UNIDAD 1
Conjuntos

Licenciatura en Ciencias de la Computación - Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Cuyo

2023

Conceptos

DEFINICIÓN DE CONJUNTO

Un conjunto es una *colección* de objetos bien definida.

Definición de Conjunto

Un **conjunto** es una *colección* de objetos bien definida. A los objetos que conforman el conjunto se los denomina *elementos*.

Definición de Conjunto

Un **conjunto** es una *colección* de objetos bien definida. A los objetos que conforman el conjunto se los denomina *elementos*.

Usaremos *letras máyusculas* $A, B, C, \ldots$ para simbolizar conjuntos

Definición de Conjunto

Un **conjunto** es una *colección* de objetos bien definida. A los objetos que conforman el conjunto se los denomina *elementos*.

Usaremos *letras máyusculas* $A, B, C, \ldots$ para simbolizar conjuntos y *letras minísculas* $a, b, c, \ldots$ para simbolizar elementos de un conjunto.

Definición de Conjunto

Un **conjunto** es una *colección* de objetos bien definida. A los objetos que conforman el conjunto se los denomina *elementos*.

Si x *es un elemento* de A decimos que x *pertenece* a A y escribimos $x \in A$.

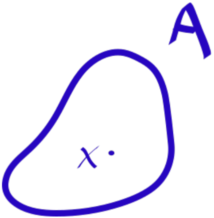


Figura: Representación por diagrama de Venn de un conjunto y un elemento que le pertenece.

Definición de Conjunto

Un **conjunto** es una *colección* de objetos bien definida. A los objetos que conforman el conjunto se los denomina *elementos*.

Si x *es un elemento* de A decimos que x *pertenece* a A y escribimos $x \in A$. De manera análoga si y *no es un elemento* de A decimos que y *no pertenece* a A y escribimos $y \notin A$.

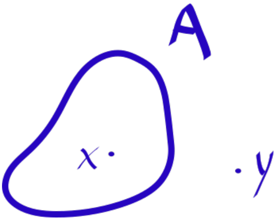


Figura: Representación por diagrama de Venn de un conjunto, un elemento que le pertenece y otro que no.

Ejemplos:

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$

EJEMPLOS:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array}\right\}$

*Curiosidad

El *matemático británico G. H. Hardy* visitó al *matemático autodidacta indio Ramanujan* en un hospital en Putney, cerca de Londres. Lo encontró muy enfermo y no sabiendo que decir, le contó que había viajado en un taxi cuya matrícula era un número poco interesante, el 1729, a lo que Ramanujan contestó: "No diga usted eso. El número 1729 es muy interesante, pues es el *entero positivo* más pequeño expresable como suma de dos cubos de dos maneras diferentes, ya que $1729 = 1^3 + 12^3$ y también $1729 = 9^3 + 10^3$." Hardy, asombrado, le preguntó si conocía la respuesta al problema correspondiente para la cuarta potencia y él replicó, después de unos segundos de reflexión, que "el ejemplo que pedía no era obvio y que el primero de tales números debá ser muy grande". De hecho, tenía razón, la respuesta obtenida posteriormente mediante cálculos computacionales, fue el número $635318657 = 134^4 + 133^4 = 158^4 + 594^4$.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{ x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array} \right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{x : \begin{matrix} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{matrix}\right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array}\right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array}\right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$
- El conjunto M de los multiplos de 5.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{ x : \begin{matrix} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{matrix} \right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$
- El conjunto M de los multiplos de 5.
  $M = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$

EJEMPLOS:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{ x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array} \right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$
- El conjunto M de los multiplos de 5.
  $M = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$

Los conjuntos de color *azul* se dice que están representados por *extensión*, es decir, listando a todos los elementos del conjunto.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{ x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array} \right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$
- El conjunto M de los multiplos de 5.
  $M = \{\dots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots\}$

Los conjuntos de color *verde* se dice que están representados por *comprensión*, es decir, por una propiedad que engloba a todos los elementos del conjunto.

Ejemplos:

- El conjunto L formado por las letras de la palabra *computación*.
  $L = \{c, o, m, p, u, t, a, c, i, o, n\} = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$
- El conjunto D de los dígitos del número 1729. $D = \{1, 7, 2, 9\}$
  $D = \left\{ x : \begin{array}{l} x \text{ es un dígito del primer entero positivo que es} \\ \text{suma de dos cubos de dos formas diferentes} \end{array} \right\}$
- El conjunto de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x$. $S = \{-1, 0, 1\}$
  $S = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x = 0\}$
- El conjunto M de los multiplos de 5.
  $M = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$

Observar que el conjunto M en color *rojo* NO está respresentado por extensión pero dicha representación es de gran utilidad.

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{N}$ denota el conjunto de los *números naturales*:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{N}$ denota el conjunto de los *números naturales*:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

- $\mathbb{Z}$ denota el conjunto de los *números enteros*:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \ldots\}.$$

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Q}$ denota el conjunto de los *números racionales*:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}.$$

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Q}$ denota el conjunto de los *números racionales*:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}.$$

- $\mathbb{R}$ denota el conjunto de los *números reales*, esto es, sus elementos son los números racionales y los *números irracionales*, como por ejemplo, $\sqrt{2}$, π, e, etc.

