + 8 \end{cases}$.

We kunnen de oplossingenverzameling dan als volgt schrijven

$$opl = \left\{ \left(-\frac{16}{5}t + \frac{64}{3}, \frac{21}{5}t - 18, -\frac{16}{5}t + 8, t\right) \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$$

De haakjes die in de oplossing verzameling gebruikt worden zijn essentieel. Hiermee wordt wiskundig duidelijk gemaakt dat het hier om 4-tallen gaat en dat de volgorde waarin je deze dingen plaatst belangrijk is.
Je hebt hier ∞^1 oplossingen. De 1 slaat terug op het aantal vrij te kiezen onbekenden.