

## Trabajo Práctico 2. Primera parte

### Relaciones

1. Sea  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ . Dibuje la gráfica de la relación, y encuentre dominio e imagen.
  - a)  $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3), (1, 1), (2, 2)\}$ .
  - b)  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ .
  - c)  $R$  dada por  $(x, y) \in R$  si  $x^2 > y$ .
2. Sea  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Para cada una de las siguientes relaciones sobre  $X$ :
  - a)  $(x, y) \in R$  si 3 divide a  $x - y$ .
  - b)  $(x, y) \in R$  si  $x = y - 1$ .
  - (I) Liste los elementos de  $R$ .
  - (II) Liste los elementos de  $R^{-1}$ .
  - (III) Encuentre el dominio e imagen de  $R$ .
  - (IV) Encuentre el dominio e imagen de  $R^{-1}$ .
3. Determine si cada una de las siguientes relaciones es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, de equivalencia y/o de orden parcial. Justifique.
  - a) Relación del ejercicio 2a.
  - b) Relación del ejercicio 2b
  - c)  $(x, y) \in R$  si  $x = y^2$ , sobre  $\mathbb{N}$ .
  - d)  $(x, y) \in R$  si  $x > y$ , sobre  $\mathbb{N}$ .
  - e)  $(x, y) \in R$  si  $x \geq y$ , sobre  $\mathbb{N}$ .
  - f)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 3)\}$ , sobre  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
  - g)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 5), (5, 1), (3, 5), (5, 3), (1, 3), (3, 1)\}$  sobre  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
  - h)  $R = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 3\}$  sobre  $X = \{1, 2, 3\}$ .
  - i) Sea  $X = \{0, 1\}$ . Sea  $R$  sobre  $X \times X$  dada por  $(x, y) R (x', y')$  si  $(x = x' \text{ y } y = y')$  ó  $(y = y' \text{ y } x = 0 \text{ y } x' = 1)$  ó  $(y = y' \text{ y } x = 1 \text{ y } x' = 0)$ .
4. Liste las clases de equivalencia para las relaciones de equivalencia del ejercicio 3.
5. Liste los miembros de la relación de equivalencia en  $\{1, 2, 3, 4\}$  definida por la partición.
  - a)  $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$
  - b)  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$
  - c)  $\{\{1, 2, 3, 4\}\}$
6. Sea  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $Y = \{3, 4\}$  y  $C = \{1, 3\}$ . Sea  $R$  la relación sobre  $P(X)$  dada por
$$A R B \text{ si } A \cup Y = B \cup Y.$$
  - a) Demuestre que  $R$  es relación de equivalencia.
  - b) Liste los elementos de  $[C]$ , esto es, la clase de equivalencia que contiene a  $C$ .
  - c) ¿Cuántas clases de equivalencia diferentes hay?