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Q}$ denota el conjunto de los *números racionales*:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}.$$

- $\mathbb{R}$ denota el conjunto de los *números reales*, esto es, sus elementos son los números racionales y los *números irracionales*, como por ejemplo, $\sqrt{2}$, π, e, etc.
- $\mathbb{C}$ es el conjunto de los *números complejos*, es decir, números de la forma $a + ib$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ e i (*unidad imaginaria*) tiene la propiedad:

$$i^2 = -1.$$

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi : a, b \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto formado por los llamados *enteros gaussianos*.

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi : a, b \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto formado por los llamados *enteros gaussianos*.
- $2\mathbb{Z} = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto de los *números pares*.

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi : a, b \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto formado por los llamados *enteros gaussianos*.
- $2\mathbb{Z} = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto de los *números pares*.
- $2\mathbb{Z} + 1 = \{2k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto de los *números impares*.

Los siguientes conjuntos numéricos tienen gran importancia en toda la materia:

- $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi : a, b \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto formado por los llamados *enteros gaussianos*.
- $2\mathbb{Z} = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto de los *números pares*.
- $2\mathbb{Z} + 1 = \{2k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$ denota el conjunto de los *números impares*.
- $a\mathbb{Z} + b = \{ak + b : k \in \mathbb{Z}\}$, con a y b fijos, denota el conjunto de las *progresiones aritméticas*.

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- $\varnothing$ denota **el conjunto vacío**, es decir, el conjunto que no tiene elementos.
  Ejemplos:
  - $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \wedge x < 0\} = \varnothing$
  - $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = -1\} = \varnothing$
  - $C = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2\} = \varnothing$

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- **Un conjunto universal**, denotado generalmente como $\mathcal{U}$, es un conjunto que, dentro del contexto del problema, tiene en consideración todos los elementos involucrados.

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- **Un conjunto universal**, denotado generalmente como $\mathcal{U}$, es un conjunto que, dentro del contexto del problema, tiene en consideración todos los elementos involucrados.
  Por ejemplo:

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- **Un conjunto universal**, denotado generalmente como $\mathcal{U}$, es un conjunto que, dentro del contexto del problema, tiene en consideración todos los elementos involucrados.
  Por ejemplo:
  - Si estamos trabajando con la cantidad de alumnos que aprobaron diferentes materias entonces podríamos considerar como conjunto universal a $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- **Un conjunto universal**, denotado generalmente como $\mathcal{U}$, es un conjunto que, dentro del contexto del problema, tiene en consideración todos los elementos involucrados.
  Por ejemplo:
  - Si estamos trabajando con la cantidad de alumnos que aprobaron diferentes materias entonces podríamos considerar como conjunto universal a $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.
  - En cambio, si estamos pensando en las distancias entre diferentes ciudades del mundo entonces podríamos considerar como conjunto universal a $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ o a $\mathcal{U} = \mathbb{R}^+$ (el cual es un poco más apropiado ya que no existen distancias negativas), donde $\mathbb{R}^+$ es el conjunto de *números reales positivos*.

Los siguientes conjuntos son de gran importancia teórica:

- **El singleton** o **conjunto unitario** es un conjunto formado por un único elemento. Generalmente es denotado por $\{*\}$ en forma genérica. Ejemplos de conjuntos unitarios son $\{1\}$, $\{\pi\}$, $\{\square\}$ y $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$.

Observación

El conjunto vacío es **único**. Por el contrario, hay muchos conjuntos universales que van cambiando de acuerdo al contexto en el que se este trabajando.

Decimos que un conjunto es **finito** si podemos contar sus elementos en un tiempo finito (no importa si este tiempo es demasiado grande). En caso contrario decimos que el conjunto es **infinito**.

Observación

Daremos una definición más precisa cuando veamos funciones en la próxima unidad.

Decimos que un conjunto es **finito** si podemos contar sus elementos en un tiempo finito (no importa si este tiempo es demasiado grande). En caso contrario decimos que el conjunto es **infinito**.

Observación

Daremos una definición más precisa cuando veamos funciones en la próxima unidad.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$.

Observación

No confundir $|X|$ con el valor absoluto.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.
- El conjunto vacío, $\varnothing$, es finito y $\#\varnothing = 0$.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.
- El conjunto vacío, $\varnothing$, es finito y $\#\varnothing = 0$.
- $M = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$ es infinito.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.
- El conjunto vacío, $\varnothing$, es finito y $\#\varnothing = 0$.
- $M = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$ es infinito.
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$ es infinito.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.
- El conjunto vacío, $\varnothing$, es finito y $\#\varnothing = 0$.
- $M = \{\dots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots\}$ es infinito.
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ es infinito.
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$ es infinito.

Si X es un conjunto finito, entonces al número de elementos de X lo llamamos **cardinal** y es denotado por $\#X$ o $|X|$. Por ejemplo:

- $L = \{a, c, i, m, n, o, p, t, u\}$ es finito y $\#L = 9$.
- $D = \{1, 7, 2, 9\}$ es finito y $\#D = 4$.
- $R = \{1, 2, 1, 2, 3, 3, 3\}$ es finito y $\#R = 3$.
- $S = \{-1, 0, 1\}$ es finito y $\#S = 3$.
- $T = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 = 0\}$ es finito y $\#T = 1$.
- El conjunto vacío, $\varnothing$, es finito y $\#\varnothing = 0$.
- $M = \{\dots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots\}$ es infinito.
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ es infinito.
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$ es infinito.
- $\mathbb{R}$ es infinito.

Ejercicio

Calcular el cardinal de los siguientes conjuntos

1. $A = \{a, b, c\}$
2. $A = \{\{a, b\}, a, b\}$
3. $A = \{\{\{a\}, a\}, a\}$
4. $A = \mathbb{Z}$
5. $A = 2\mathbb{Z}$
6. $A = \mathbb{Q}$
7. $A = \mathbb{C}$
8. $A = \{\varnothing\}$

Escribimos $A \subset B$ para indicar que A es un subconjunto de B, es decir, si todo elemento de A es también elemento de B.

Escribimos $A \subset B$ para indicar que A es un subconjunto de B, es decir, si todo elemento de A es también elemento de B.
En símbolos
$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \,(x \in A \Rightarrow x \in B)\,.$$

Escribimos $A \subset B$ para indicar que A es un subconjunto de B, es decir, si todo elemento de A es también elemento de B.
En símbolos
$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x\,(x \in A \Rightarrow x \in B)\,.$$

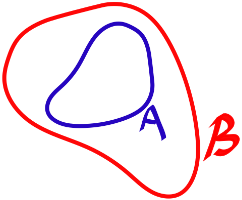


Figura: Representación por diagrama de Venn de $A \subset B$.

Escribimos $A \subset B$ para indicar que A es un subconjunto de B, es decir, si todo elemento de A es también elemento de B.

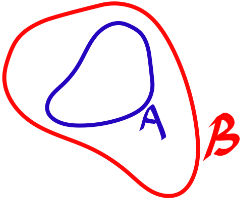


Figura: Representación por diagrama de Venn de $A \subset B$.

Definición de Igualdad de Conjuntos

Dos conjuntos X e Y se dicen **iguales** si y solo si $X \subset Y$ e $Y \subset X$.

Escribimos $A \subset B$ para indicar que A es un subconjunto de B, es decir, si todo elemento de A es también elemento de B.

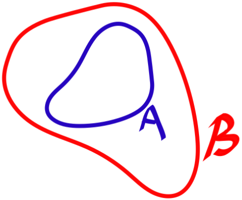


Figura: Representación por diagrama de Venn de $A \subset B$.

Si $A \subset B$ pero $A \neq B$ podemos escribir $A \subsetneq B$. En este caso decimos que A es un subconjunto propio de B.

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$.

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos.

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B.

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B. En efecto

$$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 \quad \text{y} \quad 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3.$$

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B. En efecto

$$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 \quad \text{y} \quad 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3.$$

Luego podemos afirmar que $A \subset B$.

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B. En efecto

$$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 \quad \text{y} \quad 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3.$$

Luego podemos afirmar que $A \subset B$. Además, los elementos de B son los números que satisfacen la ecuación

$$n^2 - 4n + 3 = 0,$$

Consideremos los conjuntos $A = \{1, 3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B. En efecto

$$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 \quad \text{y} \quad 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3.$$

Luego podemos afirmar que $A \subset B$. Además, los elementos de B son los números que satisfacen la ecuación

$$n^2 - 4n + 3 = 0,$$

y esta ecuación tiene exactamente como raíces a 1 y 3. Por lo tanto también es cierto que todo elemento de B es un elemento de A, es decir,

$$B \subset A.$$

Consideremos los conjuntos $A = \{1,3\}$ y $B = \{n \in \mathbb{Z} : n^2 - 4n = -3\}$. En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si son iguales o distintos. Los elementos de A son 1 y 3. Notemos que 1 y 3 verifican la propiedad que define a B. En efecto

$$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 \quad \text{y} \quad 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3.$$

Luego podemos afirmar que $A \subset B$. Además, los elementos de B son los números que satisfacen la ecuación

$$n^2 - 4n + 3 = 0,$$

y esta ecuación tiene exactamente como raíces a 1 y 3. Por lo tanto también es cierto que todo elemento de B es un elemento de A, es decir,

$$B \subset A.$$

Concluimos entonces que $A = B$.

Concepto

Dos conjuntos A y B son distintos si no son iguales.

Concepto

Dos conjuntos A y B son distintos si no son iguales.

Notemos que dos conjuntos pueden ser distintos pero tener uno o más elementos en común.

Concepto

Dos conjuntos A y B son distintos si no son iguales.

Notemos que dos conjuntos pueden ser distintos pero tener uno o más elementos en común.
Por ejemplo, $A = \{2, 4\}$ y $B = \{1, 4, 6\}$ son distintos pero el 4 es un elemento de ambos conjuntos.

Propiedades

1. $\varnothing \subset A$ para todo conjunto A.

PROPIEDADES

1. $\varnothing \subset A$ para todo conjunto A.
2. $A \subset A$ para todo conjunto A.

Propiedades

1. $\varnothing \subset A$ para todo conjunto A.
2. $A \subset A$ para todo conjunto A.
3. Si $A \subset B$ y $B \subset C$ entonces $A \subset C$ (propiedad transitiva).

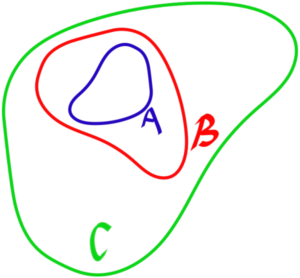


Figura: Representación por diagrama de Venn de $A \subset B \subset C$.

Propiedades

1. $\varnothing \subset A$ para todo conjunto A.
2. $A \subset A$ para todo conjunto A.
3. Si $A \subset B$ y $B \subset C$ entonces $A \subset C$ (propiedad transitiva).

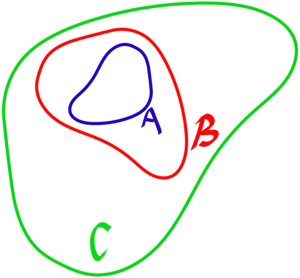


Figura: Representación por diagrama de Venn de $A \subset B \subset C$.

Demostración: Ejercicio 8 del TP1. Ejercicio de final.

Ejercicio

Sea $A = \{\{a,b\}, a, c\}$. Responder con **VERDADERO** o **FALSO**.

1. $a \in A$
2. $b \in A$
3. $c \in A$
4. $\{a,c\} \subset A$
5. $\{a,c\} \in A$
6. $\{a,b\} \subset A$
7. $\{a,b\} \in A$
8. $\{b,c\} \subset A$
9. $\{b,c\} \in A$
10. $\{\{a,b\}\} \in A$
11. $\{\{a,b\}\} \subset A$
12. $\varnothing \subset A$

Ejercicio

Probar que $10\mathbb{Z} + 7 \subset 5\mathbb{Z} + 2$ pero $5\mathbb{Z} + 2 \not\subset 10\mathbb{Z} + 7$.

Definición del Conjunto de Partes

Dado un conjunto X cualquiera podemos considerar un nuevo conjunto donde sus elementos son los subconjuntos de X, a dicho conjunto se lo denomina *conjunto de partes* de X o *conjunto potencia* de X y es denotado por $\mathcal{P}(X)$ o 2^X. En otras palabras

$$\mathcal{P}(X) = \{A : A \subset X\}.$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces

$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces
$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$
- Si $X = \{1, 2, 3\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, X\}.$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces
$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$

- Si $X = \{1,2,3\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, X\}.$$

- Si $X = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \left\{\begin{matrix} \varnothing, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\delta\}, \{\alpha,\beta\}, \{\alpha,\gamma\}, \\ \{\alpha,\delta\}, \{\beta,\gamma\}, \{\beta,\delta\}, \{\gamma,\delta\}, \{\alpha,\beta,\gamma\}, \\ \{\alpha,\beta,\delta\}, \{\alpha,\gamma,\delta\}, \{\beta,\gamma,\delta\}, X \end{matrix}\right\}$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces
$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$
  - $\#(\mathcal{P}(\varnothing)) = 1 = 2^0 = 2^{\#(\varnothing)}$
- Si $X = \{1,2,3\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, X\}.$$
- Si $X = \{\alpha,\beta,\gamma,\delta\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \left\{\begin{matrix}\varnothing, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\delta\}, \{\alpha,\beta\}, \{\alpha,\gamma\}, \\ \{\alpha,\delta\}, \{\beta,\gamma\}, \{\beta,\delta\}, \{\gamma,\delta\}, \{\alpha,\beta,\gamma\}, \\ \{\alpha,\beta,\delta\}, \{\alpha,\gamma,\delta\}, \{\beta,\gamma,\delta\}, X\end{matrix}\right\}$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces
$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$
    - $\#\left(\mathcal{P}(\varnothing)\right) = 1 = 2^0 = 2^{\#(\varnothing)}$
- Si $X = \{1,2,3\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, X\}.$$
    - $\#\left(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\right) = 8 = 2^3 = 2^{\#(\{1,2,3\})}$
- Si $X = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, entonces
$$\mathcal{P}(X) = \left\{\begin{matrix} \varnothing, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\delta\}, \{\alpha,\beta\}, \{\alpha,\gamma\}, \\ \{\alpha,\delta\}, \{\beta,\gamma\}, \{\beta,\delta\}, \{\gamma,\delta\}, \{\alpha,\beta,\gamma\}, \\ \{\alpha,\beta,\delta\}, \{\alpha,\gamma,\delta\}, \{\beta,\gamma,\delta\}, X \end{matrix}\right\}$$

Algunos ejemplos

- Si $X = \varnothing$, entonces

$$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}.$$

  - $\#(\mathcal{P}(\varnothing)) = 1 = 2^0 = 2^{\#(\varnothing)}$

- Si $X = \{1, 2, 3\}$, entonces

$$\mathcal{P}(X) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, X\}.$$

  - $\#(\mathcal{P}(\{1,2,3\})) = 8 = 2^3 = 2^{\#(\{1,2,3\})}$

- Si $X = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, entonces

$$\mathcal{P}(X) = \left\{\begin{matrix} \varnothing, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\delta\}, \{\alpha,\beta\}, \{\alpha,\gamma\}, \\ \{\alpha,\delta\}, \{\beta,\gamma\}, \{\beta,\delta\}, \{\gamma,\delta\}, \{\alpha,\beta,\gamma\}, \\ \{\alpha,\beta,\delta\}, \{\alpha,\gamma,\delta\}, \{\beta,\gamma,\delta\}, X \end{matrix}\right\}$$

  - $\#(\mathcal{P}(\{\alpha,\beta,\gamma,\delta\})) = 16 = 2^4 = 2^{\#(\{\alpha,\beta,\gamma,\delta\})}$

Teorema

Si un conjunto X tiene n elementos, entonces el conjunto de partes $\mathcal{P}(X)$ tiene 2^n elementos. En otras palabras,

$$\#X = n \Rightarrow \#\mathcal{P}(X) = 2^n.$$

Teorema

Si un conjunto X tiene n elementos, entonces el conjunto de partes $\mathcal{P}(X)$ tiene 2^n elementos. En otras palabras,

$$\#X = n \Rightarrow \#\mathcal{P}(X) = 2^n.$$

Demostración: Próximamente.

Definición de Unión

La **unión de dos conjuntos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A o a B, o a ambos, es decir,

$$A \cup B := \{x : x \in A \vee x \in B\}.$$

Definición de Unión

La **unión de dos conjuntos A y B**, denotada por medio de $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A o a B, o a ambos, es decir,

$$A \cup B := \{x : x \in A \vee x \in B\}.$$

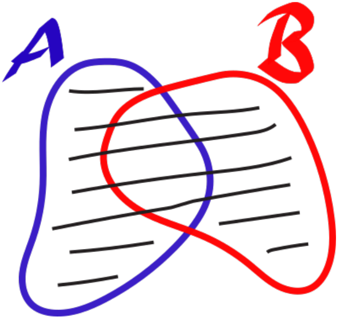


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $A \cup B$.

Definición de Intersección

La **intersección de dos conjuntos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A y a B, es decir,

$$A \cap B := \{x : x \in A \wedge x \in B\}.$$

DEFINICIÓN DE INTERSECCIÓN

La **intersección de dos conjuntos** $\mathbf{A}$ **y** $\mathbf{B}$, denotada por medio de $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A y a B, es decir,

$$A \cap B := \{x : x \in A \wedge x \in B\}.$$

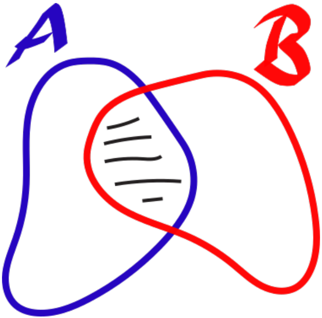


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $A \cap B$.

Definición de Disjuntos

Dos conjuntos **A y B** se dicen **disjuntos** si

$$A \cap B = \varnothing.$$

Definición de Disjuntos

Dos conjuntos $\mathbf{A}$ **y** $\mathbf{B}$ se dicen **disjuntos** si

$$A \cap B = \varnothing.$$

Propiedad

$$\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B).$$

Definición de Disjuntos

Dos conjuntos $\mathbf{A}$ **y** $\mathbf{B}$ se dicen **disjuntos** si

$$A \cap B = \varnothing.$$

Propiedad

$\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B).$

Observación

Si A y B son disjuntos:

$$\#(A \cup B) = \#A + \#B.$$

Ejemplo

La unión de los conjuntos $A = \{1,3,5\}$ y $B = \{1,2,3\}$ es el conjunto

$$A \cup B = \{1,3,5\} \cup \{1,2,3\} = \{1,2,3,5\}.$$

Ejemplo

La unión de los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ es el conjunto

$$A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 5\}.$$

La intersección de los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ es el conjunto

$$A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 3\}.$$

Ejemplo

La unión de los conjuntos $A = \{1,3,5\}$ y $B = \{1,2,3\}$ es el conjunto

$$A \cup B = \{1,3,5\} \cup \{1,2,3\} = \{1,2,3,5\}.$$

La intersección de los conjuntos $A = \{1,3,5\}$ y $B = \{1,2,3\}$ es el conjunto

$$A \cap B = \{1,3,5\} \cap \{1,2,3\} = \{1,3\}.$$

Sea $A = \{1,3,5,7,9\}$ y $B = \{2,4,6,8,10\}$. Como $A \cap B = \varnothing$, A y B son disjuntos.

Definición de Unión

La **unión de una familia de conjuntos** $\{\mathbf{A}_i\}_{i\in I}$, donde I es un conjunto de índices, denotada por medio de $\bigcup_{i\in I} \mathbf{A}_i$, es el conjunto de elementos que pertenecen a $\mathbf{A}_i$ para algún $i \in I$, es decir,

$$\bigcup_{i\in I} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i \in I\}.$$

Definición de Unión

La **unión de una familia de conjuntos** $\{\mathbf{A}_i\}_{i\in I}$, donde I es un conjunto de índices, denotada por medio de $\bigcup_{i\in I} \mathbf{A}_i$, es el conjunto de elementos que pertenecen a $\mathbf{A}_i$ para algún $i \in I$, es decir,

$$\bigcup_{i\in I} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i \in I\}.$$

Definición de Intersección

La **intersección de una familia de conjuntos** $\{\mathbf{A}_i\}_{i\in I}$, donde I es un conjunto de índices, denotada por medio de $\bigcap_{i\in I} \mathbf{A}_i$, es el conjunto de elementos que pertenecen a $\mathbf{A}_i$ para todo $i \in I$, es decir,

$$\bigcap_{i\in I} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para todo } i \in I\}.$$

Observación

En particular vamos a estar interesados en uniones e intersecciones cuando $I = \{1, 2, \ldots, n-1, n\}$ o $I = \mathbb{N}$:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i = 1, 2, \ldots n\}.$$

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i \in \mathbb{N}\}.$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para todo } i = 1, 2, \ldots n\}.$$

$$\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para todo } i \in \mathbb{N}\}.$$

Observación

En particular vamos a estar interesados en uniones e intersecciones cuando $I = \{1, 2, \ldots, n-1, n\}$ o $I = \mathbb{N}$:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i = 1, 2, \ldots n\}.$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para algún } i = 1, 2, \ldots\}.$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para todo } i = 1, 2, \ldots n\}.$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i := \{x : x \in A_i \text{ para todo } i = 1, 2, \ldots\}.$$

Observación

En particular vamos a estar interesados en uniones e intersecciones cuando $I = \{1, 2, \ldots, n-1, n\}$ o $I = \mathbb{N}$:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i := A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_{n-1} \cup A_n.$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i := A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_{i-1} \cup A_i \cup A_{i+1} \cup \ldots.$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i := A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1} \cap A_n.$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i := A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{i-1} \cap A_i \cap A_{i+1} \cap \ldots.$$

Ejemplo

Sea $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$ con $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Ejemplo

Sea $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$ con $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. Entonces,

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \{1, 2, 3, \ldots\} \cup \{2, 3, 4, \ldots\} \cup \ldots$$

$$\ldots \cup \{n, n+1, n+2, \ldots\} = \{1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}$$

Ejemplo

Sea $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$ con $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. Entonces,

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \{1,2,3,\ldots\} \cup \{2,3,4,\ldots\} \cup \ldots$$
$$\ldots \cup \{n, n+1, n+2, \ldots\} = \{1,2,3,\ldots\} = \mathbb{N}$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \{1,2,3,\ldots\} \cap \{2,3,4,\ldots\} \cap \ldots$$
$$\ldots \cap \{n, n+1, n+2, \ldots\} = \{n, n+1, n+2, \ldots\}$$

Ejemplo

Sea $A_i = \{1, 2, 3, \ldots, i-1, i\}$ con $i = 1, 2, 3, \ldots$.

Ejemplo

Sea $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i-1, i\}$ con $i = 1, 2, 3, \dots$. Entonces,

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \{1\} \cup \{1, 2\} \cup \dots$$
$$\dots \cup \{1, 2, \dots, i-1, i\} \cup \dots = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$$

Ejemplo

Sea $A_i = \{1, 2, 3, \ldots, i-1, i\}$ con $i = 1, 2, 3, \ldots$. Entonces,

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \{1\} \cup \{1,2\} \cup \ldots$$

$$\ldots \cup \{1, 2, \ldots, i-1, i\} \cup \ldots = \{1, 2, 3, \ldots\} = \mathbb{N}$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \{1\} \cap \{1,2\} \cap \ldots$$

$$\ldots \cap \{1, 2, \ldots, i-1, i\} \cap \ldots = \{1\}$$

Definición de Complemento

El **complemento de $\mathbf{A}$** dentro del **universo** $\mathcal{U}$, denotada por medio de $\mathbf{A}'$, $\mathbf{A^c}$ o $\overline{\mathbf{A}}$, es el conjunto de elementos que pertenece a $\mathcal{U}$ pero no pertenece a A, es decir,

$$\overline{A} := \{x : x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\}.$$

Definición de Complemento

El **complemento de $\mathbf{A}$** dentro del **universo** $\mathcal{U}$, denotada por medio de $\mathbf{A}'$, $\mathbf{A^c}$ o $\overline{\mathbf{A}}$, es el conjunto de elementos que pertenece a $\mathcal{U}$ pero no pertenece a A, es decir,

$$\overline{A} := \{x : x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\}.$$

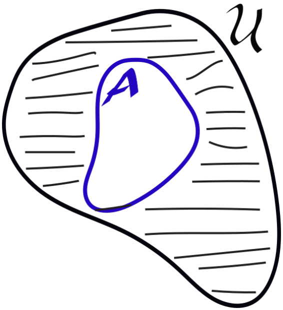


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $\overline{A}$.

Definición de Diferencia

La **diferencia entre el conjunto $\mathbf{A}$ y el conjunto $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ o $\mathbf{A}\backslash\mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A pero no pertenecen a B, es decir,

$$A\backslash B := \{x : x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Definición de Diferencia

La **diferencia entre el conjunto $\mathbf{A}$ y el conjunto $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ o $\mathbf{A}\backslash\mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a A pero no pertenecen a B, es decir,

$$A\backslash B := \{x : x \in A \wedge x \notin B\}.$$

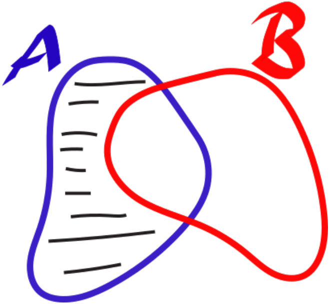


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $A - B$.

Definición de Diferencia Simétrica

La **diferencia simetrica de dos conjuntos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A} \triangle \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a $A \cup B$ pero no pertenecen a $A \cap B$, es decir,

$$A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

Definición de Diferencia Simétrica

La **diferencia simetrica de dos conjuntos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$**, denotada por medio de $\mathbf{A} \triangle \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a $A \cup B$ pero no pertenecen a $A \cap B$, es decir,

$$A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

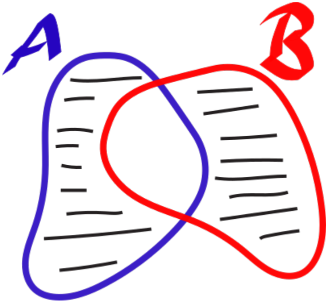


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $A \triangle B$.

Definición de Diferencia Simétrica

La **diferencia simetrica de dos conjuntos** $\mathbf{A}$ **y** $\mathbf{B}$, denotada por medio de $\mathbf{A} \triangle \mathbf{B}$, es el conjunto de elementos que pertenece a $A \cup B$ pero no pertenecen a $A \cap B$, es decir,

$$A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

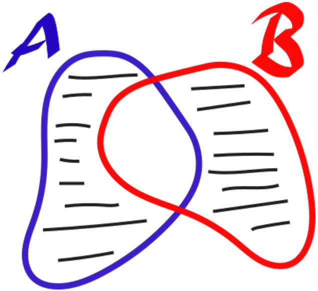


Figura: Representación por diagrama de Venn del conjunto $A \triangle B$.

Observación: $A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Ejemplo

La diferencia entre los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ es el conjunto

$$A \backslash B = \{1, 3, 5\} \backslash \{1, 2, 3\} = \{5\}.$$

Ejemplos

Ejemplo

La diferencia entre los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ es el conjunto

$$A \backslash B = \{1, 3, 5\} \backslash \{1, 2, 3\} = \{5\}.$$

La diferencia entre los conjuntos $B = \{1, 2, 3\}$ y $A = \{1, 3, 5\}$ es el conjunto

$$B \backslash A = \{1, 2, 5\} \backslash \{1, 3, 5\} = \{2\}.$$

Ejemplo

Sea $A = \{a, e, i, o, u\}$ (Donde el universo, $\mathcal{U}$, es el alfabeto español). Entonces

$$\overline{A} = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, \tilde{n}, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}.$$

Ejemplo

Sea $A = \{a, e, i, o, u\}$ (Donde el universo, $\mathcal{U}$, es el alfabeto inglés). Entonces

$$\overline{A} = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}.$$

Ejemplo

Sea A el conjunto de los enteros mayores que 10, es decir, $A = \{11, 12, 13, \ldots\}$ (Donde el universo, $\mathcal{U}$, es el conjuntos de los números naturales). Entonces

$$\overline{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

Ejemplo

La diferencia simétrica entre los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ es el conjunto

$$A \triangle B = \{1, 3, 5\} \triangle \{1, 2, 3\} = \{2, 5\}.$$

Propiedades

Sean A, B, C subconjuntos de un conjunto universal $\mathcal{U}$. Entonces:

1	a. $A \cup \varnothing = A$ b. $A \cap \mathcal{U} = A$	Leyes de identidad
2	a. $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$ b. $A \cap \varnothing = \varnothing$	Leyes de dominación
3	a. $A \cup A = A$ b. $A \cap A = A$	Leyes de idempotencia
4	a. $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$ b. $A \cap \overline{A} = \varnothing$	Leyes de inversos o leyes de complementos
5	$\overline{\overline{A}} = A$	Ley de doble complemento o ley de involución

Propiedades

Sean A, B, C subconjuntos de un conjunto universal $\mathcal{U}$. Entonces:

6. a. $A \cup B = B \cup A$
   b. $A \cap B = B \cap A$

   Leyes conmutativas

7. a. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
   b. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

   Leyes asociativas

8. a. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   b. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

   Leyes distributivas

9. a. $A \cup (A \cap B) = A$
   b. $A \cap (A \cup B) = A$

   Leyes de absorción

10. a. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
    b. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

    Leyes de De Morgan

Propiedades

Sean A, B, C subconjuntos de un conjunto universal $\mathcal{U}$. Entonces:

6. Leyes conmutativas
   a. $A \cup B = B \cup A$
   b. $A \cap B = B \cap A$
7. Leyes asociativas
   a. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
   b. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8. Leyes distributivas
   a. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   b. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
9. Leyes de absorción
   a. $A \cup (A \cap B) = A$
   b. $A \cap (A \cup B) = A$
10. Leyes de De Morgan
   a. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
   b. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Definición de Par de Ordenado

Sean a y b elementos, los *objetos* de la forma (a, b) se denomina **pares ordenados**. Dados dos pares ordenados (a, b) y (c, d) decimos que son iguales si $a = c$ y $b = d$.

Definición de Par de Ordenado

Sean a y b elementos, los *objetos* de la forma (a, b) se denomina **pares ordenados**. Dados dos pares ordenados (a, b) y (c, d) decimos que son iguales si $a = c$ y $b = d$.

Observación

En los conjuntos no importa el orden de los elementos, por ejemplo,

$$\{a, b\} = \{b, a\},$$

pero en los pares ordenados si importa el orden, por ejemplo,

$$(1, 2) \neq (2, 1)\,.$$

*Matemática Heavy (opcional)

Definición de Par de Ordenado

Sean a y b elementos, definimos un nuevo objeto, (a, b), denominado **par ordenado** por

$$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}.$$

Observar que si $a = b$, entonces $(a, a) = \{\{a\}, \{a, a\}\} = \{\{a\}\}$, es decir, un conjunto unitario.

*Matemática Heavy (opcional)

Definición de Par de Ordenado

Sean a y b elementos, definimos un nuevo objeto, (a,b), denominado **par ordenado** por

$$(a,b) = \{\{a\},\{a,b\}\}.$$

Observar que si $a = b$, entonces $(a,a) = \{\{a\},\{a,a\}\} = \{\{a\}\}$, es decir, un conjunto unitario.

Teorema

Sean (a,b) y (c,d) dos pares ordenados. Entonces:

$$(a,b) = (c,d) \text{ son iguales si y solo si } a = c \text{ y } b = d.$$

*Matemática Heavy (opcional)

Definición de Par de Ordenado

Sean a y b elementos, definimos un nuevo objeto, (a, b), denominado **par ordenado** por

$$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}.$$

Observar que si $a = b$, entonces $(a, a) = \{\{a\}, \{a, a\}\} = \{\{a\}\}$, es decir, un conjunto unitario.

Teorema

Sean (a, b) y (c, d) dos pares ordenados. Entonces:

$(a, b) = (c, d)$ son iguales si y solo si $a = c$ y $b = d$.

Demostración: Sin demostración.

Definición de Producto Cartesiano

El **producto cartesiano de $\mathbf{A}$ por $\mathbf{B}$**, denotando $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, es el siguiente conjunto:

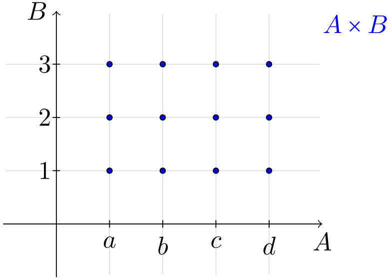
$$A \times B := \{(x, y) : x \in A \wedge y \in B\}.$$

Definición de Producto Cartesiano

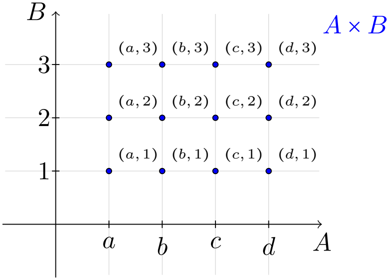
El **producto cartesiano de $\mathbf{A}$ por $\mathbf{B}$**, denotando $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, es el siguiente conjunto:

$$A \times B := \{(x, y) : x \in A \wedge y \in B\}.$$

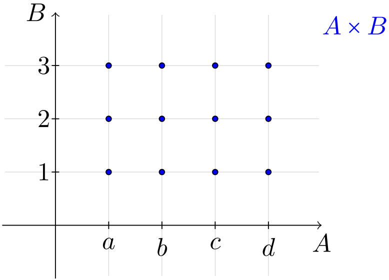
Ejemplo: si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$, entonces



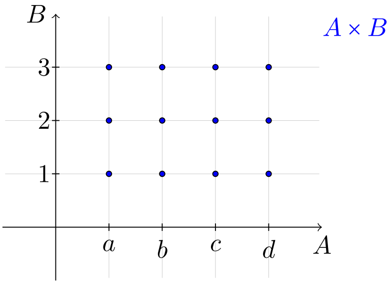
Ejemplo: si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$, entonces



Ejemplo: si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$, entonces



Ejemplo: si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$, entonces

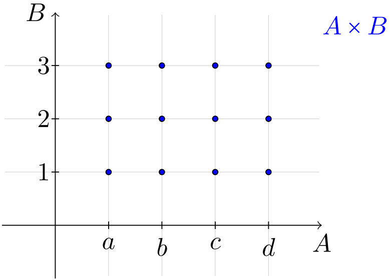


PROPIEDAD

Sean A y B conjuntos finitos. Entonces

$$\#(A \times B) = \#A \cdot \#B.$$

Ejemplo: si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$, entonces



Propiedad

Sean A y B conjuntos finitos. Entonces

$$\#(A \times B) = \#A \cdot \#B.$$

Demostración: Sin demostración.

DEFINICIÓN N-UPLA

Los *objetos* de la forma $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ se denomina $\mathbf{n}$**–upla ordenada**. Dados dos n-uplas ordenadas $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ y $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ decimos que son iguales si $x_i = y_i$ para todo $i = 1, 2, \ldots, n$.

Definición n-upla

Los *objetos* de la forma $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ se denomina **$\mathbf{n}$–upla ordenada**. Dados dos n-uplas ordenadas $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ y $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ decimos que son iguales si $x_i = y_i$ para todo $i = 1, 2, \ldots, n$.

Definición de Producto Cartesiano

El **producto cartesiano entre $\mathbf{A_1}, \mathbf{A_1}, \ldots, \mathbf{A_n}$**, denotado por $\mathbf{A_1} \times \mathbf{A_2} \times \ldots \times \mathbf{A_n}$, es el siguiente conjunto:

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n := \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) : a_i \in A_i \ \forall i = 1, 2, \ldots, n\}$$

Ejemplo

Sean $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, y $C = \{0, 1, 2\}$ ¿Cuál es el producto cartesiano $A \times B \times C$?

Ejemplo

Sean $A = \{0,1\}$, $B = \{1,2\}$, y $C = \{0,1,2\}$ ¿Cuál es el producto cartesiano $A \times B \times C$? El producto cartesiano $A \times B \times C$ consiste de todas las tripletas ordenadas (a,b,c), donde $a \in A$, $b \in B$, y $c \in C$. Entonces,

$$\begin{aligned} A \times B \times C = \{&(0,1,0),(0,1,1),(0,1,2),(0,2,0),\\ &(0,2,1),(0,2,2),(1,1,0),(1,1,1),\\ &(1,1,2),(1,2,0),(1,2,1),(1,2,2)\}. \end{aligned}$$